

TIAGO EMANUEL KLÜBER

**MODELAGEM MATEMÁTICA E ETNOMATEMÁTICA NO
CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ASPECTOS
FILOSÓFICOS E EPISTEMOLÓGICOS**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA – UEPG

**Ponta Grossa, PR
2007**

TIAGO EMANUEL KLÜBER

**MODELAGEM MATEMÁTICA E ETNOMATEMÁTICA NO
CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ASPECTOS
FILOSÓFICOS E EPISTEMOLÓGICOS**

Dissertação de Mestrado apresentada
ao Programa de Pós-Graduação em
Educação, da Universidade Estadual
de Ponta Grossa – UEPG, como pré-
requisito parcial para a obtenção do
título de Mestre em Educação, tendo
como orientador o Professor Dr.
Dionísio Burak.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA – UEPG

**Ponta Grossa, PR
2007**

Klüber, Tiago Emanuel
K955m Modelagem matemática e etnomatemática no contexto da
educação matemática: aspectos filosóficos e epistemológicos / Tiago
Emanuel Klüber -- Ponta Grossa, 2007.
151 : il. ; 28 cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Ponta Grossa
(UEPG), 2007

Orientador: Prof. Dr. Dionísio Burak
Inclui bibliografia.

1. Matemática – Estudo e Ensino. 2. Matemática – Educação. 3.
Matemática – Filosofia. 4. Modelagem Matemática. I. Título. II. Ponta
Grossa – Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG).

CDD 372.2

TERMO DE APROVAÇÃO**TIAGO EMANUEL KLÜBER**

MODELAGEM MATEMÁTICA E ETNOMATEMÁTICA NO CONTEXTO DA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ASPECTOS FILOSÓFICOS E EPISTEMOLÓGICOS

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção de grau de Mestre no Curso de Pós-graduação em Educação, Setor de Ciências Humanas, Letras e Artes da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Orientador

Prof. Dr. Dionísio Burak
UEPG

Prof^ª. Dr^ª. Maria Queiroga Amoroso Anastácio
UFJF

Prof. Dr. Ademir José Rosso
UEPG

Prof^ª Dr^ª. Célia Finck Brandt
UEPG

Ponta Grossa, 07 de dezembro de 2007

*Àqueles que amam a perseverança e sabem
que é pelo caminho das pedras que se
constroem grandes coisas.*

Dedico

Aos amigos e amigas do Ministério Universidades Renovadas que, direta ou indiretamente, mostraram-me que era possível conciliar a fé e a ciência.

Àqueles que me criticaram e, muitas vezes, duvidaram que eu pudesse ir além, confesso: foram força no meu caminho...

Aos meus familiares, que a seu modo sempre torceram por mim e ajudaram-me nos momentos mais difíceis: Selma, Cely, Orley ...

A minha mãe, Salma, pessoa não letrada, mas pessoa de visão e cuidadora...

Ao meu pai, Norberto, que nos deixou durante essa caminhada, mas é sempre presente em seus sábios conselhos e personalidade forte.

Aos colegas de pós-graduação, não direi nomes, pois foram todos importantes e significativos nessa caminhada.

Aos professores da pós-graduação, principalmente à professora Célia, pelo incentivo, carinho e contribuições. Ao professor Ademir por suas valiosas contribuições.

À Graciela e à Michele, pela acolhida e paciência...

À Regina e ao Florandir (Nego). As palavras não podem descrever o quanto significaram e significam para mim.

Ao professor Dionísio, orientador e amigo, à moda dos mestres antigos, por sua sabedoria e respeito às minhas idéias e conjecturas. Pessoa sem a qual, jamais eu teria conseguido chegar ao fim dessa caminhada.

A estes e a outros, que não me lembrei, faço meus sinceros agradecimentos, que espero retribuir, ajudando outros e fazendo-os crescer. Todos eles, sem dúvida, atravessaram o meu caminho pela permissão divina. E, sem Deus, eu jamais teria chegado até aqui e, por ele, agradeço pelas coisas que virão.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	VII
RESUMO	VIII
ABSTRACT	IX
INTRODUÇÃO	10
CAPÍTULO 1.....	30
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EM): ALGUMAS PERSPECTIVAS DE SUA CONSTITUIÇÃO	30
1.1 PESQUISA EM EDUCAÇÃO (MATEMÁTICA) NO BRASIL: UMA VISÃO DE SUA DIVERSIDADE.....	31
1.2 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA COMO RESPOSTA AO OBJETIVISMO DO ENSINO DA MATEMÁTICA	34
1.3 POSIÇÕES TEÓRICAS QUANTO À CONSTITUIÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	36
1.3.1 <i>O Processo de Disciplinarização e a Constituição da Educação Matemática Enquanto Campo Profissional e Científico.</i>	41
1.4 A MATEMÁTICA MODERNA COMO UMA POSSÍVEL FORMA DE SE FAZER EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS INFLUÊNCIAS NO BRASIL	48
1.5 OS PCNS E A SUA PROPOSTA PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	50
CAPÍTULO 2.....	54
ETNOMATEMÁTICA: PERSPECTIVAS DE SUA CONSTITUIÇÃO	54
2.1 O PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA	54
CAPÍTULO 3.....	68
CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA	68
3.1 DESCRIÇÃO DAS CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA SEGUNDO OS AUTORES	68
3.2 A MODELAGEM PARA BASSANEZI	68
3.3 A MODELAGEM PARA BURAK.....	72
3.4 A MODELAGEM PARA BIEMBENGUT.....	75
3.5 A MODELAGEM PARA BARBOSA.....	78
3.6 A MODELAGEM PARA CALDEIRA.....	80
CAPÍTULO 4.....	84
CONSIDERAÇÕES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA EM RELAÇÃO À ETNOMATEMÁTICA NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	84
4.1 PRIMEIRAS INTERPRETAÇÕES: A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	85
4.2 UNIDADES DE SIGNIFICADO	90
4.2.1 <i>Da Modelagem</i>	94
4.2.2 <i>Da Etnomatemática</i>	95
4.3 ASPECTOS FILOSÓFICOS E EPISTEMOLÓGICOS QUE APROXIMAM A MODELAGEM MATEMÁTICA DA ETNOMATEMÁTICA NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	96
4.4 ASPECTOS FILOSÓFICOS E EPISTEMOLÓGICOS QUE NÃO FAVORECEM A APROXIMAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA COM A ETNOMATEMÁTICA	107
4.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE A MODELAGEM	113
CONSIDERAÇÕES E PERSPECTIVAS DE CONTINUIDADE DA INVESTIGAÇÃO	118
ANEXOS	121
REFERÊNCIAS	146

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1: TETRAEDRO DE HIGGINNSON	39
FIGURA 2: TETRAEDRO PLANIFICADO DE HIGGINNSON	39
FIGURA 3: ALTERNATIVA EPISTEMOLÓGICA DA ETNOMATEMÁTICA	61
FIGURA 4: CURRÍCULO	63
FIGURA 5: (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 38).	66
FIGURA 6: (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 50).	66
FIGURA 7	70
FIGURA 8	73
FIGURA 9	77
QUADRO 1:	94
QUADRO 2	95

MODELAGEM MATEMÁTICA E ETNOMATEMÁTICA NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ASPECTOS FILOSÓFICOS E EPISTEMOLÓGICOS

RESUMO

Esta dissertação voltou-se para duas tendências em Educação Matemática: 1) a Modelagem Matemática; e 2) a Etnomatemática. A escolha se justifica por serem, essas tendências, na atualidade, foco de discussão e de utilização no âmbito do ensino e da aprendizagem em Matemática e mais especificamente por estarem presentes no *mundo-vida* do pesquisador há cerca de quatro anos; da graduação à pós-graduação. A questão geradora da investigação foi: *Quais os aspectos filosóficos e epistemológicos se mostram na Modelagem Matemática e na Etnomatemática do ponto de vista da Educação Matemática?* Essa questão, formulada e reformulada durante o processo de investigação, orientou o nosso olhar sobre as tendências como elas se mostraram em um primeiro momento para, posteriormente, a partir de descrições sobre elas, efetuarmos as interpretações dos aspectos filosóficos e epistemológicos. Estudaram-se cinco autores que trabalham com Modelagem Matemática, com diferentes formas de concebê-la, escolhidos em virtude de seu reconhecimento acadêmico. Para a Etnomatemática, optou-se, predominantemente, pelos escritos de D'Ambrósio considerado o principal teórico e fundador dessa tendência. O delineamento da investigação foi de cunho qualitativo, teórico e bibliográfico. Orientou-se pela Fenomenologia que se constitui em uma Filosofia da Consciência e em um método de investigação rigoroso para as Ciências Humanas e para a Educação. Na Fenomenologia não se busca confirmar hipóteses, nem é escolhido um referencial teórico, *a priori*, para as interpretações, o fenômeno é focado como ele se mostra, sempre em relação à pergunta. Sendo assim, decorrente das manifestações do fenômeno é que procuramos o seu sentido e o significado na Ciência, na História e em bibliografias que permitissem esclarecer esses sentidos e significados. As interpretações concernentes aos aspectos filosóficos e epistemológicos das duas tendências se concretizaram mediante a elaboração de unidades de significados, que emergiram com algumas das seguintes denominações: Modelos Matemáticos; Concepção de Conhecimento; Concepção de Educação, de Currículo; e outras. Esses invariantes foram os que se repetiram nas descrições das formas de conceber a Modelagem e a Etnomatemática, ou ainda, aqueles que foram idiossincráticos, mas considerados em igual importância. Assim, elaborou-se uma triangulação entre os invariantes das duas tendências sob o ponto de vista da Educação Matemática. Como resultado das interpretações da investigação, uma tendência à aproximação entre Modelagem e Etnomatemática se mostrou quando as maneiras de conceber a primeira estiverem em acordo com o Estatuto Epistemológico das Ciências Humanas. Desvela-se um distanciamento na medida em que a Modelagem orienta-se pelos pressupostos filosóficos e epistemológicos das Ciências Exatas ou das Ciências Naturais. Esse 'desvelar-se' estende-se ao que se refere à construção de modelos, à forma de conceber o currículo e outros aspectos.

Palavras-chave: Educação Matemática – Ensino e Aprendizagem – Modelagem Matemática – Etnomatemática – Filosofia e Epistemologia.

MATHEMATICAL MODELING AND ETHNOMATHEMATICS IN CONTEXT OF THE MATHEMATICS EDUCATION: PHILOSOPHICAL AND EPISTEMOLOGICAL ASPECTS

ABSTRACT

This dissertation turns for two trends in Mathematics Education: 1) the Mathematical Modeling and 2) the Ethnomathematics. The choice is justified because these trends, at current time, are focus of discussion and use within the teaching and learning in mathematics and more specifically by being present in the world-life of the researcher, since about four years, from graduation to post-graduation. The generator question of research was: *What are the philosophical and epistemological aspects shown in Mathematical Modeling, in Ethnomathematics from the point of view of Mathematics Education?* This issue, formulated and reformulated during the research process, guided our look over the trends as they were, in a first time for, posteriorly, from the descriptions about them, we establish interpretations of the philosophical and epistemological aspects. It was studied five authors who work with Mathematical Modeling, with different ways of conceiving it, they were chosen because of their outstanding academic recognition. For Ethnomathematics, it was opted predominantly, by the writings of D'Ambrósio that is considered the main theoretical and founder of this trend. The research outline was in a qualitatively, theoretical and bibliographic way. It was oriented by the Phenomenology, which is a Consciousness Philosophy and a rigorous method of research for the Human Sciences and Education. In Phenomenology is not sought to confirm hypotheses, nor it is chosen a theoretical referential *a priori* for the interpretations, the phenomenon is focused as he shows, always related to the question. In such case, elapsing phenomenon events, we looked their meaning and significance in Science, History and bibliographies, to allow clarify these senses and meanings. The interpretations, concerning the philosophical and epistemological aspects of the two trends were concreted by means of the development of units of sense, which emerged with some of the following denomination: Mathematical Models; Conception of Knowledge; Conception of Education, Curriculum and others. These invariants were those that repeated in the descriptions of the ways of conceiving Modeling and Ethnomathematics, even those who were idiosyncratic, but considered equal in importance. Thus, it elaborated a triangulation among the invariants of the two trends from the point of view of Mathematics Education. As result of the interpretations of this research, it was shown that there is a tendency for an approximation between Modeling and Ethnomathematics when the ways to conceive Modeling are in accordance with the Epistemological Social Sciences Statute. It unveils a distance when Modeling orients itself by the philosophical and epistemological presupposed of Exact and Natural Sciences. This “unveiling” extends to what refers the construction of models, and to the ways of think the curriculum and other aspects out.

Keywords: Mathematics Education – Teaching and Learning – Mathematical Modeling – Ethnomathematics – Philosophy and epistemology.

INTRODUÇÃO

Explicitamos, nesta introdução, nossa justificativa que orientou a busca pela compreensão do fenômeno por nós intuído e a questão orientadora. A estrutura do trabalho conta com 4 (quatro) capítulos e as considerações finais. Também apresentamos os pressupostos da Fenomenologia, enquanto uma Filosofia da Consciência e os seus desdobramentos em método de pesquisa qualitativa para as Ciências Humanas, região de inquérito em que nos encontramos.

A Educação Matemática na perspectiva adotada, concebida como Ciência Humana e Social, recebe contribuições de diversas áreas de conhecimento, como a Psicologia, a Sociologia, a Antropologia, a Matemática, a Filosofia, a Lingüística, entre outras. Enquanto um campo acadêmico e científico ‘abriga’, em seu âmbito, diversas tendências¹, dentre as quais: a Resolução de Problemas; a História da Matemática; a História da Educação Matemática; a Modelagem Matemática; a Etnomatemática; a Informática; e outras. Tais tendências podem ser identificadas em inúmeros eventos de Educação Matemática como, por exemplo, o Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM na coleção: “Tendências em Educação Matemática”, organizada por Marcelo de Carvalho Borba, na revisão de literatura efetuada por Fiorentini (1993), nas publicações do *Comité Latino Americano de Matemática Educativa* dos últimos anos e em tantos outros veículos de divulgação científica.

Dentre essas tendências, a Modelagem Matemática e a Etnomatemática atraíram nosso olhar, mais especificamente, alguns de seus aspectos filosóficos e epistemológicos que se mostrassem do ponto de vista da Educação Matemática.

Essa atração se justifica pelo fato de existirem poucas pesquisas teóricas acerca das

¹ Tendências representam determinadas atividades em Educação Matemática. São atividades que não acontecem isoladamente, mas sim possuem grupos, comunidades que se dedicam para a realização delas. Assim, as iniciativas não são pontuais e se encaminham para um mesmo sentido, de aprofundamento e de desenvolvimento por meio de inúmeras pesquisas e investigações.

duas temáticas e, ainda, pelo pequeno número de investigações que abordam possíveis relações entre elas. Portanto, pode-se expressar a problemática com a seguinte pergunta:

Quais aspectos filosóficos e epistemológicos se mostram presentes na Modelagem Matemática e na Etnomatemática, do ponto de vista da Educação Matemática?

A Etnomatemática surgiu em meados da década de 1970. O professor Ubiratan D’Ambrósio é o seu criador (D’AMBRÓSIO, 2002). A Modelagem, em âmbito educacional, teve início entre as décadas de 1970 e 1980, (BARBOSA, 2001). Essas afirmações constituem-se em indicadores do início concomitante aos trabalhos com Modelagem e Etnomatemática. Entretanto, é importante ressaltar que, a Modelagem com finalidade de construção de Modelos de Previsão é bastante antiga. Pode ser encontrada, por exemplo, na Grécia, mais propriamente com a Geometria Euclidiana, que se constitui em um modelo explicativo do espaço; a Física Newtoniana e tantas outras construções matemáticas ao longo da história.

A Etnomatemática é hoje considerada, segundo D’Ambrósio (2002), uma subárea da História da Matemática e tem um forte caráter antropológico e político. Trabalha com as diversas realidades culturais, como em comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, sociedades indígenas, crianças de certa faixa etária e em diversos grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns.

O Programa Etnomatemática² estuda o desenvolvimento das religiões, das artes, das técnicas e das ciências em várias culturas, caracterizando-se por seu enfoque holístico, e, por esse motivo poderia ser denominado Etnociência.

Por isso, a *Etnomatemática* não se restringe apenas à Matemática, mas compreende um conjunto de instrumentos que, segundo D’Ambrósio (2002): “[...] se manifesta nas

² Preocupação com as tentativas de definição epistemológica, e, portanto, com uma explicação final da Etnomatemática. “Vejo a denominação Programa Etnomatemática ao mesmo tempo mais condizente com a postura de busca permanente, proposta pela transdisciplinaridade e mais imunizada contra os ataques de ambas as partes [Lakatos versus Feysabend e Popper versus Kuhn] que estão digladiando na chamada “*science wars*” (D’AMBRÓSIO, 2002, p. 17).

maneiras, nos modos, nas habilidades, nas artes, nas técnicas, nas *ticas* de lidar com o ambiente, de entender e explicar fatos e fenômenos, de ensinar e compartilhar tudo isso, que é o *matema* próprio do grupo, à comunidade, ao *etno*.” (p.35). Esse uso etimológico abusivo das palavras: **etno**, **matema**, e **tica**, conforme D’Ambrósio, é para que se alcance uma maior clareza da abrangência de sua proposição.

A Modelagem Matemática, direcionada ao âmbito educacional, diferentemente da Etnomatemática, possui diferentes concepções ao que concerne aos encaminhamentos, aos pressupostos teóricos e à visão de Educação Matemática. Recebe diferentes denominações: Estratégia de Ensino e de Aprendizagem; Metodologia Alternativa para o Ensino de Matemática; Ambiente de Aprendizagem; Sistema de Aprendizagem; Método de Ensino; dentre outros. Em essência, é perceptível nos trabalhos de Modelagem, a intenção de conferir maior significado ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

O desenvolvimento de uma atividade de Modelagem pode ter como ponto de partida pelo menos duas formas: 1) Escolha de temas e 2) Problematização. Na primeira, o tema pode ser escolhido pelos alunos, entretanto, a sugestão dos temas pode receber contribuições do professor. Na segunda, parte-se de situações-problema levantadas pelo professor ou pelos alunos.

A Modelagem Matemática, ao ser discutida por Barbosa (2001), recebe contribuições relativas a questionamentos sobre o debate teórico, o qual o autor afirma ser necessário para a ascensão e o fortalecimento da área: “[...] é preciso potencializar este fluxo de pesquisas em Modelagem, não se limitando ao relato de experiências, com vista a produzir compreensões teóricas [...]” (p.12). Referindo-se ainda à Modelagem, salienta que: “Agora, chegada a sua maioria, as demandas de implementação requerem o olhar da pesquisa para prover o desenvolvimento da área.” (ibidem, p.10).

Essa explanação de Barbosa contribui para a justificativa deste trabalho, que possui

delineamento predominantemente qualitativo e bibliográfico, pois se trata de uma pesquisa teórica sobre os aspectos filosóficos e epistemológicos da Modelagem e da Etnomatemática.

Para reafirmar a situação descrita acima, acerca das inúmeras pesquisas realizadas com relatos de experiência ou compreensões teóricas sobre eles, destacamos a IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática – IV CNMEM, realizada em 2005, em Feira de Santana, na Bahia, na qual analisamos e concluímos que: dos 57 (cinquenta e sete) trabalhos apresentados, 12 (doze) se caracterizaram como relatos de experiências, e das 26 (vinte e seis) comunicações, cerca de 20 (vinte) delas se configuram como análises das experiências realizadas a partir de algum referencial teórico específico seja ele da Educação, da Psicologia ou outro. Esse exemplo reafirma a necessidade de investimento em pesquisas teóricas na área da Modelagem e não apenas na sua relação com outras teorias já estabelecidas. É necessário focar a sua constituição.

Compreende-se, assim, que são muitos os relatos de experiências que caracterizam uma visão mais empírica, sem a discussão mais aprofundada de muitos pontos teóricos que são extremamente importantes e necessários para a consolidação de qualquer área em âmbito científico, como por exemplo, a concepção de realidade, de construção de conhecimento, dentre outros. Ou seja, aspectos inerentes à própria Modelagem conforme a concepção e não apenas ao que ela causa ou propicia.

Também, faz-se primordial elucidar as questões teóricas envolvidas na prática da Modelagem, porque esta, na concepção de vários autores - Bassanezi (2002), Bean (2002), Biembengut (1999) e Burak (1987) - tem sua origem nas Ciências Naturais ou Ciências da Natureza. Entretanto, o fato de uma das concepções de Educação Matemática estar constituída pelas Ciências Humanas e Sociais acaba por trazer implicações para o trabalho com a Modelagem em âmbito epistemológico, buscando superar a influência do pensamento cartesiano predominante nas Ciências Naturais. Essa interpretação a que chegamos é algo

próximo daquilo que Skovsmose (2007) argumenta sobre sistemas de Educação Matemática. Isso porque a Educação Matemática pode configurar-se de diferentes maneiras, em diferentes locais, conforme as políticas adotadas, as ideologias presentes, as concepções filosóficas e epistemológicas e outros aspectos que regem um determinado sistema de Educação Matemática.

De acordo com Buzzi (1997), as Ciências da Natureza são experimentais ou empíricas e, em sua essência, não diferem das Ciências Formais (Matemática e Lógica). Expressam a ‘autonomia’ da razão em relação à experiência sensível. “Elas se atêm ao cálculo de alguns de seus aspectos, os de *quantidade*, passíveis de serem numerados, medidos, pesados e transformados.” (p. 116). As Ciências Positivas, segundo Valentini (1988) se caracterizam, essencialmente, pelo predomínio do método, pela universalização da Ciência e pela crença que a lógica científica é a única e verdadeira lógica, bem como, por características reducionistas, fragmentadas, isoladas em relação ao todo, ao contexto (MORIN, 2005).

Por um lado, diferentemente da Modelagem, a Etnomatemática, desde o seu início, é baseada em estudos realizados nas Ciências Sociais e Humanas. E, por isso, já em suas premissas, pelo menos ao que concerne às definições de D’Ambrósio, busca livrar-se das influências positivistas, do eurocentrismo que orientava a maioria dos enfoques antropológicos e científicos. O fato de tomarmos a concepção de D’Ambrósio, não significa a inexistência de outras concepções de Etnomatemática ou de concepções similares com outras denominações, tais como: Matemática Antropológica; Etnografia Matemática; e Matemática Cultural (D’AMBRÓSIO, 1991). Porém, como ressalta o próprio D’Ambrósio (1991) “Embora se falasse muito em Etnobotânica, Etnoastronomia, Etnometodologia e mesmo Etnomedicina e Etnopsiquiatria, não me lembro de ter visto o termo Etnomatemática antes, e certamente não no sentido que eu propunha.” (p. 6). Com isso, o autor afirma que sua

proposta é diferente das demais, principalmente por contrariar a lógica eurocentrica³.

Por outro lado, entendemos que a Modelagem carece de maiores aprofundamentos, pois as proposições variam significativamente de autor para autor e, mais que isso, a Modelagem necessita de esclarecimentos em aspectos que dizem respeito a sua constituição na região de inquérito da Educação Matemática. Uma outra diferença a ser considerada é que a Modelagem é predominantemente utilizada em sala de aula, mesmo que em algumas concepções o trabalho de campo seja fundamental, com uma abordagem antropológica, na qual emerge a necessidade da busca de dados no ambiente, tal como concebido por Burak (1992).

Diante do exposto e a partir de questões discutidas em dois textos: o primeiro “Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem” de Rosa e Orey (2003); e o segundo “Água e Óleo: Modelagem e Etnomatemática?” de Scandiuzzi (2002), o problema ganha relevância para nós.

O primeiro texto defende a união indissociável entre essas duas tendências em Educação Matemática, enquanto que o segundo, coloca-se no caminho inverso, ou seja, que essas duas tendências são diferentes em suas abordagens e que as implicações da Etnomatemática são divergentes das implicações da Modelagem Matemática.

Há que se destacar, também, que Orey e Rosa (2005) consideram a Modelagem Matemática como a metodologia de acesso da Etnomatemática, enquanto esta última é uma ação pedagógica que permite a compreensão das potencialidades matemáticas da comunidade trabalhada.

Apesar das explanações desses autores, nenhum dos dois faz um aprofundamento nas dimensões filosóficas e epistemológicas a serem focadas nesta investigação⁴. Estaremos buscando pelos elementos constituintes do fenômeno, por suas origens históricas enraizadas

³ Provenientes da Europa, fundadas na Ciência e na Matemática, estruturadas nessa cultura dominante.

⁴ No capítulo 4 (quatro) em que buscamos mostrar como as idéias fenomenológicas se manifestaram, estaremos descrevendo algumas definições de epistemologia e esclareceremos a nossa compreensão em termos fenomenológicos.

no mundo-vida, na tradição, nas ciências e nas tantas outras perspectivas que se manifestam a partir das maneiras que o fenômeno tem de se mostrar.

Nesse sentido, em nossa compreensão, a epistemologia pode ser tematizada pela filosofia, pois esta constitui-se em pensar abrangente, abarcando fenômenos que extrapolam aqueles estudados na Ciência. Além de os pressupostos da Fenomenologia considerarem o conhecimento pré-científico tão importante quanto o científico e, devendo, o primeiro obter reconhecimento no âmbito da Educação Matemática (BICUDO, 2004). E, o motivo de estarmos evocando os dois nomes (Filosofia e Epistemologia) tem a intenção de esclarecer que as concepções de Modelagem e Etnomatemática foram produzidas em âmbito científico, seja ele das Ciências Matemáticas, Naturais ou Humanas. Por isso, a proposta aqui apresentada, visa contribuir para o debate acerca de uma lacuna existente nas pesquisas em âmbito teórico, ou seja, enfocar a Modelagem e a Etnomatemática teoricamente.

Portanto, pretendemos compreender e explicitar aspectos filosóficos e epistemológicos nas relações possíveis da Modelagem Matemática com Etnomatemática do ponto de vista da Educação Matemática nesta investigação. Dentro da compreensão adquirida, explicitar-se-ão os pressupostos teóricos que se mostrem da Modelagem Matemática e da Etnomatemática estabelecidos à luz da pergunta: **Quais aspectos filosóficos e epistemológicos se mostram presentes na Modelagem Matemática e na Etnomatemática, do ponto de vista da Educação Matemática?**

Pretendemos, ainda, numa perspectiva fenomenológica, descrever e interpretar concepções de Modelagem e a concepção de Etnomatemática conforme D'Ambrósio.

A partir dessa intuição inicial, elaboramos algumas questões acerca do fenômeno, como: Que tipo de prática é a Modelagem? Quais as possibilidades de se relacionar com a Etnomatemática? Quais as visões de ciência e de conhecimento existentes nos pressupostos da Modelagem e da Etnomatemática? Os pressupostos teóricos das diferentes concepções de

Modelagem e suas implicações se relacionam com os pressupostos da Etnomatemática ou não?

Essas questões, não nasceram apenas no momento da investigação, mas são oriundas de uma caminhada de mais de três anos investigando sobre a temática, e serão aprofundadas buscando pela compreensão e interpretação do fenômeno focado. Essa caminhada teve origem em um projeto de iniciação científica, durante o qual foram desenvolvidas inúmeras leituras, sobre Educação, Educação Matemática, Etnomatemática e Modelagem. Posteriormente, teve continuidade com a realização de um projeto de Modelagem. Os referidos projetos resultaram em publicações de resumos e trabalhos completos na área (KLÜBER, 2004); (KLÜBER e BURAK, 2005, 2006a, 2006b, 2006c e 2007).

Deste ponto em diante, explicitaremos o embasamento e os procedimentos metodológicos assumidos nesta investigação, que, de alguma forma, já estiveram presentes desde o início desta introdução. E, também, a justificativa da escolha dos autores que trabalham com a Modelagem Matemática.

A investigação desenvolvida foi de cunho predominantemente qualitativo e bibliográfico, conforme Lakatos (2003), porque envolveu as seguintes fases: 1) escolha do tema – neste caso, especificamente, foi anterior à elaboração de nosso problema de pesquisa pela experiência do pesquisador com Modelagem Matemática e por perseguir uma intuição inicial sobre o fenômeno; 2) elaboração do plano de trabalho – elaborado junto ao orientador; 3) identificação – escolha da bibliografia a ser consultada, a luz da pergunta que foi construída ao longo da investigação; 4) localização – concerne à procura do material bibliográfico identificado; 5) compilação – armazenamento do material para as leituras; 6) fichamento – armazenamento de trechos, resumos e descrições sobre os textos lidos com fidedignidade às idéias do autor; 7) análise e interpretação, neste caso em uma perspectiva fenomenológica que será explicitada na sequência; e 8) redação.

A temática central da dissertação foi buscada nos livros: Bassanezi (2002), Biembengut (1999), D'Ambrósio (1986, 1998 e 2002); dissertações de mestrado: Biembengut (1990), Burak (1987); teses de doutorado: Barbosa (2001a), Biembengut (1997) e Burak (1992); artigos: Barbosa (2001b, 2003 e 2004), Burak (1998), D'Ambrósio (2004, 2005a, 2005b e 2006); publicações em anais de evento: Burak (2004), Caldeira (2003 e 2005), esses trabalhos referentes à Etnomatemática e à Modelagem Matemática. Procedemos analogamente em relação à Educação Matemática: Agard (2001), Burigo (2006), Fiorentini (1993) Fiorentini e Sader (2000), Fiorentini (2002), Kilpatrick (1996), Machado, Fonseca e Gomes (2002), Medeiros (2005), Miguel (2003 e 2004), Miorin (1998), Revuz (1980) e Rius (1989a e 1989b). Ressaltamos que não são muitas publicações concernentes ao campo da Educação Matemática que se referem a sua natureza e metodologia, assim, listamos acima aquelas que foram encontradas em nossa revisão de literatura. Tal fato indica para a necessidade de que sejam potencializados em qualidade e número de pesquisas sobre essa temática.

Cinco foram os pesquisadores escolhidos que desenvolvem Modelagem Matemática, visto que suas concepções estão presentes em seus trabalhos, são eles: Rodney Carlos Bassanezi; Dionísio Burak; Maria Salett Biembengut; Jonei Cerqueira Barbosa; e Ademir Donizeti Caldeira.

Estes pesquisadores são os que fazem sentido para nós, pois desde o primeiro contato com leituras sobre Modelagem Matemática, as suas concepções se fazem presentes. Dentre as dissertações e teses⁵ constantes no Banco de Teses e Dissertações da CAPES, o nosso olhar foca esses autores, pois entendemos que a partir da interpretação desses trabalhos, outros mais poderão ser elaborados, dando mais atenção às investigações em âmbito teórico para a

⁵ Até o dia 21 de janeiro de 2008, foram encontradas 67 dissertações e teses que tratam sobre Modelagem Matemática. Os critérios estabelecidos buscaram contemplar os trabalhos que abordassem a Modelagem Matemática, sua relação com a Educação Matemática e o processo de Ensino e Aprendizagem, incluindo outras tendências em Educação. As referências encontram-se no anexo II.

Modelagem e Etnomatemática.

Outro aspecto que justifica a nossa escolha é concernente ao aprofundamento de um trabalho monográfico com Modelagem realizado em um curso de especialização entre 2005 e 2006 (KLÜBER, 2006). Neste trabalho, as concepções desses autores e outras mais foram estudadas, porém, com outro enfoque e sem o mesmo nível de aprofundamento que pretendemos nesta investigação.

Um terceiro aspecto que embasa nossa escolha, refere-se ao fato de os autores aqui estudados serem participantes ativos da comunidade que discute, pensa e faz Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem Matemática. E, ainda, que todos os autores têm mestrado e/ou doutorado na área de Educação Matemática, exceto o professor Rodney Carlos Bassanezi que possui formação na área da Matemática Pura e desenvolve pesquisas na Matemática Aplicada, porém não menos importante. Bassanezi foi orientador de dois dos autores aqui estudados e é considerado um dos precursores da Modelagem em âmbito educacional no Brasil.

Dentre as diversas concepções de pesquisa qualitativa, para análise de conteúdo, optamos por uma fundamentada em bases fenomenológicas. Por essa razão, explicitaremos alguns aspectos concernentes aos pressupostos da Fenomenologia. Conforme Bicudo (1999), Fenomenologia é um termo composto pelas palavras *phainomenon*, derivada do verbo grego *phainestai* que significa o que se ‘manifesta’, ‘o que aparece’, ‘se mostra’ e *logos*, que tem como significados ‘o que reúne’, ‘unifica’, ‘reunião’, dentre outras. “Fenomenologia, então, pode ser entendida como o estudo que reúne os diferentes modos de aparecer do fenômeno ou o discurso que expõe a inteligibilidade em que o sentido do fenômeno se mostra.” (BICUDO, 1999, p. 14). A sua principal característica é ser uma Filosofia da Consciência, a qual se identifica com a intencionalidade, ou seja, voltar-se para o fenômeno. “É por isso que a fenomenologia se instaura como uma filosofia da consciência, no sentido de ser um pensar

radical a esse respeito.” (BICUDO, 1999, p. 14).

A consciência é considerada um todo absoluto, não dependente e que não tem nada fora de si. Como a consciência é movimento e intencionalidade, surge uma diferença fundamental entre a atitude natural e a atitude fenomenológica. Na primeira, a coisa está posta e existe em si, o objeto é tido como natural e *a priori*. Na segunda, a coisa é intuída, percebida, assim só existe correlata à consciência, que é um *voltar-se para*. Por decorrência, a ‘verdade’ na primeira atitude é uma adequação às teorias e pressupostos e, na segunda, é uma verdade esclarecedora e interpretada do fenômeno que se mostra ao inquiridor que o percebe. A consciência é intencionalidade. Portanto, o objeto é sempre intencional e o mundo é correlato da consciência.

