

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA

GIOVANA MARIA DA SILVA

USO DO BALÉ CLÁSSICO NO ENSINO DE FÍSICA:
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ESTUDO DE ROTAÇÃO

PONTA GROSSA

2025

GIOVANA MARIA DA SILVA

USO DO BALÉ CLÁSSICO NO ENSINO DE FÍSICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁ-
TICA PARA O ESTUDO DE ROTAÇÃO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Polo 35 do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física no Curso de Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Prof. Dr. André Maurício Brinatti

Coorientador: Prof. Dr. Jeremias Borges da Silva

PONTA GROSSA

2025

S586 Silva, Giovana Maria da
Uso no balé clássico no ensino de física: uma sequência didática para o estudo de rotação / Giovana Maria da Silva. Ponta Grossa, 2026.
171 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física - Área de Concentração: Física na Educação Básica), Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientador: Prof. Dr. André Mauricio Brinatti.
Coorientador: Prof. Dr. Jeremias Borges da Silva.

1. Física - Estudo e ensino. 2. Movimento rotacional. 3. Momento de inércia. 4. Momento angular. 5. Balé clássico. I. Brinatti, André Mauricio. II. Silva, Jeremias Borges da. III. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Física na Educação Básica. IV.T.

CDD: 530.07



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
Av. General Carlos Cavalcanti, 4748 - Bairro Uvaranas - CEP 84030-900 - Ponta Grossa - PR - <https://uepg.br>

TERMO DE APROVAÇÃO

GIOVANA MARIA DA SILVA

“Uso do balé clássico no ensino de física: uma sequência didática para o estudo de rotação”

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, Setor de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Documento assinado digitalmente
gov.br ANDRE MAURICIO BRINATTI
Data: 24/11/2025 17:42:17-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Dr. André Maurício Brinatti (UEPG/MNPEF) – Presidente _____

Documento assinado digitalmente
gov.br DAYANE REJANE ANDRADE MAIA
Data: 01/12/2025 14:54:29-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Dra. Dayane Rejane Andrade Maia (UEPG) _____

Documento assinado digitalmente
gov.br SILVANA PEREZ
Data: 01/12/2025 13:10:23-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Dra. Silvana Perez (UFPA) _____

Ponta Grossa, 24 de novembro de 2025.

Dedico este trabalho a toda minha família, vocês são a motivação e a força para realizar tudo isso. E a minha avó que já não está mais conosco, mas tenho certeza que de onde estiver, estará sempre vibrando comigo.

AGRADECIMENTOS

Começo os agradecimentos a minha família que sempre me deu apoio e incentivo, e principalmente ao Thiago, que esteve comigo em todos os momentos, as alegrias em cada etapa finalizada, no anseio por finalizar e no auxílio para as montagens dos experimentos que eu idealizava.

Agradecimento especial ao colégio Irênio, a diretora Jeanine que permitiu a aplicação do produto educacional e aos meus colegas de profissão que sempre incentivaram e se importaram com a execução das atividades.

O agradecimento que não pode faltar, aos principais agentes incentivadores em todo o processo, os professores do departamento de física da UEPG, polo 35 do MNPF. Desde a graduação sugeriam e apresentavam o programa, nos convidando a ingressar. Muito obrigada pela dedicação e empenho de vocês em tornar esse curso especial como ele é.

Ao meu orientador, que sempre foi muito atencioso e compreensivo, mesmo com todos os contratempos que tive durante o processo de escrita e correção.

Agradecimento a lei Paulo Gustavo de incentivo a cultura, pelo financiamento das gravações dos passos e produção de imagens de alta qualidade que foram usadas neste trabalho. E a secretária de educação do município de Tibagi por ceder o espaço do teatro municipal para as gravações realizadas.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – código de financiamento 001.

RESUMO

O trabalho apresentado relaciona a física com o estudo de um movimento do balé clássico, a pirueta. Os alunos em idade de ensino médio possuem menos contato com a arte, a ideia foi aproximá-los e despertar o interesse não só no estudo da física, mas também na prática da dança. Nosso foco é entender como a pirueta pode auxiliar no entendimento de elementos do movimento rotacional: velocidades angular e tangencial, momento de inércia e momento angular. O produto educacional, que norteou o estudo e a análise, tem por título: Dê uma pirueta e entenda um pouco de física, ele contém uma sequência didática composta por seis aulas, divididas em atividades experimentais práticas e observacionais, e uso do software de análise de vídeos, *Tracker*. O produto educacional é constituído por plano de unidade e planos de aula, formulários de orientações, questionários e registros (OQR), manual de montagem dos experimentos e materiais utilizados, vídeos de autoria de própria e outros vídeos. As atividades foram elaboradas baseadas na abordagem de Bruner, levando em conta a autonomia dos alunos no processo de aprendizagem. De acordo com os resultados, identificamos indícios da abordagem de Bruner em diversos momentos, tais como a efetivação do currículo em espiral, o método da descoberta e, por muitas vezes, indícios das representações ativa e simbólica, potência efetiva e economia, por meio das observações e discussões bem como dos formulários OQR. Portanto, percebemos que a sequência didática com base na abordagem de Bruner proposta e contida no produto educacional foi uma grande auxiliadora e possibilitou despertar o interesse dos alunos, assim como os auxiliou a compreender sobre elementos do movimento rotacional, alcançando o conceito de momento angular e sua conservação.

Palavras-chave: abordagem de Bruner, velocidade angular, momento de inércia, momento angular, pirueta.

ABSTRACT

The work presented relates physics to the study of a classic ballet movement called pirouette. Students in high school have little contact with arts, and the idea was to approximate them and create some interest not only in studying physics, but also in practicing dancing. Our focus was to understand how pirouette could help them understand elements of the rotation movement: angular and tangential velocities, moment of inertia and angular momentum. The educational product that guided the study and analysis was called “Pirouette and understand a little physics”, it contains a teaching sequence with five lessons, divided into experimental practical and observational activities, and the use of the software Tracker to analyze videos. It comprises a unit plan and lesson plans, instruction forms, questionnaires and registers (OQR), a handbook showing the assembling of experiments and materials used, videos produced by this author and other videos. The activities were devised based on Bruner’s approach, taking into account students’ autonomy in the learning process. According to the results, we identified Bruner’s approach in several moments such as the spiral curriculum and the discovery method, and many times we saw evidence of active and symbolic representations, effective potency and economy by means of observations and discussions as well as the OQR forms. Therefore, we observed that the teaching sequence based on Bruner’ approach that was proposed and presented in the educational product was a great helper and provoked students’ interest. It also helped students to understand elements of the rotational movement reaching the concept of angular momentum and its conservation.

Keywords: Bruner’s approach, angular velocity, moment of inertia, angular momentum, pirouette.

LISTAS DE FIGURAS

FIGURA 1 – Diagrama em V elaborado para o trabalho	11
FIGURA 2 – Realização do movimento plié, que consiste apenas em dobrar os joelhos e esticar novamente	16
FIGURA 3 – Determinação do centro geométrico do quadrado e que neste exemplo tem lado de 3,6 cm	18
FIGURA 4 – Determinação do centro geométrico do retângulo e que neste exemplo tem largura de 2,6 cm e altura de 4 cm	18
FIGURA 5 – Determinação do centro geométrico do círculo e que neste exemplo tem diâmetro de 3 cm	19
FIGURA 6 – Determinação do centro geométrico do triângulo equilátero e que neste exemplo tem lado de 3,6cm	19
FIGURA 7 – Aproximação do corpo da bailarina em formato de um cilindro	21
FIGURA 8 – Aproximações feitas para estudos em corpos rígidos: (a) um corpo de forma irregular, (b) a bailarina, (c) o cilindro	25
FIGURA 9 – Representação da determinação das variáveis no movimento rotacional para a moeda mais distante do centro, em um instante t_1	27
FIGURA 10 – Representação da determinação das variáveis no movimento rotacional para a moeda mais distante do centro, em um instante t_2	28
FIGURA 11 – Sobreposição dos instantes t_1 e t_2	29
FIGURA 12 – Quadros obtidos da análise feita pelo software <i>Tracker</i> e os gráficos das velocidades angular e tangencial: (a) disco mais próximo do centro, (b) disco mais distante do centro	31
FIGURA 13 – Esquema da seção reta da distribuição de massa nos cilindros gêmeos: (a) com a massa distribuída sobre toda sua extensão, de forma homogênea, (b) com a massa apenas próxima ao eixo de rotação, (c) com a massa concentrada nas bordas do cilindro	32
FIGURA 14 – Esquema de análise dos comprimentos de raio, de acordo com braços da bailarina: (a) braços abertos, aumento de I e diminuição de ω e (b) braços fechados, diminuição de I e aumento de ω	37
FIGURA 15 – Representação da projeção do centro de massa da bailarina: no interior do corpo na região do umbigo está indicado o centro de massa, e sobre a base, o pé, está indicada a projeção do centro de massa	38

FIGURA 16 – Simulação de dois casos de instabilidade em bailarinas: (a) inclinação para a direita e (b) inclinação para esquerda	38
FIGURA 17 – Esquema das seis aulas da sequência didática que compõe o produto educacional	47
FIGURA 18 – Pássaro equilibrista na ponta de uma caneta	57
FIGURA 19 – Porcentagens das respostas das questões 1 e 2 propostas no formulário do Google	60
FIGURA 20 – Porcentagens das respostas das questões 4 e 5 propostas no formulário do Google	61
FIGURA 21 – Porcentagens das respostas das questões 6 e 7 propostas no formulário do Google	62
FIGURA 22 – Porcentagens das respostas da questão 12 do formulário	63
FIGURA 23 – Mapa mental desenvolvido pela turma	78

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 A CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA NO ENSINO DE FÍSICA COM BASE EM ALGUNS DOCUMENTOS	12
2.1 OS ARTIGOS	12
2.2 OUTROS DOCUMENTOS	13
3 A FÍSICA E ALGUNS MOVIMENTOS DO BALÉ CLÁSSICO	16
3.1 ALGUNS CENTRÓIDES	17
3.2 A MASSA E A DISTRIBUIÇÃO DELA	19
3.3 O MOVIMENTO DE ROTAÇÃO	24
3.4 O MOMENTO DE INÉRCIA E O MOMENTO ANGULAR	31
4 A ABORDAGEM NORTEADORA DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NAS AULAS	40
4.1 ALGUNS PONTOS INICIAIS RELEVANTES	40
4.2 A BASE DA DESCOBERTA	40
4.3 AS CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTAIS DA ESTRUTURA DA MATÉRIA A SER ENSINADA	42
4.4 O PAPEL DO PROFESSOR	43
5 A DESCRIÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL E A FORMA DE AVALIAÇÃO ..	45
5.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA: PLANO DE UNIDADE E PLANOS DE AULA	45
5.2 OUTROS ELEMENTOS DO PRODUTO EDUCACIONAL	49
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO DA APLICAÇÃO DO PRODUTO	52
6.1 CAMPO DE APLICAÇÃO	52
6.2 AULA 1	52
6.3 AULA 2	57
6.4 AULA 3	63
6.5 AULA 4	68
6.6 AULA 5	71
6.7 AULA 6	75
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	80
REFERÊNCIAS	82
APÊNDICE A - DÊ UMA PIRUETA E ENTENDA UM POUCO DE FÍSICA	85

1 INTRODUÇÃO

O balé clássico é uma arte que comove e enche os olhos do público desde o século XV, sendo inicialmente uma forma de entretenimento para a nobreza, que evoluiu e passou a cair no gosto da população (Silverio, 2012). Atualmente, existem no mundo diversas escolas, com métodos diferentes e milhares de bailarinos. A dança auxilia no bem-estar, na disciplina e no desenvolvimento, podendo ser praticada a partir dos três anos de idade.