Pelo fato de o objeto ser sempre intencional, o fenomenal transforma-se em fenômeno, razão pela qual aparece a síntese denominada *noésis-noema*. *Noema* sendo o fenômeno (objeto intuído) percebido pelo *noésis* (sujeito intencionado, voltado para, estendendo-se a). Então, o *noésis* e o *noema* se constituem concomitantemente, em movimento, não existindo objetos nem verdades em si, mas sempre em perspectivas e com sentido no horizonte de compreensão do sujeito.

A percepção do objeto intencional acontece sempre em **perfis**, pois a coisa se mostra em seus modos de aparecer, os quais também se apresentam em perfis. O objetivo é imanente e múltiplo porque a percepção é em perfis; e transcendente e idêntico porque também permanece o mesmo no fluxo temporal.

Sobre essa mesma questão, Merleau-Ponty (1990) esclarece que o fenômeno comporta o paradoxo da imanência e da transcendência. Imanência para designar a forma como ele se mostra em determinado momento e a transcendência no sentido daquilo que ainda não foi contemplado do fenômeno que se mostra em perfis.

Essas formas de se mostrar do fenômeno dão abertura para que se conheça a sua

essência, que é o que se percebe do percebido, superando o nível pré-predicativo⁶ que ocorre na experiência imediata. Designam novas características do objeto intencional, as quais ainda não eram conhecidas no primeiro ato de perceber. Neste sentido, a verdade (essência) é experimentada pela intuição de cada sujeito, a partir de como a coisa se mostra, num processo contínuo e não linear: *noésis-noema*, subsidiado pela reflexão. Porém, não é subjetivista, justamente porque como frisou Merleau-Ponty (1990) a matéria é grávida de si mesma, pois ela tem suas características essenciais e seus ‘modos’ de se mostrar.

A reflexão sob a ótica da Fenomenologia é um ato sempre possível de se tornar um objeto intencional. É um voltar-se sobre, dar um passo atrás, perceber o percebido, o vivido, o realizado. Isso sugere um afastamento e ao mesmo tempo um experienciar a reflexão. Dessa forma, ocorre a transcendência que é “[...] uma percepção retrospectiva do vivido, de modo que haja evidência dos atos geradores do *noema*.” (BICUDO, 1999, p. 20).

Há, então, a possibilidade de acontecer uma relação intersubjetiva por conceber o sujeito e o objeto na perspectiva do **mundo-vida**. Existe o Outro⁷ que possui a sua subjetividade e ambos estão no mesmo **mundo-horizonte**, ocorrendo, assim, a possibilidade de que eles efetuem trocas em relação as suas compreensões dos fenômenos na comunidade em que estão inseridos.

A intersubjetividade acontece por meio da linguagem, na comunicação efetuada entre os seres humanos. Segundo Bicudo (1999), a intersubjetividade “[...] traz em seu cerne o tempo, o movimento, a identidade e a diferença, a comunicação que pode ocorrer mediante a empatia, a camaradagem e a linguagem.” (p.42).

A Fenomenologia, tomada como uma postura frente à Educação, oportuniza ao professor focar o **homem**, ou seja, compreender o **modo de ser do homem** e o **cuidado** no

⁶ Pré-predicativo indica a primeira percepção ainda sem o ato da redução para perceber o percebido.

⁷ Outro significa o Outro - Eu, um alterego.

que diz respeito a sua possibilidade de vir-a-ser. Esse homem é sempre um **ser-com**⁸. Por isso, a Educação não é entendida como um objeto, mas sim como um fenômeno, no sentido acima explicitado, em movimento. É entendida “[...] como sendo dada no cuidado que uma pessoa dispensa ao vir-a-ser da outra, aparecendo no ser-com-os-outros, de modo cuidadoso e atento [...]” (MARTINS; BICUDO, 2006, p.12).

Aqueles que enfocam tal fenômeno (a Educação) intencionalmente conseguem compreender os significados históricos e culturais mantidos ou construídos, pois estes significados são desvelados à medida que se mostram, que aparecem. A atitude fenomenológica é sempre intencional e sustenta os modos de agir do ser, assim, “[...] abre o horizonte da viabilidade de sua liberdade, pois dá sustentação para que ele efetue escolhas, seguindo sua trajetória, realizando sua história, e, com ela, a do mundo” (idem, p.12-13).

A Fenomenologia procura olhar o fenômeno em sua totalidade, sem preconceitos ou um quadro teórico prévio, porém sabe que olhar na totalidade não é dar conta do todo, mas do perfil que aparece na síntese *noésis-noema*. É uma postura de interrogação. O fenômeno é olhado primeiramente como ele se apresenta no mundo, pelo inquiridor que o **intenciona**. Este, ao procurar *ir-à-coisa-mesma*⁹, efetua uma redução.

A Fenomenologia, por se constituir de intencionalidade, oferece uma visão específica do conhecimento e da realidade. O sujeito e o objeto não são separados, mas sim unidos ontologicamente, pois o ser é sempre ser-no-mundo. A dicotomia entre sujeito e objeto é superada na existência, que é anterior à abstração ou a qualquer tipo de reflexão¹⁰. O sujeito tem a experiência imediata do mundo que se dá como presença.

Essa visão tem a ver com o que Heidegger denomina **mundaneidade do mundo** e que Husserl designa *Lebenswelt*, traduzido como mundo-vida, ou seja, o mundo é vida,

⁸ Abarca a forma pela qual o homem constitui-se com o outro e com mundo, nunca de forma separada.

⁹ Ir à essência do fenômeno, em seus invariantes, aspectos característicos, compreendidos pelo inquiridor, o qual se volta para o fenômeno.

¹⁰ Reflexão está em sentido cartesiano: penso logo existo, na fenomenologia ocorre ao contrário, existo logo posso pensar.

temporalizado no movimento histórico dos eventos mundanos (MARTINS; BICUDO, 2006). E, também, com o que Merleau-Ponty (1990) afirma, em se tratando da percepção “O mundo percebido seria o fundo sempre pressuposto por toda racionalidade, todo valor e toda existência.” (p. 42).

Surge, então, outro ponto fundamental na postura fenomenológica, qual seja, considerar o **ser do ser** homem como um **pro-jeto**. Este é sempre um lançar-se à frente, que nos atos intencionais do ser do homem possibilita a compreensão existencial. A compreensão de estar no mundo com os outros, vislumbrando o movimento em busca de algo, em busca da transcendência temporal e histórica.

Esses pressupostos da Fenomenologia têm implicações diretas e radicais para um método de investigação qualitativa em Educação. A postura do homem em estar-no-mundo-com-os-outros rompe com a pretensa neutralidade científica, de herança positivista. Aponta caminhos que devem ser construídos pelo pesquisador durante o processo investigativo.

Dito de outro modo, a Fenomenologia como método de pesquisa, é uma forma de pensar radical¹¹. Ela parte de caminhos conhecidos no que se refere às práticas sociais e ações realizadas. Procura estabelecer novas perspectivas para a compreensão do fenômeno, rejeitando pressupostos já aceitos e referenciais teóricos pré-determinados.

Uma investigação fenomenológica constitui-se de três momentos fundamentais: 1) partir do dado – da experiência vivida; 2) a presença do que é buscado para o ser que experiencia o olhar fenomenológico; e 3) a não interpretação prévia dos fenômenos. (MARTINS; BICUDO, 2006).

O primeiro momento significa compreender diretamente o dado, no campo das experiências vividas, olhando o fenômeno em suas possibilidades de aparecer, não fazendo considerações apressadas. Portanto, significa destituir-se de pré-definições ou pré-conceitos

¹¹ No sentido de ir à raiz.

acerca do dado. Essa forma de olhar é denominada **círculo existencial hermenêutico** ou **dialética da interpretação**.

A dialética da interpretação ou círculo existencial hermenêutico oportuniza um distanciamento entre o dado e a interrogação. A direção do inquérito é evidenciada quando o dado é olhado sob a ótica da interpretação, direcionando a compreensão que se busca da **coisa-mesma**, sob uma interrogação, uma intuição. Tal movimento é possível porque o olhar fenomenológico, voltado para a **coisa-mesma**, permite suspender qualquer julgamento, **dá um passo atrás**, sendo este olhar denominado *epoché*, ou **redução transcendental em um primeiro nível**.

Assim, “Proceder à *epoché*, ou seja, fazer a redução ou colocar em evidencia a região a ser investigada, é o primeiro movimento do processo de investigação” (MARTINS; BICUDO, 2006, p. 21). Nesse instante, ocorre um primeiro distanciamento da primeira percepção, pois já se percebe o percebido, gerando uma reflexão, o que só acontece porque o objeto intuído continua sendo presença, para aquele que o enfocou.

A presença do que é buscado para o ser que experiencia o olhar fenomenológico é o fenômeno do **doar-se**. O aparecimento ou a doação daquilo que é buscado, é considerado como verdadeiro. Verdadeiro porque aquele que experiencia não duvida da presença que se mostra. Assim, é na percepção que o fenômeno se mostra para o pesquisador, no sentido explicitado por Merleau-Ponty (1990), de a matéria estar grávida de sua forma.

Mais especificamente, na investigação qualitativa fenomenológica a **obtenção de dados de pesquisa** se dá buscando, isto é, **ir-à-coisa-mesma**, levando em consideração o que faz sentido para o sujeito que percebe, o qual se volta para o fenômeno, sendo assim, tem por meta a compreensão do fenômeno investigado (BICUDO, 2000). Compreender não é comprovar e nem confirmar hipóteses, mas é uma maneira crítica de se pôr frente ao tema a ser interpretado, evidenciado.

Sob a luz da interrogação, o sujeito relata e descreve o percebido no fenômeno, portanto, a **descrição** tem um papel fundamental na investigação. “A *descrição*, como trabalhada pelo fenomenólogo é um protocolo que se limita a descrever o visto, o sentido, a experiência vivida pelo sujeito. Ela não admite julgamentos e avaliações. Apenas descreve. Para tanto, expõe-se por meio da linguagem.” (BICUDO, 2000, p. 77, grifos do autor).

Porém, a investigação fenomenológica visa transcender a descrição, pois busca pelos invariantes presentes no fenômeno focado. Trata a descrição a partir de uma hermenêutica, que permite compreender a essência e a transcendência do objeto intencional. Bicudo (1993), quando trata da significância da hermenêutica e diz que “[...] ela permite, ao mesmo tempo, que o intérprete compreenda o mundo (realidade onde vive, da qual partilha e a qual fabrica) e se compreenda (enquanto pessoa individual e como ser humano).” (p. 65).

A autora afirma que, a interpretação de que trata a hermenêutica envolve a compreensão do significado da obra humana, em suas mais diversas manifestações, sejam elas: arquitetura, escultura, poesia, textos científicos, textos literários, entre outros. Esses significados estão enraizados na existência e se encontram historicamente na experiência pessoal, na tradição e nas forças sociais presentes no dizer público. Portanto, “Compreensão e interpretação não se restringem ao conceito representando uma realidade, mas abarcam aspectos mais profundos dos modos de o homem experienciar o mundo e de expressar, por símbolos, mitos e metáforas, tal vivência.” (BICUDO, 1993, p. 64).

Por isso, a interpretação é um fenômeno epistemológico e ontológico, pois permite percorrer caminhos da construção do conhecimento e estes conduzem à compreensão da realidade, interrogando-a e questionando o próprio significado de verdade.

De acordo com o exposto, concordamos com Bicudo (2000), que a interrogação bem formulada é o ponto mais importante, pois “[...] indica a trajetória a ser percorrida pela investigação, definindo procedimentos e sujeitos e apontando a direção da análise e respectiva

interpretação.” (p. 81).

A luz dessa interrogação descreve-se o fenômeno e, por este motivo, buscam-se os invariantes presentes nas descrições, alguns procedimentos básicos são tomados; como procurar **unidades de significado** e **construir asserções articuladas no discurso**. As unidades aparecem como os invariantes que fazem sentido para o pesquisador a partir da pergunta formulada e são levantadas por meio da análise **ideográfica** ou **idiográfica**¹².

As **asserções** são as re-codificações escritas pelo pesquisador com linguagem proposicional, ou seja, a partir das unidades de significado o pesquisador constrói e expressa sua compreensão acerca do evidenciado. São as chamadas **categorias abertas** que apresentam as convergências e características essenciais do fenômeno. Uma forma de se chegar nesses invariantes é pela elaboração de uma matriz denominada: **matriz nomotética**¹³.

Pelo exposto até aqui, faz-se necessário tecer algumas reconsiderações sobre o método, pois, por não trabalharmos com discursos coletados em linguagem pré-predicativa¹⁴, mas com textos dos autores pesquisados que escreveram em linguagem proposicional, a **análise nomotética**, que unifica as estruturas mais gerais, adquiriu aspectos um tanto quanto diferentes daqueles propostos por Bicudo (2000). Nas explicitações apresentadas pela autora, as **unidades de significado** são retiradas de cada discurso emitido pelos sujeitos na linguagem oral sem reflexões aprofundadas sobre o discurso. Na sequência, o pesquisador elabora suas **asserções** em linguagem proposicional. Ou seja, as **unidades** de cada discurso são descritas de forma articulada, para posteriormente elaborar **categorias abertas** de acordo com a ‘repetição’ das asserções nos discursos. Assim, cria-se a **matriz nomotética** para verificar o maior número de ocorrências, com o intuito de apresentar interpretações sobre o fenômeno. Em nosso caso, a diferença fundamental está na leitura de textos escritos em

¹² Ideográfica: representação de idéias. Idiográfica: vem de idiosincrasia.

¹³ A matriz aparece no capítulo 4.

¹⁴ Pré-predicativa, no sentido de pré-teórico, antes de um pensamento mais elaborado e objetivado como um texto científico.

linguagem proposicional, que foram fruto de reflexão.

À luz da interrogação: Quais aspectos filosóficos e epistemológicos se mostram presentes na Modelagem Matemática e na Etnomatemática, do ponto de vista da Educação Matemática? E após a descrição das concepções de Modelagem Matemática e da concepção da Etnomatemática, buscamos as unidades de significado que dizem respeito aos seus modos de ser. Procuramos, então, confrontar as unidades de significado encontradas, e transformá-las em categorias abertas, para, posteriormente, articularmos as nossas interpretações com questões teóricas discutidas por diferentes autores, que tratam sobre aspectos Filosóficos e Epistemológicos.

Tendo em vista termos explicitado o fenômeno focado, a justificativa da investigação e o embasamento teórico referente à metodologia, apresentamos, a seguir, a estrutura do trabalho:

No **primeiro capítulo**, fomos em busca de autores que tratavam do tema Educação Matemática e sobre a sua constituição. A compreensão do tema e a nossa forma de intuir o fenômeno foram contempladas por pesquisas realizadas na área e que tratavam de fundamentos epistemológicos, influências de movimentos como a Matemática Moderna, até a proposta de ensino de Matemática nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs.

As leituras evidenciaram diversas formas de conceber a Educação Matemática, representando uma heterogeneidade¹⁵ que se mostrou a partir do momento em que nos ‘debruçamos’ sobre as leituras. Descrevemos a compreensão dos autores sobre o ensino de Matemática, a aprendizagem em Matemática e outros aspectos que surgiram à luz da pergunta inicial.

No **segundo capítulo**, descrevemos as características da Etnomatemática, conforme sugeridas e explicitadas por D’Ambrósio. Novamente recorremos a materiais diversos, tais

¹⁵ Da qualidade do que é heterogêneo que não possui uma uniformidade em sua maneira de ser. Portanto, não é unitário.

como artigos e livros. Decorrente das leituras e, sempre à luz da pergunta, elaboramos um texto que descreve as diversas dimensões abarcadas pela Etnomatemática, de como o fenômeno se mostra. Nos diversos textos emergiram, para nós, pontos de esclarecimento para as dimensões da Etnomatemática, lembrando que recorremos ao que o autor utilizou para defini-las.

No **terceiro capítulo**, apresentamos concepções de Modelagem Matemática – MM, na perspectiva de cinco autores. Descrevemos concepção e compreensão dos autores sobre a MM.

No **quarto e último capítulo**, apresentamos as categorias abertas¹⁶ que foram construídas a partir das unidades de significado que se mostraram, tanto aquelas que se referem à Modelagem quanto aquelas que se referem à Etnomatemática, sempre olhando essas unidades do ponto de vista da Educação Matemática.

Para facilitar a compreensão, apresentamos, em dois quadros, as unidades de significado que se referem às descrições das concepções de cada autor e, após a elaboração das categorias abertas oriundas das convergências entre essas unidades de significado, buscamos discuti-las em duas categorias maiores, que também surgiram no processo de investigação: 1) Aspectos Filosóficos e Epistemológicos que aproximam a Modelagem Matemática da Etnomatemática no contexto da Educação Matemática; e 2) Aspectos filosóficos e epistemológicos que não favorecem a aproximação da Modelagem Matemática com a Etnomatemática.

Essas categorias maiores, também, emergiram depois da constituição das categorias abertas, justamente pela postura fenomenológica de não interpretar os fenômenos previamente e construir as interpretações após o afastamento intencional das descrições. Ainda apresentamos considerações gerais sobre a Modelagem Matemática e perspectivas para a

¹⁶ Categorias abertas são elaboradas a partir do cruzamento das unidades de significado. Estas surgem das inúmeras leituras efetuadas das descrições. As categorias são abertas porque fazem parte do nosso campo de compreensão e sempre é possível compreender mais e melhor o fenômeno que se mostra em perfis.

continuidade do trabalho.

CAPÍTULO 1

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EM): ALGUMAS PERSPECTIVAS DE SUA CONSTITUIÇÃO

Neste capítulo serão apresentadas algumas perspectivas em relação ao Movimento Educação Matemática ao que concerne às investigações, às temáticas e à sua caracterização; enquanto campo acadêmico, científico e profissional. Será, também, explicitada a heterogeneidade do movimento. Heterogeneidade que emerge a partir das inúmeras descrições aqui elaboradas, como, por exemplo, a dissonância entre pesquisadores em aceitar a Educação Matemática como uma disciplina¹⁷, ou ainda, no sentido de tomá-la como um campo estabelecido cientificamente. Essa heterogeneidade do fenômeno foi se mostrando no decorrer das leituras e já no início deste capítulo está sendo anunciada.

As seções e subseções contemplam: 1.1) Pesquisa em Educação (Matemática) no Brasil: uma visão de sua diversidade; 1.2) A Educação Matemática como resposta ao objetivismo do Ensino da Matemática; 1.3) Posições teóricas quanto à constituição da Educação Matemática; 1.3.1) O processo de disciplinarização e a constituição da Educação Matemática enquanto campo profissional e científico; 1.4) A Matemática Moderna como uma possível forma de se fazer ‘Educação Matemática’ e suas Influências no Brasil; e 1.5) Os PCNs e a sua proposta para a Educação Matemática.

¹⁷ A palavra disciplina, que confere significado à palavra disciplinarização, não é considerada apenas como um conteúdo escolar ou acadêmico, mas sim como um campo autônomo de investigação e de formação profissional legitimamente instituído, topologicamente definido em âmbito acadêmico. E, também, utilizada com o objetivo de referenciar o complexo processo histórico-social de transformação de uma prática social em uma disciplina.

1.1 PESQUISA EM EDUCAÇÃO (MATEMÁTICA) NO BRASIL: UMA VISÃO DE SUA DIVERSIDADE

Fiorentini (1993) apresentou um levantamento das pesquisas realizadas em Educação Matemática no âmbito do banco de teses da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP-SP, num total de 204 (duzentos e quatro) trabalhos entre os anos de 1970 e 1990. Neles foram identificados alguns focos temáticos, sendo categorizados em 10 (dez) grandes eixos: 1) Currículo; 2) Materiais didáticos e meios de ensino; 3) Erros, problemas e dificuldades do ensino e da aprendizagem; 4) Cotidiano escolar; 5) Etnomatemática e Educação de Adultos; 6) Relação da Matemática com outras disciplinas; 7) Formação do professor de Matemática; 8) Prática docente; 9) Psico-cognição e aprendizagem; e 10) Fundamentos histórico-filosóficos e epistemológicos.

A Modelagem Matemática estava inserida no eixo das pesquisas referentes ao Currículo e no sub-eixo denominado: Métodos e técnicas de Ensino. No momento da revisão elaborada por Fiorentini (1993) apenas 8 (oito) trabalhos diziam respeito à Modelagem ou Modelos para o Ensino de Matemática. Com relação à Etnomatemática apenas 4 (quatro) trabalhos propriamente ditos faziam referência aos saberes elaborados pelos grupos culturais.

Mais recentemente, Fiorentini (2002) fez um levantamento semelhante com trabalhos enviados para a Associação Nacional de Pesquisa em Educação – ANPEd. Elaborou um mapeamento e balanço dos artigos da Associação entre os anos 1998 e 2001. Nesta revisão de literatura, apresenta o resultado de 48 (quarenta e oito) trabalhos organizados tematicamente do GT-19, que é o Grupo de Trabalho da Educação Matemática na ANPEd, evidenciando a grande variedade de temáticas e possibilidades de encaminhamentos no âmbito da Educação Matemática.

Conforme o seu estudo, 8 (oito) focos temáticos gerais e 29 (vinte nove) sub-focos foram obtidos. Assim, de acordo com a sua descrição, alguns trabalhos poderiam ter relação

com mais de um foco temático, entretanto, o autor optou por manter categorias temáticas disjuntas: 1) Estudos sobre o Professor de Matemática; 2) Estudos cognitivos e metacognitivos; 3) Estudos sobre o ensino de Matemática na Universidade; 4) Estudos sobre as tendências em Educação Matemática; 5) Estudos que utilizam a metodologia da Engenharia Didática; 6) Estudos sobre Educação Matemática e políticas educacionais públicas; 7) Estudos sobre a produção de significados em atividades Matemáticas; 8) Estudos sobre a Matemática em contexto não-escolar.

Dos trabalhos pesquisados, apenas um tratava da Modelagem Matemática que se inseria no foco temático número 4 (quatro). E nenhum trabalho tratando diretamente da Etnomatemática. Assim, conclui-se que, na época, poucos trabalhos na ANPEd tratavam do nosso tema de investigação, o que ocorre de forma semelhante aos primeiros trabalhos estudados na década de 80.

Outro aspecto que deve ser considerado, quanto às pesquisas em Educação Matemática no Brasil, é a diversidade das tendências teóricas que podem ser identificadas.

Sobre isso, no que tange aos delineamentos das investigações em EM, Fiorentini e Sader (2000) pontuam acerca das tendências em pesquisas para a prática pedagógica no ensino da Matemática. Esclarecem que, por um lado, na década de 80 as pesquisas tinham um cunho predominantemente político pedagógico, extremamente amplo e em linhas muito gerais. Assim, as investigações realizadas procuravam, na maioria das vezes, enfocar a negatividade das práticas educativas, por exemplo, tomavam como ‘dogma’ as teorias cognitivas. E, a partir desse referencial, verificava-se sempre o que faltava ao professor e às suas atividades, ficando destacadas as atitudes destoantes da teoria que embasava a investigação. Portanto, dava-se maior crédito às teorias que sustentavam a pesquisa, não

possibilitando um diálogo efetivo entre o **macro** e **micro**¹⁸ (teoria e prática).

Por outro lado, existiam pesquisas que conferiam importância para as práticas educativas desenvolvidas em sala de aula, porém, detinham-se em descrições mais factuais e pontuais. Estas, muito próximas do senso comum, por assim dizer, também não travavam um diálogo teórico-metodológico coerente no sentido de ir além das simples descrições factuais e conseguir estabelecer uma estreita relação, com um referencial teórico que pudesse iluminar os desdobramentos que se mostravam nas investigações. Conclui-se que as interpretações e as análises de tais trabalhos eram superficiais, restringindo-se, apenas, aos relatos de experiências sem problematizar sobre o sentido e o significado do que faziam.

A partir de 1990 começa a se modificar o quadro das investigações, quando maiores esforços foram realizados no sentido de uma investigação teórico-metodológica mais consistente, que buscasse estabelecer diálogo entre o referencial teórico e a prática educativa. Esses estudos se tornaram mais minuciosos com o intuito de relacionar aspectos pontuais e teorias mais abrangentes. E, por conseguinte, evidenciando a necessidade de um tratamento mais qualitativo para a complexa pesquisa em Educação Matemática, que não pode levar em consideração apenas aspectos referentes à Matemática, mas deve ter em conta os alunos, os professores, as teorias de ensino, de aprendizagem, o contexto social e econômico, dentre outros aspectos.

Essas características, referentes à dimensão teórico-metodológica, descritas por Fiorentini e Sader (2000), não são de exclusividade da Educação Matemática, mas também estão presentes, semelhantemente, nas pesquisas em Educação. André (2001), abordando sobre a busca de rigor e qualidade nas pesquisas em Educação, destaca que essa tarefa é coletiva e de longo prazo e que compete a todos aqueles que de alguma maneira “[...] se preocupam com o desenvolvimento e com os resultados das pesquisas na área de Educação”

¹⁸ O **macro** é aqui entendido como a teoria que oferece linhas gerais para o desenvolvimento de uma investigação, porém, não pode ser tomado em si, antes deve levar em consideração o **micro**, ou seja, a prática diária de quem é sujeito de investigação.

(p.52).

André (2001) chama a atenção para algumas tendências na investigação educacional, como por exemplo, o **pragmatismo imediatista**, que se atenta apenas para solucionar situações cotidianas, por isso, essa tendência não combina com a pesquisa que, por sua natureza, exige mais tempo. Para a autora, isso tem a ver com uma extrema valorização da prática e desvalorização da teoria. Muito próximo ao descrito por Fiorentini e Sader (2000).

Por fim, cabe apresentar os três critérios que André (2001) expõe para a validação de um trabalho na área de Educação: 1) Relevância científica e social – os trabalhos devem estar inseridos em um quadro teórico que contribua para construção do conhecimento já disponível e estar engajados na prática social; 2) Objeto, objetivos ou questões claramente formulados – a metodologia deve ser coerente aos objetivos ou questões e os instrumentos descritos e justificados suficientemente; e 3) Análise densa, fundamentada – deve ser provada a partir de evidências, no avanço do conhecimento, ou seja, que acrescente algo de novo ao conhecimento já produzido.

1.2 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA COMO RESPOSTA AO OBJETIVISMO DO ENSINO DA MATEMÁTICA

O movimento chamado Educação Matemática surgiu em contraposição à visão acerca do ensino de Matemática entre as décadas de 1950 e 1980, que se estendia desde a escola pública primária até a universidade, trazendo os conteúdos matemáticos como prontos e acabados, existentes em si até mesmo em sentido platônico¹⁹. Tal postura de professores de Matemática, responsáveis pelo ensino, fazia com que o aluno se sentisse incapaz de compreender e assimilar a pretensa beleza e plasticidade de um conhecimento tão elaborado.

Em meados da década de 1980, Medeiros (2005) reclamava por uma Educação

¹⁹ Refere-se a idealidades perfeitas fora deste mundo, constituídas em um outro mundo, ou seja, o mundo das idéias.

Matemática que oferecesse espaço para a intersubjetividade, contrapondo-se a um Ensino de Matemática que privilegiava a disciplina denominada Matemática. Uma vez que era ensinada sem nenhuma conceituação ou referência histórica, ocorria uma estagnação no processo de sua compreensão, dando a entender que ela se tornava um corpo de conhecimentos muito elaborado, ‘acima do sujeito’, porque enfocava mais o conteúdo (objeto).

O aluno, na perspectiva de um objetivismo, não era incentivado a conhecer o processo de construção das idéias matemáticas ou conhecer o significado dessas idéias, mas sim, a reproduzir e seguir o procedimento algorítmico, como o ensinado em livros didáticos. Outras questões como, ‘seguir o modelo do primeiro exemplo’, faziam com que a multiplicação ficasse confundida com a expressão ‘arme e efetue’, entre outras questões. Sobre isso, Medeiros (2005) afirma que “Sobravam apenas os algoritmos, que com o passar do tempo iam se confundindo com a própria atividade de fazer Matemática.” (p.17).

Para Medeiros, não era a retirada dos procedimentos, mas sim que estes tivessem o papel de auxílio na elaboração do conhecimento matemático, que ajudassem na ruptura da hegemonia da reprodução, se deslocando para a construção do conhecimento, da dúvida e da criatividade.

Assim, para a autora, a intersubjetividade, que é a postura de **estar-no-mundo-com-os-outros**, considerando o que o outro é e o que eu sou na relação mundana do existir, tomaria o lugar da objetividade mutiladora, que era dominante no Ensino da Matemática. O caminho seria o diálogo, haja vista que é na comunicação que poderia ocorrer um encontro entre o que o professor conhece e o que educando conhece. Isso porque no momento vivido, segundo a autora, não havia valorização ao dito pelo aluno, evidenciando ao esclarecer que: “[...] o ouvir o aluno não tem sido, em geral, valorizado; no entanto, é preciso saber ouvir e não apenas falar, pois o ouvir faz parte da comunicação humana.” (MEDEIROS, 2005, p.30).

Nessa perspectiva, para Medeiros (2005), construir o conhecimento matemático com

o aluno é [...] transformar o ato educativo em ato de pesquisa.” (p. 34). A afirmação da autora representa o momento de transição que passava a EM, na década de 1980, que tendia a romper com os moldes educacionais usuais. Estes eram centrados na repetição e na memorização e, o professor, considerado como único sujeito da educação e o aluno apenas objeto. Essa nova visão, oriunda da EM, permitiu o surgimento de inúmeras propostas diferenciadas para essa área do conhecimento, dentre elas a Modelagem Matemática e a Etnomatemática, as quais poderiam favorecer o rompimento com os aspectos acima mencionados.

As características de uma Educação Matemática pela intersubjetividade se contrapõem ao chamado Ensino Tradicional da Matemática, que além de sacrificar o indivíduo enquanto sujeito cognoscente (educando), possuidor de uma forma própria de olhar as coisas, fazia e faz com que esse indivíduo seja confundido com o grupo, sem inserir-se socialmente e, por isso, torna-se incipiente e sem voz.

Pode-se concluir que essa proposta de apelo à intersubjetividade permeou as iniciativas dos educadores matemáticos da época, fazendo com que eles se voltassem para aspectos que iam além da própria Matemática, recorrendo a outras áreas do conhecimento, dentre elas a psicologia cognitiva, a sociologia e a antropologia. Hoje, ainda há o que se avançar muito nessa direção, pois muitos dos problemas enfrentados na década de 1980 continuam a permear o ensino de Matemática.

1.3 POSIÇÕES TEÓRICAS QUANTO À CONSTITUIÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Já no início desta seção, cabe esclarecer que alguns consideram a EM vinculada ao seu ensino, ou seja, desde que se ensina Matemática faz-se EM (MIORIM, 1998). Não é o caso deste trabalho, que tem como foco principal o Movimento mais recente da EM

considerado a partir da década de 1960/1970, uma vez que não é possível demarcar uma data específica para o seu começo. Sendo assim, alguns apontamentos feitos fora desse período, tem a intenção de apenas contextualizar a descrição acerca do Movimento, e, portanto, serão expostos de forma sucinta.

No século XIX a Matemática, juntamente com a Psicologia que se tornava a disciplina ‘mestra’, por interesses relacionados ao comportamento humano, constituíram-se nos ‘embriões’ da Educação Matemática. Ela contou e conta com a contribuição de outras áreas do conhecimento, tais como a Sociologia, a Antropologia, a Epistemologia, a Semiótica, a Ciência Cognitiva e até a Economia, dentre outras (CARVALHO, 1991) e (KILPATRICK, 1996). Essa transformação pela qual passou o ensino da Matemática, influenciado por diversas áreas do conhecimento, culminou, no século passado, em inúmeras discussões acerca de sua constituição, principalmente, quando do surgimento do Movimento EM.

Assim, muitas discussões acerca de sua natureza ocorriam na década de 1980. Pode-se afirmar que a EM ainda tentava se livrar de questões como um ensino centrado na repetição e na memorização, características ‘herdadas’ da psicologia comportamentalista. As discussões se voltavam, também, para suas origens, que eram consideradas ideológicas²⁰, pois no desejo de torná-la científica, diversos educadores matemáticos adotaram procedimentos provenientes das Ciências Naturais. Procedimentos centrados na experimentação repetida e possível de ser mensurada, que se voltam aos atos de discriminar, identificar e classificar as coisas com padrões pré-estabelecidos, almejando domínio sobre elas (MARTINS; BICUDO, 2006). A EM tinha, nesse sentido, em seu interior, os ideais positivistas descritos no parágrafo anterior, que a influenciaram e impulsionaram o seu início (MACHADO; FONSECA; e GOMES, 2002).

²⁰ Ideologia positivista ao que concerne à superioridade e ao domínio do conhecimento científico em relação aos outros tipos de conhecimento. A ideologia de conhecer os objetos apenas de forma objetiva sem a interferência do sujeito que pesquisa, portanto, desprovida de axiologia. Ou seja, todo conhecimento seria considerado científico se pudesse, sem exceções, ser matematizado.

As discussões, desse período, tendiam a compreender a EM como uma disciplina²¹. Sobre o mesmo assunto, Kilpatrick (1996) diz que, a Educação Matemática enquanto movimento atual tem suas bases fortemente instaladas nas Ciências Sociais, visto que deixou de imitar as Ciências Naturais, principalmente a partir dos anos 1970. Até esse período, as pesquisas em Educação Matemática se detinham em análises de comportamentos dos indivíduos pelo fato de assumirem uma abordagem positivista igual àquela assumida em processos físicos e químicos. Assim, os procedimentos utilizados nessas ciências eram transpostos para as pesquisas em Ensino de Matemática.

Investigações teóricas sobre a EM começam a ser desenvolvidas a partir do final da década de setenta. As discussões evidenciadas no período, de acordo com Rius (1989), eram variadas, tais como a posição de Wain e Higginson. O primeiro afirmava que havia concordância entre os educadores matemáticos em dizer que a Educação Matemática era uma atividade operacional, pois se fundamentava em várias áreas de estudo e tinha por objetivo a análise da comunicação em matemática. O segundo considerava que a Educação Matemática poderia ser compreendida a partir de um tetraedro denominado “MAPS”: M = Matemática; A = Filosofia; P = Psicologia e; S = Sociologia, cada uma dessas disciplinas representando uma face do tetraedro. Para ele existiam confluências entre essas áreas, ou seja, interações aos pares, trios, ou todas elas. Tais confluências poderiam se encontrar nas faces ou nas arestas, como por exemplo, o encontro entre a Matemática e a Psicologia, ou a Matemática e a Sociologia e assim por diante.

²¹ Conforme explicitado nas páginas 30 e 31, onde abordaremos acerca do processo de disciplinarização da EM.

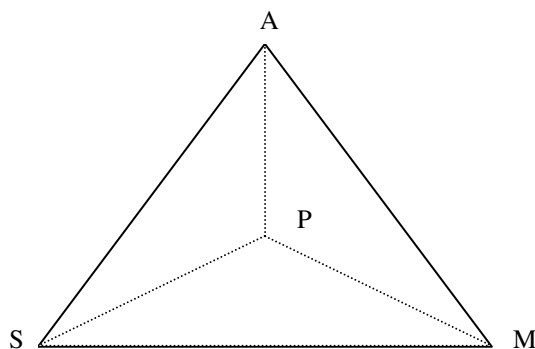


Figura 1: Tetraedro de Higginson

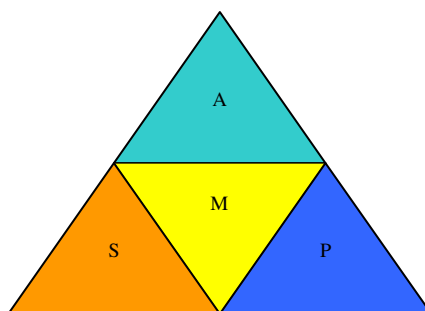


Figura 2: Tetraedro Planificado de Higginson

Rius (1989), também, apresentava a Educação Matemática fundamentada em bases sociais, na qual a principal função do professor seria a de mediador. Entenda-se aqui, por mediador aquele que apenas permite o acesso dos alunos à Matemática já construída, ou seja, um simples instrumento de repasse de conteúdo. No esquema exposto no artigo, essa proposta de mediação aconteceria da seguinte maneira: $M \rightarrow P \rightarrow A$, no qual M, P e A representam respectivamente a Matemática, o Professor e o Aluno.

O mesmo artigo trata de duas correntes de pensamento que influenciariam as discussões sobre a natureza da Educação Matemática: O Racionalismo Crítico de Popper e a Teoria Crítica de Adorno (1976) e Habermas (s/d). Nele, a autora afirma que no intento de analisar a metodologia da Educação Matemática, essas duas correntes são as mais

significativas, porque reside nelas o problema do método. Na ciência positivista, a objetividade é voltada para o método em si e na teoria crítica é voltada para o objeto de estudo. Assim, Rius (1989) explicita que para Adorno “[...] *el problema de la objetividad está relacionada con el objeto, mientras que para Popper, está en el método.*” (p.32). Desta forma, pode-se entender que se o método determina o que deve ser conhecido, não podem existir muitas diferenças em relação às hipóteses pré-estabelecidas. Contrariamente, se o objeto determinar o método, muitas diversidades e particularidades podem surgir durante um processo investigativo.

Nesse sentido, estão contrapostos dois modelos de atividade científica; um denominado ‘*Modelo de la Agricultura*’ e outro ‘*Modelo de la Antropología*’. O primeiro encaminhando-se por repetidas experimentações para a melhoria dos ‘produtos’, através de tratamentos manipulativos e, o segundo, através de vivências no lugar e no contexto para poder dar conta da interpretação das variantes, dos fenômenos aí presentes. Decorrente das posições contrárias em relação à concepção de método, ainda surgiria uma outra diferença, a que trata das abordagens quantitativas e qualitativas.

Essas abordagens trazem importantes significações para o campo de estudo, pois são delas que se originam os novos métodos e formas de tratamento das pesquisas e até mesmo do ensino. Ao invés de serem levados em conta apenas números, resultados e outras situações de cunho mais objetivo, abre-se espaço para aspectos subjetivos e intersubjetivos, levando em consideração os valores, a presença do pesquisador, as inúmeras possibilidades de interpretação que o contexto oferece, dentre outras.

1.3.1 O PROCESSO DE DISCIPLINARIZAÇÃO E A CONSTITUIÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ENQUANTO CAMPO PROFISSIONAL E CIENTÍFICO.

As diferenças apontadas anteriormente permanecem, principalmente, no que diz respeito à possibilidade de delimitação da Educação Matemática como uma disciplina. Miguel et al (2004) dizem que, embora ela seja uma prática social interdisciplinar, torna-se difícil o diálogo com outras áreas, quando é necessário trazê-las para dialogar em uma área específica, no caso, o espaço próprio da Educação Matemática, isso tanto do ponto de vista de interface com os matemáticos como com os educadores. Segundo esse mesmo autor, isso é apenas algo hipotético, uma vez que a Educação Matemática ainda não se constituiu como um campo autônomo; não tem fronteiras topológicas bem definidas que permitam evidenciar com clareza os limites de sua abrangência em relação a conteúdos, a metodologias, a delineamentos de pesquisa e outros; nem juridicamente estabelecida como um campo profissional, no qual exista a formação em massa de Educadores Matemáticos e que tenham registro como Educadores Matemáticos e não apenas como professores de Matemática. E, muito menos reconhecida como um campo disciplinar, no sentido que será explicitado na sequência.

Mesmo com a criação das sociedades científicas, revistas especializadas, grupos de pesquisa, congressos específicos, não há um consenso entre a comunidade no sentido de transformar a Educação Matemática em uma disciplina. Essa transformação seria um ‘projeto de disciplinarização da Educação Matemática’. Tal disciplinarização poderia configurar-se como uma forma de constituição de um novo campo profissional, que por sua vez manteria uma postura de independência e autonomia em relação aos profissionais matemáticos e aos profissionais da Educação.

Miguel explica que esse projeto poderia ser chamado de Projeto de disciplinarização da Prática Social em Educação Matemática, porque, na verdade, só podem ser feitas tais

considerações se a Matemática, a Educação e a Educação Matemática forem consideradas como práticas sociais: “[...] isto é, como atividades sociais realizadas por um conjunto de indivíduos que produzem conhecimentos, e não apenas ao conjunto de conhecimentos produzidos por esses indivíduos em suas atividades.” (MIGUEL et ali, 2004, p. 82).

A palavra disciplina, que confere significado à palavra disciplinarização, não é considerada apenas como um conteúdo escolar ou acadêmico, mas sim como um campo autônomo de investigação e de formação profissional legitimamente instituído, topologicamente definido em âmbito acadêmico. E, também, utilizada com o objetivo de referenciar o complexo processo histórico-social de transformação de uma prática social em uma disciplina.

A disciplinarização da Educação Matemática, de acordo com Miguel et al (2004), não se dará nem pela existência de uma comunidade de investigadores bem definida, nem por um corpo de conhecimentos produzidos por essa comunidade e muito menos por critérios internos das comunidades, com um poder intrínseco conferido por uma epistemologia bem delineada. Para ele, isso somente seria possível,

[...] com base no potencial de sintonização dos propósitos e dos conhecimentos produzidos no interior dessa prática com a viabilização dos propósitos subjacentes ao projeto político, social, econômico e cultural de grupos sociais com capacidade concreta de influir sobre a gestão político-administrativa da vida de uma nação. (Miguel et al, 2004, p. 83).

Então, o fator principal para o projeto de disciplinarização da Educação Matemática estaria fundado nas condições históricas de disciplinarização, exatamente como aconteceu com as demais disciplinas. Como, por exemplo, a Educação, que no Brasil só se deu nos anos 60 por interesses políticos e, da própria Matemática, que ocorreu efetivamente a partir do século XVI por interesses de guerra, estendendo-se até o século XIX e tendo como ponto culminante as guerras mundiais na preparação de soldados qualificados.

Portanto, mais que condições, critérios epistemológicos ou etapas e fatores rígidos

pré-estabelecidos para processos de profissionalização e disciplinarização, seria necessária a investigação das maneiras pelas quais tais processos se constituem historicamente. Neste sentido, desvendando de que forma contribuem para as desigualdades sociais e, em que mecanismos os profissionais se apóiam para conseguirem vantagens materiais e simbólicas.

Dessa maneira, outro aspecto importante a ser destacado é que a Educação Matemática não é considerada uma disciplina em um grande número de países e existem aqueles que até afirmam que ela é apenas uma metodologia (AGARD, 2001).

Entretanto, autores como Kilpatrick (1996) e o próprio Agard (2001) afirmam que se acredita cada vez mais que a Educação Matemática constitui-se em uma disciplina. Não uma disciplina homogênea, pois tem paradigmas estritamente diferentes dos enunciados pelas Ciências Experimentais. É marcada pela heterogeneidade.

Identifica-se o exposto, quando se observam as diferentes características que a Educação Matemática se expressa em cada país, assumindo, assim, caráter muito particular e regional. Sobre isso, Agard (2001), diz: "[...] *su dominio de referencia es una estructura muy compleja, conformada por la enseñanza que se imparte en distintas sociedades y por algunos grupos humanos que influyen en el desarrollo cognitivo del educando, entre otros elementos.*" (p. 83).

A Educação Matemática, tomada como uma disciplina, tem adquirido uma pluralidade de definições, como: o estudo das relações entre a Matemática; o indivíduo e a sociedade; a reconstrução da Matemática atual em um nível mais elementar; o desenvolvimento e a evolução dos cursos da Matemática escolar; o estudo do saber matemático, sua representação, tipos e crescimento; o estudo do comportamento da aprendizagem dos estudantes; o estudo e o desenvolvimento das capacidades dos docentes; e o estudo da produção e a comunicação do conhecimento matemático (AGARD, 2001).

A Educação Matemática como uma ciência ou um campo científico pode refletir no

âmbito educacional, a relação que existe entre a Matemática e a sociedade e, também, a relação entre a Matemática e as outras ciências. Dessa relação, podem ser identificados dois objetivos principais: 1) Analisar, compreender e explicar os fenômenos do ensino e da aprendizagem da Matemática; e 2) Melhorar o ensino da Matemática e facilitar a sua aprendizagem.

O primeiro objetivo orienta-se a partir de questões internas, como a análise da construção de conceitos, a criatividade e o próprio ensino e a aprendizagem da Matemática. O segundo orienta-se através de questões externas, como a busca de metodologias para um melhor ensino e aprendizagem da Matemática.

Agard (2001) explicita que a Educação Matemática pode constituir-se em um campo científico, desde que se leve em consideração as três etapas propostas por Romberg:

1. Realizar uma coleção de feitos – Levam-se em consideração muitos estudos pouco focados e sem sentido de ordem;
2. Confrontação, confusão e reflexão – Toma-se decisão acerca de alguns problemas e discute-se sobre a existência de certas variáveis;
3. Construção de modelos – É o momento de organização de idéias em torno de variáveis bem identificadas.

E, ainda, mais três etapas adicionais conforme Kuhn:

1. Seleção de paradigmas;
2. Ciência normal;
3. Revolução científica.

Em relação às denominações, de acordo com Agard (2001), a Educação Matemática recebe, basicamente, duas denominações diferentes. Na Europa continental chama-se Didática da Matemática, que possui distintas interpretações, mas que em linhas gerais, e em

consonância com o explicitado pelos investigadores da *L'Associaton de Reserche en Didactique des Mathematiques*²² é entendida como uma disciplina científica que tem por base a transposição didática, a situação didática e o contrato didático. Na América, Austrália, Grã Bretanha é denominada Educação Matemática (Matemática Educativa). Segundo Agard (2001) não há diferenças paradigmáticas e objetivas entre a Didática da Matemática e a Educação Matemática.

Kilpatrick (1996) também esclarece a existência de alguns termos diferentes que designam o campo da Educação Matemática, tais como **Didática da Matemática** que se confunde com uma pedagogia mais geral. Na França são utilizados dois termos distintos: *pédagogie* e *didactique*, o primeiro provavelmente oriundo de cursos de metodologia de ensino e, o segundo, oriundo de uma abordagem mais científica para o campo em questão. Para os alemães, é o termo *mathematikdidaktik* que designaria a Educação Matemática como um campo acadêmico. Para os norte-americanos nem *didactics* e *pedagogy* são utilizados, uma vez que nessa cultura essas palavras adquiriram conotação negativa. Os americanos, de língua inglesa, valem-se das expressões: (*education*) educação e (*educator*) educador, adotando Educação Matemática tanto para referir-se à área como para a atividade que exercem.

Ele enfatiza que “[...] A Educação Matemática necessita de perspectivas múltiplas que diferentes abordagens trazem para o estudo do ensino e da aprendizagem.” (KILPATRICK, 1996, p. 102). Conclui então, que este campo é multidisciplinar, uma vez que a Educação Matemática é antiga enquanto uma atividade, pelo fato da Matemática ter sido ensinada (transmitida) desde os seus primórdios.

Kilpatrick, que se apóia nas idéias de Schubring, argumenta que a Educação Matemática consiste em dois campos: 1) o profissional; e 2) o científico. Explicita que esses

²² Associação de Pesquisa em Didática da Matemática.

campos embora próximos, são distintos. Existe uma necessária interconexão entre os dois aspectos da Educação Matemática, justamente porque o lado científico não pode se desenvolver efetivamente sem a devida aplicação à prática profissional e, o desenvolvimento profissional carece do conhecimento especializado, que é subsidiado quase que exclusivamente pela investigação científica.

Dessa forma, o surgimento dos primeiros doutorados e das primeiras cadeiras em Educação Matemática, significou a emergência desta, como um campo científico independente. Entretanto, nem todos os professores de Matemática e os matemáticos viam dessa maneira, já que essa nova área era compreendida por muitos como mais uma ocupação sem um corpo teórico definido, diferentemente do que ocorria nas demais ciências.

Para o âmbito profissional, apenas depois da década de 1960 é que os primeiros esforços, para a profissionalização de professores de Matemática, começaram a ser feitos. Em um sentido amplo; muito além de cursos adaptados ao currículo e de cunho metodológico, adquiriram um viés que considerava os conteúdos, métodos, teoria, pesquisa e uma forma de combinar todos esses aspectos produtivamente. Por isso Kilpatrick (1996) enfatizou que “[...] à medida que a Educação Matemática se tornou mais profissional, ela também se tornou mais científica, embora obviamente ela seja inevitavelmente uma ciência humana aplicada.” (p.113). Por um lado, para este autor, a Educação Matemática enquanto campo científico, só o será uma Ciência Humana, por outro, no âmbito acadêmico, é mais que uma simples disciplina, pois ela deve sempre fazer recorrência a uma série de outras disciplinas que pertencem, em sua maioria, às Ciências Sociais. E, inevitavelmente, à própria Matemática, com os seus fundamentos de estudo.

Para Kilpatrick existem alguns países que estão adiantados em relação ao Movimento Educação Matemática, como é o caso dos Estados Unidos, pelo fato de ter alguns matemáticos que têm encorajado o desenvolvimento da Educação Matemática no âmbito

científico. Outro fator que contribuiu significativamente para este acontecimento foi a criação de Institutos, como o “*National Council of Teachers of Mathematics*”. As décadas de 1960 e 1970 se caracterizaram como uma época de rápido crescimento para a Educação Matemática nos Estados Unidos, inclusive com a criação de departamentos na Universidade de Geórgia.

Percebe-se, então, uma forte corrente por demarcação de território por parte da Educação Matemática quando se inicia, em seu interior, a procura de critérios próprios de investigação, de divulgação e outros que são concernentes a qualquer área científica, que deseja um reconhecimento frente à comunidade em que está inserida. Porém, essa demarcação é fortemente caracterizada pela diversidade, a qual é a vitalidade deste campo: científico e profissional, que busca instaurar os seus limites (MACHADO; FONSECA; GOMES, 2002).

No Brasil, a Educação Matemática ganha força na década de 1980, com a criação dos primeiros cursos de pós-graduação no país: o Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – IMECC-UNICAMP, em meados da década de 70; e o Mestrado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista – UNESP, *Campus* de Rio Claro, em 1984. Esses programas começaram a formar pesquisadores específicos em Educação Matemática, nos quais as principais pesquisas na área eram provenientes de tais programas, conforme Fiorentini (1993).

Recentemente, existem linhas de pesquisa em Educação Matemática em Cursos de Mestrado e Doutorado na Área de Ensino de Ciências e Educação Matemática, por exemplo, na Universidade Estadual de Londrina – UEL. E, em outras universidades, há o programa de pós-graduação em Educação Matemática, como na PUC – SP, e na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS²³. Na Universidade Federal do Paraná – UFPR, o mestrado e o doutorado são em Educação e possuem uma linha de pesquisa em Educação Matemática. Na Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS há um mestrado profissionalizante no

²³ Conforme consultado na plataforma da CAPES em 05/02/07: <http://servicos.capes.gov.br/projetorelacaocursos/jsp/grandeAreaDet.jsp>

programa de pós-graduação em Ensino da Matemática. A Universidade Federal do Pará – UFPA possui programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas em nível de mestrado e desenvolve trabalhos na área de Educação Matemática. O Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC oferece em nível de mestrado e doutorado, disciplinas optativas em Educação Matemática, além de dissertações e teses desenvolvidas nessa área. Universidade Estadual do Ceará – UECE possui mestrado em Educação e uma linha direcionada à formação de professores em Ciências e Matemáticas, além de outras instituições e em outras áreas de pós-graduação que desenvolvem trabalhos em Educação Matemática.

1.4 A MATEMÁTICA MODERNA COMO UMA POSSÍVEL FORMA DE SE FAZER EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS INFLUÊNCIAS NO BRASIL

Essa seção, em que abordamos a Matemática Moderna, tem a intenção de sermos fiéis ao pensamento fenomenológico, uma vez que, se tivéssemos escolhido um referencial teórico de antemão, apresentaríamos o assunto logo no início do capítulo. Outro motivo dele estar aqui, é que durante o processo de investigação, pudemos entender a Matemática Moderna como uma possível forma de se fazer EM.

Para Revuz (1980) a revolução no Ensino da Matemática estava na implantação da chamada “Matemática Moderna”. Esta deixaria de lado os métodos ‘antiquados’ da antiga Matemática que era fundamentada basicamente na Geometria Euclidiana. Acreditava que a ‘nova Matemática’ oferecia uma maior dinamicidade aos programas e, conseqüentemente, melhoraria a situação vivida na época em relação ao Ensino, que se caracterizava pela reprovação excessiva e pelo interesse de poucos alunos pela disciplina.

A Matemática, entendida como tradicional, era fundamentada na visão da Geometria Euclidiana que se baseava fortemente no método dedutivo. Assim, outros aspectos da Ciência

Matemática eram deixados de lado em função da aprendizagem das doutrinas de Euclides, que segundo Revuz (1980) já eram ultrapassadas.

Ao invés dessa Matemática mais erudita, seria necessário dar lugar a uma Matemática mais nova, dinâmica, que estivesse acompanhando a evolução da própria Ciência Matemática. Essa Matemática Moderna constituía-se de estruturas simples do ponto de vista científico, tendo em vista que muitas relações formais e lógicas eram representadas em poucos símbolos.

Os pressupostos eram que a simplicidade das noções de base dessa Matemática nova, as diversas situações concretas que poderiam brotar dela, a íntima ligação com a lógica permitiriam estudar de maneira simples, rigorosa e fecunda os conceitos matemáticos; constituindo-se em uma forma de pensar permitindo ao aluno entender as relações de matematização presentes, que se caracterizavam por estruturas simples que diziam muito. “Desse modo, a criança adquirirá por si própria a noção de esquema mental independente de suportes concretos e tomará contacto com o vigor do raciocínio abstrato, ou seja do raciocínio geral.” (REVUZ, 1980, p.70) (SIC).

O autor diz que não se tratava de suprimir o esforço, mas sim de justificá-lo. Para tanto, ele coloca algumas etapas: 1) a matematização de situações habituais; e 2) a construção de modelos matemáticos com a intenção principal da aquisição de conhecimentos matemáticos para posterior matematização.

O programa de Ensino de Matemática sugerido, dividido em duas partes, objetivava atingir até os dezesseis ou dezessete anos e frisava os seguintes pontos: 1) noções relativas aos conjuntos e operações de conjuntos, noções sobre relações (definição e composição de relações) – tipos importantes de relação: equivalência, ordem, aplicações ou funções; e 2) estudo de estruturas algébricas, envolvendo a noção de grupos, por ser considerada simples e atraente, bem como as noções de subgrupo, cálculos de equações num grupo, a noção de anel

e corpo e, por fim, a idéia de estruturas de espaço vetorial.

A epistemologia e os pressupostos filosóficos da Matemática Moderna são evidenciados na citação transcrita a seguir, quando Revuz (1980) trata das dificuldades da implantação da nova Matemática. “As dificuldades não são propriamente de natureza matemática, porquanto não se pode duvidar do valor das últimas conquistas desta ciência nem da solidez, simplicidade e eficácia dos alicerces sobre os quais ela se apóia” (p.79) (SIC).

Essas idéias do Movimento, que se inicia em outros países como a França, são transpostas para o Brasil e tiveram seu auge entre os anos 1960 e 1970. O Movimento ganhou relevância através de inúmeros precursores e teve com principal centro de divulgação de idéias, o Estado de São Paulo (BÚRIGO, 2006).

O ensino que se originava de tal proposta, vinha ao encontro dos pressupostos de uma sociedade que tendia à tecnologização, pois através dela poderia ser alcançada uma instrução moderna para o cidadão comum. Recebeu influências da Escola Nova, principalmente no que dizia respeito aos métodos ativos, à iniciativa e à criatividade. Porém, se focava no âmbito interno do Ensino da Matemática, não se preocupando com questões de cunho social e político.

O grupo divulgador no país, chamava-se Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM), fundado em outubro de 1961. Tal grupo foi o mais importante disseminador das idéias da Matemática Moderna, tanto do ponto de vista da produção de documentos como na produção de relatos de experiências e aulas-demonstração, com o intuito de desenvolverem práticas modernas de ensino (BÚRIGO, 2006).

1.5 OS PCNS E A SUA PROPOSTA PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação, Lei 9.394/96 – LDB, no que se refere ao

Ensino Fundamental, preconiza para formação básica do cidadão “o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo.” (BRASIL, 2002, p.37). E prolonga essas prerrogativas para o Ensino Médio, nível de ensino que tais conhecimentos devem ser consolidados.

Nesse contexto são elaborados, posteriormente, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCNs, que estão em consonância com a lei. Já na apresentação está evidenciada a necessidade de um Ensino de Matemática que atenda às exigências que a sociedade vigente reclama, que se concretizaria por meio da escolha de conteúdos significativos e de metodologias eficazes. Aqui não entraremos no mérito de que tipo de sociedade e de cidadão os PCNs reclamam, uma vez que tal discussão foge ao escopo deste trabalho e não daríamos conta sem nos desviarmos sobremaneira do caminho até aqui percorrido.

Entretanto, mesmo sem entrarmos no mérito da questão, é em decorrência dessa premissa inicial que se enunciam alguns princípios norteadores para o Ensino de Matemática em nosso país, dentre eles: a Matemática é importante para a construção da cidadania; deve ser acessível a todos e democratizada pelos docentes; a aprendizagem deve ser feita pelo caminho da construção e compreensão; a seleção de conteúdos e o seu tratamento não devem ser encaminhados linearmente; esses conteúdos não devem ser abordados a partir da lógica interna da Matemática, antes, necessitam levar em consideração aspectos filosóficos, científicos e sociais referentes ao contexto histórico de sua construção; o uso de recursos didáticos como jogos, computadores e outros desempenham importante papel no Ensino da Matemática, porém solicitam de acompanhamento pela análise e reflexão da base Matemática; e, por fim, a avaliação que abarca diferentes esferas, dentre as quais: a compreensão dos conceitos matemáticos; o desempenho dos alunos; o domínio de procedimentos; a tomada de atitudes; e outras.

As principais dificuldades explicitadas no documento iniciam pela exposição do Movimento da Matemática Moderna, fortemente divulgado entre as décadas de 1960/1970, que como exposto anteriormente, acabou ficando nas questões mais internas da Matemática, e causou grandes problemas e transtornos para o Ensino dessa disciplina.

Decorrente da identificação dos limites do Movimento, na década de 1980, o *National Council of Teachers of Mathematics* — NCTM, dos Estados Unidos, elaborou recomendações referentes ao Ensino de Matemática no documento ‘Agenda para Ação’. A resolução de problemas destacava-se como foco do Ensino da Matemática nos anos de 1980 e a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, lingüísticos, na aprendizagem da Matemática que incitou novos rumos às discussões curriculares.

Os parâmetros explicitam que as idéias que foram expressas na ‘Agenda para Ação’ influenciaram as reformas educacionais em todo o mundo entre os anos de 1980 e 1995, apontando que as propostas desenvolvidas em diversos países apresentavam pontos de convergência:

- direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores;
- importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;
- ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;
- importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se, já no ensino fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos;
- necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia e a acompanharem sua permanente renovação. (BRASIL, 1997, p.21).

Em virtude destes princípios muitas foram as reformulações em municípios e secretarias educacionais, ao que concerne às políticas e aos currículos. E, também, conforme o documento, iniciativas como a Etnomatemática, a Resolução de Problemas, os Recursos às Tecnologias de Informação, a História da Matemática, e outras ganharam espaço entre

pesquisadores, sendo, no entanto, ainda desconhecidas por grande parte de professores.

Um outro aspecto discutido nos PCNs concerne à forma linear, de tratamento do conteúdo matemático, considerada como uma das grandes causadoras dos problemas do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Para tratar dessas questões, enfoca-se a necessidade de o professor saber como se constitui o conhecimento matemático que é ensinado de maneira estagnada e descontextualizada, sendo apresentado, muitas vezes, de forma direta e formalizada aos alunos, sem levar em conta o processo de transformação do saber científico em saber escolar. Tal transformação não passa unicamente por mudanças de natureza epistemológica, visto que, também é influenciada por condições de ordem social e cultural “[...] que resultam na elaboração de saberes intermediários, como aproximações provisórias, necessárias e intelectualmente formadoras. É o que se pode chamar de contextualização do saber.” (BRASIL, 1997, p. 30).

CAPÍTULO 2

ETNOMATEMÁTICA: PERSPECTIVAS DE SUA CONSTITUIÇÃO

Este capítulo tratará dos aspectos teóricos relacionados à Etnomatemática, os quais são propostos em sua essência pelo Professor Ubiratan D’Ambrósio, considerado o autor desse Programa, que vem a ser, segundo D’Ambrósio (2002), uma subárea da Educação Matemática e da História da Matemática.

2.1 O PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA

De acordo com Rosa e Orey (2005) o desenvolvimento do Programa Etnomatemática se deu em virtude de que, na década de setenta, pesquisadores e educadores matemáticos começavam a tomar consciência dos aspectos sócio-culturais que envolvem a Matemática. Concomitantemente os autores destacam cinco fatos fundamentais que influenciaram significativamente para a efetivação de uma proposta mais concreta:

1. O lançamento do livro intitulado “*African Counts: number and Patterns in African Culture*”. Esse dava ênfase às práticas culturais e históricas da Matemática praticadas pelo povo africano.
2. A seção denominada “*Why teach Mathematics?*”, presidida por D’Ambrósio, em 1976, juntamente com o “*Topic Group: Objectives and Goals of Mathematics Education 3 (ICME – 3)*”, em Karlsruhe na Alemanha.
3. O aparecimento, em 1977, pela primeira vez, do termo Etnomatemática

em uma palestra proferida por D’Ambrósio no “*Annual Meeting of the American Association for the Advancement of Science*” em Denver nos Estados Unidos.

4. A obra prima de D’Ambrósio, escrita em 1985, que passa a ter fundamental relevância, pois representa o primeiro artigo elaborado em termos mais teóricos, constituindo-se em um tratado compreensivo escrito na língua inglesa, denominado “*Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics*”.

5. A criação, em 1985, do “*International Study Group On Mathematics (ISGEm)*”, que lançou o programa Etnomatemática em âmbito internacional.

O Programa Etnomatemática²⁴ tem como seu criador o professor Ubiratan D’Ambrósio, que por volta do ano de 1975 começa a intensificar seus estudos de cunho sócio-cultural da Matemática, influenciado por correntes socialistas e historicistas do conhecimento. Hoje ele é considerado o mais importante teórico e filósofo da Etnomatemática. (ROSA E OREY 2005).

Mas foi no ano de 1984, no V Congresso Internacional de Educação Matemática, realizado em Adelaide, Austrália, que se discutiam algumas tendências para a área, que D’Ambrósio apresentou uma proposta de pesquisa.

Destaca-se que os estudos em Etnomatemática estão sendo intensificados desde 1985 após a fundação do *International Study Group of Ethnomathematics/ISGEm* pelo professor Ubiratan, nos Estados Unidos da América, durante a reunião do *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM. Existem inúmeros trabalhos sendo desenvolvidos em várias regiões do mundo e muitos trabalhos de Etnomatemática são publicados, que é considerada hoje, uma subárea da História da Matemática e da Educação Matemática, de acordo com D’Ambrósio

²⁴ Assim denominado por (D’AMBRÓSIO, 1998, 2002, 2004, 2005 e 2006).

(2002). E este grupo é o principal responsável pela disseminação das idéias dambrosianas.

D'Ambrósio (2005a) explica que “A idéia do Programa Etnomatemática surgiu da análise de práticas matemáticas em diversos ambientes culturais e foi ampliada para analisar diversas formas de conhecimento, não apenas as teorias e práticas matemáticas.” (p.102). Desta forma, “[...] é um estudo da evolução cultural da humanidade no seu sentido amplo, a partir da dinâmica cultural que se nota nas manifestações matemáticas.” (idem, p.102).

Através dessa proposta, no entendimento do autor, os pesquisadores podem conhecer as Matemáticas de outros povos, bem como, as práticas que eles utilizavam para realizar suas atividades cotidianas e suprir suas necessidades. Por conseguinte, mesmo sendo substancialmente diferente da disciplina denominada Matemática, na Etnomatemática não se elimina essa Matemática dita acadêmica, mas abarca-a, como uma entre tantas outras formas de Matemática desenvolvidas em diferentes culturas.

Pode-se considerar “[...] *Etnomatemática* a Matemática que é encontrada entre os grupos culturais identificáveis. tais como: sociedades tribais nacionais, grupos obreiros, crianças de uma certa categoria de idade, classes profissionais, etc.” (D'AMBRÓSIO, 2005 b, p.89, grifos do autor). (SIC).

A Etnomatemática tem um forte caráter antropológico e político, por trabalhar com as diversas realidades culturais, tais como: comunidades urbanas e rurais; grupos de trabalhadores; sociedades indígenas; crianças de certa faixa etária e; em diversos grupos que se identificam por objetivos e tradições em comum. O Programa Etnomatemática estuda e procura compreender o desenvolvimento das religiões, das artes, das técnicas e das ciências em várias culturas, caracterizando o enfoque holístico dessa proposição que poderia ser denominada Etnociência.

Holístico porque “[...] é um programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimento em diversos sistemas culturais e as forças

interativas que agem nos e entre os três processos.” (D’AMBRÓSIO, 1998, p. 7), no qual a Matemática chamada tradicional ou acadêmica teria espaço.

A Etnomatemática, segundo D’Ambrósio (2006), encoraja às reflexões mais amplas sobre outras formas de pensamento, a partir da perspectiva sociológica, cognitiva, histórica e pedagógica. E, exatamente por este motivo, o entendimento do ciclo de conhecimento em diferentes ambientes é o objetivo da Etnomatemática.

A Etnomatemática é considerada como um programa que é motivado pela procura do entendimento do saber/fazer matemático no decorrer da história da humanidade, contextualizado em diferentes culturas. O Programa Etnomatemática é considerado como uma postura de busca permanente e contínua, proposto e subsidiado pela transdisciplinaridade.

Transdisciplinar justamente porque enfoca a capacidade de o ser humano transcender a realidade em que está imerso, superando as atuais condições e teorizando acerca de suas práticas. A pessoa deixa de ser o aqui e agora para ser o onde e quando, capacidade que lhe é inerente.

Outro ponto a ser destacado é que a Etnomatemática possibilita a ruptura com o atual sistema disciplinar, isto é, com a visão disciplinar da distribuição de conteúdos, que no entender de D’Ambrósio (1998, 2002, 2004 e 2005a), não atende satisfatoriamente às necessidades inerentes ao *Homo sapiens sapiens*, ou seja, sua inclinação natural à transcendência já explicitada acima.

Deve-se ressaltar que na Etnomatemática, consideram-se os fazeres do cotidiano das pessoas, as quais utilizam de diversos instrumentos criados em sua própria cultura para satisfazerem suas necessidades. Entre esses, encontram-se formas próprias de Matemática. De acordo com D’Ambrósio (2002), “Um importante componente da etnomatemática é possibilitar uma visão crítica da realidade, utilizando instrumentos de matemática.” (p.23).