Devido a aproximação da autora com o balé clássico, um tema que a acompanha desde a sua infância, acreditamos que se aprofundar no respectivo tema, e levá-lo para a sala de aula com um olhar de dançarina e professora de física possa ser atraente também às alunas e aos alunos, uma vez que a realidade vivida pelos adolescentes atualmente, acaba não sendo muito incentivadora da arte e da cultura. E, após uma busca sobre o tema, percebemos que havia pouco material que tratava dessa temática, ou havia se dedicado a estudá-la.

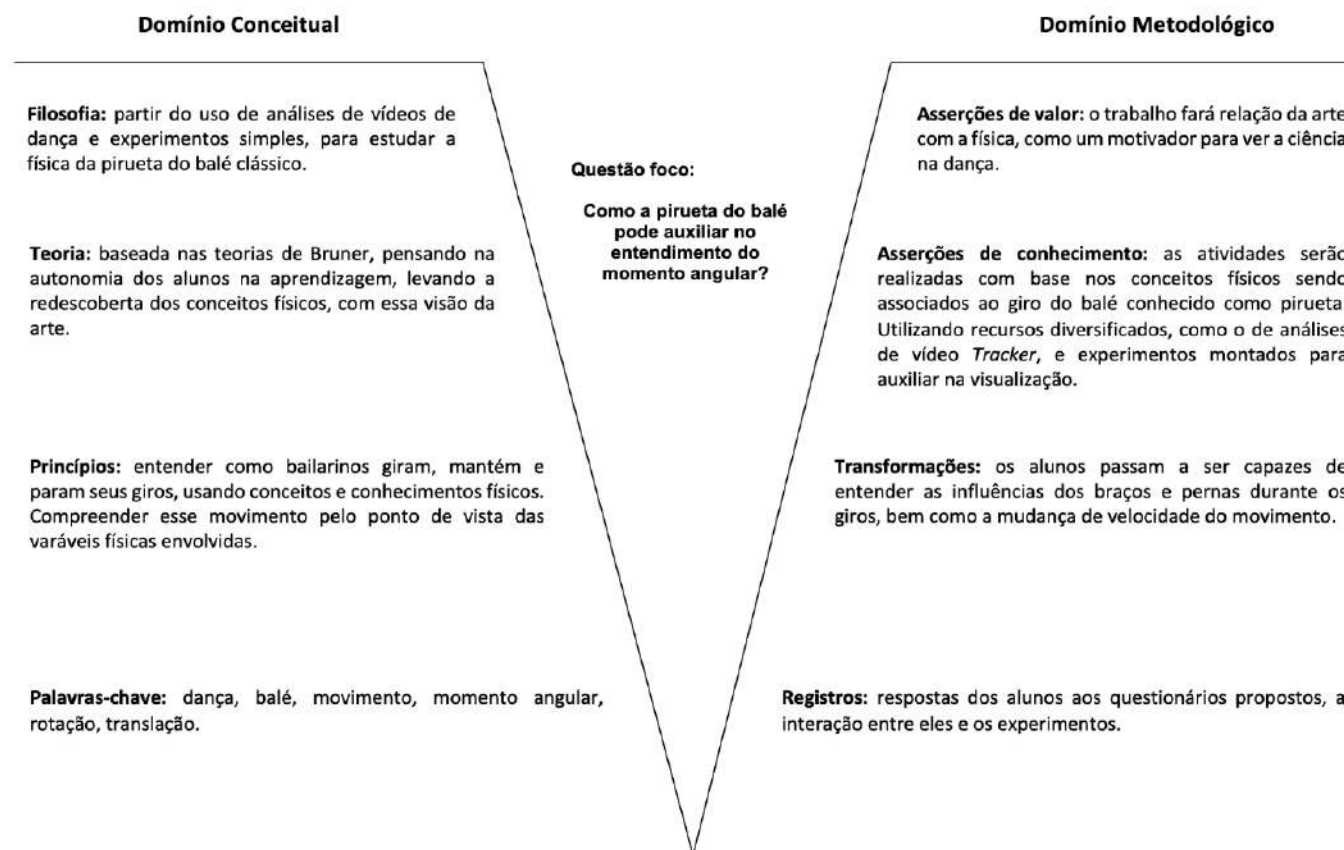
Assim, o produto educacional produzido tem a intenção de relacionar, por meio da abordagem de Bruner, a física com o estudo de um movimento dessa dança, pois, diversos conceitos de física poderiam ser abordados usando o balé clássico, mas para que o produto não ficasse muito extenso, escolhemos por abordar a pirueta, conhecida e admirada por muitos.

E a aplicação do produto educacional é investigada nesta dissertação a fim de responder à questão foco apresentada no diagrama V da Figura 1, ou seja, entender como a pirueta pode auxiliar na compreensão de conceitos associados ao movimento de rotação: conservação do momento angular, usando a relação do momento de inércia com a velocidade angular dos corpos. Sendo assim, investigando se e de que forma o balé clássico pode ser usado para ensinar física.

Nesse sentido, acreditamos que essa abordagem promove o interesse das alunas e dos alunos sobre o que acontece na variação da disposição do corpo dos bailarinos e das bailarinas em diversos momentos e relacioná-los com a física da rotação.

E ainda, pontos importantes para levarmos em consideração: a interdisciplinaridade trazida com o trabalho, relacionando uma dança, expressão artística, com a física, uma ciência exata; mostrar às alunas e aos alunos uma aplicação concreta desses conceitos, permitindo com que percebam como a física está em todos os lugares no nosso cotidiano; também possibilitar a apresentação dessa modalidade da dança para vários que não tinham contato com ela.

Figura 1 – Diagrama em V elaborado para o trabalho



Fonte: a autora

2 A CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA NO ENSINO DE FÍSICA COM BASE EM ALGUNS DOCUMENTOS

O presente capítulo é dedicado ao estudo de trabalhos de outros autores que possuem temas semelhantes com abordagens iguais ou distintas em relação à presente proposta. Assim, para que seja possível ter um panorama da relevância do estudo proposto e como tais temas haviam sido estudado por outros, faremos um breve resumo dos pontos mais importantes. Os trabalhos analisados envolvem artigos, dissertação, monografia e blog, alguns com seu estudo voltado para a área do ensino e outros não. As pesquisas foram feitas principalmente no Google Acadêmico e na plataforma SciELO, usando inicialmente como palavras-chave: balé, rotação, pirueta e física. No entanto, por não encontrar muitos trabalhos foram acrescentadas as seguintes palavras-chave: dança, inércia e centro de massa.

2.1 OS ARTIGOS

O primeiro, dos trabalhos analisados, possui o seu foco em centro de massa e estabilidade em posturas do Kung-Fu. De acordo com o exposto por Miranda et al. (2016), o trabalho não tinha como objetivo aplicação em sala de aula, porém, poderia ser usado em contextualizações de física e de educação física. O estudo é feito com imagens de algumas posições dessa luta, onde diagramas de forças são representados e os torques são analisados, concluindo que as posições mais estáveis, ou seja, possuem uma maior estabilidade, são defensivas, e ao contrário dessas, onde a estabilidade diminui, são posições mais ofensivas. Nas quatro posições principais, os autores também chegaram à conclusão de que o centro de massa era próximo à região do umbigo. Sendo assim, esse trabalho é relevante em relação à nossa proposta, pois um dos principais temas que ele traz é o conceito de centro de massa em corpos e envolve também questões culturais de artes e atividades esportivas.

O trabalho de Micha e Ferreira (2013) é o primeiro de uma série proposta pelos autores. Nele, o foco é analisar saltos em esportes coletivos, usando a análise como motivadora do estudo de mecânica, entendendo o movimento do corpo humano a partir do conceito do centro de massa. A justificativa da proposta está no fato dos professores, em todos os níveis de ensino, utilizarem bloquinhos para explicar os conceitos, não abordando movimentos mais complexos e o corpo humano. Trazem, então, uma proposta de estudo, porém, apesar de mencionar sobre

ensino, não apresentam uma sequência ou proposta de atividade, apenas mostram como os saltos nos esportes podem ser estudados e usados para explicar a mecânica. Os esportes tratados no artigo são: basquete, vôlei e futebol. Portanto, apesar de ter foco no ensino, não há aqui uma sequência didática, ou plano de unidade, e a sua relevância com relação a proposta que trazemos está relacionada às análises do corpo humano, bem como do centro de massa. Os outros artigos da série dos mesmos autores relacionam esportes, porém, com outros conceitos físicos que não são o foco da nossa proposta.

A proposta do trabalho de Picon et al. (2002) é com base na premissa do estresse mecânico gerado nos tecidos e ossos de bailarinos por conta dos esforços, principalmente com relação às sapatilhas de ponta. O objetivo do trabalho deles é justamente compreender essas sobrecargas usando alguns equipamentos. Anterior ao trabalho, um grupo de 25 bailarinas não profissionais responderam um questionário com 25 questões. Apesar de não treinarem de forma intensa, alegaram ter modificações em seus pés, causadas pela sapatilha de pontas, e confirmaram que sempre procuram pela mais confortável. Para entender as forças e pressões planares causadas em um determinado movimento, tomando como referencial as forças externas, como a reação do solo, os autores utilizaram os seguintes equipamentos: transdutores pizoelétricos para medir a força de reação do solo, um eletrogoniômetro planar para coletar a variação angular do joelho, palmilhas sensíveis de pressão para coletar a pressão planar e um tapete instrumentalizado para coletar picos de pressão no salto. Apesar do estudo relacionar conceitos físicos com passos do balé clássico, ele não apresenta nenhum fim didático, pois sua preocupação é prevenir lesões durante a prática de dança.

2.2 OUTROS DOCUMENTOS

Outro trabalho que destacamos é o de Pantano (2024), voltado para análises de danças e tem como foco uma proposta para o ensino de física, sendo também uma dissertação do polo 42 do MNPEF. A motivação do autor surgiu de um hobby, a dança de salão. Como ele é professor de física, e ofertou um curso básico de dança para seus colegas e alunos dos cursos técnicos e superiores, acabou constatando em seu curso questionamentos sobre a física envolvida. Percebeu, então, a possibilidade de utilizar a arte como elemento motivacional para o estudo da mecânica básica. Os conceitos propostos para a abordagem do seu trabalho foram: referencial, deslocamento, velocidade, aceleração, força, energia, torque e equilíbrio. Para isso, elaborou um produto educacional para o ano letivo, com 6 atividades em momentos distintos, de acordo

com o avanço dos conceitos nas aulas. Para o desenvolvimento dessas atividades utilizou vídeos e imagens de diversos estilos de dança, como: folclóricas, clássicas, de salão, contemporânea e de competições. Aplicou questionários sobre os temas para os alunos, apresentava as imagens ou vídeos, e pedia para que respondessem novamente as mesmas questões do início, para comparar as respostas antes e após relacionar com a dança. Sua proposta visou romper o paradigma de áreas isoladas e trabalhar esses conhecimentos, física e arte, de forma integrada, pois, segundo ele, ciência é cultura. Podemos dizer que o objetivo principal do trabalho do autor se assemelha muito com a proposta que apresentamos nesta dissertação, onde a intenção também é relacionar a física com a dança. Porém, diferente do proposto por Pantano, nossa análise se resume em uma só modalidade, apenas um conteúdo é abordado, e o produto educacional desenvolvido é trabalhado em forma de sequência didática.

A monografia apresentada por Dias (2009) foi realizada durante uma disciplina da licenciatura em Desporto e Educação Física da Universidade de Desporto do Porto. Seu objetivo era fazer a caracterização cinemática de saltos do balé clássico e determinar a influência dos movimentos que os antecedem. O trabalho fez uma descrição das posições de pés essenciais do balé e de alguns dos movimentos mais utilizados, por exemplo, o plié. Abordou os principais movimentos que podem causar lesões e onde elas são mais comuns. Para a realização do trabalho, foram utilizados diversos equipamentos como o acelerômetro, que mede ondas de impacto geradas durante o contato do pé com o solo, e a plataforma de força, que serve para medir a ação deformadora. Ao todo seis bailarinas participaram da sua pesquisa. Esse trabalho é relevante para o nosso por se tratar do balé clássico e analisá-lo do ponto de vista da física, porém, não tem como fim um material para sala de aula.