O autor explicita que muitos são os exemplos, de mercantes, de médicos, de

agricultores, de engenheiros e outras pessoas que fazem uso da Etnomatemática, ou seja, criam formas próprias de lidarem com os seus contextos. A Etnomatemática para D'Ambrósio engloba diversas dimensões, como: **a conceitual, a histórica, a cognitiva, a de desafios do cotidiano, a epistemológica, a política e a educacional.**

A **dimensão conceitual** da Etnomatemática que é “[...] um programa de pesquisa em história e filosofia da matemática [...]” (D'AMBRÓSIO, 2002, p. 27), se caracteriza pela capacidade que a espécie humana tem de transcender. Ou seja, diferentemente das demais espécies, que para a resolução dos seus problemas, vivem um ‘aqui e agora’, ela é capaz de ampliar suas perspectivas para o ‘onde e quando’, indo além do simples instinto de sobrevivência. Assim, a espécie humana transcende espaço e tempo, para além do sensível e do imediato.

Considera ainda, que tanto a Matemática como o conhecimento em geral, são respostas que o ser humano oferece às necessidades de sobrevivência e transcendência. Daí a criação de teorias e práticas vinculadas à questão existencial. São criados artefatos (realidade material) oriundos da capacidade sensorial e, mentefatos (realidade abstrata) oriundos da capacidade imaginativa ou criativa do ser humano.

Essa dimensão só é possível pelo acúmulo e compartilhamento de tais artefatos e mentefatos dentro de um grupo de indivíduos. Constitui-se, então, a cultura específica a partir dos conhecimentos produzidos na forma de artefatos e mentefatos.

Quanto à **dimensão histórica**, que começa pelo Mediterrâneo, D'Ambrósio mostra que há cerca de 3.000 anos atrás se iniciou a construção de um sistema de conhecimento que se transformou na ciência moderna, e que hoje predomina sobre todo o mundo e, em especial, no Ocidente. Neste contexto, esclarece que na história da humanidade sempre houve oscilação entre os aspectos quantitativos e qualitativos. E que, diferentemente do que ocorre com a atual predominância dos aspectos quantitativos que ganharam mais força após o Renascimento, na

Etnomatemática há a prevalência dos aspetos qualitativos, encaminhando-se para um novo renascimento, pois para o autor, atualmente, nos encontramos em um período de efervescência de idéias como no fim da Idade Média.

Exemplificando, D’Ambrósio comenta sobre a Matemática dos indígenas brasileiros que contavam com as mãos e se necessário com os pés e que, essa Etnomatemática era perfeitamente aceitável, já que resolvia os problemas de sobrevivência (cotidiano) e transcendência (sistemas de explicações) desse povo. Por fim, entende que nessa dimensão se faz necessário considerar o momento cultural que cada sociedade está vivendo. Assim, há abertura para os aspectos qualitativos.

Para D’Ambrósio, a **dimensão cognitiva** da espécie humana se dá na capacidade de “[...] comparar, classificar, quantificar, medir, generalizar, inferir e, de algum modo, avaliar [...]” (ibidem, p. 31). Essas características são, no entendimento dele, comuns à espécie e evoluíram em pequenos grupos espalhados pelo mundo de acordo com as regiões e as suas necessidades. Dessa maneira, os grupos puderam desenvolver instrumentos materiais e intelectuais para lidar com as situações práticas do dia-a-dia.

Portanto, interpreta que foi no **cotidiano** que os grupos e as comunidades puderam desenvolver técnicas para a melhoria de suas vidas, tanto que “O reconhecimento e registro do ciclo menstrual, associado às fases da Lua, parece ter sido uma das primeiras formas de etnomatemática.” (ibidem, p. 35) e, ainda, “A matemática começa a se organizar como um instrumento de análise das condições do céu e das necessidades do cotidiano” (ibidem, p 35).

Na Etnomatemática, as **ticas** significam o conjunto de instrumentos que se manifestam nos modos, na maneiras, nas artes nas técnicas de lidar com o ambiente. O **matema** é o entendimento, a explicação de fatos e fenômenos, o seu ensino e compartilhamento. O **etno** é algo que é próprio ao grupo, à comunidade.

Esse uso etimológico abusivo das palavras: **etno**, **matema** e **tica**, conforme

D'Ambrósio, é para que se alcance uma maior clareza da abrangência de sua proposição. Daí o esclarecimento de diferentes Etnomatemáticas terem surgido nos diferentes contextos e a dimensão cognitiva se desenvolveu de forma diferente em grupos distintos.

Na **dimensão epistemológica**, o autor explica que os sistemas de conhecimento são instrumentos de resposta as necessidades de sobrevivência e transcendência de um grupo e aponta três questões que orientam sua visão epistemológica, procurando relacionar o empírico e o teórico, os saberes e os fazeres: 1) Como passar das observações e práticas *ad hoc* para a experimentação e método? 2) Como passar de experimentação e método para a reflexão e abstração? 3) Como se procede para invenções e teorias?

Essa sequência de questionamentos, para D'Ambrósio (2002), serve de base para explicar a evolução do conhecimento, isto é, para uma teoria do conhecimento, ou alternativa epistemológica. O autor critica a epistemologia dominante (eurocentrica), que focaliza o conhecimento já estabelecido de acordo com os paradigmas aceitos no momento sem levar em consideração as particularidades dos diversos etnos. “A Crítica que faço à epistemologia é o fato de ela focalizar o conhecimento já estabelecido, de acordo com os paradigmas aceitos no tempo e no momento.” (p. 37).

Tece, em decorrência do exposto acima, uma crítica à dicotomia criada entre teoria e prática e, também, à maneira como os saberes produzidos historicamente são tomados, como se fossem um ponto culminante na história da humanidade, como se fossem construídos de forma linear. Essa postura eurocentrica permite a criação de um mito, em relação às epistemologias dominantes.

O esquema a seguir explicita a alternativa epistemológica proposta por (D'AMBRÓSIO, 2002, p. 38):

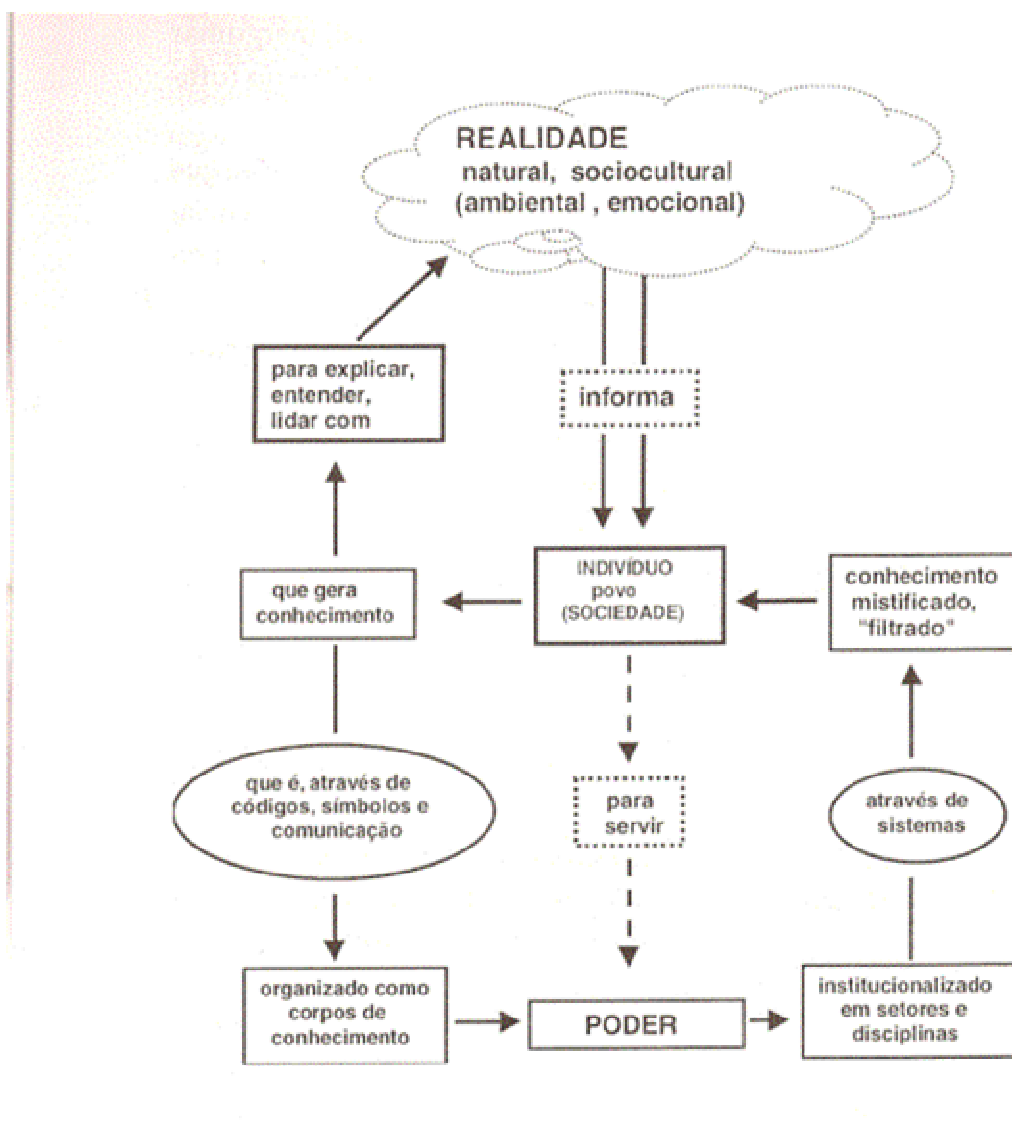


Figura 3: Alternativa Epistemológica da Etnomatemática

Na **dimensão política**, a Etnomatemática tende a respeitar as raízes do indivíduo, a não ignorar nem rejeitar as raízes do outro, por isso, em um processo de síntese, ajuda a reforçar as raízes do indivíduo e dos diferentes grupos. D’Ambrósio (2002) enfoca que “A etnomatemática se encaixa na reflexão sobre a descolonização e na procura das reais possibilidades de acesso para o subordinado, para o marginalizado, para o excluído.” (p. 42), portanto, na restauração da dignidade e autonomia dos indivíduos de uma sociedade que se encontra em transição.

Recorrendo a uma outra produção do autor, é importante explicitar o que se ressalta:

“Fazer da Matemática uma disciplina que preserve a diversidade e elimine a desigualdade discriminatória é a proposta maior de uma Matemática Humanística. A Etnomatemática tem essa característica.” (D’AMBRÓSIO, 2006, web). Então, a dimensão política se torna, no pensar dele, a mais importante do Programa.

Na **dimensão educacional** o autor se posiciona a respeito do conhecimento da academia; ao contrário do que alguns pensam, afirmando que a proposta da etnomatemática não significa a rejeição do conhecimento acadêmico e dos comportamentos modernos, antes, se faz necessário “[...] aprimorá-los, incorporando a ele valores de humanidade, sintetizados numa ética de respeito, solidariedade e cooperação.” (D’AMBRÓSIO, 2002, p. 43).

Por isso, a Etnomatemática privilegia o pensamento qualitativo que sempre está ligado a uma questão mais abrangente, como uma questão ambiental, cultural, artística e até mesmo religiosa. Em âmbito educacional “[...] o essencial da etnomatemática é incorporar a matemática do momento cultural, contextualizada, na educação matemática.” (ibid, p.44).

D’Ambrósio argumenta que a Etnomatemática pode ser uma facilitadora das relações intraculturais, que são extremamente prejudicadas, havendo relutância no reconhecimento dessas relações, mesmo que as relações interculturais venham sendo favorecidas na atualidade. Dessa forma, “[...] Ainda se insiste em colocar crianças em séries de acordo com a idade, em oferecer o mesmo currículo numa série, chegando ao absurdo de se proporem currículos nacionais.” (ibid, 2002, p. 61).

Continua com essa idéia, afirmando que a essência do Programa Etnomatemática é a abordagem de distintas formas de conhecer, mostrando que esses fundamentos determinam uma flexibilidade, para a seleção de conteúdos e metodologias de ensino, pois esses estariam condicionados à diversidade cultural proveniente de um Modelo Educacional Multicultural²⁵.

Juntamente com a proposta da Etnomatemática D’Ambrósio (2002) sugere uma outra

²⁵ Termo que será explicitado no decorrer do texto.

definição de currículo considerando-o como uma “[...] estratégia da ação Educativa.” (p. 65), da qual se espera que a Educação escolar oportunize aos educandos, “[...] a aquisição e utilização dos instrumentos comunicativos, analíticos e materiais que serão essenciais para seu exercício de todos os direitos e deveres intrínsecos a cidadania.” (ibid, 2002, p. 66).

Em 1986, no livro “Da Realidade à Ação: reflexões sobre Educação e Matemática”: D’Ambrósio se opôs ao currículo vigente constituído de quatro componentes: **objetivo**, **conteúdo**, **métodos** e **avaliação**, pelo fato desse currículo direcionar-se pela componente da avaliação, que proporciona, de certa forma, a polarização no resultado.

Em contrapartida, sugeria um currículo fundado em bases sócio-culturais, sendo ele de natureza holística e, apoiado nos componentes: *techné*, *práxis* e *epistemê*, que dão origem aos conceitos de **métodos**, **objetivos** e **conteúdos**, os quais se relacionam de forma solidária e são representados em um sistema cartesiano tridimensional, conforme (D’AMBRÓSIO, 1986, p. 41):

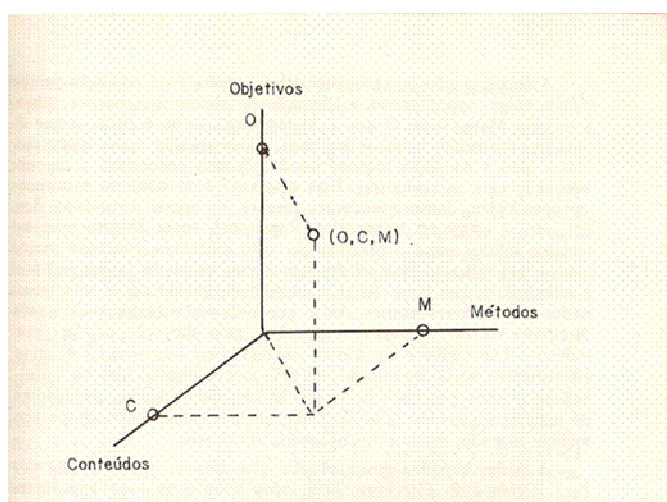


Figura 4: Currículo

Diferentemente do primeiro modelo de currículo, esse se fundamenta na ação, e, por este motivo, a avaliação não aparece como componente. E, qualquer mudança em uma das componentes gerará a mudança nas demais de uma forma solidária, sem polarizações, possibilitando uma formação abrangente.

Para essa formação o autor sugere um *trivium*, originado dos conceitos de **literacia**, **materacia** e **tecnoracia**.

Literacia seriam os instrumentos comunicativos, incluindo a capacidade de dominar a escrita a fala (leitura, escritura, cálculo, diálogo, ecálogo, mídia, internet na vida cotidiana).

Materacia seriam instrumentos analíticos, incluindo a capacidade de interpretar e analisar sinais e códigos, elaboração de abstrações sobre representações do real.

Tecnoracia seriam instrumentos materiais, incluindo a capacidade de usar e combinar instrumentos, simples ou complexos, inclusive o próprio corpo. (D'AMBRÓSIO, 2002).

Segundo D'Ambrósio (2005a), a Etnomatemática se afina com uma perspectiva Multiculturalista, ou seja, considera diferentes formas de produção de conhecimento em diferentes culturas, em um contexto cultural, no qual os indivíduos estão inseridos – família, tribo, civilizações e outras. Por isso, o programa que é de natureza holística, conforme explicitado no início deste capítulo, oportuniza reconhecer que o momento social está na origem do conhecimento, procurando dialogar conjuntamente cognição, história, sociologia do conhecimento e epistemologia social em um enfoque multicultural.

A Etnomatemática caracteriza-se como um estudo da evolução cultural da humanidade em sentido amplo, partindo da dinâmica cultural, que se faz presente nas manifestações da Matemática. E, desta forma, "... a proposta que segue o programa da Etnomatemática reconhece, aceita e valoriza a pluralidade cultural". (SCANDIUZZI, 2004, p.193).

As influências antropológicas são muito fortes na Etnomatemática, principalmente no que diz respeito à Educação. Sobre isso, D’Ambrósio (1998) afirma: “Temos que lidar com a urgente tarefa de introduzir dimensões socioculturais e éticas dentro da Educação Científica.” (p. 59). Essa afirmação também é válida para a Educação Matemática. Para situar melhor a questão, D’Ambrósio diz que o *homo sapiens sapiens* tem a capacidade do fazer porque sabe e, do saber porque faz e, portanto, o autor entende que o **saber** e o **fazer** são complementares e indissociáveis.

Em virtude dessa construção teórica, faz-se fundamental descrever o conceito de realidade que está presente na concepção de Etnomatemática, sendo essa realidade considerada “[...] como o ambiental, que compreende o natural e o artificial, intelectual e emocional, psíquico e cognitivo, que é a realidade de idéias abstratas e mais íntimas.” (D’AMBRÓSIO, 1998, p. 62).

O indivíduo não está sozinho, está inserido em uma sociedade, a realidade também é social, por isso se forma na interação entre o intelectual e o emocional, o psíquico e o cognitivo e, o natural e o artificial.

Assim, para D’Ambrósio (1998) o ciclo: **...realidade – indivíduo – ação – realidade...**, resume o entendimento antropológico adjacente ao Programa Etnomatemática. A realidade influi sobre o indivíduo que gera sua ação para modificar a realidade e esta, por sua vez, acaba novamente influenciando sobre o sujeito. Esse processo se repete continuamente.

Sobre o conceito de ação, D’Ambrósio (1986) esclarece que é um mecanismo particular da espécie humana, utilizado para modificar a realidade em um sentido amplo, seja o contexto social, o material ou o psíquico. Enfatiza que é no processo de unir a realidade à ação que o indivíduo se insere. Este se distingue claramente das outras espécies animais porque a sua ação é sempre o resultado de uma relação dialética entre teoria-prática.

As duas figuras a seguir expressam a idéia do autor:

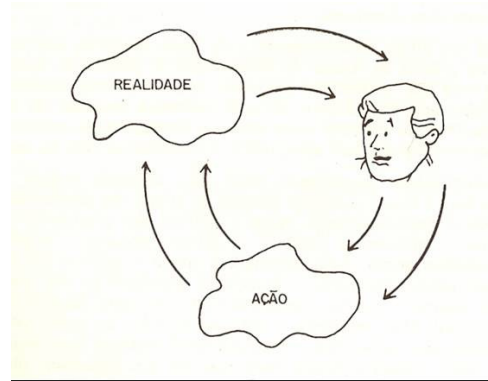


Figura 5: (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 38).

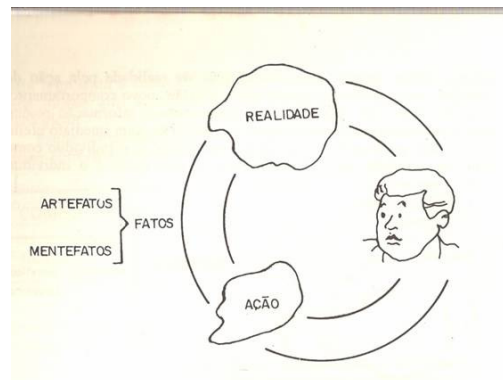


Figura 6: (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 50).

Outro aspecto a ser frisado é que a Etnomatemática se aproxima muito de uma análise histórica, que serve como um instrumental importante, inclusive do ponto de vista pedagógico, pois está ligada ao processo de aprendizagem.

Para o autor, quando se estudam outras formas de conhecimento matemático, que foram desenvolvidas em outras culturas, faz-se o convite “[...] a examinar a história da Matemática em um contexto mais amplo, de maneira a incorporar nela outras possíveis formas de Matemática.” (D’AMBRÓSIO, 2005b, p. 86).

Acreditamos ter feito, até este momento do trabalho, a explicitação dos principais conceitos presentes na Etnomatemática, usando como referencial principal D'Ambrósio, reconhecido como criador e iniciador da proposta.

CAPÍTULO 3

CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1 DESCRIÇÃO DAS CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA SEGUNDO OS AUTORES

Neste capítulo serão apresentadas cinco concepções de Modelagem Matemática dos autores escolhidos, bem como os encaminhamentos propostos e a concepção de Educação Matemática subjacente em cada uma, quando explicitada. Tem a intenção de descrever as diferentes concepções de Modelagem para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Os autores, por ordem de apresentação, são os seguintes: 1) Rodney Carlos Bassanezi; 2) Dionísio Burak; 3) Maria Salett Biembengut; 4) Jonei Cerqueira Barbosa; e 5) Ademir Donizeti Caldeira.

3.2 A MODELAGEM PARA BASSANEZI

Segundo Rodney Carlos Bassanezi²⁶ (2002), a Modelagem Matemática é a “[...] arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.” (p.16). Nesta perspectiva o autor entende que sempre se faz necessária a formulação de um Modelo Matemático, seguindo as idéias de Ciência, estas apresentadas por Descartes (1637), (Ibid, p.18).

A MM nesta concepção consiste nas seguintes etapas: 1) **experimentação**; 2)

²⁶ Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi, professor titular do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC) da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP – Campinas – SP. Coordenou inúmeros cursos sobre modelagem em diversas instituições no país. (BASSANEZI, 2002).

abstração (seleção de variáveis, problematização ou formulação de problemas, formulação de hipóteses, simplificação); 3) **resolução**; 4) **validação**; e 5) **modificação** (caso seja necessário alterar o modelo).

A **experimentação** é o processo de caráter laboratorial em que se levantam os dados referentes ao experimento. Nessa etapa é fundamental a presença de um matemático (conhecedor de conteúdos e conceitos), para ajudar no direcionamento da pesquisa. O tratamento estatístico tende a facilitar a confiabilidade dos dados obtidos na experimentação

A **abstração** deve conduzir à formulação de Modelos Matemáticos. A **seleção de variáveis** é uma sub-etapa e deve ser feita distinguindo-se as **variáveis de estado**, que descrevem a evolução do sistema, das **variáveis de controle**, que interferem no sistema. Na **problematização** ou **formulação de problemas**, elaboram-se enunciados claros, compreensíveis e operacionais, portanto, um problema se constitui em uma pergunta científica. “Enquanto que a escolha de um tema de uma pesquisa pode ser uma proposta abrangente, a formulação de um problema é mais específica e indica exatamente o que se pretende resolver.” (BASSANEZI, 2002, p. 28). A formulação de **hipóteses** conduz a investigação e se refere à frequência da inter-relação entre as variáveis observadas empiricamente. As hipóteses podem ser **fenomenológicas** quando se abordam aspectos do funcionamento interno dos sistemas e hipóteses **representacionais** quando do funcionamento externo. A analogia entre sistemas é imprescindível para o desenvolvimento e formulação dos problemas. A **simplificação** é a sub-etapa que ocorre em virtude de os fenômenos estudados serem em geral muito complexos, caso sejam considerados com todos os seus detalhes, principalmente quando se aplica à Matemática. Assim, faz-se necessária a restrição e o isolamento de variáveis para facilitar o estudo.

Na **resolução** é efetuada a substituição da linguagem natural das hipóteses pela Linguagem Matemática coerente com o intuito de se obter um modelo. Essa resolução é

efetuada por um matemático, podendo ser completamente desvinculada da realidade modelada.

A **validação** é a aceitação ou refutação do modelo proposto. Faz-se a testagem do modelo a partir dos dados obtidos empiricamente através das aproximações, sendo necessário representar, no mínimo, a situação estudada para que o modelo seja aceito.

A **modificação** ocorre quando as previsões, possíveis de serem feitas com o auxílio do modelo, são distantes da realidade por algum motivo ou deficiência nas etapas anteriores: na coleta de dados, na formulação dos problemas e das hipóteses, no caso de o sistema ter sido demasiadamente simplificado e terem sido consideradas as variáveis necessárias ou ainda, no caso de se encontrar outro caminho ou teoria que, não a esperada.

A figura a seguir representa as etapas descritas acima (BASSANEZI, 2002, p. 27):

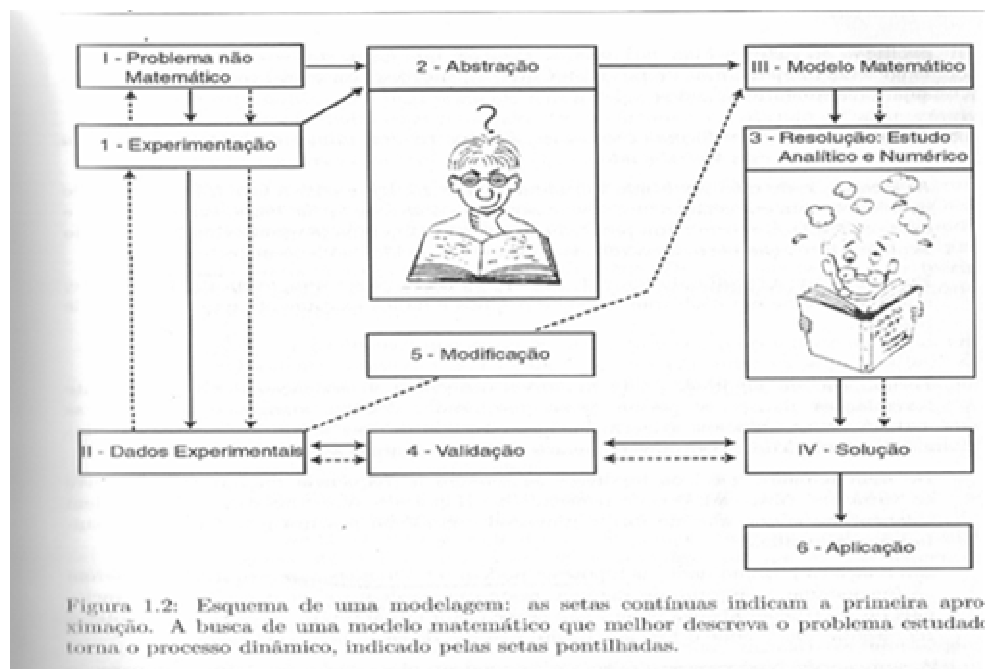


Figura 7

Sendo assim, para Bassanezi (2002) “A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar, entender; enfim participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças.” (p. 31).

No que diz respeito à Educação Matemática, Bassanezi (2002) aponta que:

A modelagem no Ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural. (BASSANEZI, 2002, p. 38). (SIC).

E que, através da Modelagem em cursos de pós-graduação, visa-se um aprofundamento das disciplinas de Matemática e o desenvolvimento da criatividade para fazer do aluno (professor) um modelador matemático. Essa Modelagem é uma transposição da Modelagem como aplicação para os ambientes de ensino e aprendizagem (Modelação – Modelagem na Educação).

Para o âmbito educacional, explica que a obtenção do modelo não deve ser uma etapa prioritária e que mais importante que os modelos obtidos, são o processo, a crítica e a inserção no meio sócio-cultural. O autor menciona o processo de Modelagem em cursos regulares como uma técnica que se encaminha pela escolha do tema e objetos de estudo, levantamento de dados, ajustes de curvas, construção de modelos, modelos alternativos: discussões e críticas (BASSANEZI, 2002).

O autor apresenta 6 (seis) argumentos para a inserção da Modelagem Matemática descrita até agora, no sistema educacional: 1) argumento formativo - “ênfatisa aplicações matemáticas e a performance da modelagem matemática e resolução de problemas como processos para desenvolver *capacidade* em geral e *atitudes* dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas” (BASSANEZI, 2002, p. 36, grifo do autor) (SIC); 2) argumento de competência crítica – “focaliza a preparação dos estudantes para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos” (idem); 3) argumento de utilidade – “ênfatisa que a instrução matemática pode preparar o estudante para utilizar a matemática como ferramenta para

resolver problemas em diferentes situações e áreas” (idem); 4) argumento intrínseco – “[...] considera que a inclusão de modelagem, resolução de problemas e aplicações fornecem ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria matemática em todas as suas facetas” (ibid, p. 37); 5) argumento de aprendizagem – “garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados, e valorizar a própria matemática (idem); 6) argumento de alternativa epistemológica – “A modelagem também se encaixa no *Programa Etnomatemática* [...] atuando, desta forma, como uma metodologia mais adequada às diversas realidades sócio-culturais” (idem, grifos do autor).

3.3 A MODELAGEM PARA BURAK

Tratando das concepções, Dionísio Burak²⁷ (1987) em sua dissertação de mestrado, diz que a Modelagem Matemática é um “[...] conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos do qual o homem vive o seu cotidiano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões.” (p. 21). Nesse momento do trabalho, Burak (1987) propõe o trabalho em termos da construção de modelo, inferindo que as “[...] variáveis devem ser relacionadas para melhor exprimir o problema a ser estudado, é a construção do modelo.” (p. 37).

O autor apresenta em sua dissertação um esquema que retratava, naquele momento, a sua compreensão de Modelagem Matemática, a figura é apresentada a seguir, de acordo com (BURAK, 1987, p. 38):

²⁷ Prof. Dr. Dionísio Burak, professor titular na Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO – PR, primeira dissertação de mestrado na área de Educação Matemática sobre Modelagem Matemática na UNESP – Rio Claro, 1987 e Tese de Doutorado na área de Educação também sobre Modelagem Matemática no ano de 1992, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP – SP. Disponível em <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/index.jsp>, consultado em 19/03/2007.

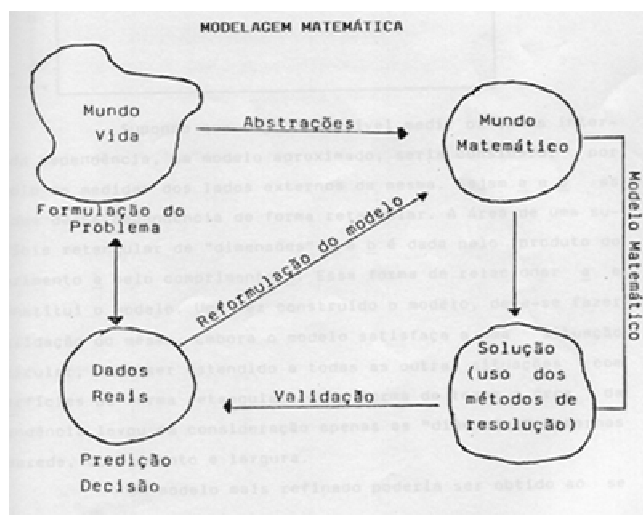


Figura 8

Já no ano de 1992, em sua tese, Burak concebe a Modelagem, afirmando de maneira semelhante à anterior, que esta “[...] constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões.” (BURAK, 1992, p. 62).

Acrescenta que, na concepção da Modelagem Matemática, dois princípios/fundamentos básicos são necessários: a) o interesse do grupo e; b) a obtenção de informações e dados do ambiente, de onde se origina o interesse do grupo. O segundo princípio tem suas bases nos procedimentos de investigação etnográfica. Em um artigo no ano de 1998, Burak descreve a Modelagem em cinco etapas orientadas pelo interesse do(s) aluno(s) ou do(s) grupo(s), explica que o embasamento teórico adotado é Construtivista, Sócio-interacionista e de Aprendizagem Significativa. A Modelagem, para fins didáticos, pode ocorrer a partir de cinco etapas: 1) **escolha do tema**; 2) **pesquisa exploratória**; 3) **levantamento dos problemas**; 4) **resolução dos problemas**; e 5) **análise crítica das soluções**. O autor, em artigo de 2004, acrescenta à quarta etapa o texto: e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema, passando a descrever as etapas da seguinte maneira: 1) **escolha do tema**; 2) **pesquisa exploratória**; 3) **levantamento dos problemas**; 4)

resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; e 5) análise crítica das soluções.

A *Escolha do tema* é a etapa em que o professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou deixa que sejam escolhidos ou sugeridos pelos próprios alunos. O tema pode ser dos mais variados, uma vez que não necessita ter nenhuma ligação imediata com a Matemática ou com conteúdos matemáticos e sim, com o que os alunos desejem pesquisar. Já nesta fase, é fundamental que o professor assuma uma postura de mediador, facilitador da aprendizagem, pois deverá dar o melhor encaminhamento para que a opção dos alunos seja respeitada.

Na *Pesquisa exploratória*, com o tema a ser pesquisado já escolhido, orienta-se que os alunos procurem materiais e subsídios teóricos dos mais diversos que contenham informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar. A pesquisa pode ser bibliográfica ou pode contemplar um trabalho de campo, fonte rica de informações e estímulo para a execução da proposta.

No *Levantamento dos problemas*, tendo posse dos materiais e da pesquisa desenvolvida, os alunos são incentivados a conjecturar sobre tudo que pode ter relação com a Matemática, elaborando problemas ou indagando sobre situações simples ou complexas que os permitam vislumbrar a possibilidade de aplicar ou aprender conteúdos matemáticos. Isso com a ajuda do professor, que não se isenta do processo, mas se torna o ‘mediador’ das atividades.

Durante a *Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema*, proporciona-se a abertura para a busca de respostas aos problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser apreendido a partir dos problemas por meio de exemplos simples e até mesmo de forma empírica, para posteriormente ser sistematizado. No trabalho com a Modelagem faz-se um caminho inverso

do usual em que os conteúdos determinam os problemas. Na Modelagem, os problemas determinam os conteúdos a serem usados para resolver as questões oriundas na etapa anterior.

Nessa etapa os conteúdos matemáticos passam a ter significado e no decorrer do processo podem surgir os modelos matemáticos, porém, não é a finalidade dessa concepção de Modelagem, que objetiva explicar matematicamente situações do cotidiano das pessoas, ajudando-as a fazer previsões e tomar decisões (BURAK, 1987 e 1992).

Na *Análise crítica das soluções* deve-se ter criticidade, não apenas em relação à Matemática, mas em relação a outros aspectos, como a viabilidade das resoluções apresentadas, que muitas vezes são resolvíveis matematicamente, mas inviáveis para a situação estudada e para situações reais. Não se trata necessariamente da análise de um modelo, mas dos conteúdos, dos seus significados e no que eles podem contribuir para a melhoria das ações e decisões enquanto pessoas integrantes da sociedade e da comunidade em que participam. Vale ressaltar que essa criticidade deve permear todo o processo de Modelagem.

3.4 A MODELAGEM PARA BIEMBENGUT

A Professora Maria Salett Biembengut²⁸ (1999) explicita que a Modelagem é “[...] o processo que envolve a obtenção de um modelo.” (p. 20). E nesse processo, a Modelagem é uma forma de interligar Matemática e realidade, que na visão da autora são disjuntas.

Semelhante definição aparece em sua dissertação de mestrado, considerando que a Modelagem é “[...] a estratégia usada para se chegar ao modelo.” (BIEMBENGUT, 1990, p.3)

²⁸ Prof. Dr. Maria Salett Biembengut. Professora da Universidade Regional de Blumenau FURB e do Centro Universitário Diocesano do Sul do Paraná – UNICS. Possui mestrado em Educação Matemática pela UNESP – Rio Claro – SP em 1990. Doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas pela Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC – SC em 1997, e pós-doutorado em Metodologia de Ensino e Pesquisa pela Universidade de São Paulo – USP em 2003. Disponível em <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/index.jsp>. Consultado em 19/03/2007.

e em sua tese de doutorado diz que a “Modelagem Matemática é o processo envolvido na obtenção de um Modelo.” (BIEMBENGUT, 1997, p. 65).

Assim, a autora acredita que a Modelagem Matemática é o processo que visa “[...] traduzir a linguagem do mundo real para o mundo matemático” (BIEMBENGUT, 1990, p. 10). Compreende-a também como uma arte. “[...] a Modelagem, arte de modelar, é um processo que emerge da própria razão e participa da vida do ser humano como forma de constituição e de expressão do conhecimento.” (BIEMBENGUT, 1997, p. 43).

Para exemplificar a criação de modelos, aproxima a MM das idéias de Isaac Newton “*Criar o fundamento perene da mecânica do céu e reuni-lo em indivisível unidade com a mecânica da terra, foi a grande obra de Newton.* Essa afirmação leva a crer que o método de trabalho se aproxima do que chamamos de Modelagem Matemática.” (BIEMBENGUT, 1990, p. 15, grifos da autora).

Biembengut (1997) trata a Modelagem em uma perspectiva motivacional, “O importante é não perder a motivação.” (p. 105), solicitando segurança por parte do professor para a realização da proposta.

Para ela, a Modelagem segue alguns procedimentos (etapas), subdivididas em seis sub-etapas, sendo elas: 1) **interação** – reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado (pesquisa); 2) **matematização** – formulação (hipótese) e resolução do problema em termos matemáticos; 3) **Modelo Matemático** – interpretação da solução e validação do modelo (uso).

A **interação** ocorre quando a situação a ser estudada já está delineada. Desenvolve-se uma pesquisa sobre a situação, de modo indireto (livros, revistas, entre outros) e/ou de modo direto (campo, dados empíricos, etc). O **reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto** são sub-etapas que não obedecem a uma ordem, antes, se inter-relacionam.

A **matematização** é uma etapa complexa e “desafiante”, visto que é nela que se efetua a “tradução” da situação-problema para a Linguagem Matemática caracterizando a **formulação do problema**. Para que o problema seja bem formulado, levantam-se hipóteses, identificam-se constantes envolvidas, generalizam-se e selecionam-se variáveis, para que possam ser descritas as relações em termos matemáticos. Essa sub-etapa tem como principal objetivo chegar a fórmulas, expressões aritméticas, equações algébricas, dentre outras. Elaborado o problema matemático, passa-se à análise deste com o “ferramental” matemático disponível, sempre buscando aproximações que caracterizam a resolução do problema.

O **modelo matemático** para ser concluído deve aproximar-se, o máximo possível, da situação-problema representada por ele. Essa aproximação é feita com base nos dados obtidos da realidade através da **interpretação da solução** que permite a **validação do modelo** (BIEMBENGUT, 1990, 1997, 1999).

O esquema a seguir representa a Modelagem segundo (BIEMBENGUT, 1999, p. 23).

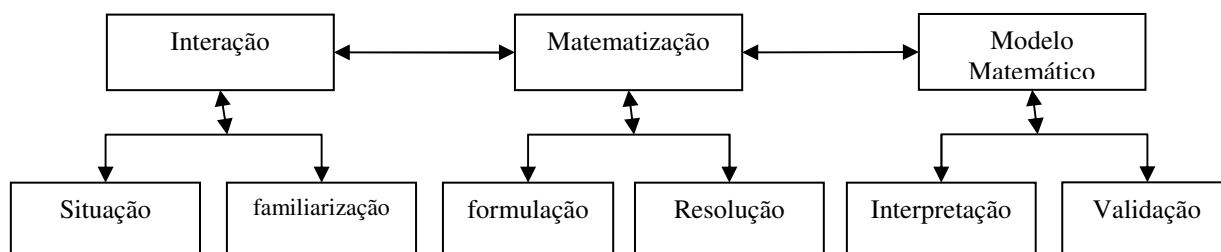


Figura 9

Para o Ensino da Matemática, Biembengut (1999) explicita que a Modelagem pode ser “[...] um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente” (p. 36).

Essa autora, também, como Bassanezi, utiliza o termo **Modelação Matemática** para falar do processo de modelagem em cursos regulares de qualquer grau de ensino (desde os iniciais até a pós-graduação). Porém, acrescenta a necessidade de se efetuarem algumas

mudanças, sem perder a essência da Modelagem. A Modelação como método “[...] difere da modelagem no ensino, pois se utiliza de um único tema para extrair o conteúdo matemático programático.” (BIEMBENGUT, 1997, p.108). Mesmo assim, volta-se para a construção de modelos.

Por conseguinte, as etapas são descritas da seguinte maneira: 1) justificação do processo – que tem o intuito de tornar o aluno co-responsável do processo de ensino e aprendizagem, no qual o professor apresenta modelos e mostra a importância da utilização destes em diversas áreas; 2) escolha do tema – o qual é escolhido livremente pelos alunos 3) desenvolvimento do processo – que compreende o desenvolvimento do conteúdo programático, a partir do tema. Nessa etapa, os alunos são incentivados a fazerem perguntas sobre o tema, o professor determina os conteúdos em face ao que o aluno desconhece; e 4) avaliação – caracterizada pelo retorno às atividades desenvolvidas e aos modelos criados.

3.5 A MODELAGEM PARA BARBOSA

Jonei Cerqueira Barbosa²⁹ (2001) concebe a Modelagem Matemática como uma oportunidade de os alunos indagarem situações por intermédio da Matemática sem procedimentos fixados previamente. Os conceitos e idéias matemáticas se encaminham de acordo com o desenvolvimento das atividades, dando um caráter aberto para esta prática. Não há a exigência de se criar um modelo matemático, principalmente porque os alunos nem sempre têm conhecimento matemático suficiente para tal atividade.

Sobre isso, Barbosa (2001a) afirma: “À medida que não compreendo as atividades de Modelagem contendo encaminhamentos e fins *a priori*, sustendo que os alunos podem

²⁹ Professor Dr. Jonei Cerqueira Barbosa. Professor do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), BA. Coordena o Núcleo de Pesquisas em Modelagem Matemática (NUPEMM) e atua no Programa de Pós-Graduação em Ensino. Possui doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista, Julio de Mesquita Filho – UNESP – Rio Claro, no ano de 2001. Disponível em <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/index.jsp>, consultado em 19/03/2007.

investigar matematicamente uma dada situação, sem necessariamente construir um modelo matemático.” (p. 36). Nesse sentido, assume que a “*Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.*” (BARBOSA, 2001b, p. 6, grifos do autor). O **ambiente de aprendizagem** é concebido como um “convite” feito aos alunos, o que pode ocasionar que eles se envolvam ou não nas atividades. Sendo assim, os interesses dos educandos devem ir ao encontro da proposta do professor. Essa conceituação de ambiente de aprendizagem, segundo Barbosa (2001), está em consonância com Skovsmose (2000).

A Modelagem, para o autor, é pautada na indagação, que não se constitui em uma simples explicitação do problema, mas uma atitude que acompanha todo o processo de resolução. A indagação conduz à investigação, sendo esta “[...] a busca, seleção, organização e manipulação de informações.” (BARBOSA, 2001b, p. 7). Representa nessa perspectiva, uma não estagnação e pré-determinação do processo, podendo valer-se de procedimentos informais e da própria intuição dos envolvidos. Então, a “Indagação e investigação são tidas como indissociáveis, pois uma só ocorre na mesma medida que a outra.” (idem).

Em sua tese de doutorado no ano de 2001, explica que a sua proposição tem o intuito de dar singularidade para a Modelagem. Singularidade no sentido de abordá-la em uma perspectiva para a Educação Matemática, já que a Modelagem teve seu início nas ciências naturais com os modeladores profissionais. Portanto, aponta para a necessidade de esclarecimentos teóricos para que se evitem confusões conceituais.

Esclarece que o seu aporte teórico é a corrente de Modelagem que é denominada de *sócio-crítica*. Nesta as “[...] atividades buscam abranger o conhecimento de matemática, de modelagem e reflexivo.” (BARBOSA, 2001a, p. 29). Portanto, destacam-se os interesses dos alunos como os determinantes de toda e qualquer atividade com Modelagem.

Essa maneira de conceber a Modelagem se orienta por situações da realidade e não por situações fictícias (semi-realidades), porque estas servem quase sempre para atender aos propósitos/proposições do Ensino da Matemática pela Matemática. Porém, tais situações não são descartadas, uma vez que podem, até certo ponto, envolver os alunos em ricas discussões, inclusive não matemáticas.

As situações de semi-realidade são ‘construídas’, por isso não se tratam de uma realidade em si porque é artificial, como por exemplo:

“O senhor Silva pediu 20 000 mil reais emprestados e pagará, a cada mês, 8% de juros sobre o valor emprestado. Quantos reais o senhor Silva pagará de juros em cinco meses?” (BARBOSA, 2001 a, p. 33).

Alguns questionamentos expostos a partir desse exemplo: Quem é o Senhor o Silva? Ele realmente pediu essa quantia empresta? Para quem? E outras. Deixa claro, dessa forma, o que é caracterizado por ele como uma questão baseada numa semi-realidade.

A realidade é o contexto onde as pessoas estão inseridas, sem invenções artificiais. São situações provenientes de outras áreas de conhecimento que não a matemática e o cotidiano. Para clarificar, um bom exemplo pode ser uma matéria em jornal, que não foi criada com a intenção de se ensinar Matemática, mas que, na modelagem ganha todo um significado, quando, segundo Barbosa, é assumida como um ambiente de aprendizagem.

3.6 A MODELAGEM PARA CALDEIRA

Ademir Donizeti Caldeira³⁰ concebe a Modelagem, pensando-a como advinda de projetos, sem a preocupação de reproduzir os conteúdos apresentados no currículo, contudo,

³⁰ Professor Dr. Ademir Donizeti Caldeira. Professor colaborador da Universidade de Uberaba, professor adjunto ‘i’ da Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC e colaborador da Universidade Federal do Paraná - UFPR. Possui mestrado em Educação Matemática pela Universidade Estadual de São Paulo – UNESP em 1992. Doutor em Educação pela UNICAMP, no ano de 1998. Disponível em <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/index.jsp>, consultado em 19/03/2007.

ênfatizando, contudo, que não se pode perder os conceitos universais da Matemática. Ele acredita na eficácia da Modelagem, uma vez que ela, enquanto concepção de Educação Matemática, pode “oferecer aos professores e alunos um *sistema de aprendizagem* como uma nova forma de entendimento das questões educacionais da Matemática.” (CALDEIRA, 2005, p. 3).

O trabalho, com a Modelagem, é sugerido em grupos: “Grupos de trabalhos se fazem necessários para uma dinâmica mais participativa, onde o aluno passa da passividade das aulas explicativas, onde ele é mero espectador e ‘depositário’ de informações, para uma dinâmica integrativa e criativa.” (CALDEIRA, 2004b, p. 4, grifos do autor). (SIC).

Para a Educação, a visão que o autor discute da Modelagem, é que esta pode ser um forte instrumento de criticidade, oportunizando a clareza da importância da Matemática na vida das pessoas, porque as aplicações feitas através da MM “dão luz” aos conteúdos matemáticos.

A Modelagem Matemática, concebida como um **sistema de aprendizagem**, é uma oportunidade de oferecer as devidas condições aos professores e aos alunos para que questionem e entendam a Educação. Por sua vez, passando a acreditar no processo dinâmico da realidade. Por isso, caracteriza-se como a não aceitação do atual currículo escolar que parece estagnado.

“O conteúdo deixa de ser totalmente previsível dependendo da direção tomada pelos alunos na solução de problemas propostos e da capacidade do professor em direcionar a discussão. Portanto é flexível e poderá não seguir rigorosamente a ordem em que aparece nos livros-textos, como também pode aparecer algum conteúdo não programado para a série em que o professor estiver trabalhando.” (CALDEIRA, 2004b, p. 4).

Além disso, explicita que “Interagir o conhecimento matemático com outras questões relacionadas ao cotidiano do aluno significa uma nova postura de trabalho na sala de aula. Uma nova concepção sobre o conhecimento matemático.” (CALDEIRA, 2004b, p. 1).

E, por sua vez,

“[...] os conteúdos (multidisciplinares) surgem da necessidade de compreender fenômenos relacionados ao cotidiano dos alunos (como, por exemplo, questões relacionadas à qualidade de vida) e, através de construções de modelos, surgem os conteúdos matemáticos que ajudarão na compreensão desses fenômenos.” (CALDEIRA, 2004b, p. 1).

Para Caldeira (2005), “trata-se de fazer da Modelagem Matemática um instrumento capaz de educar alguém que não se deixe enganar.” (p. 4). É entendida como uma concepção de ensino e aprendizagem e não um método, pois segundo ele, rompe com o paradigma científico, que tem como representantes diretos: Bacon, Newton e Descartes.

Explica que isso se dá em âmbito epistemológico, uma vez que, na concepção pedagógica baseada por vieses da epistemologia de Bacon, Newton e Descartes, o conhecimento para ser adquirido deveria ser dividido em partes, para que os alunos pudessem absorvê-los e armazená-los. Fato que não ocorre com a Modelagem Matemática, justamente porque os conhecimentos não se apresentam fragmentados, mas sim interconectados e contínuos, pelo fato de a Modelagem, no contexto educacional, proporcionar sempre um “vir-a-ser”. As atividades de Modelagem, segundo Caldeira (2004a), são desenvolvidas, tendo por base “[...] um círculo composto de ação e reflexão.” (p. 3).

A partir da descrição contida no parágrafo anterior, Caldeira afirma que a Modelagem é mais que um método ou metodologia que serviria apenas para a reprodução do “*status quo*”. Diferentemente, ela geraria uma metodologia dinâmica e investigativa que é dirigida pela criticidade, pela dúvida, fundamentando dessa forma a sua concepção de Modelagem Matemática. E mais, enfatiza que partindo de um problema da realidade, os alunos chegam a **repostas** e não a uma **única resposta**, rompendo de maneira suave com o currículo tradicional. Nas atividades de modelagem os alunos “[...] aprendem o processo de construir a pergunta, além de elaborar respostas.” (CALDEIRA, 2004b, p. 2).

“Os alunos serão os pesquisadores matemáticos, eles buscarão os problemas para

pesquisarem, e estes poderão vir de situações reais (de fato, os problemas devem vir dessas situações).” (CALDEIRA, 2004b, p. 3).

CAPÍTULO 4

CONSIDERAÇÕES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA EM RELAÇÃO À ETNOMATEMÁTICA NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Este capítulo busca explicitar aspectos filosóficos e epistemológicos que se mostraram na Modelagem e na Etnomatemática. Para isso, vale-se do exposto no primeiro capítulo que tratou da Educação Matemática – EM e das descrições efetuadas no segundo e terceiro capítulos, que trataram da Etnomatemática e da MM, respectivamente. Os aspectos que emergiram das repetidas leituras das descrições são interpretados à luz do seu significado enraizado na história, na tradição, na Ciência e na própria Educação Matemática.

A Modelagem Matemática pode ser concebida de diferentes formas, de acordo com a concepção de Educação Matemática subjacente, pois não há apenas uma maneira de conceber a Educação Matemática conforme foi explicitado no primeiro capítulo dessa dissertação.

Essa compreensão foi possível por termos nos orientado por uma postura fenomenológica, que procura olhar os fenômenos como eles se mostram, sem interpretações prévias ou julgamentos baseados em referenciais teóricos pré-estabelecidos. Baseamos a investigação na Atitude Fenomenológica que não toma a realidade como estática, mas relativa à consciência.

Após inúmeras leituras dos textos que discutiam a Educação Matemática e as descrições de focos em que ela se constitui, procuramos interpretá-la, neste capítulo, em termos de Concepção de Ciência. Na sequência apresentamos as unidades de significado que foram elaboradas a partir de interpretações dos textos que trataram da Modelagem e da

Etnomatemática. Posteriormente, trataremos dos aspectos filosóficos e epistemológicos que aproximam ou distanciam as duas tendências. Por fim, tecemos algumas considerações específicas sobre a Modelagem e as possibilidades de continuação do trabalho.

4.1 PRIMEIRAS INTERPRETAÇÕES: A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Ao iniciarmos essa investigação, imaginávamos, por um lado, a Educação Matemática como uma área bem delimitada, com pressupostos teóricos claros, metodologias bem definidas e encaminhadas. Entretanto, ao assumirmos a postura fenomenológica, tivemos de nos destituir dessa visão, deixando de lado preconceitos e interpretações prévias e, portanto, intuir o fenômeno como ele viesse a se mostrar para nós, a partir de nossa pergunta inicial: **Quais aspectos filosóficos e epistemológicos se mostram presentes na Modelagem Matemática e na Etnomatemática, do ponto de vista da Educação Matemática?**

Por outro lado, partindo de nossa experiência e, por conhecer mais sobre a Modelagem Matemática, já a compreendíamos como uma tendência heterogênea, haja vista os encaminhamentos diferenciados e formas diversas de compreensão pelos autores que a propõem. Entretanto, não sabíamos que a heterogeneidade da EM pudesse influenciar a heterogeneidade da Modelagem.

Assim, quando intuímos o fenômeno com sendo contextualizado na Educação Matemática, sentindo a necessidade de conhecê-lo, fomos em busca de autores que pudessem dar respostas à seguinte pergunta: O que é isto, a Educação Matemática? Questão que se constitui como pano de fundo ou uma pergunta auxiliar à nossa indagação principal. E, evidentemente, não foi respondida completamente, pois compreendemos o fenômeno em perfis e, a verdade a que chegamos é apenas esclarecedora, momentânea e não uma adequação, por isso, há a possibilidade de sempre avançarmos nessa compreensão.

Na busca de tal conhecimento conseguimos avançar para entender o Movimento Educação Matemática (MEM) como um movimento heterogêneo. Compreendemos que não é bem delimitado, ou seja, procura responder questões acerca de seu objeto de estudo, de seus procedimentos metodológicos, de sua caracterização enquanto campo profissional e científico e de características de cunho político, social econômico, dentre outras.

Nessa perspectiva, intuímos o fenômeno da EM e buscamos compreendê-lo no mundo-vida, seu significado enraizado historicamente. Entendemos que há uma heterogeneidade das tendências que estão inseridas em seu âmbito, justamente porque ela, a Educação Matemática, também é heterogênea; não em uma relação causa-efeito, mas em uma relação dialógica e complexa, que permite, inclusive, idiossincrasias. As diversas concepções de Ciência³¹ adotadas, o momento econômico, social, político, cultural e histórico influenciaram e influenciam significativamente as posturas assumidas para esse Movimento.

Parece, a Educação Matemática, atualmente, se encaminhar por aquilo que Morin (2005) diz sobre as novas formas de conceber a Ciência. Na Ciência Clássica, não se admitia a aleatoriedade, mas a partir da Física são introduzidas a desordem e a dispersão. Não se admitia o problema da organização como proveniente do acaso. As organizações eram concebidas como sistemas fechados. Entretanto, com o surgimento do Estruturalismo, da Cibernética, da Teoria dos Sistemas, ocorrem avanços para a teoria da organização.

Na Ciência Clássica, o observador era teoricamente eliminado da observação. A Teoria dos Sistemas, a Teoria da Informação e a Microfísica re-introduziram o observador na observação. Essa postura em relação à Ciência oportunizou mudanças na Sociologia do Conhecimento. “A sociologia e a antropologia apelam à necessidade de se situar *hic et nunc*³², isto é, de tomar consciência da determinação etnosociocêntrica que hipoteca toda a concepção de sociedade, cultura, homem.” (MORIN, 2005a, p. 29). Nesse aspecto, os investigadores

³¹ Como da Matemática Moderna que tinha seus fundamentos da teoria Matemática Internalista, da Ciência Positivista com seu método rigoroso, da Psicologia Comportamental e outras, conforme o Capítulo 1.

³² Expressão latina que significa: “aqui e agora”, dá a idéia de situar o homem no tempo e no espaço.

começaram a atentar-se para as particularidades, para a construção de métodos que não fossem exclusivamente passíveis de matematização, mas que contivessem e dessem atenção à qualidade, métodos que fossem construídos em interação com os objetos e com os sujeitos envolvidos em investigações na Educação Matemática.

Sendo assim, entendemos juntamente com Miguel et al (2004), que a Educação Matemática é uma prática social, com atividades sociais realizadas por um conjunto de indivíduos que produzem conhecimentos e não apenas um conjunto de conhecimentos produzidos por esses indivíduos em suas atividades. As atividades produzidas no âmbito da Educação Matemática tendem para essas mudanças de postura frente aos objetos, aos sujeitos e aos fenômenos investigados e produzidos por ela.

As concepções de Ciência presentes no Movimento também são significativas para compreendermos as concepções de Ciência presentes na MM e na Etnomatemática. A heterogeneidade falada anteriormente, em nosso entender, é fruto de tais concepções. Pois a EM, agora melhor entendida em pelo menos duas visões: 1) Ciências da Natureza (Ciência Moderna); e 2) Ciências Sociais e Humanas (procurando oferecer uma alternativa de explicitação dos fundamentos que regem a natureza e a metodologia da EM, contrária à Ciência Moderna). As Ciências Sociais e Humanas permitem uma interpretação diferenciada do fenômeno estudado, ao que concerne aos métodos; ao par indissociável sujeito-objeto; às teorias; à concepção de realidade; e outras, ainda mais se tomadas em uma perspectiva fenomenológica (BICUDO, 2000).

Quando a EM se pauta nos fundamentos que regem as Ciências Naturais, ela se insere no processo, pelo qual as demais Ciências³³ passaram durante o advento da Ciência Moderna, processo de demarcação da cientificidade. A resistência oferecida pelas Ciências Humanas e Sociais, que ao invés de eternidade procuram história, ao invés de determinismo,

³³ No sentido de sub-ciências, por não serem experimentais como a Física e a Biologia.

procuram a imprevisibilidade, oferece outros critérios de cientificidade que não os do paradigma anterior que priorizavam a objetividade, a neutralidade, a matematização e outros (SANTOS, 2006). Interpretamos que tais mudanças acompanharam a Educação e, por conseguinte, a Educação Matemática. Assim, a Educação Matemática está no caminho das Ciências Humanas, rompendo com o unitarismo³⁴, o determinismo e o sentido de eternidade que prevaleciam nas Ciências da Natureza.

Com o unitarismo deixado de lado, surgem oportunidades de diferentes compreensões dos fenômenos, pois já não há uma única forma de fazer, mas há muitas, que atendem a determinados contextos e necessidades de determinados grupos (SANTOS, 1989). Não há apenas um critério de verdade, ao qual todo o processo de conhecimento deve se adequar aos métodos para chegar à mesma verdade revelada. Há uma verdade relacional que diz respeito às condições que cada pesquisador e, neste caso, que cada professor e educador matemático tem de estar no mundo e se relacionar com ele, por isso, não é relativista, no sentido de que cada um possui uma verdade.

De fato, as discussões iniciais e as mais atuais sobre a Educação Matemática, já evidenciadas no primeiro capítulo da dissertação, indicam que ela pode ser compreendida sob diversas perspectivas teóricas, sendo que, atualmente, em sua maioria, elas estão inseridas na ‘cultura’ das Ciências Humanas e Sociais.

Ou seja, parece evidenciar que não são os conteúdos ou métodos que determinam a forma de se conhecer um objeto, mas ao contrário, a compreensão do objeto é que permite a escolha de conteúdos e a elaboração de métodos, mediados pela compreensão dos sujeitos, sugerindo um equilíbrio entre teoria e prática. Na “[...] *scienza nuova* [...] o objeto não deve somente ser adequado à ciência, a ciência deve também ser adequada ao seu objeto.”

³⁴ Unitarismo representa a rigidez com que eram tratadas as ciências, com uma única verdade e sendo a Ciência a única forma de conhecimento capaz de produzir a verdade. Não admitia ambigüidades. Seria o princípio da ‘universalização’ enunciado por Morin (2005), quando afirma que no paradigma da simplificação, ‘só há ciência do geral’ (p. 330).

(MORIN, 2005b, p. 53).

A partir dessas visões de Ciência, conseguimos compreender algumas das relações de compatibilidade ou não que existem entre a Modelagem Matemática e a Etnomatemática. Quando a concepção de Modelagem se encaminha, predominantemente, pelo estatuto epistemológico das Ciências Humanas e Sociais, ela se aproxima da Etnomatemática, que se inicia com práticas *ad hoc*, passa para a experimentação e construção de método a partir da reflexão e abstração, procedendo ao final para invenções e teorias (D'AMBRÓSIO, 2002).

A mudança acerca da concepção de sujeito e de objeto e, da relação estabelecida entre eles são outros aspectos que podem ser destacados no desenvolvimento da EM. Na Concepção da Ciência Moderna, compreendendo as Ciências Lógicas, Matemáticas e da Natureza, havia a predominância do objeto sobre o sujeito. Decorrente dessa concepção, as características dos conteúdos em si, os métodos utilizados e escolhidos de antemão eram predominantes, havendo a adequação do sujeito ao ensino, tanto do professor quanto do aluno. Quando a Educação Matemática assume os conceitos das Ciências Humanas e Sociais, de certo modo, rompe com a tradição das Ciências Naturais, tornando-se predominante a relação dialógica entre sujeito e objeto, o que possibilita uma maior interação.

De acordo com Santos (1989), a hermenêutica, a etnometodologia, a fenomenologia, a sociologia existencialista, o interacionismo simbólico, são tentativas de desenvolver as Ciências Sociais Compreensivas. Tomando esse esclarecimento e aqueles contidos no primeiro capítulo, que a EM se situando no âmbito das Ciências Sociais e Humanas, conforme Kilpatrick (1996), permite-nos afirmar que ela faz parte de uma mudança paradigmática, passando de uma ciência unitarista para uma ciência relativa. Ou seja, no âmbito das humanidades, no qual não há apenas uma maneira de conceber o conhecimento, mas diferentes, por serem essas ciências interpretativas e contextualizadas.

As explicitações apresentadas até aqui, em nossa compreensão, foram necessárias

para que passemos às unidades de significado que se mostraram na Modelagem Matemática e na Etnomatemática, do ponto de vista da Educação Matemática. Essas unidades representam os invariantes provenientes dos textos dos autores pesquisados, sempre a luz da pergunta inicial.

Mesmo que, de algum modo, tivéssemos procurado até aqui mostrar como as idéias e a postura fenomenológica se manifestaram, focaremos mais especificamente, a construção das unidades de significado. Vale lembrar, que isso é uma característica do ‘pensar fenomenológico’, que permite idas e vindas e não trabalha no binômio causa-efeito.

4.2 UNIDADES DE SIGNIFICADO

As unidades de significado foram constituídas após inúmeras leituras das descrições de cada uma das tendências estudadas. Essas descrições foram efetuadas à luz da pergunta que focava a constituição da Etnomatemática e da Modelagem. As leituras, que permitiram descrever os aspectos constituintes, enfocaram a pergunta categórica proveniente da análise estrutural: **o que é isto?** a qual busca pelos invariantes do fenômeno (BICUDO, 2006). E, neste caso, questionamos: **o que é isto, a Modelagem? A Etnomatemática? Os aspectos filosóficos e epistemológicos?** Dois momentos fenomenológicos se mostraram. O primeiro, para descrever a Etnomatemática e a Modelagem, evidenciando os seus aspectos constituintes fossem eles quais fossem, a partir de sua manifestação. O segundo, para encontrar os invariantes (aspectos filosóficos e epistemológicos) dessa descrição que buscou ser fiel às idéias apresentadas pelos autores em linguagem proposicional.

Sendo assim, a pergunta que buscava pelos aspectos filosóficos e epistemológicos permeou todo o processo e permitiu a construção das unidades de significado, gradativamente, a partir das formas que o fenômeno tem de se mostrar. A própria pergunta foi se esclarecendo durante a investigação, mostrando que o pensar fenomenológico busca pela

verdade como esclarecimento e não como adequação às hipóteses e às teorias.

Como já dito na introdução, procuramos entender, para além de nossa intuição inicial e das manifestações primeiras do fenômeno, o que seriam esses aspectos filosóficos e epistemológicos, perseguindo por uma compreensão, a qual permitiria que interpretássemos as unidades de significado levantadas.

Num primeiro momento foi necessário buscar pelo sentido dos termos de nossa própria pergunta, aqueles enraizados na história, dados na objetividade da escrita e na intersubjetividade estabelecida entre vários interlocutores. É como afirma PICCINO et al (2006), acerca da estrutura da questão, “O modelo heideggeriano exige um perguntar que torna evidente ‘os momentos constitutivos’ da questão. A dilucidação da pergunta tem seus momentos estruturais como indicações a serem seguidas” (p. 4, grifos dos autores).

Buscando, pelo sentido de nossa questão, primeiramente trazemos a etimologia da palavra epistemologia que vem do grego *episteme* que significa conhecimento, sendo, portanto, considerada como teoria do conhecimento. Indo além, recorremos a Santos (1989) que traz uma revisão e definições de epistemologia, segundo ele, todas elas inseridas no paradigma da Ciência Moderna. O interessante é que esse autor parece tomar uma atitude fenomenológica quando afirma: “[...] não será despropositado perguntar: **o que é afinal a epistemologia?** O respigar, sem qualquer critério, entre as respostas que têm sido dadas a essa pergunta pode ajudar a compreender o sentido da proposição aqui defendida.” (SANTOS, 1989, p. 19, grifos do autor).

As definições apresentadas por ele, são as seguintes: para Runes epistemologia é “[...] o ramo da filosofia que investiga a origem, a estrutura, os métodos e a validade do conhecimento [...]”; no **Vocabulaire de Philosophie**, de Lalande, é descrita como “[...] o estudo dos princípios, hipóteses e resultados de diversas ciências [...]”; Blanché considera a epistemologia como uma reflexão de segundo nível sobre a ciência, uma meta-ciência, que

está sujeita a contaminação filosófica, mas que está cada vez mais ligada à Ciência por seguir os critérios de objetividade; para Piaget a epistemologia é “[...] o estudo da constituição dos conhecimentos válidos, em que o termo ‘constituição’ abrange tanto as condições de acesso como as condições propriamente constitutivas [...]” e, ainda, seria uma passagem dos estágios de menos para os estágios de mais conhecimento, em uma perspectiva genética; para Bachelard a epistemologia se constitui em uma filosofia científica, criada no interior da própria ciência, portanto, não especulativa como a Filosofia propriamente dita; para Rorty, ela seria uma filosofia das representações privilegiadas; além de outras definições trazidas por Santos (1989).

A conclusão a que chega Santos é que a epistemologia é uma disciplina, um tema, cujo estatuto é duvidoso, seja em relação ao objeto, seja em função de seu lugar específico nos saberes.

Em decorrência dessas definições e das descrições efetuadas acima, o que se mostra para nós é que esta disciplina ou tema tem o seu *locus* de partida no âmbito científico, buscando por compreender os fundamentos, aquilo que rege, explícita ou implicitamente, uma atividade desenvolvida e denominada como prática científica. Portanto, uma teoria do conhecimento direcionada aos saberes produzidos pela Ciência.

Em nosso posicionamento, compreendemos que a filosofia é mais abrangente do que a epistemologia. Esta última parece carregar forte preconceito em relação a primeira e estabelece oposição aos saberes filosóficos. Consideramos que a atividade filosófica está acima, por ser um pensar abrangente, podendo incluir a própria epistemologia. Defendemos essa idéia fundada no argumento de que na atividade científica é impossível separar o sujeito cognoscente do objeto cognoscitivo (fato que a epistemologia daria conta) e mais, que muitas coisas efetuadas na ciência não são ‘cognoscentes’, mas intuitivas, complexas, envolvem outros processos que não podem ser denominados e determinados e, muito menos, abarcados

exclusivamente por uma única forma de pensar que seria a da Ciência (MORIN, 2005b). Tal afirmação vai ao encontro da Fenomenologia, enquanto uma Filosofia da Consciência, que considera o conhecimento pré-científico tão importante quanto o científico e necessário de ser incorporado e reconhecido na construção do conhecimento (BICUDO, 2004).

Nesse sentido, a nossa investigação estaria inserida na região de inquérito da Filosofia da Educação Matemática, que possui, da Filosofia, as características de um pensar: analítico; reflexivo; sistemático e universal; características iluminadas pelas grandes questões ontológicas que concernem ao que existe; epistemológico, por tematizar o como se conhece, o que existe e, o que é o conhecimento; e o axiológico, sobre o que tem valor, o que vale. (BICUDO; GARNICA, 2003).