O texto apresentado no blog da escola de dança Petite Dance é voltado para bailarinos, mas apresenta uma relação com a física, explicando a consequência no giro para cada alteração realizada nos braços e pernas durante o fouette. Descreve os momentos em que os bailarinos abrem e fecham os braços a fim de alterar a velocidade dos giros e mostra porque isso acontece usando a física. Também apresenta a variação de impulso causada pelo pé de base durante os giros e da perna que realiza o “chicotear” necessário nesse movimento. Apesar de trazer vários conceitos físicos, o texto não é para a sala de aula. O objetivo dele é entreter o leitor dançarino, sanar a curiosidade sobre como o giro se mantém em um movimento tão complexo, e dar dicas que podem ajudar a melhorar a técnica do movimento, fouette, usando os conceitos de física apresentados. Foi um texto considerado de relevância para o nosso trabalho por tratar exatamente da análise de um giro do balé clássico.

Após a leitura desses trabalhos que tivemos acesso, compreendemos que existem trabalhos publicados com temas e assuntos correlacionados, porém, nenhum deles possui o mesmo foco da proposta que trazemos, que é uma sequência didática que faz parte do produto educacional, que une um passo do balé clássico, a pirueta, com elementos da mecânica rotacional, usando uma sequência de atividades experimentais simples e análises de vídeos, para uma turma de primeira série do ensino médio.

3 A FÍSICA E ALGUNS MOVIMENTOS DO BALÉ CLÁSSICO

Esse capítulo é dedicado a relacionar a pirueta, com os conceitos físicos que foram abordados durante as aulas da sequência didática constante na unidade didática do produto educacional.¹

Se pensarmos na dança clássica, veremos que a mecânica toda poderia ser estudada com base nela, porém, isso seria trabalho de um ano letivo inteiro. Dessa forma, podemos iniciar a análise no ponto mais simples no balé, um dos primeiros movimentos aprendidos, e para os bailarinos, algo considerado até natural, o *plié*, que consiste em flexionar as pernas e voltar a esticá-las, como na Figura 2. Ele é o principal ajudante em saltos, definindo se será um grande salto ou pequeno. E, então, podemos partir para os movimentos mais complexos como os *fouettés*, que são giros sobre a ponta dos pés, com uma das pernas esticadas fazendo “laços” no ar. Figura 2 - Realização do movimento plié, que consiste apenas em dobrar os joelhos e esticar novamente.



Fonte: a autora

Os passos que serão apresentados aos alunos neste trabalho serão três giros: *déboulés*, *fouettés* e *pirouettes*. Veremos que são combinações de movimentos complexos dos bailarinos(as) que resultam em passos, que ocorrem e podem ser explicados por meio dos estudos de conceitos físicos. É válido ressaltar que os vídeos apresentados aos alunos serão dos três giros, mas apenas a pirueta será analisada com mais detalhes no trabalho.

¹ Este capítulo é idêntico ao capítulo 4 do produto educacional: Dê uma pirueta e entenda um pouco de física, de autoria de Giovana Maria da Silva de 2025, trabalho vinculado a esta dissertação.

3.1 ALGUNS CENTRÓIDES

O conceito tido como primordial, para iniciar as discussões foi o conceito de centroide ou de centro geométrico de uma distribuição de pontos fixos entre si, de um conjunto de partículas fixas entre si, de uma figura plana, ou seja, em duas dimensões; de uma figura espacial, em três dimensões; ou de um objeto ou corpo real (Duran, 2019).

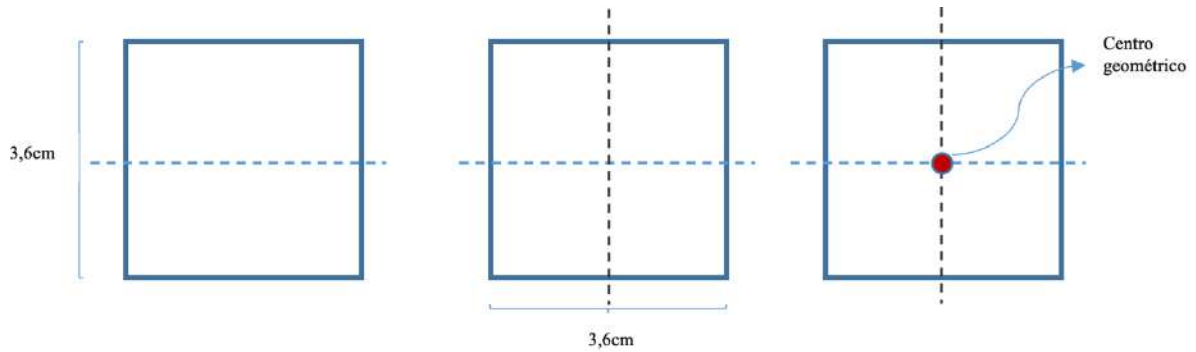
Para ilustrar como podemos determinar o centro geométrico, usaremos quatro figuras geométricas planas: quadrado, retângulo, círculo e triângulo equilátero. Também consideramos que, para essas quatro figuras, a distribuição de massa é homogênea sobre as respectivas áreas e neste momento estamos determinando apenas os seus centros geométricos.

No caso do quadrado, sabemos que seus quatro lados possuem o mesmo comprimento e são paralelos dois a dois, portanto, para determinar seu centro geométrico, escolhemos um desses pares de lado, determinamos o ponto médio de um dos lados desse par e traçamos uma reta perpendicular a esse lado, ou seja, a mediatriz desse lado (Riviera; Neves; Gonçalves, 1986). Então, realizamos o mesmo procedimento para o outro par de lados. Outra forma de determinarmos o centro geométrico do quadrado é dobrá-lo, se isso for possível, ao meio em relação a dois lados paralelos e repetir para os outros dois lados. Essas duas retas se cruzam em um ponto, e este é o centro geométrico encontrado, como mostramos na Figura 3. E esses métodos valem para qualquer valor de comprimento do lado do quadrado e, ainda, ressaltamos que existem outras possibilidades e variações no processo de determinação do centro geométrico do quadrado.

Uma forma análoga pode ser adotada para encontrarmos o centro geométrico do retângulo, a diferença para esta forma é que os lados não possuem o mesmo comprimento, mas são iguais e paralelos dois a dois, ou seja, podemos considerar dois lados iguais e paralelos como altura e dois lados iguais e paralelos como largura, a altura e a largura não possuem o mesmo comprimento, mas isso não interfere no método adotado anteriormente, portanto, traçamos uma reta passando pelo ponto médio da altura, e outra reta passando pelo ponto médio da largura, ou seja, determinamos as mediatrizes dos lados da altura e da largura (Riviera; Neves; Gonçalves, 1986), o ponto onde essas retas se encontram é a determinação do centro geométrico do retângulo. Outra forma que pode ser adotada é usar o processo de dobra, semelhante ao descrito pelo quadrado. Novamente, esses métodos valem para quaisquer valores de altura e largura do

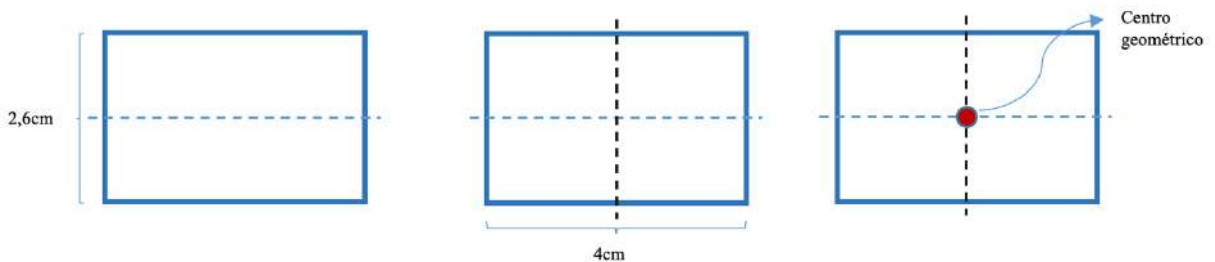
retângulo e, ainda, ressaltamos que existem outras possibilidades que não serão exploradas. Na Figura 4, temos o centro geométrico determinado para um retângulo.

Figura 3 – Determinação do centro geométrico do quadrado e que neste exemplo tem lado de 3,6 cm.



Fonte: a autora

Figura 4 – Determinação do centro geométrico do retângulo e que neste exemplo tem largura de 2,6 cm e altura de 4 cm.

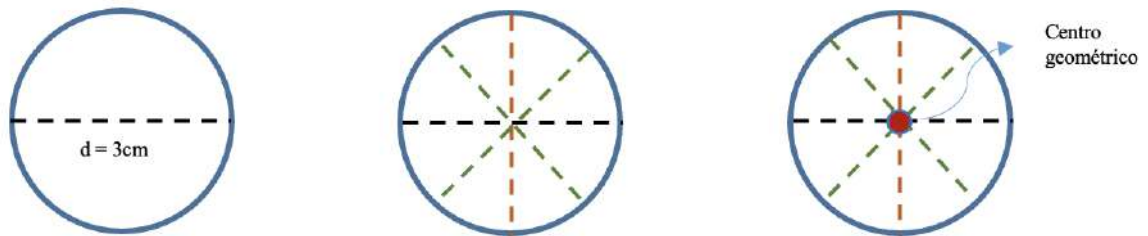


Fonte: a autora

Nossa próxima determinação é para o centro geométrico do círculo. Traçamos uma reta, que tenha um segmento cujo comprimento seja o seu diâmetro e esteja contido entre dois pontos da borda do círculo (Riviera; Neves; Gonçalves, 1986), repetimos o traçado pelo menos mais uma vez de tal forma que o novo traçado esteja perpendicular ao primeiro, podemos repetir mais algumas vezes em outras direções, o ponto onde as retas se cruzam é o centro geométrico do círculo. Outra forma de determinarmos o centro geométrico do círculo é dobrá-lo ao meio, se isso for possível, obtendo um semicírculo e mais uma vez ao meio, obtendo um quarto de círculo. Representamos, na Figura 5, a determinação do centro geométrico do círculo. E para finalizar, vamos determinar o centro geométrico de um triângulo equilátero, três lados de mesmo comprimento e ângulos internos de mesmo valor, ou seja, lados e ângulos congruentes.

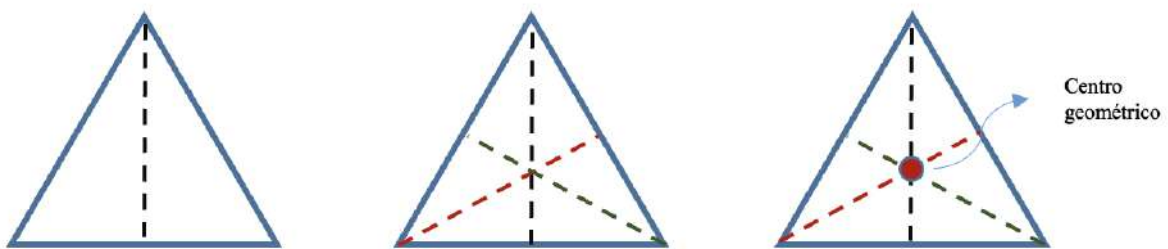
Para isso, traçamos a reta mediana, reta que passa pelo ponto médio de um dos lados do triângulo e necessariamente pelo vértice oposto a este lado (Medeiros, 2020).

Figura 5 – Determinação do centro geométrico do círculo e que neste exemplo tem diâmetro de 3 cm.



Fonte: a autora

Figura 6 – Determinação do centro geométrico do triângulo equilátero e que neste exemplo tem lado de 3,6cm.