Em virtude dessa compreensão, estamos evocando os dois nomes (filosofia e epistemologia), neste trabalho, com a **intenção** de esclarecer que as concepções de Modelagem e Etnomatemática foram produzidas em âmbito científico, seja ele das Ciências Matemáticas, Naturais ou Humanas, mas que podem estar relacionadas com outras questões, como a realidade que não compete apenas à esfera da epistemologia.

A seguir serão apresentados dois quadros que mostram como chegamos às unidades de significado, como as construímos durante a investigação. A intenção é deixar explícito o ‘caminho’ percorrido e a incorporação da atitude fenomenológica. Na segunda coluna, do quadro que se refere à Modelagem, estão as unidades de significado constituídas antes da qualificação e na terceira coluna as categorias elaboradas após as sugestões da banca. No quadro que se refere à Etnomatemática, o procedimento também foi análogo.

As categorias levantadas se constituem em aspectos filosóficos e epistemológicos, abarcando concepções de conhecimento, de realidade, de mundo, de currículo e de educação. Aspectos esses, que não podem ser considerados apenas epistemológicos uma vez que, alguns deles se desprendem da esfera estritamente científica.

4.2.1 DA MODELAGEM

Quadro 1:

Matriz nomotética da Modelagem		
Autores	Unidades de Significado	Categorias abertas
Bassanezi e Biembengut	Matemática como linguagem da ciência.	Concepção de Conhecimento
Caldeira	Concepção contrária à concepção de Ciência Moderna.	
Barbosa, Bassanezi, Biembengut, Burak e Caldeira	O diálogo com outras áreas do conhecimento.	
Barbosa, Bassanezi, Biembengut, Burak e Caldeira	Possibilidade de um saber contextualizado e as atividades do cotidiano.	Concepção de Currículo
Barbosa, Bassanezi, Biembengut, Burak e Caldeira	Ruptura com a linearidade do currículo.	
Barbosa, Burak e Caldeira	Modelagem Matemática como processo de ensino, estratégia que não visa necessariamente à construção de Modelos Matemáticos.	Modelos Matemáticos
Bassanezi, Biembengut	Modelagem como processo de obtenção de modelos.	
Barbosa, Bassanezi, Biembengut, Burak e Caldeira	O domínio da realidade através da matematização, realidade como adequação.	Concepção de Realidade
Barbosa, Burak e Caldeira	Estabelece relação crítica com a realidade.	
Barbosa, Burak e Caldeira	O ato investigativo.	
Barbosa, Bassanezi, Biembengut, Burak e Caldeira	Postura crítica.	Concepção de Educação
Bassanezi, Biembengut	Procedimentos considerados científicos.	
Barbosa, Burak e Caldeira	Valem-se de procedimentos informais.	
Biembengut	Segurança do professor para a realização da proposta.	
Barbosa, Burak e Caldeira	Influências de teorias Cognitivistas, Sócio-Críticas e outras.	

4.2.2 DA ETNOMATEMÁTICA

Quadro 2

Matriz nomotética da Etnomatemática	
Unidades de Significado	Categorias abertas
Influências de teorias Socialistas e Historicistas, antropológicas, psico-cognitivas do Conhecimento.	Concepção de conhecimento
Analisa formas particulares de conhecimento e da produção do conhecimento.	
Considera as Matemáticas encontradas entre diferentes Grupos.	
Têm características antropológicas e políticas em uma perspectiva holística.	
Saber contextualizado, leitura do mundo, da sociedade, do contexto.	
Indissociabilidade entre teoria e prática; considera as relações intra e interculturais; Dinamicidade e pluralidade cultural.	
Respeito ao sujeito, em suas características particulares.	
O cotidiano como possibilidade de produção de conhecimento.	
Predominância dos aspectos qualitativos ligados a questões mais amplas.	
Teoria criada para atender as necessidades existenciais.	
Transdisciplinar; ruptura com sistema disciplinar e ruptura com a linearidade do currículo e do saber: Flexibilidade do Conhecimento.	Concepção de Currículo
Proposta pedagógica que não dispensa a Matemática.	
Visão crítica da realidade, realidade dinâmica.	Concepção de realidade
Sobrevivência e transcendência como geradores de práticas e teorias.	Concepção de Educação
Comunicação informal como principal forma de comunicação.	
Programa de busca permanente (investigação).	

4.3 ASPECTOS FILOSÓFICOS E EPISTEMOLÓGICOS QUE APROXIMAM A MODELAGEM MATEMÁTICA DA ETNOMATEMÁTICA NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

À luz da pergunta “**Quais aspectos filosóficos e epistemológicos se mostram presentes na Modelagem Matemática e na Etnomatemática, do ponto de vista da Educação Matemática?**” foram elucidados alguns pontos que se apresentam nas categorias explicitadas acima, das quais, discutiremos, primeiramente, aquelas que aproximam a Modelagem da Etnomatemática. Elas estão em negrito por questão de ênfase nos aspectos evidenciados.

Modelos matemáticos é uma categoria que aparece em todas as perspectivas estudadas de Modelagem Matemática, mesmo que em enfoques e prioridades diferenciados. Por exemplo, Barbosa (2001) explicita que: “[...] sustento que os alunos podem investigar matematicamente uma dada situação, sem necessariamente construir um modelo matemático.” (p. 36). Burak (1992) defende que na Modelagem o “[...] objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões.” (p. 62). Por meio dos trechos descritos acima, concluímos que esses autores argumentam acerca da possibilidade e/ou necessidade, mas não da prioridade de tal construção, e sobre o fato de que os modelos tornam-se auxiliares no processo do ensino de Matemática. Essa interpretação nos leva a crer que essa maneira de conceber a Modelagem está em contraposição ao modelo clássico de Ciência e de construção de Modelos, buscando, inclusive, por modelos qualitativos de explicação.

Em uma perspectiva epistemológica mais rígida a construção de modelos deveria ser compreendida de forma única. Tal como sugerido por Descartes, no sentido da redução de um problema em partes menores e cada vez mais simples, que oportunizem a manipulação do

mínimo de variáveis, evitando, assim, contradições e informações indesejáveis para o experimento. Seria em uma perspectiva reducionista, fragmentária, particionada, fora de contexto (MORIN, 2005a; 2005b).

Já a possibilidade de conceber o modelo de diferentes maneiras tem características das Ciências Humanas que trabalham com a complexidade dos fenômenos e grande número de descrições. O Modelo não fica restringido em termos de uma representação matemática ideal, mas pode ganhar outras peculiaridades, como um simples procedimento a ser seguido, uma tabela representativa, em relação ao objeto estudado e, outros.

Esses pressupostos da multiplicidade de fenômenos, de aspectos qualitativos quando encontrados nas concepções de Modelagem vão ao encontro dos pressupostos que a Etnomatemática tem ao analisar formas particulares de conhecimento e produção de conhecimento em diferentes culturas, comunidades e contextos.

Na Etnomatemática os saberes práticos que passam a saberes teóricos se constituem em ‘modelos de explicação’³⁵ para fins de transcendência e possibilidade de reutilização em práticas vindouras, D’Ambrósio diz que ao viajarmos para um país de língua diferente, estamos fazendo uma “modelagem espontânea”, quando procuramos criar um método para lidar com essa situação e transcendê-la “[...] voltando ao método. Ao lidar com uma situação ou problema novo, procuramos identificar ali coisas que já encontramos em outras situações e problemas. É isso ... que se faz numa modelagem ‘espontânea’.”³⁶. Portanto, é uma característica próxima à construção de Modelos em sentido mais aberto e não como construção literal de modelos matemáticos. Há a possibilidade de estruturarmos métodos *ad hoc*.

A **concepção de currículo** é outra categoria forte que se mostrou nas concepções de Modelagem, na qual a busca por um saber contextualizado aparece nessas concepções. Os

³⁵ Modelos que nem sempre são matemáticos, tem características qualitativas.

³⁶ Chat realizado no Centro Virtual de Modelagem – CVM, em 11/04/2007.

autores explicitam que é possível que os saberes tornem-se contextualizados em uma atividade de Modelagem. Burak (2004), por exemplo, diz que o conteúdo matemático deve ser trabalhado no contexto do tema. Caldeira (2005) diz que a Modelagem, em contexto educacional, permite aos professores e alunos estarem sempre em processo de vir-a-ser e, Caldeira (2004), destaca que “[...] através de construções de modelos, surgem os conteúdos matemáticos que ajudarão na compreensão desses fenômenos.” (p. 1). Biembengut (1999) enfatiza que a Modelagem é “[...] um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente.” (p. 36). Barbosa (2001a) afirma que: “[...] não compreendo as atividades de Modelagem contendo encaminhamentos e fins *a priori* [...]” (p. 36).

Esses trechos nos remetem a dois aspectos principais acerca do currículo: a contextualização e a ruptura com a linearidade do currículo.

A contextualização também aproxima a MM da Etnomatemática que procura a contextualização do saber em diferentes culturas, quando D’Ambrósio (2002) enfatiza que “[...] o essencial da etnomatemática é incorporar a matemática do momento cultural, contextualizada [...]” (p. 44) e “A matemática começa a se organizar como um instrumento de análise das condições do céu e das necessidades do cotidiano” (ibid, p 35).

A contextualização do saber pode ser entendida a partir do reconhecimento das atividades cotidianas dos sujeitos. A cotidianidade³⁷ do sujeito não pode ser desconsiderada nem na Modelagem nem na Etnomatemática, pois tanto a contextualização como a cotidianidade são aspectos que atribuem significado aos saberes e fazeres dos indivíduos em uma determinada comunidade. É nesse sentido que Barbosa propõe um convite aos alunos. Caso eles aceitem, os saberes produzidos nas atividades de Modelagem estarão em consonância com as atividades cotidianas dos sujeitos. Pelo fato de todas as concepções de

³⁷ Entendemos por cotidianidade, as práticas cotidianas dos sujeitos em seus contextos específicos.

Modelagem Matemática, aqui estudadas, poderem se desenvolver a partir de temas ou problemas oriundos de contextos diferentes, sempre há uma relação com o cotidiano, com o contexto, mesmo que a relação, algumas vezes, possa ser frágil, em função das concepções de conhecimento, de ensino, de aprendizagem e outras que são adotadas por aqueles que conduzem ou propõem as atividades.

A qualidade do relacionamento com o contexto e com as atividades cotidianas tem a ver com os pressupostos epistemológicos de cada proposta de Modelagem e da Etnomatemática. Interpretamos que esse relacionamento com o cotidiano, com os saberes que os alunos e os sujeitos investigados de uma pesquisa têm, só é possível nas duas tendências, porque no âmbito das Ciências Sociais há com o senso comum “[...] uma relação muito complexa e ambígua.” (SANTOS, 1989, p. 37). Senso comum que, na epistemologia das Ciências da Natureza era renegado e deixado de lado, e que, no âmbito das Ciências Sociais e Humanas, recupera o seu lugar juntamente com a subjetividade e a intersubjetividade, portanto, no *locus* da Educação Matemática enquanto Ciência Social e Humana.

Se a concepção de Modelagem apenas tomar os problemas diretamente da **realidade** para modelá-los simplesmente em termos de um modelo matemático, a contextualização ficará restrita e a relação com o cotidiano será apenas inicial ou artificial. Se a concepção de Modelagem favorecer a permanência no ambiente de pesquisa, com o contexto, com a origem da atividade, como ocorre com a proposta de Burak, Caldeira e Barbosa, que se fundamentam em procedimentos etnográficos e sócio-críticos, respectivamente, o contexto é tomado muito próximo daquele defendido na visão da Etnomatemática, ou seja, abre-se ao plural, à diversidade, às diferentes racionalidades. Para Morin (2006), contextualizar é unir a parte ao todo e o todo à parte, sem que se perca a referência do texto que deu origem às atividades. A contextualização é um movimento, que não pode ser compartimentado, depois somado, como no pensamento cartesiano. É holográfica, ou seja, a parte que se estuda possui a totalidade da

informação e reciprocamente.

Em relação ao contexto, recorremos a Santos (1989, 2005 e 2006), que fala de duas rupturas epistemológicas. A primeira seria a superação daquilo que é produzido no senso comum por meio do saber científico. A segunda seria a superação daquilo que foi produzido na primeira ruptura. Dessa maneira, fazendo que a relação entre o conhecimento produzido na esfera científica se relacione de maneira solidária com o senso comum, este, considerado pelo autor, o mais importante de todos os conhecimentos. Essas rupturas têm o objetivo de tornar os conhecimentos prudentes para que os seres humanos tenham uma vida decente.

O conhecimento científico, produzido separadamente do senso comum, torna-se perigoso e unilateral sem a preocupação com a totalidade das relações que a sociedade, a economia, a religião e outras formas de saber estabelecem e permitem uma vida mais humana. Santos (1989) complementa, enfatizando que essa ruptura é possível sob o estatuto das Ciências Sociais. Entendemos que a Modelagem e a Etnomatemática estão nesse viés, visto que quando suas principais bases são das Ciências Sociais e Humanas, elas podem propiciar essas duas rupturas, favorecendo um conhecimento prudente para uma vida decente.

Romper com a linearidade do currículo se constitui em mais um ponto de proximidade entre as duas tendências. Pela postura epistemológica que não é impositiva, mas dialógica. Não possui fins estabelecidos de antemão, como por exemplo, a necessidade de ensinar um conteúdo qualquer numa determinada série ou em um momento específico pré-determinado. Na Modelagem os problemas determinam os conteúdos e, na Etnomatemática, as necessidades do cotidiano precisam ser resolvidas para garantir a continuidade e a melhoria da situação de uma comunidade, fazendo surgir conteúdos (artefatos e mentefatos).

A **concepção de conhecimento** é um invariante que se apresentou de várias formas. As concepções de Modelagem estabelecem um diálogo com outras áreas do conhecimento além da Matemática, semelhantemente à Etnomatemática. Percebe-se isso, na seguinte

passagem: “Temos que lidar com a urgente tarefa de introduzir dimensões socioculturais e éticas dentro da Educação Científica” (D’AMBRÓSIO, 1998, p. 59), o que se constitui em um ponto de aproximação das duas tendências. Em todas as perspectivas de Modelagem, salvaguardadas as suas particularidades quanto à forma de encaminhamentos, de concepção de Matemática e de realidade, dentre outras, existe certa intersecção com outras áreas do conhecimento. Como exemplos de intersecção têm-se: a utilização da Modelagem em um **curso de engenharia** por Bassanezi; a exigência de conhecer sobre o tema que a princípio nada tem a ver com a Matemática segundo Burak e abordar assuntos que desse tema venham a surgir, os quais exijam **saberes de outras disciplinas**; o estudo de fenômenos de diferentes áreas como **a biologia, a engenharia florestal** e outras, conforme Biembengut; a análise crítica de uma **situação política** conforme explicitado por Barbosa; e a mesma situação (**política**) ocorrida no exemplo de Caldeira são indicativos da possibilidade do diálogo com outras áreas do conhecimento³⁸. A Etnomatemática também procura esse diálogo, em um sentido transdisciplinar, para além da fragmentação das disciplinas. D’Ambrósio (2004) afirma que “A transdisciplinaridade é um enfoque holístico ao conhecimento que se apóia na recuperação das várias dimensões do ser humano para a compreensão do mundo na sua integralidade.” (p. 19).

A influência de outras epistemologias, principalmente aquelas advindas das Ciências Humanas e de outras teorias como a Psicologia Cognitivista, como a Aprendizagem Significativa, Sócio-interacionista e Psicogenética e da Antropologia (Burak), a Educação Matemática Crítica (Barbosa e Caldeira), é mais um aspecto de aproximação entre as duas tendências, visto que na Etnomatemática, efetua-se uma crítica à epistemologia vigente: “A Crítica que faço à epistemologia é o fato de ela focalizar o conhecimento já estabelecido, de acordo com os paradigmas aceitos no tempo e no momento” (p. 37). E oferece um outro

³⁸ Os exemplos de práticas de Modelagem estão contidos nos anexos.

enfoque constituído por três momentos: 1) Como passar das observações e práticas *ad hoc* para a experimentação e método? 2) Como passar de experimentação e método para a reflexão e abstração? 3) Como se procede para invenções e teorias? Tais epistemologias solicitadas, em algumas concepções de MM e pela Etnomatemática, causam certa ruptura com as premissas positivistas de neutralidade, de método rigoroso através da experimentação, da mensuração e da objetividade, devolvem o ato cognoscente ao sujeito (relação sujeito-objeto).

Visto que Biembengut e Bassanezi não apresentam concepção de ensino ou de aprendizagem explícita entendemos que a Modelagem, principalmente nas concepções de Burak, Barbosa e Caldeira, tende a romper de cunho positivista, voltando-se para aspectos qualitativos, como a multiplicidade de respostas, as expectativas e valores dos sujeitos (axiologia). Essas são características das Ciências Sociais. São anunciadas por Santos (1989) que esclarece sobre a predominância destas sobre as Ciências Naturais. ‘Todas as Ciências são Sociais’, já que não pode haver nenhuma produção intelectual ou cultural sem a intervenção humana e sem a relação com os seus pares. Portanto, há a predominância dos aspectos qualitativos sobre os aspectos quantitativos, conduzindo-nos a afirmar que, sobre este aspecto, também há a aproximação entre as duas tendências.

Em um sentido muito próximo a essa visão, Morin (2005a) enfatiza que “[...] a ciência está no âmago da sociedade e, *embora bastante distinta dessa sociedade, é inseparável dela* isso significa que *todas as ciências, incluindo as físicas e biológicas, são sociais.*” (p. 20, grifos do autor). Essas afirmações nos levam a considerar que toda a produção da Matemática, da Modelagem e da Etnomatemática são constituídas socialmente, levando em conta a própria Educação Matemática, que nas palavras de Miguel et al (2004) é uma prática social.

Diferentemente, quando a epistemologia é de cunho positivista ou das Ciências Exatas, a Matemática é considerada como a rainha das ciências, os métodos, as contradições,

as multiplicidades não aparecem por causa da predominância de aspectos quantitativos. Porém, quando o viés é de uma epistemologia aberta, que permite a consideração de aspectos qualitativos, como valores, multiplicidade de respostas e o objeto influenciando os métodos a serem seguidos, existem muitas diferenças, na forma de relacionar a Modelagem Matemática com a Etnomatemática.

Ambas as propostas também se propõem a abordar a realidade o que, enquanto categoria, a denominamos **concepção de realidade**. Embora se proponham a desenvolver atividades provenientes da realidade, apenas dois autores procuram esclarecer a sua concepção: Barbosa e Caldeira. Também é possível efetuar a análise da concepção de realidade, interpretando os esquemas propostos por Burak (1987), no início de seu trabalho, Bassanezi e Biembengut.

Barbosa (2001), dizendo que a *“Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.”* (p. 6, grifos do autor). Caldeira explicitando que a Modelagem permite reconhecer o processo dinâmico da realidade. O que se pode interpretar dessas duas afirmações, começando pela de Barbosa, é que a realidade seria um todo que possui áreas (compartimentos). Em nosso entender, essa concepção de realidade seria dada *a priori*, ‘dentro’ dela estariam as demais realidades mesmo sendo um todo e se desenvolvendo em processos, é como se estivesse em um sistema fechado, existente em si mesma. O autor ainda diz que não devem ser consideradas, prioritariamente, realidades artificiais, criadas para se ensinar matemática. Concordamos com a questão da ‘artificialidade’, mas não com a da **criação**, pois em consonância com Bicudo (1999), entendemos que tanto o conhecimento quanto a realidade são construídos. Essa interpretação aponta para a necessidade de maiores esclarecimentos sobre tal aspecto filosófico da concepção de realidade nas atividades de Modelagem. Lembramos que não estamos emitindo aqui um juízo de valor, mas buscando,

hermeneuticamente pelo significado das proposições.

No caso da concepção de Caldeira, o fato de a realidade ser considerada dinâmica, também, não esclarece se ela é entendida como dada ou não, uma vez que em um sistema fechado, o processo pode ser dinâmico, mas já estabelecido em normas e regras rígidas, visto que a dinamicidade não representa, necessariamente, uma construção e sim um movimento. A **concepção de realidade** não fica explícita na concepção de Burak, uma vez que esse tema só está presente em sua dissertação de 1987 e não é abordado em trabalhos posteriores. Assim, a interpretação do esquema contido em sua dissertação se encaminha para o mesmo viés da concepção de Barbosa e Caldeira e o mesmo ocorre ao analisarmos os esquemas apresentados por Bassanezi e Biembengut. Portanto, valendo-nos de Maturana et al (1997), que afirma existir, no pensamento ocidental, o entendimento de que a realidade e o real são compostos por um domínio de entidades que existem independentemente dos sujeitos e do observador. Nesse sentido, emerge a necessidade de um esclarecimento e aprofundamento nas questões concernentes à realidade nas atividades de Modelagem. Nessas concepções de Modelagem já se percebe uma diferença significativa das concepções de Bassanezi e Biembengut, as quais serão explicitadas na próxima seção, pois ficaram próximas quanto à categorização elaborada.

Mesmo não tendo o esclarecimento por parte de todos os autores acerca do significado de realidade e até mesmo divergências quanto esse significado, percebe-se que há um esforço para que se estabeleça essa relação. Neste sentido, a Etnomatemática, por sua vez, concebe a realidade como dinâmica a partir do ciclo: *...realidade – indivíduo – ação – realidade....* (D'AMBRÓSIO, 1998). As suas atividades são encaminhadas com base na proposta de ação para a transformação da realidade através de mentefatos (abstração) e artefatos (objetos). Dessa forma, permitem aos seres humanos modificar o seu ambiente e as suas práticas, sendo estas modificadas pelo ambiente em processo constante. Indo mais além, D'Ambrósio (1998) considera a realidade “[...] como o ambiental, que compreende o natural e

o artificial, intelectual e emocional, psíquico e cognitivo, que é a realidade de idéias abstratas e mais íntimas.” (p. 62). A concepção de realidade, aqui presente, concorre para a idéia de construção da realidade de acordo com as necessidades dos sujeitos e da comunidade em que estão inseridos. Ficando, portanto, explícita a ruptura com a idéia dominante do pensamento ocidental, que teria a realidade como um conjunto de entidades independentes. A concepção de realidade se constitui, para nós, no aspecto filosófico que mais afasta a Modelagem da Etnomatemática.

A **concepção de educação**, para autores como Barbosa, Burak e Caldeira, permite que os participantes de uma atividade de Modelagem possam valer-se de vários procedimentos não estruturados, de acordo com o tema ou problema a ser estudado, constituindo-se em mais um ponto de concordância da Modelagem com a Etnomatemática. Ao invés de encaminhamentos estabelecidos *a priori* faz-se o caminho inverso, busca-se estabelecer um diálogo entre professor e aluno, recorrendo ao que é do interesse deste último.

Conforme a concepção de Modelagem o primeiro procedimento, que se constitui em princípio (Burak, 2004), é ir ao encontro do interesse do grupo, da comunidade. Atitude análoga é sugerida e reclamada pela Etnomatemática, justamente por ter recebido influências de teorias sociais, antropológicas, historicistas e psico-cognitivas. Segundo Santos (1989 e 2005), no novo paradigma das Ciências Sociais, surge a necessidade de resgatar o diálogo com os discursos tidos como vulgares; aqueles que são concernentes ao senso comum. Percebe-se a clara influência dessas teorias nos aspectos pedagógicos e educacionais.

A incorporação do ato investigativo, tomado como necessário para a formação dos indivíduos, é solicitada em todas as concepções de Modelagem: Burak (1998 e 2004), por meio da pesquisa exploratória; Barbosa (2001b) ao afirmar que a “Indagação e investigação são tidas como indissociáveis, pois uma só ocorre na mesma medida que a outra.” (p. 7). Caldeira (2004b) ao defender que “Os alunos serão os pesquisadores matemáticos, eles

buscarão os problemas para pesquisarem, e estes poderão vir de situações reais (de fato, os problemas devem vir dessas situações).” (p. 3).

O ato investigativo é uma premissa nas atividades de Etnomatemática. Esta é um Programa de busca constante e pretende dar conta da multiplicidade dos saberes e fazeres humanos, justamente por estar subsidiada pela transdisciplinaridade. Entende-se que essa atitude investigativa, presente nas duas tendências, enquanto situadas na EM na perspectiva das Ciências Humanas e Sociais, tem em ambas, as mesmas raízes históricas, culturais e científicas contrárias ao chamado paradigma da Ciência Moderna, o qual Santos (1989) diz estar sem sustentação. Pois, de acordo com Kilpatrick (1996), a Educação Matemática busca livra-se das influências positivistas que de início a estiveram fundamentando.

Explicitando melhor, significa dizer que na Ciência Moderna a investigação era reservada aos grandes intelectuais, que dominavam procedimentos matemáticos. A relação sujeito e objeto era negada, pressupondo um afastamento do sujeito cognoscente do objeto cognoscitivo. Na Educação Matemática, considerada na perspectiva das Ciências Humanas e Sociais, a relação entre o sujeito e o objeto retoma o seu lugar par além dessa dicotomia pregada pela Ciência Moderna.

A postura crítica dos sujeitos de aprendizagem é comum nas cinco concepções de Modelagem estudadas, porém a componente crítica e a forma de abordá-la são diferentes. Entretanto, todas preconizam que o processo de modelagem favorece a criticidade dos alunos. Na Etnomatemática também há a necessidade dessa formação crítica para o enfrentamento das situações do cotidiano. Principalmente por seu caráter político, o qual D’Ambrósio (2002), diz ser a mais importante dimensão da Etnomatemática.

No decorrer dessas páginas, os pontos destacados até aqui são aqueles que, em nossa compreensão e interpretação podem aproximar as duas tendências em Educação Matemática. Consideramos que essas aproximações são frutos das influências recebidas do paradigma das

Ciências Sociais que superam os pressupostos das Naturais.

Percebe-se, nesses aspectos filosóficos e epistemológicos da MM e da Etnomatemática, a possibilidade da reconciliação ontológica entre o homem e a natureza; entre o sujeito e o objeto; entre o universal e o particular; entre o mental e o material; entre o valor e o fato; entre o privado e o público, para que se supere as dicotomias ensejadas pela concepção instrumentalista e mecanicista da Ciência Moderna (SANTOS, 1989).

Em seguida serão apresentadas as categorias que não favorecem uma aproximação entre MM e a Etnomatemática.

4.4 ASPECTOS FILOSÓFICOS E EPISTEMOLÓGICOS QUE NÃO FAVORECEM A APROXIMAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA COM A ETNOMATEMÁTICA

A categoria **Modelos Matemáticos**, como já dito anteriormente, é diferente na visão dos autores. Consideramos que essa diferença pode ocasionar o distanciamento entre as duas tendências, quando, em alguns casos, como Bassanezi (2002) e Biembengut (1999), que exigem a construção de um Modelo Matemático no processo de Modelagem. O primeiro autor diz que a Modelagem é a “[...] arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.” (p.16). O segundo afirma que ela é “[...] o processo que envolve a obtenção de um modelo.” (p. 20).

Essa forma de conceber o Modelo Matemático tem a ver com a **concepção de conhecimento** assumida pelos autores. Bassanezi (2002) acredita que na Modelagem segue-se o processo da Ciência que foi criado por Descartes (1637). Biembengut diz que “*Criar o fundamento perene da mecânica do céu e reuni-lo em indivisível unidade com a mecânica da terra, foi a grande obra de Newton*”. Essa afirmação leva a crer que o método de trabalho se

aproxima do que chamamos de Modelagem Matemática.” (BIEMBENGUT, 1990, p. 15, grifos da autora). Pelas descrições da concepção de Etnomatemática contidas no segundo capítulo, identificamos um distanciamento, caso a concepção de Modelo adotada seja essa. A Etnomatemática não rejeita a matemática considerada acadêmica, entretanto, no que concerne à concepção de conhecimento. A Etnomatemática busca desvincular-se do eurocentrismo presente nas formas de conceber os objetivos, conteúdos e métodos. E essa maneira de fazer Modelagem se orienta por essa visão eurocentrica. A Etnomatemática também possui um caráter holístico, o que, em nossa compreensão, é oposto ao caráter reducionista solicitado nessas duas visões de conhecimento. Nessa visão de Modelagem a Matemática é entendida como o a linguagem da Ciência, reforçando uma das premissas da Ciência Moderna.

Ao analisar os esquemas e as etapas apresentadas por Bassanezi (2002) e Biembengut (1990, 1997 e 1999), percebe-se o caráter reducionista que fica mais evidente nos seguintes trechos: “Enquanto que a escolha de um tema de uma pesquisa pode ser uma proposta abrangente, a formulação de um problema é mais específica e indica exatamente o que se pretende resolver.” (BASSANEZI, 2002, p, 28), além de priorizar o levantamento de hipóteses e a restrição e isolamento de variáveis. Da mesma forma, Biembengut (1999), afirma, semelhantemente a Bassanezi, os mesmos procedimentos para se fazer Modelagem. Há, nesse sentido, uma tendência em compreender a Modelagem Matemática, em âmbito educacional, como um processo que leva a obtenção de um modelo. Entendemos que, dessa maneira, ocorre a transposição de um método já estabelecido, como um padrão que já está pronto e apenas é transferido para o âmbito educacional, mudando o foco do modelo para o seu processo de construção.

Todas as concepções de Modelagem aqui estudadas buscam estabelecer um diálogo com outras áreas do conhecimento. Mesmo assim, há um distanciamento conforme a concepção de Modelagem. Pois, na maioria dos casos, as aproximações são apenas

interdisciplinares ou multidisciplinares. A interdisciplinaridade consiste em cada disciplina trabalhar especificamente as suas competências em projetos maiores, em que as disciplinas se inter-relacionam, de forma mútua, a partir de uma intersubjetividade. A pluri ou multidisciplinaridade que consistem, basicamente, na justaposição de conteúdos ou a junção deles em uma mesma disciplina (FAZENDA, 1993).

Consideramos essas visões distanciadas da Etnomatemática, porque esta solicita que o diálogo com outras áreas do conhecimento seja **transdisciplinar**, que atenda às necessidades de continuidade da espécie humana e do próprio ambiente. Assim, o trabalho com as disciplinas deve levar à compreensão de questões mais amplas, como a política, o ecossistema, enfim, outras que superem a visão multi, pluri e interdisciplinar.

Essa distância em termos das disciplinaridades³⁹ pode estar relacionada às heranças positivistas e extremamente racionalistas da Educação (Matemática) em suas origens, o que, certamente, influenciou as concepções de Modelagem Matemática. E, também, ao próprio momento vivido que atualmente reclama por saberes que transcendam ao conhecimento isolado de conteúdos.

Mesmo Bassanezi (2002), enfatizando que a “modelagem também se encaixa no *Programa Etnomatemática* [...] atuando, desta forma, como uma metodologia mais adequada às diversas realidades sócio-culturais.” (idem, p. 37), enquanto um argumento de alternativa epistemológica, não é tão simples essa aproximação, pois conforme o interpretado por nós, há inúmeras divergências ao que concerne à concepção de Conhecimento, Realidade e Educação.

Quanto à **concepção de conhecimento**, vale destacar que a flexibilidade do conhecimento e das formas de conhecer fica prejudicada quando a concepção de Modelagem apenas aplica os conteúdos já sabidos pelos educandos ou tem a intenção de aplicação da matemática como caráter mais forte, intenção que pode ser percebida nos cinco argumentos

³⁹ Disciplinaridades são concernentes à: Multidisciplinaridade, Interdisciplinaridade e Transdisciplinaridade.

apresentados por Bassanezi: 1) argumento Formativo; 2) argumento de competência crítica; 3) argumento de utilidade; 4) argumento intrínseco e 5) argumento de aprendizagem. Ou, ainda, quando o professor para chegar à construção de um modelo, usa a Modelagem apenas para reforçar os conteúdos já ensinados. Nessa perspectiva, há um distanciamento da Etnomatemática que, segundo D’Ambrósio (1986), procura uma forma solidária de relacionar *objetivos, conteúdos e métodos*, sem a necessidade da avaliação em termos explícitos, pois ela é inerente às três dimensões anteriores envolvidas no desenvolvimento curricular. Mais uma vez é perceptível a influência das concepções de conhecimento na **concepção de educação** assumida. O fato de, principalmente, Bassanezi e Biembengut não apresentarem explicitamente uma determinada concepção de educação para o desenvolvimento da Modelagem faz com que recaiam sobre a questão do método, ou seja, a Modelagem, tal qual é concebida, neste caso, como método de pesquisa científica. O método determina a forma de estudo conforme a orientação epistemológica das Ciências Naturais.

Essa última interpretação nos remete para a **concepção de currículo**. As concepções de Modelagem procuram romper com a linearidade currículo, porém, as concepções de conhecimento e de Educação, que estão subjacentes à concepção de MM de Bassanezi e de Biembengut, vão de encontro à concepção de currículo apresentada por D’Ambrósio, visto que ele retira a componente avaliação. Nessas duas formas de conceber a Modelagem a avaliação é dada pela validação de um modelo matemático, que se torna o principal objetivo dessas concepções.

Interpretando um pouco mais a categoria denominada **Modelos Matemáticos**, quando o modelo torna-se exigência é porque carrega em seu bojo características das Ciências Naturais, como critérios epistemológicos a serem seguidos, pois trabalha com hipóteses simplificadoras, redução do problema em problemas menores, afastamento da realidade estudada, separando o “mundo da Matemática” do “mundo real”. Essa concepção de

conhecimento, próxima à cartesiana, pode ser evidenciada nessas duas proposições de Modelagem, a partir dos escritos dos próprios autores, apresentados no início desta subseção.