Fonte: a autora

Repetimos este traçado de mediana para os outros dois lados do triângulo. Então, o ponto de encontro dessas três retas medianas é o centro geométrico do triângulo equilátero, também denominado de baricentro (Medeiros, 2020). Este procedimento vale para determinar o centro geométrico de qualquer triângulo. Outra forma de determinarmos o centro geométrico do triângulo equilátero é dobrá-lo, se isso for possível, ao meio em relação a cada lado e o vértice oposto. A representação que apresentamos na Figura 6 é a determinação do centro geométrico de um triângulo equilátero.

3.2 A MASSA E A DISTRIBUIÇÃO DELA

Considerando os estudos anteriores, vamos aos próximos conceitos importantes, e que dependem diretamente do formato do corpo: o centro de massa e a forma de distribuição da

massa. Os formatos dos materiais e como a massa está distribuída neles vai influenciar no ponto de apoio e equilíbrio dos objetos.

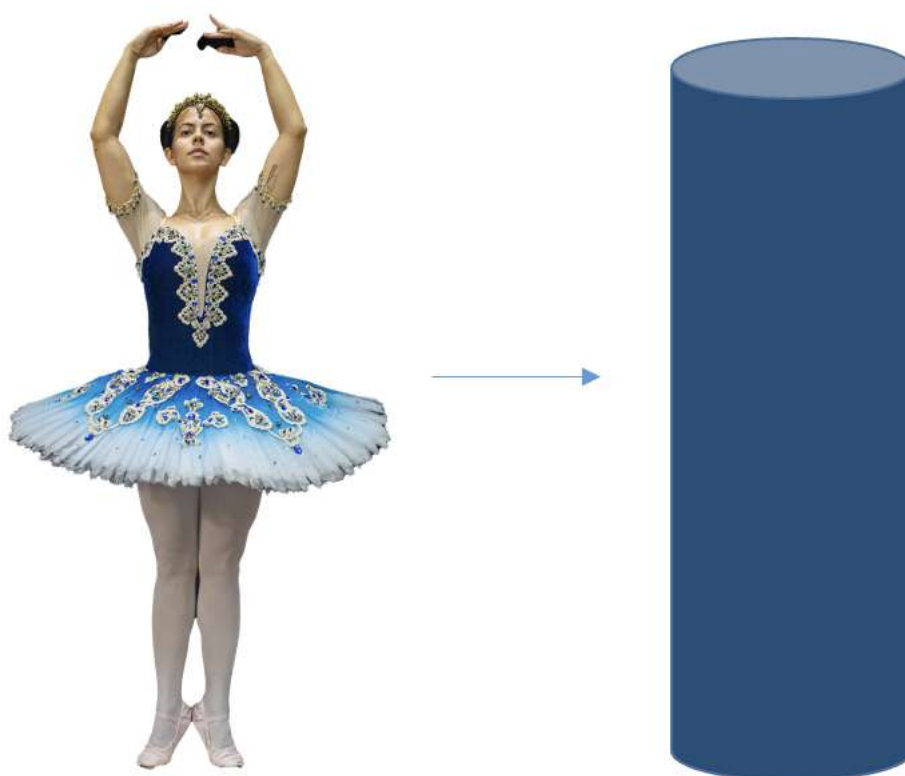
Para que possamos fazer análises nos movimentos de balé, precisamos fazer uma primeira aproximação e supor que as(os) bailarinas(os) são corpos rígidos, isto se justifica porque sobre os corpos reais, atuam forças que podem deformá-los de alguma maneira, tornando o estudo mais complexo. É válido ressaltarmos que nenhum corpo é perfeitamente rígido, o que fazemos são aproximações a fim de tornar o estudo possível com um modelo de formato estudado previamente. Isto posto, temos a definição de corpo rígido quando a distância entre os pontos de duas partículas quaisquer desse corpo é invariável, ou seja, indeformável, independente da força aplicada sobre ele (Halliday, Resnick, Walker, 2016). No caso do balé, vamos considerar como corpo rígido a bailarina ou o bailarino em momentos distintos, por exemplo, quando está de braços abertos e quando está com os braços mais próximos ao corpo, a fim de contemplar a definição de corpo rígido. Nos momentos de transição, ou seja, em que ela ou ele está trocando essas posições de braços, não serão considerados no estudo.

Como é de nossa experiência, os corpos reais exibem uma infinidade de formatos. Novamente, a fim de possibilitar o estudo e com um modelo aceitável, precisamos lançar mão de mais uma aproximação em relação ao formato de um corpo rígido, assim, fazendo com que esses corpos sejam estudados mais facilmente, deixando-os próximos às formas geométricas conhecidas (Okuno, Fratin, 2016). Alguns exemplos dessas aproximações podem ser vistos em diversos estudos da física. Quando vamos estudar, aprender, ensinar e investigar sobre temas da física, sempre nos deparamos com aproximações desta natureza pela facilidade e de acordo com o propósito do estudo. Em gravitação e astronomia, por exemplo, aproximamos o formato dos planetas a esferas, desprezando as imperfeições e particularidades das formas reais. Para trabalharmos com o balé, usaremos também essa aproximação. No caso, de acordo com nossa proposta e em algumas circunstâncias, o corpo de uma bailarina, ou um bailarino, pode ser considerado um cilindro (Okuno, Fratin, 2016). Essa aproximação nos ajudará em várias etapas como a compreensão de conceitos e análise das situações propostas. Apresentamos, na Figura 7, a aproximação feita e adotada do corpo da bailarina em formato de um cilindro.

Antes de discutirmos sobre a distribuição de massa em um corpo, precisamos definir o conceito de massa. O mais comum para os estudantes de nível médio, e talvez mais intuitivo, uma vez eles associam às dimensões e ao peso de um corpo, e considerando os materiais que ele tem acesso, por exemplo, em seus livros didáticos, é encontrar esse conceito de massa gravitacional, como sendo uma propriedade física intrínseca da matéria, definida como a quantidade de matéria presente nos corpos (Valio, Fukui, Oliveira, Molina, 2015).

No entanto, conforme a mecânica newtoniana, massa inercial é definida, como uma medida da inércia, isto é, a propriedade de um corpo que relaciona uma determinada força aplicada sobre ele e à aceleração resultante adquirida por ele, especificamente, acabamos de trazer o conceito de massa inercial, mas usaremos somente o termo massa por questões de simplicidade (Halliday, Resnick, Walker, 2016).

Figura 7 – Aproximação do corpo da bailarina em formato de um cilindro.



Fonte: a autora

Uma vez que apresentamos a definição de massa, vamos dar atenção para a forma que a massa é distribuída em um determinado corpo. A distribuição de massa em um corpo rígido é uma distribuição de massa contínua e pode ser homogênea ou não. De maneira geral, entende-se por distribuição contínua o fato de a massa estar espalhada sem vazios por todo o volume de um sólido, ocupando toda a sua extensão. Ou seja, considerando que não existem vazios entre as partes do material quando se observa o corpo (Halliday, Resnick, Walker, 2016).

Podemos destacar que, apesar de ser uma aproximação, essa hipótese de continuidade é extremamente prática e útil. Hewitt (2002) chama atenção para o fato de que, mesmo sabendo que a matéria é composta por átomos e moléculas separados por pequenos espaços vazios, é possível tratar como se fosse um meio contínuo. Macroscopicamente, isso ocorre porque as

dimensões dessas partículas são tão pequenas, em comparação ao tamanho dos corpos analisados.

Quando falamos em distribuição homogênea de massa, nos referimos à condição em que a densidade permanece constante em todo o sólido. Isso quer dizer que cada parte do corpo contém a mesma quantidade de massa por unidade de volume. Halliday et al. (2016) explicam que materiais homogêneos apresentam características físicas uniformes em todas as direções, o que facilita bastante a previsão do comportamento do sólido sob a ação de forças externas. Por outro lado, há materiais heterogêneos, nos quais a densidade varia de uma região para outra. Essa variação pode ocorrer por diferenças na composição do material, presença de porosidades ou variações estruturais internas.

Veremos ao longo do nosso trabalho situações em que a massa será distribuída de forma diferente, mesmo que as dimensões dos corpos em estudo sejam iguais, e isso modificará o comportamento nas várias situações propostas. Com base no exposto até o presente, o ponto que queremos chamar atenção agora é o conceito de centro de massa, que representa um dos fundamentos essenciais para a análise do movimento de corpos rígidos, como acontece com o corpo humano durante as diversas movimentações do balé clássico. Trata-se de um ponto singular, no qual podemos imaginar concentrada toda a massa do corpo, o que permite simplificar o estudo dos movimentos, mesmo quando estes envolvem trajetórias complexas ou forças externas. Podemos afirmar que, em muitas situações, o movimento de um corpo pode ser descrito como se toda a sua massa estivesse concentrada nesse único ponto, o que confere grande praticidade às análises físicas.

Complementamos essa explicação ao destacar que o centro de massa atua como o ponto de aplicação da força gravitacional (Hewitt, 2002). Dessa forma, mesmo que braços, pernas ou a cabeça das bailarinas ou dos bailarinos estejam em constante movimento, o centro de massa segue uma trajetória regular, obedecendo às leis físicas que regem um corpo rígido. Do ponto de vista matemático, expressamos o centro de massa $\vec{R}_{cm}$ em sistemas compostos por partículas (Halliday, Resnick, Walker, 2016) como

$$\vec{R}_{cm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}, \quad (1)$$

em que, na Equação 1, m_i representa a massa da i -ésima partícula e $\vec{r}_i$ indica o vetor posição dessa partícula em relação a um sistema de referência.

Para corpos extensos, em que a massa está distribuída de forma contínua, a soma é substituída por uma integral, sendo o centro de massa determinado por

$$\vec{R}_{cm} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm , \quad (2)$$

onde, na Equação 2, M corresponde à massa total do corpo e $\vec{r}$ refere-se ao vetor posição de cada elemento infinitesimal de massa dm (Halliday, Resnick, Walker, 2016).

No caso das bailarinas ou dos bailarinos, o centro de massa não permanece fixo em uma única posição, variando constantemente em função da disposição dos segmentos corporais, como braços, pernas e tronco. Durante giros ou outras movimentações, a abertura ou o fechamento dos braços, por exemplo, provoca alterações na distribuição de massa em torno do eixo de rotação, deslocando o centro de massa e impactando tanto a estabilidade quanto a velocidade de execução dos movimentos. Halliday et al. (2016) ressaltam que a estabilidade de qualquer corpo está diretamente ligada à projeção do centro de massa sobre a sua base de sustentação. Esse princípio vale não apenas para objetos inanimados, mas também para corpos em movimento, como ocorre nos movimentos complexos do balé clássico.

De acordo com a Equação 2, é no ponto determinado por ela que consideramos toda a concentração de massa, como também dizemos que todas as forças e torques são aplicadas sobre ele. O centro de massa pode coincidir com o centro geométrico, dependendo do formato do corpo e de sua distribuição de massa, e em alguns casos, o ponto pode ser um local sem nenhuma massa.

Precisamos levar em conta também o conceito de centro de gravidade, que está diretamente ligado à maneira como a força gravitacional atua sobre um corpo extenso. Vale ressaltar que, ao falar em centro de gravidade, nos referimos ao ponto onde se pode considerar aplicada toda a força peso resultante. Tipler (2009) explica que, para efeitos de cálculos de equilíbrio e torque, é prático supor que o peso total do corpo age concentrado nesse ponto único. Em outras palavras, mesmo que o peso esteja distribuído sobre todo o corpo, podemos tratá-lo como se estivesse localizado em um só ponto para simplificar as análises físicas.

Moysés (1995) observa que essa simplificação é perfeitamente válida em situações em que o campo gravitacional é constante, ou seja, quando a aceleração da gravidade se mantém constante em toda a extensão do corpo. Nessas condições, não há diferença prática entre o centro de gravidade e o centro de massa. Hewitt (2002) reforça que, sob campo gravitacional constante, os dois pontos coincidem, permitindo que sejam utilizados como sinônimos nas análises de equilíbrio e torque. Isso significa que, ao se calcular os momentos de força ou as condições

de equilíbrio de corpos rígidos, podemos considerar que a força peso atua no centro de massa, que também é o centro de gravidade nesse caso.

Em exemplo com bastões, frequentemente analisados em situações didáticas, o centro de massa localiza-se no ponto médio do eixo do comprimento do objeto, ou seja, em seu centro geométrico, quando o material é homogêneo. Sendo o campo gravitacional constante, o centro de gravidade coincide exatamente com esse ponto médio.

Um outro exemplo de atividade com bastões é usarmos cilíndricos ocos de mesmo material e mesmas dimensões, porém, com a mesma massa adicionada em seus interiores, mas distribuída de formas diferentes, alterando o seu centro de massa e, portanto, modificando o ponto de equilíbrio para cada bastão. Neste caso, o centro de massa também coincide com o centro de gravidade, uma vez que o campo gravitacional é constante, porém, ambos não coincidem com o centro geométrico do bastão. Eles podem ser montados da seguinte forma: 1) com a massa distribuída de extremidade a extremidade, fazendo seu centro geométrico coincidir com seu centro de massa e centro de gravidade; 2) com toda massa concentrada em uma das extremidades, fazendo com que o centro de massa e centro de gravidade fique bem próximo da ponta; 3) tendo a massa pendendo em sua maior parte para um dos lados, o que fará com que o seu centro de massa e de gravidade fique entre os centros das duas formas descritas anteriormente.

3.3 O MOVIMENTO DE ROTAÇÃO

Se levarmos em consideração toda a modalidade de dança que compõe o balé clássico e seus diversos exercícios, veremos combinações entre passos de translação e passos de rotação.

Como nosso foco são as piruetas, estudaremos mais a fundo os conceitos que descrevem e explicam os movimentos rotacionais e podemos lembrar dos movimentos descritos por rodas, engrenagens, planetas, motores etc.

Para compreender os movimentos rotacionais, consideremos os três exemplos de corpos apresentados na Figura 8. Primeiramente, podemos considerar qualquer um deles em movimento de rotação como um corpo rígido, e fixar dois pontos, A e B, o que equivale a fixar todos os pontos da reta definida pelos pontos A e B, que denominaremos de reta AB, pois, de acordo com a definição que fizemos anteriormente sobre corpo rígido, sabemos que todos os pontos da reta devem manter suas distâncias inalteradas em relação aos pontos A e B. E qualquer partícula do corpo, contida nessa reta e mesmo fora dela, mantém-se a sua distância invariável em relação a essa reta. E ainda, se adotarmos a reta AB como o eixo de rotação do corpo, as partículas

que não estão sobre o eixo só poderão descrever uma trajetória circular, e o corpo descreverá um movimento circular em torno do eixo AB. Qualquer formato de corpo poderá ser considerado um corpo rígido, e em alguns casos são feitas aproximações dos corpos em movimento de rotação para formas geométricas, pois estas possuem estudos, modelos e equações estabelecidas que auxiliam em análises de corpos reais resultando em boas aproximações. Podemos ver um exemplo dessas aproximações na Figura 8.

Nos movimentos escolhidos para o presente trabalho, desejamos examinar a rotação de um corpo rígido em torno de um eixo, realizando os passos de balé. A definição desse tipo de corpo nos permite fazer algumas aproximações, como a apresentada na Figura 8. Na Figura 8a, escolhemos e representamos um corpo de formato aleatório, na Figura 8b, temos a imagem do nosso formato de interesse, que é a bailarina, e na Figura 8c, a aproximação que usaremos para análise dos conceitos, um cilindro, por ser a forma geométrica que mais se assemelha ao corpo humano (Okuno, Fratin, 2016). Com essa aproximação, a bailarina como um cilindro, os princípios físicos podem ser aplicados de forma mais direta simplificando as particularidades do corpo humano.

Figura 8 – aproximações feitas para estudos em corpos rígidos: (a) um corpo de forma irregular, (b) a bailarina, (c) o cilindro.



Fonte: a autora

Nos movimentos rotacionais, podemos analisar a posição angular e o deslocamento angular. É de grande importância tratarmos da natureza vetorial de tais grandezas. De acordo com Halliday et al. (2016), se um corpo rígido está girando em torno de um eixo fixo, ele poderá se mover no sentido horário ou no anti-horário, então seu sentido poderá ser expresso usando os sinais de mais ou o de menos.

Para tratarmos o deslocamento, a velocidade e a aceleração angulares como vetores, podemos lançar mão do exemplo da plataforma giratória, vista na Figura 9, e se consideramos que a plataforma gira de forma constante em torno de um eixo perpendicular a plataforma e ele intercepta o seu centro, ela possui uma velocidade angular cujo módulo é indicado por ω constante e no sentido anti-horário. O vetor que representa essa velocidade angular é $\vec{\omega}$ alinhado ao eixo de rotação, ou seja, sua direção é a mesma do eixo de rotação. Podemos agora utilizar a regra da mão direita, curvando a mão direita em torno da plataforma em rotação, com os dedos, exceto o polegar, acompanhando o sentido da rotação. Então, o polegar estendido apontará na direção e sua ponta indicará no sentido do vetor velocidade angular (Halliday et al, 2016). Nos casos em que utilizamos rotações em torno de um eixo fixo não precisamos considerar vetores, apenas indicar com o sinal de menos ou de mais, dependendo do sentido do movimento, se é horário ou anti-horário.

Quando trabalhamos esse conceito, podemos analisar as posições de moedas em uma plataforma giratória. A posição angular é o ângulo que as moedas fazem em relação a uma posição fixa, ou seja, em relação a uma referência inicial, escolhemos como linha de referência a demarcação em azul na Figura 9. Da geometria, temos que a posição angular θ é dada por

$$\theta = \frac{s}{r}, \quad (3)$$

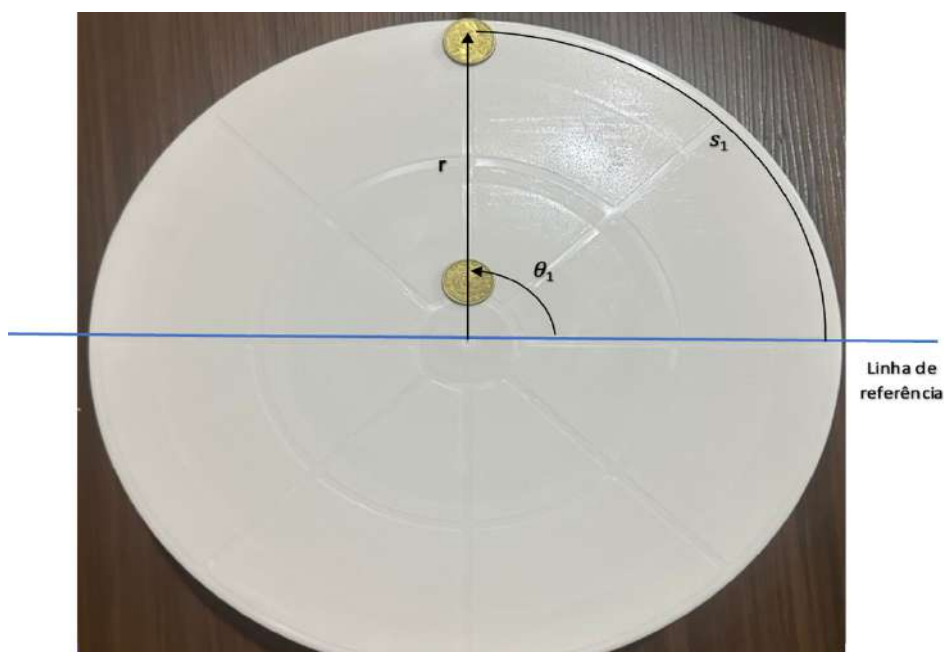
onde, na Equação 3, s é o comprimento do arco a partir da linha de referência, nesse caso é a trajetória circular da moeda em torno do eixo de rotação, e r é o raio, a distância da posição da moeda em relação ao eixo de rotação, e como tratamos agora de um movimento que depende de ângulos, o que no análogo linear era usado como o deslocamento, agora é considerado o deslocamento angular, ou seja, a variação de ângulo com relação a um eixo de referência ou um ponto inicial. Todos esses elementos estão representados para a moeda mais distante do centro na Figura 9.

Na figura 9, s é determinado a partir da linha de referência destacada em azul até a posição da moeda, e r do ponto central da nossa plataforma, até a moeda. Temos que o ângulo θ_1 definido dessa forma é medido em radianos, que é um valor adimensional, por ser a razão entre dois comprimentos.

Para a definição do deslocamento angular e sua variação, devemos considerar a plataforma girando de forma constante, o que levará a uma variação desse θ , pois modificaremos a posição da moeda com relação a linha de referência, lembrando que a nossa referência não se moverá com a plataforma. A partir da linha de referência, tomamos um primeiro ponto na trajetória circular da moeda e determinamos o ângulo θ_1 mostrado na figura 9, e tomamos um

segundo ponto da trajetória circular da moeda e determinamos o ângulo θ_2 em um instante t_2 , como mostraremos na Figura 10.

Figura 9 – representação da determinação das variáveis no movimento rotacional para a moeda mais distante do centro, em um instante t_1 .



Fonte: a autora

Para a definição do deslocamento angular e sua variação, devemos considerar a plataforma girando de forma constante, o que levará a uma variação desse θ , pois modificaremos a posição da moeda com relação a linha de referência, lembrando que a nossa referência não se moverá com a plataforma. A partir da linha de referência, tomamos um primeiro ponto na trajetória circular da moeda e determinamos o ângulo θ_1 mostrado na figura 9, e tomamos um segundo ponto da trajetória circular da moeda e determinamos o ângulo θ_2 em um instante t_2 , como mostraremos na Figura 10.

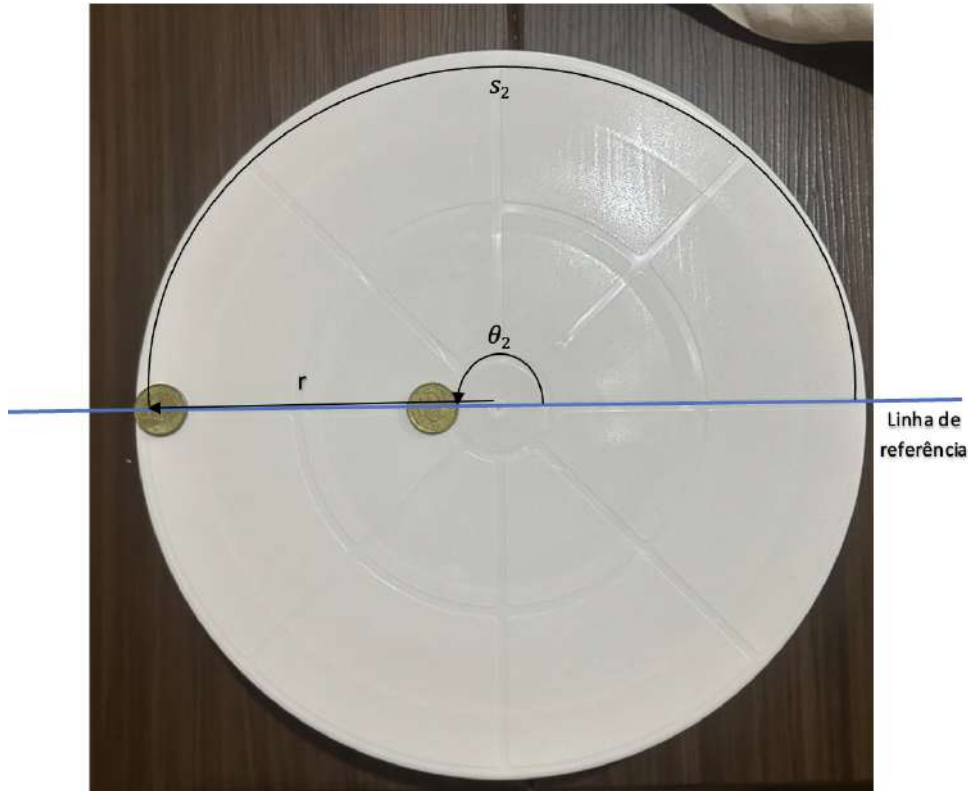
Então, a variação de deslocamento angular $\Delta\theta$ dado por:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1, \quad (4)$$

onde, na Equação 4, θ_1 é o deslocamento angular inicial e θ_2 é o deslocamento angular final, consideramos dois instantes de análise, em que as posições são variadas, veremos que isso influenciará nas nossas observações de velocidade angular.