Nessa perspectiva, Machado (2005) diz que o modelo matemático, conforme as visões do Círculo de Viena e de Lévi-Strauss, respectivamente, carregam a epistemologia da Matemática, sendo que este modelo pode ser construído de duas maneiras. Em uma acepção “[...] *é o empírico que é o modelo para a teoria, enquanto na outra acepção é a teoria que é o modelo para um domínio empírico.*” (p. 77, grifos do autor). Segundo o autor “[...] aí está o fundamento da Matemática com finalidade de controle.” (idem, p. 78).

O movimento denominado Matemática Moderna que foi abordado no primeiro capítulo desta dissertação, parece se encaminhar por esta última concepção da construção de modelos apresentada por Bassanezi e Biembengut.

Revuz (1980) explica que as etapas a serem seguidas em um programa embasado na ‘nova Matemática’, eram as seguintes: 1) a matematização de situações habituais; e 2) a construção de modelos matemáticos. A intenção principal era a aquisição de conhecimentos matemáticos para posterior matematização. Nela a epistemologia diretora é a da Matemática, considerada como Rainha das Ciências. É entendida a partir de conceitos simples e claros, oriundos das estruturas matemáticas, como funções, anéis, grupos e outros.

Decorrente dessa tal epistemologia há implicações nos métodos utilizados para o desenvolvimento de investigações e práticas educativas, levando-se em consideração os aspectos qualitativos e aspectos quantitativos que são abordados na categoria denominada: **concepção de educação**. A diferenciação dos aspectos quantitativos dos qualitativos do ponto de vista metodológico possui estreita ligação com a **concepção de conhecimento** adotada. Esta orienta o processo metodológico a ser seguido em investigações e em práticas Educacionais. Nas atividades de Etnomatemática, os procedimentos informais (não estruturados) são predominantes sobre os aspectos formais (estruturados). Nas concepções de

Modelagem que pertencem ao âmbito da Ciência Moderna, ocorre o contrário, há uma ênfase mais acentuada de procedimentos formais, matematizáveis em relação ao processo Educacional, caracterizando um afastamento.

A **concepção de realidade**, que emergiu em nossas interpretações, principalmente, nas concepções de Bassanezi, Biembengut e Burak (no início de seu trabalho), é similar àquela que esteve presente como projeto da Ciência Moderna: o domínio sobre a realidade a partir de processos matemáticos sobre a natureza (BUZZI, 1997), característica forte do período iluminista e depois da industrialização. Há nessa concepção de realidade uma separação entre o ‘mundo real’ e o ‘mundo matemático’. No caso de Bassanezi (2002), a passagem mais forte que evidencia tal aspecto é a seguinte: “[...] transformar problemas da realidade em problema matemáticos [...]” (p. 16). No caso de Biembengut (1999) “A matemática e a realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio para fazê-las interagir.” (p. 20). E no esquema apresentado por Burak (1987) em sua dissertação, no qual do mundo-vida se passa ao mundo matemático. Tais passagens mostram uma separação entre o mundo-vida e o mundo matemático. Temos o entendimento de que este último faz parte do mundo-vida. Isso porque, em uma perspectiva fenomenológica, tudo que existe não está além de sua manifestação no mundo-horizonte do sujeito que percebe.

Essa separação distancia a MM da Etnomatemática, que procura a compreensão, o diálogo, a ruptura com a realidade estática e a fraternidade entre os seres humanos e seu ambiente e não o domínio, conforme já elucidado na subseção anterior. Dito de outro modo, é que a Etnomatemática tem o propósito de atender às necessidades existenciais e não dominar e manipular a realidade em termos matemáticos. O poder de mensuração da realidade, que aparece nessas concepções de conhecimento e na construção de modelos, principalmente de Bassanezi e Biembengut, é a pedra angular da Ciência Moderna. Essas conclusões a que chegamos, aproximam-se daquelas apontadas por Anastácio (1990) acerca da Modelagem,

quando afirma que os autores têm diferentes visões de mundo e que, na maioria das vezes, não consideram que a Matemática seja integrante do mundo-vida.

4.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE A MODELAGEM

Em decorrência das interpretações até aqui apresentadas, tecemos algumas considerações acerca da Modelagem Matemática.

Enquanto uma prática educativa que ganha projeção em nosso país, afirmamos que ela deve ser estudada cada vez mais em aspectos concernentes às bases filosóficas e epistemológicas que fundamentam diferentes concepções.

Não se pode dizer simplesmente que se faz Modelagem Matemática em Educação Matemática. É preciso ficar explícita qual Modelagem está sendo desenvolvida e qual concepção de Educação Matemática está subjacente. Concluímos, então, que são as ‘modelagens’ e não uma Modelagem. Essas especificidades de cada concepção causam divergências em alguns pontos com a Etnomatemática e a convergência com outros.

Sendo assim, tomando como principal foco a Modelagem, caberia a seguinte pergunta em termos fenomenológicos: *O que isto, a Modelagem Matemática para e na Educação Matemática?* A dissertação de Queiroga (1990), a partir do estudo de autores⁴⁰, concluiu que a Modelagem é uma representação do mundo real, por meio da matemática; o modelo matemático distingue-se da Modelagem, pois esta é todo o processo de obtenção de um modelo; e o desenvolvimento das atividades de Modelagem deveria se dar no sentido da compreensão do mundo-vida de alunos e professores, indo para além da compreensão de que a realidade é um simples recipiente, dentre outros apontamentos. Essas discussões, naquele

⁴⁰ Andrews e McLone (1976); Bassanezi e Ferreira (1988); D’Ambrósio (1986); Gazzetta (1989); Maki e Thompson (1973); McLone (1976); Medley (in Berry et al, 1984); Mogen Niss (1987); Oke e Bajpai (1982); Pinker (1981); Rubin (1982); Sebastiani (1985); Tim O’Shea e John Berry (1982).

momento vivido, mostraram que a Modelagem era transposta do contexto da Matemática Aplicada. Porém, cabe um questionamento quando uma concepção de Modelagem surge no âmbito Educacional, como é o caso de Burak que desenvolveu a maioria de suas atividades voltadas à Educação Básica. Esta afirmação mostra uma outra trajetória, que dê início se deu pela aplicação, mas que no decorrer foi modificando-se e sendo construída no âmbito educacional com características diferentes da Modelagem desenvolvida na Matemática Aplicada (BURAK, 2005).

Ou seja, ao invés de pensar na aplicação da Modelagem que é oriunda das Ciências Naturais, como uma estratégia que já estava em algum lugar e agora é usada no sistema educacional, deveríamos pensar em discutir e construir uma concepção de Modelagem que nasce na Educação Matemática na perspectiva das Ciências Humanas e Sociais.

São cerca de 20 (vinte) anos dessa valiosa investigação de Anastácio e, de lá para cá, a própria questão da construção de modelos se modificou em algumas concepções de Modelagem como as de Burak e Barbosa, autores que, naquele momento não foram objeto de estudo.

Nesse bojo, os estudos teóricos em relação à Modelagem Matemática devem ser intensificados para que os adeptos dessa tendência em Educação Matemática possam ter cada vez mais clareza, favorecendo que esses estudos possam contribuir para um ensino significativo de Matemática para o Educador, o educando e para a transformação da sociedade, além de avanços na região de inquérito que é a Educação Matemática. Ressaltamos a importância de investigações quanto à constituição da Modelagem Matemática que, segundo nos consta, apenas uma dissertação, a de Anastácio (1990) foi desenvolvida.

As afirmações explanadas até aqui nos conduzem a fazer mais um apontamento acerca da Modelagem Matemática, o qual buscaremos esboçar na sequência.

Como já dito anteriormente, a Modelagem Matemática na Educação Matemática tem

uma história relativamente recente e com suas bases inicialmente fundamentadas na Matemática Aplicada (BARBOSA, BIEMBENGUT, BURAK, BASSANEZI). Sendo assim, leva em seu bojo, muitas influências dessa área.

Entretanto, pelas categorias abertas levantadas neste capítulo e pelas definições dadas pelos autores, percebe-se que existem concepções de Modelagem sendo construídas no *locus* das Ciências Humanas e Sociais, o que muda, em nosso ponto de vista, o foco de constituição dessa tendência. Quando se usa o termo Modelagem nesse *locus* não se está falando somente da Modelagem em termos de Matemática Aplicada, para a construção de Modelos Matemáticos, mas como metodologia de ensino, estratégia de ensino e de aprendizagem, como sistema de ensino e de aprendizagem e ainda como ambiente de aprendizagem, definições essas que não são oriundas da Ciência Matemática, mas que são provenientes de uma preocupação com o ensino e a aprendizagem da Ciência Matemática e não especificamente com a Ciência Matemática. Parafraseando Rius (1989), seria a preocupação com a comunicação em Matemática, mais que com a Matemática em si mesma.

Todas essas definições carregam em si, algo para além do processo de construção de modelos matemáticos que permitam fazer previsões matemáticas, mesmo que em algumas das definições essa construção seja prioritária. Carregam em si, sentidos diferentes que conduzem a interpretações e encaminhamentos diferentes, como já clarificamos na seção anterior, em relação aos sujeitos e aos objetos de ensino.

Dito de outro modo, quando se fala em Modelagem Matemática não é algo homogêneo e de fácil compreensão, nem do ponto de vista semântico, do significado da palavra, que do latim *modulari* significa: **dar forma, reproduzir, que serve de modelo, exemplar**; e nem do ponto de vista das atividades, que não são iguais e, algumas vezes, totalmente contrárias, pois algumas solicitam a construção de modelos matemáticos e outras não. Portanto, a compreensão dessa tendência no âmbito da Educação Matemática, ainda está

se fazendo e mais investigações de cunho de teórico devem ser desenvolvidas. É importante salientar, em acordo com Anastácio (1990), que a Educação e a Educação Matemática estão em constante processo de construção, o que por sua vez nos remete à compreensão de que a Modelagem na Educação Matemática também está em construção.

Em sentido metafórico, falar em Modelagem Matemática não é unívoco, como se dissesse 'A' para representar 'A'. Interpretamos que quando se fala em 'A', pode estar referindo-se a 'B', ou ainda quem sabe a 'C' ou 'D' e assim por diante. Isso quer dizer, do ponto de vista da constituição da Modelagem Matemática, que há a necessidade de, pelo menos, clarificarem-se os debates sobre as diferentes concepções, pois é perceptível em vários trabalhos, congressos e entre alguns pesquisadores e professores que não conseguem distinguir as atividades de Modelagem na Educação Matemática na perspectiva das Ciências Naturais e das Ciências Humanas e Sociais. Concluímos isso em acordo com Machado (2002), quando ele fala sobre a constituição de metáforas no ensino de Matemática. Nessa perspectiva, consideramos válida a analogia aqui estabelecida, mesmo que aqui tratemos o enfoque diferentemente daquele dado pelo autor, que se volta para o ensino de conteúdos matemáticos, estamos aqui aplicando a idéia de metáfora à Modelagem.

Quando não é possível dar conta de explicar algo em termos explícitos e objetivos, o uso da metáfora é válido. Acreditamos que, pela utilização da Modelagem Matemática, inicialmente orientada pelas bases da Matemática Aplicada em âmbito Educacional, inúmeras mudanças ocorreram nessa técnica e, por esse motivo, é que na Educação Matemática na perspectiva das Ciências Humanas e Sociais ela ganha outras características, humanas e qualitativas, como as apresentadas nas descrições sobre as concepções de Modelagem.

Portanto, nas atuais discussões acerca das Modelagens na Educação Matemática, resta-nos dizer que as Modelagens estão postas educacionalmente em sentido metafórico, ainda carecendo de maiores esclarecimentos e entendimentos enquanto tendência teórico-

metodológica no âmbito da Educação Matemática. Metaforicamente porque não representa em termos diretos o que se faz, podendo conter inúmeras atividades que não comportem a construção de um modelo matemático, e mesmo de um processo que culmine nessa construção.

Finalizando esta etapa do mestrado, entretanto, vislumbrando o longo caminho que temos para seguir em vista daquilo se mostrou na investigação, fazemos considerações gerais, explicitando o nosso desejo de prosseguir investigando para compreender mais e melhor o fenômeno focado, principalmente ao que concerne à Modelagem e à Educação Matemática.

CONSIDERAÇÕES E PERSPECTIVAS DE CONTINUIDADE DA INVESTIGAÇÃO

Consideramos que os resultados alcançados na investigação mostraram-se significativos, tanto para o pesquisador quanto para a comunidade da Educação Matemática.

Para o pesquisador pelos caminhos que foram percorridos durante a investigação, que propiciaram esclarecimentos e levantaram dúvidas e questões que apontam para a necessidade de novas investigações e aprofundamentos sobre a região de inquérito. Além de aspectos que contribuíram para a formação de pesquisador em Educação (Matemática).

Para a comunidade da Educação Matemática, esta investigação abordou aspectos de cunho teórico, os quais, em nosso entendimento, devem se compreendidos para que possam ocorrer avanços significativos na superação dos problemas relativos ao ensino e à aprendizagem. Essa afirmação vai ao encontro daquilo que Higginson apud Rius (1989) propõe ao discutir e analisar a natureza da Educação Matemática, enfatizando que não haverá avanços significativos no tratamento do problema proposto pelas dificuldades surgidas de aprendizagem da Matemática, até que haja um amplo reconhecimento dos fundamentos da Educação Matemática.

Acreditamos ter contribuído no avanço das discussões sobre a constituição da Educação Matemática, da Modelagem e da Etnomatemática.

Para a EM por fomentar o debate de sua natureza, de sua metodologia e de sua consolidação enquanto campo profissional e científico, visto que, há a necessidade desse debate, explorado brilhantemente por alguns, mas desconhecido de tantos outros professores de matemática. Acreditamos que a discussão acerca da natureza e da metodologia da Educação Matemática deva ser enfatizada nas investigações, visto que, há uma carência em

focar diretamente esse fenômeno: a Educação Matemática.

Para a Modelagem, acreditamos ter encontrado uma resposta significativa à pergunta que nos propusemos ao início da jornada, conseguimos encontrar diversos aspectos filosóficos e epistemológicos que a constituem ou que estão presentes nas diferentes concepções. Assim, oportunizando aos que lerem este trabalho, alguns esclarecimentos do que ela é ou pode ser no contexto da EM. Porém, inúmeras outras questões surgiram ao final dessa etapa, algumas nós mesmos iremos à busca de mais esclarecimentos, outras ficarão, quem sabe, para a comunidade científica, para discutir os resultados a que chegamos.

Outro aspecto a ser destacado é a ousadia em desenvolver uma pesquisa teórico-bibliográfica, que nem sempre foi vista como uma pesquisa significativa, mas que se sustentou e ganhou ainda mais força por existirem poucos trabalhos teóricos. Esse trabalho bibliográfico foi fortalecido pelos pressupostos da fenomenologia que orientou a nossa atitude no decorrer do processo e se constituiu, para nós, em pensar rigoroso, em reflexão atenta através de repetidas leituras.

Para os pesquisadores e interessados em Etnomatemática e que desejem desenvolver trabalhos com Modelagem, consideramos importante desenvolver a Modelagem na perspectiva das Ciências Humanas e Sociais, mostrando consonância com os pressupostos da Etnomatemática.

Como a aproximação ou o distanciamento entre as duas tendências, em nossas interpretações, são oriundas das diferentes concepções de MM e de Educação Matemática, temos como perspectivas aprofundar os estudos no tocante à Modelagem Matemática e a Educação Matemática, buscando pela interrogação: *o que isto, a Modelagem para e na Educação Matemática?* Isso em termos de Concepções de Ciência, do *lócus* da Educação Matemática e, talvez, de esclarecimentos de qual seria a opção mais coerente para se fazer Modelagem nesse *lócus*, discutindo a realidade, a criticidade, a relação sujeito e objeto e

outras questões. Buscando explicitar, o mais claro possível, qual é a posição a ser tomada para o encaminhamento dos trabalhos e construindo uma concepção de Modelagem para e na Educação Matemática na perspectiva das Ciências Humanas e Sociais.

ANEXOS

ANEXO I

EXPERIÊNCIAS COM ETNOMATEMÁTICA:

Matemática em Algumas Culturas da América do Sul: Uma contribuição à Etnomatemática – Bruno D’Amore

D’Amore (2003) faz considerações pessoais, de caráter social, antropológico, geográfico e outros, acerca de sua experiência nas culturas da América do Sul e explica que isso faz parte da concepção de Etnomatemática. Sua experiência aconteceu no Equador onde teve contato tanto com indígenas analfabetos de variadas etnias como com intelectuais (*Quéchua* e *Shuar*) que se preocupavam com a preservação das referidas culturas.

Relata que um *quéchua* quando conta uma história, acrescenta uma sonoridade, que pode ser comparada com uma ‘música’ e diz que esta também se faz presente quando pronuncia uma sucessão de números, segundo o autor, para favorecer a memorização.

O pesquisador presenciou algumas particularidades que esse povo tem de lidar com questões matemáticas, como por exemplo: se o nome de um algarismo estiver antes (à esquerda) do 10 (dez) é uma multiplicação e se vem depois (à direita) se torna uma adição, tudo isso relacionado à ladainha. Assim, *pusac chunca* é oito (vezes) dez, ou seja, 80; e *chunca pusac* é dez (mais) oito, ou seja, 18 (D’AMORE, 2003).

Decorrente das viagens efetuadas o pesquisador observou como um vendedor ambulante, que sabia fazer contas mentalmente, utilizava a ‘ladainha’, mesmo sendo analfabeto. E afirma que as contas efetuadas pelo vendedor estavam corretas, pois o pesquisador as conferiu com papel e caneta! Isso tem a ver com as propriedades da Aritmética Posicional, que a Matemática escolar tem com disciplina. Portanto, nessa cultura, os resultados são obtidos em função da linguagem e não de um formalismo como na academia.

Os números da *Cultura Shuar* são representados a partir do número 6 (seis), relacionados à aparência dos animais, como, por exemplo, o 6 (seis), chamado (*ujuk*), ou seja, *rabo de macaco*. O pesquisador ainda se deparou com outros tipos de bases numéricas

diferentes da base 10 (dez), tais como, base 5 (cinco) ou 2 (dois). E muitas vezes a junção dessas bases, como é o caso em língua *wao*.

Dissertação de Borba (1987)

Borba (1987) realizou uma experiência com Etnomatemática em uma favela chamada Vila Nogueira - São Quirino, na cidade de Campinas, SP. Tinha o objetivo de conhecer a Matemática praticada por esse grupo cultural que residia na favela e posteriormente efetuar uma proposta de trabalho dessa Matemática para a própria comunidade. Realizou uma pesquisa participante. Nessa oportunidade estudou a Matemática praticada pelos adultos e crianças e a Matemática oriunda do cotidiano das pessoas.

O autor relata conversas com os moradores, das quais ele consegue ‘extrair’ a Matemática praticada por estes. Apresenta também algumas peculiaridades do entendimento matemático originado por esses moradores.

Em uma conversa com João, um dos participantes da pesquisa recebeu uma explicação sobre a construção de uma casa, já que sua profissão era pedreiro, mostrando ter utilizado noções de Matemática: como números e medidas, associadas a outros conceitos de engenharia. Dessa forma demonstrou que tinha procedimentos de cálculos aritméticos que funcionam com precisão.

O mesmo participante afirmou desconhecer a Matemática formalizada pela escola, mas sempre se utilizava dessa para explicar os seus afazeres. Até, porque, no decorrer do diálogo, deu explicações da maneira de se construir um poço, dizendo; “– *Vai vinte e cinco tijolo. [...]*”; “– *Por metro quadrado, porque são cinco impiada de cinco, nê*”. (BORBA, 1987, p. 58). E ainda, mostrou lidar bem com suas necessidades de supermercado, pois tinha a noção clara da quantidade de dinheiro para a quantidade de compras que poderia fazer.

Um outro morador da favela, Pedro, demonstrou ter conhecimentos muito parecidos

com os do seu João, inclusive tinha a mesma profissão. E mesmo sem ter acesso à Matemática escolar (acadêmica), dominava conceitos intuitivos de medida, ângulos e capacidade de estimar valores. Principalmente quando se tratava de encanamentos em residências.

Quanto à Matemática praticada pelas crianças, Borba (1987), explicitou que “No jogo de amarelinha, a numeração aparece na sua forma inicial, realçando o aspecto ordinal do número. Nos diversos jogos de bola de ‘gude’, as crianças utilizam com frequência as idéias intuitivas de reta, direção, sentido, triângulo, triângulo equilátero” (p. 63). E ainda esclarece que tais crianças, muitas vezes são aquelas reprovadas na escola, por ‘não saberem’ o que tais (idéias) conceitos significavam.

A proposta de conhecer a Matemática desse grupo e posteriormente trabalhar a Etnomatemática deles se deu por dois caminhos: 1) Quando possível foi trabalhado diretamente com as crianças a partir de suas brincadeiras e; 2) O pesquisador, a partir de sua compreensão do *mundo-vida* da favela e da consideração dos interesses das crianças, pôde propor temas de pesquisa. Assim, originaram-se conhecimentos acerca dos temas e verificou-se a Matemática aí presente. E Borba (1987) acrescenta: “Em qualquer dos caminhos, eu, como educador, os auxilio na construção de modelos matemáticos mais refinados” (p.72).

Dessa maneira foram escolhidos diversos temas pelos participantes da pesquisa e nós iremos nos restringir a um exemplo específico, o qual foi denominado: Futebol, nas páginas 78 a 80 da dissertação.

Em virtude do envolvimento direto do pesquisador com os garotos da favela, ele ‘apitava’ os jogos, quando em uma dessas oportunidades no ano de 1985, alguns ‘jogadores’ perguntaram:

“– Marcelo, onde é o meio para se dar a saída?

– O que vocês acham? respondi.

“– É ... vamos medir”, propôs Edison.

“– O jogo ..., agora não, ...”.

Após o término da partida, Borba convidou as crianças perguntando quem queria parar e voltar ao campo e medir. Cinco meninos e uma menina se prontificaram, dois deles traziam uma picareta consigo, com o intuito de marcar o meio. Depois de discutirem com o seria melhor maneira de medirem, chegaram à conclusão que a melhor forma seria pela utilização da picareta ao invés do palmo e dos passos que também foram sugeridos.

“Mediram 53 picaretas e 2 palmos, fizeram a divisão por dois, usando o raciocínio mental e o auxílio de um graveto para escrever sobre a terra” (p.79). E, por isso, o autor conclui que “Se não chegaram ao padrão ‘metro’ para medir, chegaram ao padrão ‘picareta’, que é bem mais preciso que o passo, ou palmo, e mais, chegaram à essência do conceito medida, que é comparação” (ibidem, anterior).

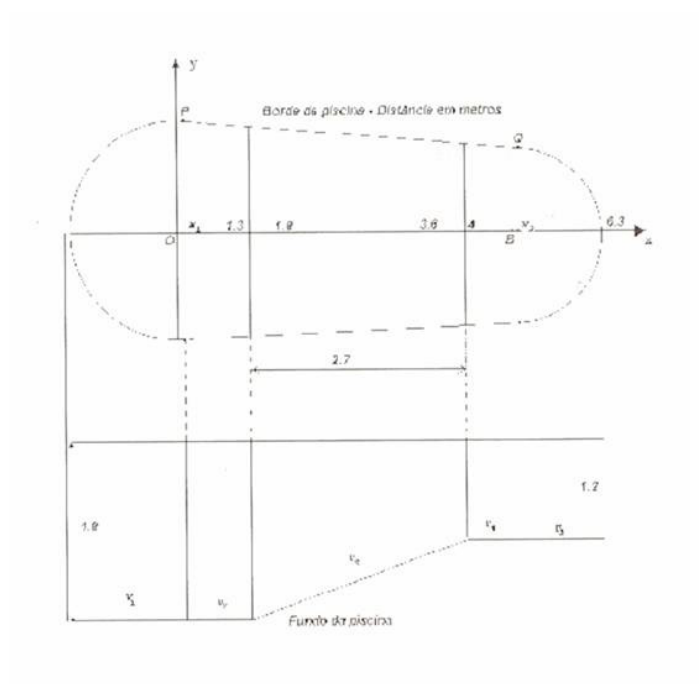
EXPERIÊNCIAS COM MODELAGEM MATEMÁTICA

Construção de uma Piscina (Autor Rodney Carlos Bassanezi).

Bassanezi apresenta⁴¹ um tema desenvolvido com a Modelagem Matemática para alunos de um curso de Engenharia da UNICAMP – SP (1980), com o objetivo de aplicar os conteúdos matemáticos aprendidos na disciplina de Cálculo II (Cálculo Diferencial e Integral com diversas variáveis). Esse tema tratava da *construção de uma piscina*. Foi distribuída para os participantes uma planta da piscina, para que os alunos solucionassem as seguintes questões: “... a) cálculo do volume da piscina; b) área para colocação de azulejos; c) variação da altura do nível de água quando a piscina está sendo cheia; d) tempo necessário para se encher a piscina”. (BASSANEZI, 2002, p. 191).

Para a solução da questão “(a)” o autor orientou seus alunos que o cálculo deveria ser feito em cinco etapas, de acordo com a configuração do fundo e da borda da piscina, haja vista que a simetria desta em relação ao eixo-x permitia trabalhar apenas com a sua metade.

⁴¹ Páginas 191 a 199 de seu livro “Ensino Aprendizagem com Modelagem Matemática” (BASSANEZI, 2002).



(BASSANEZI, 2002, p. 192).

Assim, calculou-se de início a equação da reta tangente que determina a borda superior da piscina:

Raio da circunferência menor r :

$$r = (6.3 - 3.6)/2 = 1.35$$

Raio da circunferência maior: $R = 1.8$

Centro da circunferência menor: $OB = (6.3 + 3.6)/2 = 4.95$.

Coordenadas dos pontos: P , Q e C :

Sejam P : (x_1, y_1) , Q : (x_2, y_2) , C : $(x_3, 0)$ o ponto onde a reta tangente às circunferências corta o eixo-x. Tem-se, então, que os triângulos OPC e BQC, são semelhantes e portanto,

$$\frac{R}{r} = \frac{\overline{OC}}{\overline{BC}} \Rightarrow \frac{1.8}{1.35} = \frac{4.95 + \overline{BC}}{\overline{BC}} \Rightarrow \overline{BC} = 14.84$$

Assim,

$$\overline{OC} = \overline{OB} + \overline{BC} = 4.95 + 14.84 = 19.79 = x_3$$

Considerando o triângulo BQC , pode-se calcular o coeficiente angular da reta tangente às circunferências:

$$\sin \alpha = \frac{\overline{BQ}}{\overline{BC}} = \frac{1.35}{14.84} = 0.0909.$$

Então,

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = 0.0913.$$

Como a reta tangente é decrescente, seu coeficiente angular é $m = -0.0913$ e sua equação é obtida considerando:

$$y - 0 = -0.0913(x - 19.79)$$

ou seja,

$$y = -0.0913x + 1.807$$

E ainda, como os triângulos x_1PC e BQC são semelhantes, tira-se que $y_1 = 1.793 \Rightarrow x_1 = 0.158$. de maneira análoga calcula-se o valor $\overline{Bx_2} = 0.118 \Rightarrow x_2 = 5.068$.

Cálculo de V_1 (*secção de um cilindro*):

$$V_1 = 2 \int_{-1.8}^{0.158} \int_0^{\sqrt{1.8^2 - x^2}} 1.8 dy dx = 3.6 \int \sqrt{1.8^2 - x^2} dx$$

Considerando a mudança de variável

$$x = 1.8 \cos \theta$$

obtem-se:

$$V_1 = 3.6 \int_{\pi}^{1.483} 1.8 \sin \theta (-1.8 \sin \theta) d\theta = 11.664 \int_{\pi}^{1.483} -\sin^2 \theta d\theta$$

resultando em $V_1 = 10.170 m^3$

Cálculo de V_2 :

$$V_2 = 2 \int_{0.158}^{1.3} \int_0^{-0.0913x+1.807} 1.8 dy dx = 3.6 \int_{0.158}^{1.3} (-0.0913x + 1.807) dx$$

resultando em $V_2 = 7.193 m^3$.

Cálculo de V_3 :

Para a realização deste cálculo, faz-se necessário determinar a equação da rampa (plano de fundo da piscina), portanto, deve-se encontrar z^* (altura do plano), apenas em função de x :

$$z^* = \frac{1.8 - 1.2}{2.7} (x - 1.3) = 0.222x - 0.288$$

Portanto, a altura da piscina nesta secção será:

$$z = (x, y) = 1.8 - z^* = 1.512 - 0.222x$$

Assim,

$$V_3 = 2 \int_{1.3}^4 \int_0^{-0.0913x+1.807} z(x, y) dy dx$$

resultando em $V_3 = 13.118 m^3$.

Cálculo de V_4 (altura constante $z = 1.2$):

$$V_4 = 2 \int_4^{5.068} \int_0^{-.00913x+1.807} 1.2 dy dx = 3.517 m^3$$

Cálculo de V_5 (secção cilíndrica de altura constante igual a 1.2):

$$V_5 = 2 \int_{5.068}^{6.3} \int_0^{\sqrt{1.35^2 - (x-4.95)^2}} 1.2 dy dx = 3.179 m^3 .$$

Logo o volume total da piscina é dado por:

$$V_T = \sum_{i=1}^5 V_i = 37.1981 m^3$$

As demais questões foram resolvidas da mesma forma que o cálculo do volume da piscina, por conseguinte, não prosseguiremos apresentando maiores detalhes, haja vista que, para o proposto neste trabalho, o exposto acima é plenamente satisfatório.

Animais Domésticos e Construção de uma Cerca (Autor Dionísio Burak)

Burak ⁴²apresenta uma experiência com Modelagem Matemática. Apresenta os encaminhamentos adotados para o trabalho com a Modelagem, que foi desenvolvido na Escola Santa Cruz – Ensino Fundamental (1ª a 4ª série), Guarapuava, PR, para o tema: *animais domésticos*.

Após a coleta de dados, entre os alunos, foi construída a seguinte tabela (p.34):

⁴²Artigo intitulado: “Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática”. na revista Pró-Mat, páginas 32 a 41.

Tabela 2

Aluno	Cachorro	Galinha	Gato	Pássaro	Cavalo
Ana Maria	2	5	0	2	-
Bernadete	1	-	2	-	-
Cláudia	3	3	1	2	-

O autor sugere o levantamento de questões como: “Qual o animal preferido pelas famílias? Qual o animal mais exótico? Qual o consumo de alimento mensal de cada animal? Qual o custo do alimento para cada tipo de animal? Também outras questões que não são de cunho matemático, tais como: Que cuidados são exigidos para cada espécie de animal? entre outras.

Assim, segundo o autor, a situação-problema apresentada, a partir do tema, oportuniza o trabalho com vários conteúdos matemáticos, tais como: adição de números inteiros e racionais; produto de número inteiro por um número racional; a idéia de equivalência entre medida e capacidade de massa; unidades de medida de massa; transformações; e sistema monetário. Ex: Se 2,5 kg de ração custam R\$3,00, quanto custa um quilo?

Introduzindo a letra r que simboliza ração, ficaria: Verificar $r = (1\text{kg ração})$.

$$2,5r = 3,00 \Rightarrow \frac{2,5r}{2,5} = \frac{3,00}{2,5} \Rightarrow r = 1,20, \text{ portanto, } r = R\$1,20$$

Nessa perspectiva, seria possível traduzir a situação da Linguagem Corrente para a Linguagem Matemática e o modelo de representação seria: $2,5r = 3,00$.

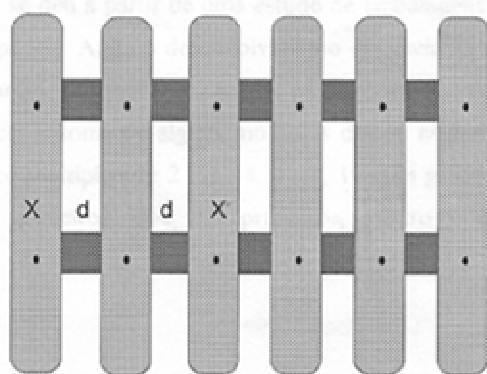
Em artigo recente, do ano de 2004, intitulado “Modelagem Matemática e a Sala de Aula”, Burak apresenta um outro exemplo: a construção de uma cerca, com alunos da 4ª série, do Ensino Fundamental. Neste caso, o trabalho encaminhou-se pelas etapas da escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento do(s) problema(s), resolução do(s) problema(s),

quando se desenvolveu o conteúdo matemático e a análise crítica das soluções.

Por conseguinte, elaborou-se um modelo, que segundo Burak, na Modelagem ganha uma outra perspectiva, pode ser concebido como uma representação, como por exemplo, uma lista de compras.

Assim, essa situação aqui apresentada, ocorreu em um primeiro momento de forma empírica, e bastante simples, apenas com alunos que puderam analisar matematicamente a situação-problema, conforme os passos a seguir:

- Desenho em escala de parte do comprimento da cerca – 1m;
- Foram colocadas ripas de 10 cm cada;
- Intervalos iguais à largura da ripa (hipótese considerada);
- Cortaram-se ripas necessárias para cobrir 1 metro de perímetro; e
- Estabeleceu-se uma regra de três para encontrar o número de ripas.



(BURAK, 2004, p. 7).

Posteriormente, Burak desenvolveu juntamente com os professores, um modelo genérico, com um outro nível de dificuldade, daquele que os alunos resolveram a situação. Para o modelo matemático x é a largura de cada ripa e d a distância entre as duas ripas consecutivas ou a distância do intervalo. Daí passou-se à construção do modelo por intermédio de uma tabela que representava o número de ripas, e o número de intervalos que é relacionado ao número de ripas, ficando da seguinte maneira.