Como estamos tratando de movimentos rotacionais e queremos saber o quão rápidos esses movimentos são, dividiremos essa grandeza em velocidade angular e velocidade tangencial.

Figura 10 – representação da determinação das variáveis no movimento rotacional para a moeda mais distante do centro, em um instante t_2 .



Fonte: a autora

Todas as partes de algo que rotaciona, quando estamos falando de um corpo rígido, giram em torno de um eixo. A velocidade angular é relacionada ao número de voltas por unidade de tempo. Todas as partes do corpo possuem o mesmo número de rotações por unidade de tempo. A unidade comumente usada é rotações por minuto, ou RPM.

Podemos sobrepor a Figuras 9 e 10, instantes t_1 e t_2 , respectivamente, e obter a Figura 11. Ela nos representa a variação do deslocamento angular, ou seja, somente a diferença de posição do instante 1 para o instante 2.

Na Figura 11, imagem da sobreposição, vemos que nos dois instantes temos posições diferentes para a moeda, pois rodamos a plataforma. Assim, podemos definir a velocidade angular média, de forma análoga com a da velocidade linear média, consideraremos variação de posição, nesse caso a variação da posição angular $\Delta\theta$ dada pela Equação 4, e a variação do tempo Δt , de acordo com a

$$v_{med} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\theta}{t} . \quad (5)$$

Figura 11 – Sobreposição dos instantes t_1 e t_2 .



Fonte: a autora

Podemos dizer então que essa velocidade angular média, dada pela Equação 5, dependerá da variação do deslocamento angular dividido pela variação do tempo.

De acordo com a definição feita na Equação 5, podemos perceber que ambas as moedas terão um mesmo valor de velocidade angular nas mesmas variações de posição e tempo. E para definirmos a velocidade angular instantânea, basta considerarmos o caso em que a variação do tempo tende a zero, como

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} . \quad (6)$$

A equação 6 representa a velocidade instantânea e pode ser considerada a velocidade angular do movimento por se tratar, em nosso caso, de um movimento rotacional com velocidade angular constante.

Apesar da posição diferente das moedas em relação ao centro da plataforma, as duas terão uma mesma velocidade angular, pois girarão na mesma plataforma, nos mesmos tempos. No entanto, o que se altera para as duas moedas é uma outra velocidade, denominada velocidade tangencial. Ela depende da velocidade angular e da posição do corpo em relação ao centro, ou

da distância em relação ao eixo de rotação, que chamaremos de distância radial, ou seja, a velocidade tangencial é proporcional a essas duas variáveis. Se pensarmos em uma plataforma giratória, ou em um carrossel, bem próximo ao centro a velocidade será menor que nas bordas, pois nas bordas temos uma maior distância radial, e por consequência, maior velocidade tangencial, sendo assim, a relação de proporcionalidade torna-se a igualdade dada por

$$v_t = r\omega , \quad (7)$$

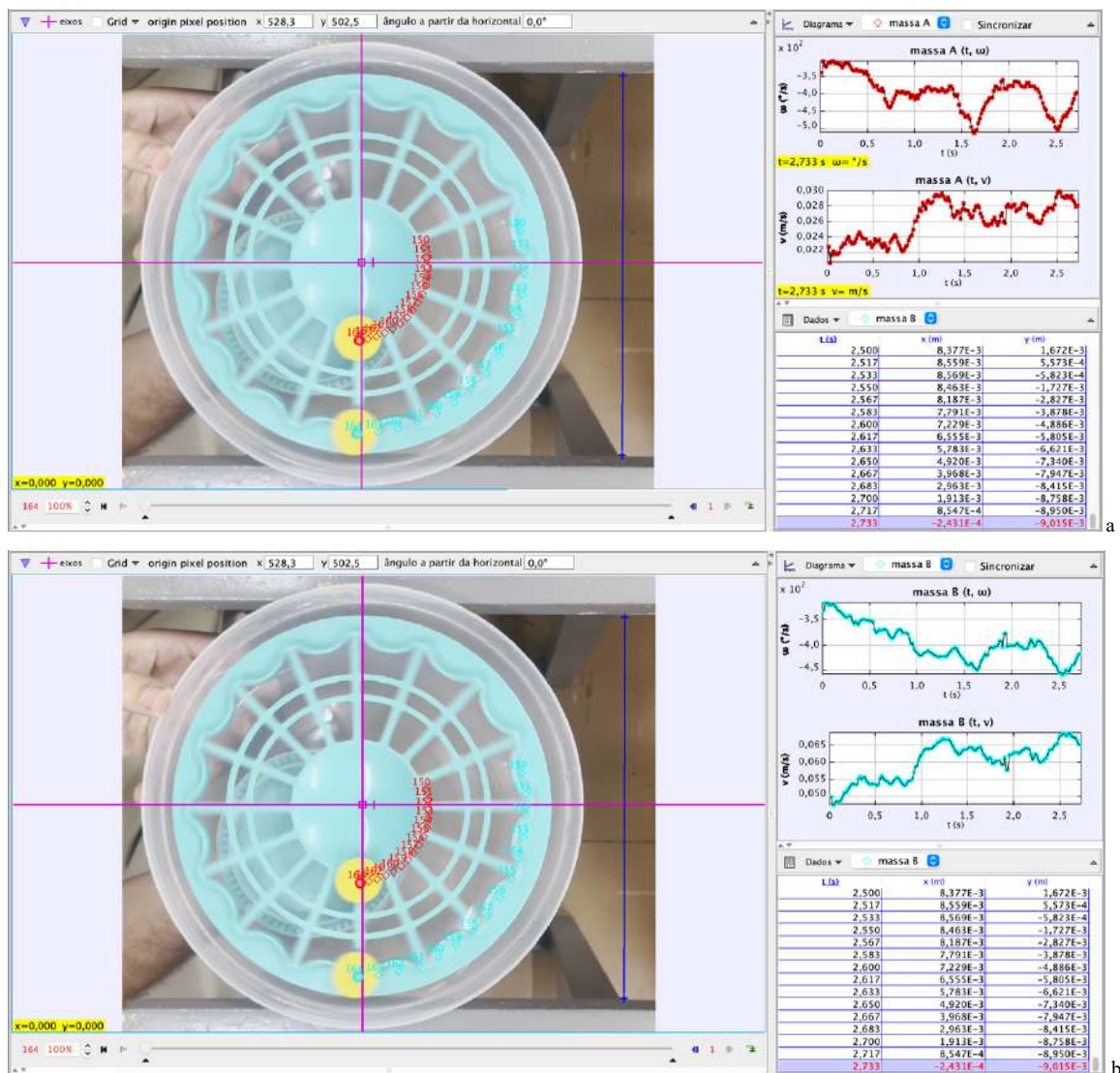
onde, na Equação 7, v_t é o módulo da velocidade tangencial como resultado de r que é a distância do corpo com o eixo de rotação e ω que representa sua velocidade angular.

Se pensarmos em um carrossel, o movimento será mais rápido se a rotação aumentar, ou se você se afastar do eixo de rotação. O que pode ser visto trabalhando em plataformas giratórias, como por exemplo, usando as duas moedas, uma próxima do centro e uma mais distante, quando se inicia o movimento da plataforma rapidamente a que está mais distante do centro será arremessada para fora, enquanto a outra, mais próxima do centro, portanto com o raio menor, precisará de uma velocidade angular maior para que seja arremessada também. Nesse exemplo, as moedas serão arremessadas pela tangente da trajetória circular representada pelo movimento. A reta tangente à trajetória circular em um ponto fornece a direção da velocidade tangencial e seu sentido é aquele em que a moeda foi arremessada.

O que veremos na Figura 12, as imagens são quadros da análise feita no software *Tracker* e o instrumento usado para realizar o movimento rotacional e poder fazer essa análise foi uma plataforma giratória e discos velocidade aproximadamente constante, os dois discos foram colados com fita adesiva, cada um com uma distância do centro da plataforma. Na Figura 12a, temos os gráficos da velocidade angular ω e da velocidade tangencial, ambos em função do tempo, para a disco mais próxima do centro, e na Figura 12b, temos os mesmos gráficos para a disco mais distante do centro.

Observando os gráficos gerados pelo software podemos perceber que os gráficos que representam as velocidades angulares, para as duas moedas possuem valores bem próximos, variando de $-3,5^\circ/s$ até $-5^\circ/s$ (os sinais negativos surgem porque estamos tratando de uma rotação no sentido horário), que é o de se esperar pois estamos tratando de um movimento realizado na mesma plataforma.

Figura 12 – Quadros obtidos da análise feita pelo software *Tracker* e os gráficos das velocidades angular e tangencial: (a) disco mais próximo do centro, (b) disco mais distante do centro.



Fonte: a autora.

As variações que aparecem podem ter sido causadas pelo atrito da própria plataforma. Se observamos agora os gráficos das velocidades tangenciais, veremos que para a moeda mais distante do centro o gráfico possui valores que chegam a passar os $0,065 \text{ m/s}$, enquanto na moeda mais próxima do centro, o maior valor de velocidade é de apenas $0,030 \text{ m/s}$. Esses resultados reforçam a importância de entender quais variáveis têm influência em cada uma das duas velocidades em questão.

3.4 O MOMENTO DE INÉRCIA E O MOMENTO ANGULAR

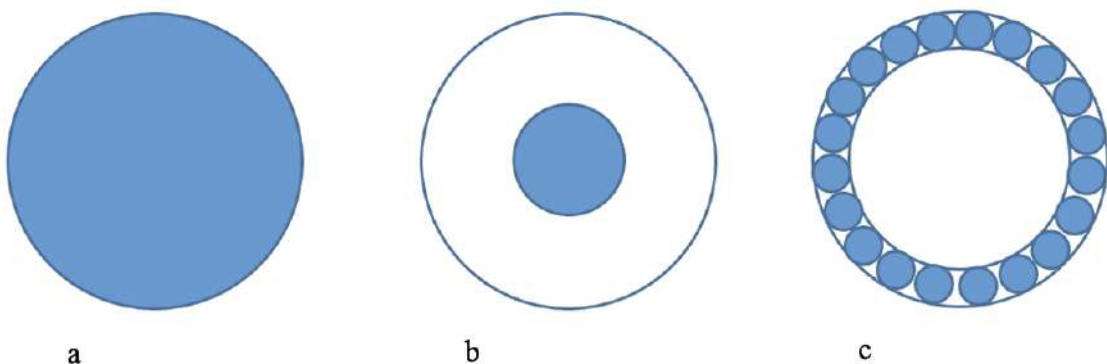
Devemos recordar que nos estudos realizados e atividades em análise, tratamos apenas da parte rotacional dos movimentos desejados.

Sendo a inércia a propriedade que o objeto, ou corpo, tem de resistir a alteração do seu estado de movimento, no movimento translacional, ela depende sempre da massa do objeto em questão, ou seja, quanto menor a massa mais fácil alterar o estado de movimento de algo, e com uma massa maior, essa alteração é dificultada. Porém, quando falamos do momento de inércia no movimento rotacional, ele depende também da distribuição dessa massa em relação ao eixo de rotação. Quanto maior a distância entre a maior parte da massa com seu eixo de rotação, maior será o seu momento de inércia, quanto mais próxima a distribuição do eixo, menor será o seu momento de inércia, e, portanto, mais dificilmente ou mais facilmente o corpo em questão pode ser colocado em movimento ou o movimento ser interrompido, respectivamente. A posição do eixo de rotação é muito importante para definirmos o momento de inércia. Se o corpo rígido em questão é formado por algumas partículas, calculamos a sua inércia à rotação em torno desse eixo. Assim, a relação que define essa grandeza é dada por

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad , \quad (8)$$

onde, na Equação 8, I representa o momento de inércia, que é igual ao somatório do produto das massas de cada partícula que compõe o corpo m_i com o quadrado dos raios r_i , ou seja, da distância da partícula com relação ao eixo de rotação, quanto mais longe do centro, maior a inércia encontrada.

Figura 13 – Esquema da seção reta da distribuição de massa nos cilindros gêmeos: (a) com a massa distribuída sobre toda sua extensão, de forma homogênea, (b) com a massa apenas próxima ao eixo de rotação, (c) com a massa concentrada nas bordas do cilindro.



Uma sugestão de atividade seria utilizarmos canos de PVC com diâmetro e altura iguais, porém, com uma distribuição de massa desigual. Para que o efeito possa ser visto, podem ser feitos grupos de 3 canos, sendo cada um dos três com uma distribuição e todos com a mesma massa. Na Figura 13, são apresentados esquemas da seção transversal, ilustrando a distribuição da massa nos cilindros. Na Figura 13a, podemos ver a representação do cilindro com um disco de massa sobre toda sua extensão, de forma homogênea, na Figura 13b, com a massa apenas próxima ao eixo de rotação, e na Figura 13c, com a massa concentrada nas bordas do cilindro.

O que podemos perceber com esses três cilindros são as diferenças das velocidades angulares e translacionais bem como em suas respectivas variações quando são soltos ao mesmo tempo de uma rampa, mostrando que a distribuição de massa com relação a distância do eixo de rotação influencia diretamente, como nos mostra a equação 8 para a inércia. Portanto, o que chega ao fim da rampa primeiro, é o segundo, com a massa concentrada mais próxima do eixo de rotação, pois ele acaba por ter uma inércia rotacional menor, ou seja, um momento de inércia menor, por conta da proximidade da concentração da massa com o seu centro geométrico e centro de massa. Não traremos uma discussão detalhada sobre as causas das diferenças das velocidades angulares e translacionais bem como em suas respectivas variações. De qualquer forma, após tratarmos outros conceitos envolvidos e que são de importância para explorar os movimentos de rotação do balé, vamos retornar a uma discussão breve sobre os movimentos dos cilindros.

O torque é uma outra grandeza importante para nós entendermos a situação dos movimentos de rotação. Relacionamos o torque com o momento de inércia e a aceleração angular. Sabemos que ele está relacionado à posição de aplicação de uma força, com relação ao seu eixo de rotação. Para exemplificar a existência desta grandeza, podemos lembrar da forma como abrimos portas e das posições da maçaneta e da dobradiça. Se tentarmos abrir uma porta pesada, e aplicarmos a força em algum ponto próximo da dobradiça, ou com um ângulo de aplicação diferente de 90° , tomando como referência a porta fechada, a força necessária para abri-la precisa ser maior. Isso acontecerá porque o torque, o causador da rotação do objeto depende das variáveis força aplicada e posição em relação ao eixo de rotação, sendo ambas grandezas vetoriais. E portanto, o torque pode ser expresso por

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (9)$$

onde, na Equação 9, $\vec{F}$ é a força aplicada e $\vec{r}$ é a posição do ponto de aplicação da força em relação ao eixo de rotação.

E de acordo com a Equação 9, podemos expressar o módulo do torque como

$$\tau = (r \sin \phi)(F) , \quad (10)$$

onde, na Equação 10, F é o módulo da força aplicada e r é o módulo da posição do ponto de aplicação da força em relação ao eixo de rotação e ϕ é o ângulo entre F e r .

Portanto, quanto maior o r , que é o que chamaremos também de braço de alavanca, maior será o torque. E como o torque também tem dependência com o seno do ângulo, se o ângulo for de 90° , o torque será o maior possível. Torques obedecem ao princípio de superposição, quando existem vários torques associados ao mesmo corpo, teremos um torque resultante que é a soma dos torques individuais. Podemos fazer uma relação desse torque resultante com a aceleração angular que ele provoca em um eixo de rotação. Isso é feito usando a segunda lei de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$, e usando o análogo da segunda lei de Newton para rotações, onde substituímos a força resultante pelo torque resultante, a massa m pelo momento de inércia I , e a aceleração linear pela aceleração angular α , e obtemos a equação 11

$$\vec{\tau}_{res} = I\vec{\alpha} , \quad (11)$$

ou seja, podemos ver que o torque será igual ao produto obtido da inércia rotacional com a aceleração obtida. Portanto, quanto maior a inércia de rotação, maior será o torque resultante sobre o corpo.

Como estamos falando de movimento, mais propriamente dos movimentos rotacionais, podemos citar a energia cinética rotacional. Não podemos, nesse caso, considerar a expressão da energia cinética translacional dada por

$$K = \frac{1}{2}mv^2 , \quad (12)$$

ou seja, pela metade do produto da massa m com o quadrado da velocidade v , pois a Equação 12 leva em conta apenas a energia no centro de massa do corpo em questão. Para tratarmos de rotações devemos tratar o corpo como um conjunto de partículas, ou pontos, com velocidades diferentes, de forma que essa energia deve ser, então, expressa por

$$K = \sum \frac{1}{2}m_i v_i^2 , \quad (13)$$

onde, na equação 13, surge o elemento somatório da energia cinética de cada ponto.

O problema que encontramos aqui é que a velocidade em cada ponto, ou seja, de cada partícula que constitui o corpo, dependerá de quão próximo do eixo de rotação este ponto está, podemos considerar a velocidade que definimos na Equação 7, que vem da própria definição de velocidade angular, fazer a substituição na Equação 12 e temos a seguinte relação

$$K = \sum \frac{1}{2} m_i (\omega r_i^2). \quad (14)$$

E considerando a Equação 14, percebemos que há a relação conhecida por nós, o momento de inércia I do corpo em relação ao eixo de rotação, dada pela equação 8 e, portanto, a energia cinética rotacional pode ser expressa por

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2, \quad (15)$$

que é exatamente da forma que precisamos, pois, a Equação 15 leva em conta o momento de inércia I desse corpo e a velocidade angular ω dele. Usaremos expressão para analisar as variações de braços e pernas das bailarinas e dos bailarinos durante seus movimentos.

E chegamos, enfim, ao nosso ponto principal, o momento angular e para defini-lo, lembraremos do seu análogo linear. Para a definição do momento angular teremos uma participação direta do linear, que é expresso por

$$\vec{p} = m\vec{v}, \quad (16)$$

onde, na Equação 16, o momento linear é encontrado a partir do produto da massa m com a velocidade linear v .

Considerando o produto vetorial do momento linear $\vec{p}$ com o vetor posição da partícula $\vec{r}$, em relação a origem, ou o nosso eixo de rotação, e isso trará o que definimos de momento angular

$$\begin{aligned} \vec{L} &= \vec{r} \times \vec{p}, \\ \vec{L} &= m(\vec{r} \times \vec{v}). \end{aligned} \quad (17)$$

expresso na equação 17.

Podemos ainda reorganizar essa equação 17 e expressá-la de forma diferente. Sabemos que, uma massa movendo-se em um círculo possui uma rapidez angular ω e uma rapidez tangencial v (Tipler, 2009), que se relacionam de acordo com a equação 7, dessa forma podemos reescrever o momento angular como a equação 18

$$\vec{L} = mr^2\vec{\omega}. \quad (18)$$

Se retornarmos um pouco neste capítulo, veremos que a grandeza conhecida como momento de inércia, equação 8, pode ser substituída na equação 18, e o momento angular passa a ser dado por

$$\vec{L} = I\vec{\omega}, \quad (19)$$

ou seja, o momento angular, equação 19, pode ser descrito como um produto do momento de inércia I e a velocidade angular ω .

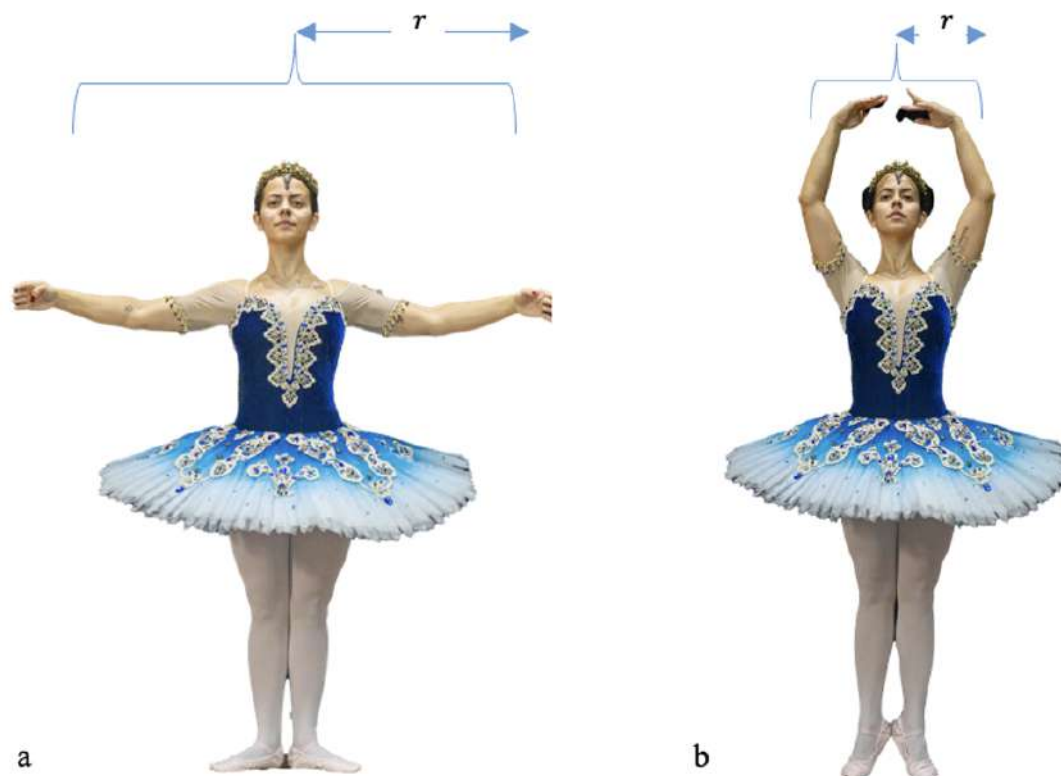
Neste momento, retornamos a sugestão de atividade utilizando os canos de PVC com diâmetro e altura iguais e distribuição de massa desigual, e ressaltamos que a atividade foi somente para explorar as diferenças das velocidades angulares e translacionais bem com suas respectivas variações em cada cilindro, uma vez que não há conservação do momento angular. A não conservação do momento angular no movimento destes cilindros se deve por haver torque devido a força gravitacional, responsável pelo movimento de rotação, e o torque devido a força de atrito, responsável pelo movimento de translação, ou seja, há um torque resultante não nulo. A existência deste torque resultante faz com que haja acelerações de translação e angular e, portanto, variações nas velocidades de translação e angular. Na experimentação proposta, é possível observar de forma qualitativa que o cilindro com a massa concentrada mais próxima do eixo de rotação chega ao fim da rampa primeiro. Porém, estes aspectos não serão explorados, pois o foco do trabalho está nos movimentos de rotação do balé onde há a conservação do momento angular.