Tabela 3

Nº de ripas	Nº de intervalos
1	0
2	1
3	2
4	3
.	.
.	.
.	.
n	n-1

Para saber o comprimento de uma cerca qualquer é preciso saber:

Comprimento = número de ripas (vezes) a largura de cada ripa, (mais) a distância entre os intervalos (vezes) o número de intervalos. Assim, para um cálculo de qualquer C, tem-se:

$C = nx + d(n - 1) \Rightarrow C = nx + dn - d \Rightarrow C = n(x + d) - d$, Modelo Matemático, tal que, $n \in N$ e $n \geq 1$. A validação desse modelo permite a sua utilização para situações análogas.

Planta da Casa: Etapa Inicial da Construção (Autora Maria Salett Biembengut)

Biembengut (1999)⁴³ oferece um exemplo de como trabalhar a Modelagem Matemática partindo do tema *planta de uma casa*. Neste sentido, faz algumas perguntas, tais como: O que é necessário para se construir uma casa? Como o pedreiro sabe o tamanho e o modelo? Onde construir? Em que terreno? Qual é a forma do terreno?

Dáí, supondo que já se possui o terreno, desenha-se a planta baixa da casa, que norteará o conteúdo programático apresentado no capítulo. Essa atividade acontece de maneira livre, quando o professor pode identificar quais conceitos geométricos os alunos possuem.

Para a confecção dessa planta, a autora diz que são necessários vários conceitos

⁴³ Entre as páginas 55 e 91 de seu livro **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática**.

matemáticos, que são mostrados em cinco seções:

1. esboço da planta e conceitos elementares de Geometria Plana;
2. tamanho da casa e sistema de medidas lineares;
3. unidades de medida iguais, números racionais representados como números decimais;
4. medidas de superfície e planta baixa; e
5. proporcionalidade e planta da casa.

Como a intenção neste capítulo é apresentar algumas idéias que os autores propõem, nos deteremos no esboço da Planta e Conceitos Elementares de Geometria Plana.

Conceitos Intuitivos.

Como representar, na planta baixa, as paredes da casa? A partir dessa pergunta, a autora diz que é possível, através de uma “olhadinha” no esboço da planta, que o encontro entre duas paredes seja representado por um **ponto** e cada traço, por um **segmento**. Nessa direção, identifica que os segmentos são escritos em letras maiúsculas do tipo A, B,..., Z. Sugere, então, que se estenda às extremidades do segmento, as quais dão a idéia de uma reta, que são identificadas por letras minúsculas: r,s, t... $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{RS}, \dots$ Caso o segmento seja estendido apenas para uma das extremidades, ter-se-á a idéia de semi-reta, representadas por $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CF} \dots$ e desta maneira segue a conceituação matemática, dando ferramental matemático para que o aluno desenvolva as idéias necessárias para a construção de uma planta baixa.

Distribuição de Sementes de Feijão e Milho (Autor Jonei Cerqueira Barbosa)

Esta experiência⁴⁴ foi desenvolvida com uma turma de 7ª série em uma escola pública de Feira de Santana – BA, no ano de 2001.

⁴⁴ Artigo denominado “Modelagem Matemática e Sala de Aula”, a qual Barbosa (2003)

A prefeitura efetuou a distribuição de sementes de feijão e milho, culturas próprias da região, e devido ao fato de vários dos alunos daquela localidade estarem envolvidos com a zona rural, a professora da turma entendeu ser aquela situação de interesse deles.

Para tanto, retirou a reportagem de um jornal de Feira de Santana –BA, versão *on-line*. Nessa reportagem continha o dia em que os grãos começariam a ser distribuídos pela Prefeitura (quinta-feira, 07/06/2001) e a quantidade de grãos (37,5 toneladas – 25t de feijão e 12,5t de milho) distribuída entre oito mil produtores que praticavam agricultura de subsistência na região. Ainda nessa reportagem continha a informação de que cada agricultor iria receber três quilos de sementes de feijão e dois quilos de sementes de milho.

Conhecendo a reportagem e apresentando-a aos alunos, a professora problematizou a situação e, por decorrência os alunos perceberam que faltariam grãos para que se pudesse atender aos oito mil produtores, já que cada um deles teria direito a 5Kg e o programa dispunha de 37500Kg. Após essa constatação, encaminhou-se a discussão para as possibilidades de produção de cada um dos agricultores com os 5Kg recebidos.

Algumas questões elaboradas pelos alunos foram sistematizadas pela professora:

- É um bom critério todas as famílias receberem a mesma quantidade, não há outro critério mais adequado?
- Quando se planta dois quilos de milho e três de feijão, quanto rende? Será para consumo? Quanto tempo durará? O que poderá ser feito com a renda?
- Quanto de área será necessário para o plantio? Que outras necessidades existem? Em que época deve ser plantada? Por quê?

Seguindo esse viés, a professora sugeriu que se escolhesse apenas um problema, para a elaboração de um projeto. Um dos grupos de alunos formulou uma tabela. Como eles não

possuíam dados sobre as famílias, dividiram em nove faixas começando de 2, 3, 4, até 10 pessoas, por família, ou seja, cada faixa tinha 889 famílias ($8000/9$).

Os educandos envolvidos na pesquisa conseguiram explicar que relacionaram o número de pessoas por família e a quantidade de pessoas por faixa, multiplicando o número de pessoas por família pela quantidade em cada faixa (889). Exemplificado na tabela seguinte:

Tabela 4

Número de pessoas por família	Quantidade de pessoas
2	1778
3	2667
4	3556
5	4445
6	5334
7	6223
8	7112
9	8001
10	8890
Total de pessoas	48006

Assim, os alunos trabalharam com duas variáveis, por uma lei de formação: $Q = 889p$, sendo **Q** o número de pessoas por faixa e **p** o número de pessoas por família na referida faixa. Por fim, os estudantes concluíram que cada pessoa deveria receber um total de 0,78Kg de sementes, fazendo o quociente $48006/37500$ e, portanto, $S = 0,78p$, **S** representando a quantidade de sementes e **p** o número de pessoas.

Cobertura da Quadra Poliesportiva da Escola (Autor Ademir Donizeti Caldeira)

Em artigo enviado para a ANPED Sul, no ano de 2004, o professor Caldeira não dá detalhes do trabalho desenvolvido, apenas explicita que esse ocorreu com alunos do 2º ano do Ensino Médio. O tema por eles escolhido foi a ‘reforma da quadra poliesportiva’. A partir dele foi trabalhado o conteúdo denominado P.G (Progressão Geométrica) e Razões Trigonômicas do Triângulo Retângulo. Isso para atender às necessidades do problema encontrado pelos alunos e professora responsável pela classe envolvida.

Conta que nessa experiência, a professora que conduziu o trabalho mudou sua visão em relação aos conteúdos matemáticos. Ela passou a negar a necessidade de ter que ensinar todo o programa, já que este dificilmente era cumprido e os alunos acabavam somente por repetir procedimentos. Em virtude dessa proposta de tema, os alunos puderam encaminhar à Delegacia de Ensino um abaixo-assinado para melhoria das condições da escola.

Neste capítulo, foram descritas as concepções e práticas de 5 autores que propõem trabalho com a Modelagem, sendo eles: 1) Rodney Carlos Bassanezi; 2) Dionísio Burak; 3) Maria Salett Biembengut; 4) Jonei Cerqueira Barbosa; 5) Ademir Donizeti Caldeira.

A seguir serão apresentadas possíveis interpretações que se referem aos aspectos epistemológicos e filosóficos da Modelagem em relação à Etnomatemática. Para tanto, tentaremos entrelaçar o contexto da Educação Matemática que foi desenvolvido no primeiro capítulo. E, também, dialogar com autores que possam contribuir com nossas interpretações acerca das aproximações e distanciamentos dessas duas tendências.

ANEXO II

Dissertações e Teses consultadas no Banco da CAPES – 21-01-2008

ABDANUR, P.. **Modelagem Matemática:** uma metodologia alternativa de ensino e Aprendizagem da Matemática. Ponta Grossa, 2006. 146p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG, 2006.

ALMEIDA, G. C. E.. **A Matemática nas Ciências Aplicadas:** Uma Proposta Metodológica. Rio de Janeiro, 1993. 150p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Santa Úrsula – USU, 1993.

ANASTÁCIO, M. Q. A.. **Considerações sobre a Modelagem e a Educação Matemática.** Rio Claro, 1990. 100p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, 1990.

ARAUJO, J. de L.. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática:** as Discussões dos Alunos. Rio Claro, 2002. 173p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, 2002.

BARBOSA, J. C.. **Modelagem Matemática:** Concepções e Experiências de Futuros Professores. Rio Claro, 2001. 253p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, 2001.

BIEMBENGUT, M. S.. **Qualidade no Ensino de Matemática na Engenharia:** Uma Proposta Curricular e Metodológica. Florianópolis, 1997. 196p. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 1997.

BORSSOI, A. H.. **A aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática como estratégia de ensino.** Londrina, 2004. 200p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina – UEL, 2004.

BRIA, J.. **Grafos no Ensino fundamental e Médio:** Matemática, Interdisciplinaridade e Realidade.. Rio de Janeiro, 2001. 287p. Tese (Doutorado em Engenharia da Produção). Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Produção, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2001.

BRITO, D. dos S.. **Atribuição de sentido e construção de significados em situações de modelagem matemática.** Londrina, 2004. 126p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina – UEL, 2004.

BURAK, D.. **Modelagem Matemática:** Ações e Interações no Processo de Ensino Aprendizagem. Campinas, 1992. 459p. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 1992.

BURAK, D.. **Modelagem Matemática: Uma Metodologia Alternativa para o ensino da Matemática na 5ª série**, Rio Claro, 1987. 186p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho – UNESP, 1987.

CALDEIRA, A. D.. **Educação Matemática e Ambiental: um Contexto de Mudança**. Campinas, 1998. 158p. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 1998.

CAMPIGOTTO, T. A.. **O Ensino da Matemática no Curso de Ciências Econômicas da Furb: uma metodologia alternativa**. Blumenau, 2002. 79p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Regional de Blumenau – FURB, 2002.

CHAVES, C. M. de S.. **Modelagem Matemática e o uso do álcool e do cigarro: uma forma de contextualizar a Matemática**. Santa Maria, 2006. 176p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática). Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática, Centro Universitário Franciscano – UNIFRA, 2006.

CHAVES, M. I. de A.. **Modelando matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de Funções na 1ª série – EM**. Belém, 2005. 142p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas). Curso de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará – UFPA, 2005.

CÔGO, A. M.. **O ensino-aprendizagem de Matemática no ensino fundamental: uma abordagem a partir da modelagem**. Vitória, 2004. 245p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo – UFES, 2004.

CORREA, R. de A.. **A Modelagem: O Texto e a Historia Inspirando Estratégias na Educação Matemática**. Rio Claro, 1992. 141p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho – UNESP, 1992.

COSTA, C. A.. **As Concepções dos Professores de Matemática sobre o uso da Modelagem no Desenvolvimento do Raciocínio Combinatório no Ensino Fundamental**. São Paulo, 2003. 161p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP, 2003.

COSTA, E. J. B.. **Modelagem Matemática – Uma Metodologia Alternativa para se Ensinar Geometria: Reflexos na Formação do Docente**. Campinas, 2000. 149p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica de Campinas – PUC-CAMP, 2000.

DAMIN, M. A. da S.. **Olhares Nômades sobre o Aprendizado na Arte da Modelagem Matemática no Projeto Ciência na Escola**. Campinas, 2004. 140p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 2004.

DELLA NINA, C. T.. **Modelagem Matemática e Novas Tecnologias: Uma Alternativa Para a Mudança de Concepções em Matemática.** Porto Alegre, 2005. 213p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUC-RS, 2005.

DIAS, M. R.. **Uma experiência com modelagem matemática na formação continuada de professores.** Londrina, 2005. 100p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina – UEL, 2005.

DOLIS, M.. **Ensino de Calculo e o Processo de Modelagem.** Rio Claro, 1989. 34p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho – UNESP, 1989.

FARIA, M. S. Biembengut.. **Modelação Matemática como Método de Ensino-Aprendizagem de Matemática em Cursos De 1º e 2º Graus.** Rio Claro, 1990. 210p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho – UNESP, 1990.

FERREIRA, D. H. L. **O Tratamento de Questões Ambientais Através da Modelagem Matemática: Um Trabalho com Alunos do Ensino Fundamental e Médio.** Rio Claro, 2003. 278p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, 2003.

FIDELIS, R.. **Contribuições da modelagem matemática para o pensamento reflexivo: um estudo.** Londrina, 2005. 100p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina – UEL, 2005.

FILIPPSEN, R. M. J.. **Educação Matemática e Educação Ambiental: Educando para o Desenvolvimento Sustentável.** Canoas, 2003. 267p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, 2003.

FRANCHI, R. H. de O. L.. **A Modelagem Matemática Como Estratégia de Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos de Engenharia.** Rio Claro, 1993. 148p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho – UNESP, 1993.

FRANCHI, R. H. de O. L.. **Uma Proposta Curricular de Matemática para os Cursos de Engenharia Utilizando Modelagem Matemática e Informática.** Rio Claro, 2002. 175p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho – UNESP, 2002.

GAZZETA, M.. **A Modelagem como Estratégia de Aprendizagem na Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores.** Rio Claro, 1989. 150p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho – UNESP, 1989.

GOMES, C. K. C.. **Alternativa Metodológica à Luz da Modelagem Matemática para uma Disciplina**. Ponta Grossa, 2002. 128p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG, 2002.

GOMES, M. J. T.. **Modelagem Matemática no Cárcere**. Curitiba, 2005. 125p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná – UFPR, 2005.

GUSTINELI, O. A. P.. **Modelagem Matemática e Resolução de Problemas: Uma Visão Global em Educação Matemática**. Rio Claro, 1991. 126p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho – UNESP, 1991.

IGNÁCIO, R. da S.. **Concepções Sobre Periodicidade em Atividades de Modelagem**. Recife, 2002. 183p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, 2002.

JACOBINI, O. R.. **A Modelação Matemática Aplicada no Ensino de Estatística em Cursos de Graduação**. Rio Claro, 1999. 155p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho – UNESP, 1999.

JACOBINI, O. R.. **A modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula**. Rio Claro, 2004. 1v. 225p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho – UNESP, 2004.

LEAL, S.. **Modelação Matemática uma Proposta Metodológica para o Curso de Economia**. Florianópolis, 1999. 126p. Dissertação (Mestrado em Engenharia da Produção). Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Produção, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 1999.

LEVY, L. F.. **Os professores, uma proposta visando à transdisciplinaridade e os atuais alunos de matemática da educação pública municipal de jovens e adultos**. Belém, 2003. 115p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática Universidade Federal do Pará – UFPA, 2003.

LUCENA, R. M. de. **Modelagem Matemática e Ensino Profissionalizante**. Natal, 2005. 121p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Curso de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, 2005.

MACHADO JÚNIOR, A. G.. **Modelagem Matemática no Ensino-Aprendizagem: ação e resultados**. Belém, 2005. 132p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Pará – UFPA, 2005.

MACHADO, E. S.. **Modelagem Matemática e Resolução de Problemas**. Porto Alegre, 2006. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação

em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUC-RS, 2006.

MACHADO, R. F.. **O Ensino de Funções na Educação Fundamental: O Dito, O Feito e o Que Pode Ser Feito.** Uberlândia, 2005. 158p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Uberlândia - UFU, 2005.

MALHEIROS, A. P. dos S.. **A produção matemática dos alunos em ambiente de modelagem.** Rio Claro, 2004. 180p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, 2004.

MIGUEL, M. I. R.. **Ensino e aprendizagem do modelo de Poisson: uma experiência com modelagem.** São Paulo, 2005. 268p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP, 2005.

MONTEIRO, A.. **Ensino de Matemática para Adultos através do Método Modelagem Matemática.** Rio Claro, 1992. 310p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, 1992.

MORAIS, A. C. F. R.. **A Matemática como Instrumental no Currículo de Cursos Técnicos: UM ESTUDO DE CASO NO CEFET-MG.** Belo Horizonte, 2003. 119p. Dissertação (Mestrado em Educação Tecnológica). Curso de Mestrado em Educação Tecnológica, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET, MG, 2003.

MÜLLER, I.. **Mapeamento da Modelagem Matemática no Ensino Catarinense.** Blumenau, 2005. 128p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Regional de Blumenau – FURB, 2005.

NORONHA, C. A.. **A Modelagem e a Geometria Urbana: uma proposta para a construção dos conceitos das cônicas.** Natal, 2003. 301p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, 2003.

NORONHA, C. A.. **As Geometrias Urbanas e Isoperimétrica: Uma Alternativa de Uso em Sala de Aula.** Natal, 2006. 215p. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, 2006.

Oliveira, R. L. de. **A modelagem matemática como alternativa de ensino e aprendizagem da Geometria na Educação de Jovens e Adultos.** Natal, 2004. 190p. Curso de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, 2004.

PALMIERI, P.. **Modelagem matemática: considerações sobre a visão do estudante em relação à matemática, seu ensino e aprendizagem.** Campinas, 2006. 140p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 2006.

PINHEIRO, P. P. de O.. **Matemática e modelagem num curso inicial de Biologia:** subsídios para uma proposta curricular. Rio de Janeiro, 1998. 148p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Santa Úrsula – USU, 1998.

RILHO, B. C.. **Uma experiência em Ensino-Aprendizagem:** Modelos de fundos de investimento e as derivadas. Canoas, 2005. 156p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, 2005.

ROCHA, M. L. P. C.. **Matemática e Cartografia pode contribuir no processo de ensino-aprendizagem da matemática?.** Belém, 2004. 128p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Pará – UFPA, 2004.

ROMA, J. E.. **O Curso de Especialização em Educação Matemática Da Puc-Campinas:** Reflexos na Prática Pedagógica dos Egressos. Campinas, 2002. 208p. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica de Campinas – PUC-CAMP, 2002.

SANTOS, L. M. M. dos. **Aprendendo Matemática por meio do tema:** poluição do ar, do solo e das águas. Santa Maria, 2006. 150p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática). Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática, Centro Universitário Franciscano – UNIFRA, 2006.

SCHEFFER, N. F.. **O Encontro da Educação Matemática com a Pedagogia Freinet.** Rio Claro, 1995. 275p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho – UNESP, 1995.

SIEVERS JUNIOR, F.. **ACED – Ambiente Computacional de Ensino a Distância.** São José dos Campos, 2005. 163p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrônica e Computação). Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, 2005.

SILVA, A. G. O. da. **Modelagem Matemática:** Uma Perspectiva voltada para a Educação Matemática Crítica. Londrina, 2005. 100p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina – UEL, 2005.

SOISTACK, A. V. F.. **A Modelagem Matemática no Contexto do Ensino Médio:** possibilidades de relação da Matemática com o cotidiano. Ponta Grossa – UEPG, 2006. 98p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG, 2006.

SPINA, C. O. C.. **Modelagem Matemática no Processo Ensino-Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral para o Ensino Médio.** Rio Claro, 2002. 162p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, 2002.

STAHL, N. S. P.. **O ambiente e a modelagem matemática no ensino de cálculo numérico.** Campinas, 2003. 145p. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 2003.

TATSCH, K. J. S.. **A aprendizagem de conteúdos de funções e estatística por meio da Modelagem Matemática:** "Alimentação, questões sobre obesidade e desnutrição". Santa Maria, 2006. 176p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática). Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática, Centro Universitário Franciscano – UNIFRA, 2006.

THIEL, A. A.. **Ensino-Aprendizagem de Matemática & a Produção Apícola.** Florianópolis, 2000. 120p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 2000.

VARGAS, P. R. R.. **Modelagem Matemática:** Um Ambiente de Ensino e Aprendizagem Significante na 8ª Série do Ensino Fundamental. Canoas, 2006. 122p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, 2006.

VIECILI, C. R. C.. **Modelagem Matemática:** Uma Proposta para o Ensino da Matemática. Porto Alegre, 2006. 83p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUC-RS, 2006.

YOSHIDA, F. J.. **O limite** - Buscando caminhos. São Paulo, 2002. 107p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de São Paulo – USP, 2002.

REFERÊNCIAS

AGARD, E.. ¿Es la matemática educativa una disciplina científica? **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa – Revista Clame**, n. 14, p.82 – 87, 2001.

ANASTÁCIO, M. Q. A.. **Considerações sobre a Modelagem e a Educação Matemática**. Rio Claro, 1990. 100p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho – UNESP, 1990.

ANDRÉ, M.. Pesquisa em Educação: buscando rigor e qualidade. **Cadernos de Pesquisa** – São Paulo. n. 113, p, 51-64, jul. 2001.

BARBOSA, J. C.. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: Reunião anual da ANPED, 24, 7 a 11 de outubro, 2001, Caxambu, **Anais da 24ª reunião anual da ANPED**. Rio de Janeiro: ANPED, 2001, p. 1-15.

BARBOSA, J. C.. **Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores**. Rio Claro, 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, J. C.. Modelagem matemática na sala de aula. **Perspectiva** – Rio Grande do Sul. Erechim. v. 27, p. 65-74, 2003.

BARBOSA, J. C.. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BASSANEZI, R. C.. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BEAN, D.. O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em Revista**. São Paulo. a. 8, n.9,. p. 49-57, 1999.

BICUDO. M. A. V.. A hermenêutica e o trabalho do professor de matemática. **Cadernos da Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos**. v. 3, n. 3, 1993, p. 61-94.

BICUDO, M. A. V.. Contribuição da fenomenologia à Educação. In: BICUDO, M. A. V.; CAPPELLETTI, I. F. (orgs). **Fenomenologia uma visão abrangente da educação**. São Paulo: Olho d'Água, 1999, p. 11-52.

BICUDO, M. A. V.. A pesquisa qualitativa fenomenológica à procura de procedimentos rigorosos. In: _____. **Fenomenologia: confrontos e avanços**. São Paulo: Cortez, 2000. p. 70-102.

BICUDO, M. A. V.; GARNICA, A.V. M.. **Filosofia da Educação Matemática**. 3 ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2003. (Tendências em Educação Matemática).

BICUDO, M. A. V.. O pré-predicativo na construção conhecimento geométrico. In: In: BICUDO, M. A.V.; BORBA, M. de C.. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004, p. 77-91.

BICUDO, M. A. V.. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L.. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 2 ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BIEMBENGUT, M. S.. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática** Blumenau: Ed. FURB, 1999.

_____. **Modelagem Matemática como Método de Ensino Aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus**, Rio Claro, 1990. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista – UNESP, 1990.

_____. **Qualidade no Ensino de Matemática na Engenharia: uma proposta metodológica e curricular**, Florianópolis, 1997. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas) – Curso de Engenharia de Produção e Sistema, Universidade Federal de Santa Catarina, 1997.

BORBA, M de C.. **Um Estudo em Etnomatemática: sua Incorporação na Elaboração de uma Proposta Pedagógica para o Núcleo-Escola" da Vila Nogueira – São Quirino**. Rio Claro, 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, 1987.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997, 142p.

BRASIL. **Lei de diretrizes e bases da educação** – lei 9.394/96. Apresentação Carlos Roberto Jamil Cury. 5ª ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

BURAK, D.. **Modelagem matemática: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série**. Rio Claro, 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, 1987.

_____. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Campinas, 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação Universidade Estadual de Campinas, 1992.

BURAK, D.. Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática. **Pró-Mat**. – Paraná. Curitiba, v.1, n.1, p. 32-41, 1998.

BURAK, D.. A modelagem matemática e a sala de aula. In: I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática – I EPMEM, 1. Londrina, 2004. **Anais**. Londrina: UEL, p. 1-10.

BÚRIGO, E. Z.. O Movimento da Matemática Moderna no Brasil: encontro de certezas e ambigüidades. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v.6, n. 18, p.35-47, maio./ago. 2006.

BUZZI, A. R.. A ciência Moderna. In: _____. **Introdução ao pensar: o Ser, o Conhecimento, a Linguagem**. 24 ed, Petrópolis: Vozes, 1997, p. 99-120.

CALDEIRA, A. D.. Modelagem Matemática na Formação do Professor de Matemática: desafios e possibilidades. In: V Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 2004, Curitiba. **Anais**. Curitiba: UFPR, 2004 a. v. 1, p. 1-11.

CALDEIRA. A. D.. Modelagem Matemática e a prática dos professores do ensino Fundamental e Médio. In: In: I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática – I EPMEM, 1. Londrina, 2004b. **Anais**. Londrina: UEL, p.1-6.

CALDEIRA, A. D.. A Modelagem Matemática e suas relações com o Currículo. In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática –. CNMEM. 4, 2005. **Anais**. Feira de Santana: UEFS, p. 1-9.

CARVALHO, J. B. P. de. O que é Educação Matemática? **Temas & Debates**: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, a. 4, n. 3, p. 17-26, 1991.

D'AMBRÓSIO, U.. **Da realidade à Ação**: reflexões sobre educação e matemática. Campinas: Summus editorial e Unicamp, 1986.

D'AMBRÓSIO, U.. Matemática, Ensino e Educação: uma proposta global **Temas & Debates**: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, a. 4, n. 3, 1991.

D'AMBROSIO, U.. **Etnomatemática**: Arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática, 1998.

D'AMBRÓSIO, U.. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

D'AMBRÓSIO, U.. Um enfoque transdisciplinar à educação e a história da matemática. In: BICUDO, M. A.V; BORBA, M. de C. **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 198-212.

D'AMBRÓSIO, U.. Ação pedagógica e Etnomatemática como marcos conceituais para o Ensino de Matemática. In: BICUDO, M. A. V. **Educação Matemática**. São Paulo: Centauro, 2005. p. 73-100.

D'AMBROSIO, U.. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. *Educ. Pesqui.* [online]. jan./mar. 2005, vol.31, no.1 [citado 13 Março 2006], p.99-120. Disponível na World Wide Web:<http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-97022005000100008&lng=pt&nrm=iso>. ISSN 1517-9702.

DAMBRÓSIO, U.. **O programa etnomatemática**: história, metodologia e pedagogia. disponível em: <http://vello.sites.uol.com.br/program.htm> , Acesso: 29 mar. 2006.

D'AMORE, B.. Matemática em algumas culturas da América do Sul: Uma contribuição à Etnomatemática. **Bolema**, Rio Claro, a 16, n.19, p. 73 a 89, 2003.

FAZENDA, I. C. A.. **Interdisciplinaridade: um projeto em parceria**. São Paulo: Loyola, 1993. (Coleção Educar – 13).

FIORENTINI, D.. Memória e análise da pesquisa acadêmica em Educação Matemática no Brasil: o Banco de teses do CEMPEM/FE-UNICAMP. **Zetetiké**. Campinas, a. 1, n. 1, p. 55-94, mar. 1993.

FIORENTINI, D.; SADER, P. M. A.. Tendências da pesquisa brasileira sobre a prática pedagógica em matemática: um estudo descritivo. In: Reunião anual da ANPED, 22, 2000, Caxambu, **Anais...**Rio de Janeiro: ANPED, 2000. disponível em <http://paje.fe.usp.br/~anped/>. Acesso: 06 fev. 2007.

FIORENTINI, D.. Mapeamento e balanço dos trabalhos do Gt-19 (educação matemática) no período de 1998 a 2001. In: Reunião anual da ANPED, 25, 2002, Caxambu, **Anais...**Rio de Janeiro: ANPED, 2002. disponível em <http://paje.fe.usp.br/~anped/>. Acesso: 06 fev. 2007.

KILPATRICK, J.. Ficando Estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico. **Zetetiké** – Campinas, v. 4, n. 5, p. 99-120, Jan/jun. 1996.

KLÜBER, T. E.. Modelagem Matemática: procurando conhecer In: XVI Seminário de Pesquisa e XI Semana de Iniciação Científica da UNICENTRO, 2004, Guarapuava - PR. **Anais**. Guarapuava - PR: UNICENTRO, 2004.

KLÜBER, T. E., BURAK, D.. MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA CONCRETA In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática - CNMEM, 2005, Feira de Santana – BA, **Anais**. Feira de Santana - BA: , 2005. p. 1 – 12.

KLÜBER, T. E., BURAK, D.. Algumas concepções de Modelagem Matemática na Educação Matemática In: XVIII Seminário de Pesquisa; XIII Semana de Iniciação Científica e I Jornada Paranaense de Grupos PET, 2006, Guarapuava – PR, **Anais**. Guarapuava - PR: UNICENTRO, 2006a. p. 1 – 1.

KLÜBER, T. E., BURAK, D.. A Matemática, os alunos e a matemática: algumas visões epistemológicas evidenciadas a partir de depoimentos de alunos. In: I Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – I SIPEMAT, 2006, Recife – PE, **Anais**. Recife Pernambuco: Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, 2006b. p. 1 – 11.

KLÜBER, T. E., BURAK, D.. Discutindo Algumas Aproximações Epistemológicas Evidenciadas nos Depoimentos dos Alunos com Relação à Modelagem Matemática. In: VI Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul - ANPEd Sul, 2006, Santa Maria – RS, **Anais**. Santa Maria - RS: UFSM, 2006c. p. 1 – 6.

KLÜBER, T. E., BURAK, D.. Modelagem Matemática: Pontos que justificam a sua utilização no ensino: In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática – IX ENEM, 2007, Belo Horizonte – BH, **Anais**., Belo Horizonte: UNIBH, 2007, p. 1-15.

LAKATOS, E. M.. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Atlas 2003.

MACHADO, N. J.. **Matemática e realidade**. São Paulo: Cortez, 2005.

MACHADO, N. J.. A alegoria em Matemática. In: _____. **Matemática e Educação: Alegorias tecnologias e temas afins**. São Paulo: Cortez, 2002. p. 9-39. (Coleção. Questões da nossa época, v. 2).

MACHADO, A. C.; FONSECA, M. C. F. R.; GOMES, M. L. M.. Apresentação do Dossiê: A Pesquisa em Educação Matemática no Brasil. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p. 131-135, dez. 2002.

MARTINS, J.; BICUDO, M. A. V.. **Estudos sobre existencialismo, fenomenologia e educação**. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2006. p. 11-26.

MATURANA, H. Et al; **A ontologia da realidade**. Belo Horizonte: UFMG, 1997.

MEDEIROS, C. F. de. Por uma Educação Matemática como intersubjetividade. In: BICUDO, M. A. V.. **Educação Matemática**. São Paulo: Centauro, 2005. p. 13-44.

MERLEAU-PONTY, M.. **O primado da percepção e suas conseqüências filosóficas**. Tradução de Constança Marcondes Cesar. Campinas: Papirus, 1990. p. 39-93.

MIGUEL, A. (et al). A Educação Matemática: uma área de conhecimento em consolidação. O Papel da constituição de um grupo de trabalho dessa área na Anped. In: Reunião anual da ANPED, 26, 5 a 08 de outubro, 2003, Caxambu, **Anais da 26ª reunião anual da ANPED**. Rio de Janeiro: ANPED, 2003, p. 1-42.

MIGUEL, A. (et al). A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. In: **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 70-93, set/out/nov/dez. 2004.

MIORIM, M. A.. **Introdução à história da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MORIN, E.. **Ciência com Consciência**. 9. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2005a.

_____. **Introdução ao pensamento complexo**. Porto Alegre: Sulina, 2005b.

_____. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. 11. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

OREY, D. C.; ROSA, M.. Currículo e Matemática: algumas considerações na perspectiva da Etnomatemática e da Modelagem. In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática – CNMEM. 4, 2005. **Anais da IV conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática**. Feira de Santana: UEFS, p. 1-12.

PICCINO, J. D. (et al). A questão: como formular uma questão em pesquisa qualitativa. In: ANAIS III SIPEQ & V EFAE, São Paulo, SP 2006, **Anais**. São Paulo, 2006, p. 1-8.

REVUZ, A.. **Matemática Moderna: Matemática Viva**. Tradução Dr. A. Simões Neto. Lisboa: Livros Horizonte, 1980.

RIUS, E. B.. La educación matemática: Una reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodología (primera de dos partes). **Iberoamérica – México**, v. 1, n. 2, p. 28-42, ago. 1989.

RIUS, E. B.. La educación matemática: una reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodología (segunda y última parte). **Iberoamérica** – México, v. 1, n. 3, p. 30-36, dez. 1989.

ROSA, M.; OREY, D. C.. Vinho e queijo: Etnomatemática e Modelagem. **Bolema**. Rio Claro, a. 16, n. 20, p. 1 a 16. 2003.

ROSA, M.; OREY, D. C.. Raízes Históricas do Programa Etnomatemática. In: **Educação Matemática Em Revista**. São Paulo, n.18/19, ano. 12, p. 5-14, dez. 2005.

SANTOS, B. de S.. **Introdução a uma ciência pós-moderna**. Rio de Janeiro: Graal, 1989.

_____. **A crítica à razão indolente**: contra o desperdício da experiência. 5 ed. São Paulo: Cortez, 2005.

_____. **Um Discurso sobre as ciências**. 4 ed. São Paulo: Cortez, 2006.

SCANDIUZZI, P. P.. Água e Óleo: Modelagem e Etnomatemática? **Bolema**. Rio Claro, a. 15, n. 17, p. 46 a 51. 2002.

SCANDIUZZI, P. P.. Educação Matemática Indígena: a constituição do ser entre os saberes e fazeres. In: BICUDO, M. A. V; BORBA, M. de C: **Educação Matemática**: pesquisa em movimento, São Paulo: Cortez, 2004, p. 186-197.

SKOVSMOSE, O.. **Educação Crítica**: Incerteza, Matemática, Responsabilidade. Trad. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. – São Paulo: Cortez, 2007.

VALENTINI, L.. **O Caminho fenomenológico do fazer**: transcendendo as lógicas; trabalho. São Paulo: Companhia Ilimitada, 1988.