Isto posto, vamos considerar os movimentos de giro do balé. Para que eles sejam bem executados é necessário que o momento angular seja constante, mesmo que as posições dos braços e das pernas das bailarinas e dos bailarinos se alterem. Assim, podemos fazer a análise e relacionar a distribuição de massa com a velocidade angular, para manter o momento angular constante, conforme a equação 20, explicando a alteração de velocidade no giro, velocidade angular. Por isso, no *fouette*, quando a perna está esticada e depois se encolhe, e na pirueta quando o giro é feito com o braço aberto e com o braço fechado, motivo pelo qual as piruetas são em maior parte das vezes feitas com braços fechados.

Então, sobre o movimento da pirueta temos: os braços e pernas das bailarinas e dos bailarinos são abertos e fechados de forma estratégica, sempre aproximando ou afastando do eixo de rotação para que a velocidade angular seja alterada, modificando a distribuição de massa e mantendo o momento angular constante, ou aproximadamente constante, e garantir um movimento perfeito.

Consideremos a Figura 14, nela temos a bailarina em duas situações em que os comprimentos de r indicados nos mostram a diferença entre os braços abertos e os braços fechados enquanto a bailarina gira, ou seja, executa um movimento de rotação em torno de si. Na Figura 14a, podemos ver um r maior o que leva a um valor de momento de inércia maior, e para respeitar a conservação do momento angular, deve haver uma redução na velocidade angular, portanto, aumento em I , redução em ω .

Figura 14 – esquema de análise dos comprimentos de raio, de acordo com braços da bailarina: (a) braços abertos, aumento de I e diminuição de ω e (b) braços fechados, diminuição de I e aumento de ω



Fonte: a autora

Na Figura 14b, temos os braços fechados, e por falta de imagem com os braços fechados, quando as mãos se aproximam da linha do umbigo, a escolha foi de um braço onde as mãos se encontram acima da cabeça, essa substituição é aceita, pois o ângulo formado pelos braços e o comprimento de r será o mesmo da posição não ilustrada na Figura 14. Nesse caso, podemos ver que o valor de r é bem menor do que o mostrado na Figura 14a. Então, fazendo a mesma análise, respeitando a conservação do momento angular, se o r diminui, teremos um valor de inércia I menor, portanto, o valor de ω será maior, implicando com que os giros tenham maior velocidade angular. De acordo com essas observações, podemos dizer que as bailarinas e os bailarinos usam a física a seu favor em diversos momentos e de formas muito complexas, como apresentadas nas equações e análises feitas durante esse capítulo.

Outro ponto a ser analisado, pois a dúvida pode surgir quando se discute movimentos do balé é a estabilidade, que é dada pela projeção do centro de gravidade na base do corpo. Para bailarinas e bailarinos, isso é muito usado em giros, e chamamos comumente de eixo. Girar fora do eixo é, certamente, desequilibrar durante o giro, e ocorre quando o corpo se inclina para

algum dos lados, ao invés de se manter reto durante todo o movimento, ou seja, acontece por conta da modificação do centro de massa, com relação a base.

Figura 15 – Representação da projeção do centro de massa da bailarina: no interior do corpo na região do umbigo está indicado o centro de massa, e sobre a base, o pé, está indicada a projeção do centro de massa.



Fonte: a autora

Figura 16 – Simulação de dois casos de instabilidade em bailarinas: (a) inclinação para a direita e (b) inclinação para esquerda.



Fonte: a autora

Na Figura 15, mostramos o centro de massa da bailarina, indicado de forma aproximada no interior do corpo na região do umbigo, e a projeção do centro de massa dela sobre a base, que é o pé, ou seja, se o corpo não se inclinar, a chance de a bailarina se manter em equilíbrio na ponta dos pés, ou girando é maior.

Na Figura 16, temos duas imagens da bailarina em posições de instabilidade. Vale ressaltar que estas imagens foram feitas usando a imagem da Figura 16 apenas inclinando-a de duas formas diferentes, uma vez que seria difícil para a bailarina parar inclinada nessas posições, provavelmente ao girar desta forma, não completaria o movimento de forma correta, ou poderia até cair, pois como comentamos e queremos mostrar, essa é uma posição de instabilidade, onde a projeção do centro de massa da bailarina fica fora da base, ou seja, não fica sobre seu pé.

Então, tanto a inclinação para direita, Figura 16a, quanto ou para esquerda, Figura 16b, causariam desequilíbrio.

4 A ABORDAGEM NORTEADORA DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NAS AULAS

Esse capítulo é dedicado à abordagem do referencial adotado para elaboração das atividades desenvolvidas durante a aplicação do produto educacional e a base para a análise dos resultados. A escolha foi de acordo com a abordagem de Jerome Bruner e os diversos pontos de sua teoria que serão expostos na sequência.

4.1 ALGUNS PONTOS INICIAIS RELEVANTES

Quando iniciou seus estudos na psicologia, voltado para a aprendizagem, Bruner se deparou com uma era predominante do behaviorismo, e visão computacional do processamento de informações (Illeris, 2013). Junto com Leo Postman, se rebelou contra essas abordagens e implementou uma série de experimentos que se preocupavam em como as pessoas olham e interpretam o mundo. Esses interesses o levaram, então, a questionar: como pensamos?

Sua teoria de ensino preocupa-se em como o que se deseja ensinar pode ser melhor aprendido, pensando em como será também o desenvolvimento. A teoria é marcada por pontos importantes, que foram levados em consideração na elaboração das atividades desse trabalho.

Bruner defende que o conteúdo deve ser percebido pelos alunos em termos de problemas, relações e lacunas a preencher. E o ambiente deve fornecer espaço para explorar alternativas, revisitar conceitos em níveis diferentes de profundidade e descobrir por si só, de forma que o desenvolvimento seja moldado e apenas guiado pelo professor, levando em consideração as etapas do desenvolvimento intelectual, sendo cada uma das etapas caracterizada por um modo de ver, entender e explicar o mundo.

4.2 A BASE DA DESCOBERTA

O núcleo do processo de instrução, de acordo com Bruner, é o aluno descobrir por si só, o evento mais importante, sendo o responsável por seu conhecimento, guiado pelo professor. A descoberta, ou redescoberta, é trazida durante o trabalho, tanto em sua elaboração, combinação de atividades, como também nos questionamentos trazidos aos alunos. A própria turma deveria chegar à resposta correta das atividades, usando como base as atividades anteriores e

questões de seus questionários. Os pontos de descoberta e redescoberta surgem em diversos momentos da unidade.

Quatro características devem ser levadas em conta de acordo com a abordagem de Bruner:

Predisposições: onde se consideram as relações entre quem ensina e quem aprende, como também os contextos sociais envolvidos. São levados em conta as influências por meio de fatores culturais, motivacionais e pessoais dos alunos. Nesse caso, o trabalho foi desenvolvido usando como base um tipo de dança, o balé clássico, o que poderia não ser de conhecimento de diversos alunos, e causar repulsa em alguns. Para dar início ao trabalho com algumas informações sobre o grupo, principalmente com relação a dança, a sugestão é realizar uma coleta de dados inicial, na forma de questionários. O objetivo destes é entender essa predisposição e convidá-los a participar das atividades.

A estrutura do conhecimento: são quatro razões defendidas por Bruner com relação à estrutura do conhecimento. A primeira delas é que devem entender os fundamentos da matéria ou disciplina a ser ensinada. Em segundo, deve-se que aprender os princípios gerais, ou ideias centrais, assegurando que o conhecimento não seja esquecido, e possa sempre ser revisitado. Em terceiro tem-se a criação de modelos, compreendendo a ideia fundamental, que auxiliará no entendimento de coisas semelhantes. E por fim, realizar um reexame do que está sendo ensinado, podendo a partir disso readaptar os conteúdos e metodologias adotadas (Moreira, 1999).

Sequências: valorizando sempre a exploração de alternativas, três etapas são propostas: a ativação, manutenção e a direção, que foram levados em consideração para realização do trabalho. A ativação é que dá início ao processo, gera a curiosidade e desperta o interesse. Foi pensada no momento de aplicação do formulário, na intenção de mostrar aos alunos o que seria estudado e os motivar a procurar saber mais sobre o tema, apesar de ser algo que não estava presente no cotidiano de vários. A manutenção é o que mantém o processo de ensino, feita durante a aplicação das aulas e realização das atividades, é nessa etapa que os conceitos começam a ser apresentados. A direção, evita que o processo seja caótico, deve ser mantido constantemente, pelo professor e pelos materiais propostos. Algumas condições também são tidas como básicas para que a exploração seja ativada. Dentre elas temos que levar em conta o nível ideal de incertezas, nem muito simples que gerem desinteresse, e nem muito incertas, que levem a confusão e angústia, tendo assim a redução da exploração. Fugir de rotinas vagas, onde há pouca ou nenhuma exploração. Os benefícios da exploração devem exceder os riscos, deve ser melhor explorar. E o instrutor deve estar a frente da etapa de direção, auxiliando em um ensino eficiente, o que implica em menos perigo de desistência.

Reforço: não é abordado na forma de prêmio e punições, e sim no sentido de compreender e conhecer os resultados, garantindo que seja usado de forma corretiva, em lugar e oportunidade adequada. O processo deve mostrar ao estudante os caminhos e correções, levando o aluno a desenvolver seu autocontrole e auto-reforço, além de aumentar a motivação.

4.3 AS CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTAIS DA ESTRUTURA DA MATÉRIA A SER ENSINADA

É muito falado em sua teoria sobre poder ensinar tudo a todos, desde que em um nível adequado, com a linguagem adequada. Segundo Bruner, a estrutura da matéria a ser ensinada possui três características fundamentais, relacionadas a habilidade de compreender um conceito. São elas:

Formas de representação do mundo: que são representação ativa, representação icônica e representação simbólica. Na ativa o trabalho mental do aluno consiste em estabelecer relações entre experiência e ação, sendo o maior interesse em manipular o mundo por meio da ação, nesta ainda não compreende o conceito de reversibilidade de eventos. A icônica é um estágio operacional no sentido de manipulação direta ou interna, como na manipulação de símbolos mentalmente. Pode ser uma ação, mas agora interiorizada e compreendendo os processos de reversibilidade, porém ainda sem estar inteiramente apto a tratar de novas possibilidades. A simbólica é quando a capacidade de operar com proposições hipotéticas se desenvolve, não ficando restrita apenas ao que foi experimentado. As três formas de representação foram pensadas no decorrer do trabalho, sendo a primeira presente nas atividades experimentais, onde os alunos possuem contato direto com os materiais, podendo testá-los e manuseá-los de acordo com o proposto nas atividades. A segunda é a icônica, nesta fase devemos desenvolver a relação com o objeto em si e suas figuras, processo pensado no desenvolvimento das atividades usando o software de análise de vídeos, onde os alunos não tinham contato direto com o material estudado, mas poderiam ver a realização da atividade e os gráficos. E a simbólica sendo levada em conta nos questionamentos dos OQR, principalmente quando os alunos precisavam formular hipóteses para resolver os problemas ou responder as questões.

Economia: é associada a quantidade de informações necessárias para compreender um conhecimento, quanto maior o número de informações, menor será a economia, as equações matemáticas são formas econômicas de tratarmos os conceitos. Portanto, podemos considerar

que serão as aproximações feitas durante o trabalho que ajudaram a compreender com facilidade. Um exemplo disso no nosso trabalho é aproximar o corpo de uma bailarina com um cilindro, para que não seja necessário entender e equacionar as formas particulares de um corpo.

Potência efetiva: quando se desenvolve a capacidade de relacionar temas que aparentemente são distintos, ou seja, relacionar conteúdos vistos em sala com experiências do seu cotidiano. No caso do trabalho, foram diversos os pontos observados, tanto em sua elaboração quanto em seus resultados e análises desses resultados, onde os alunos conseguiram associar as atividades feitas em sala, com os movimentos realizados pelas bailarinas nos vídeos, assim como seus giros na cadeira giratória.

4.4 O PAPEL DO PROFESSOR

O professor possui um papel fundamental na aprendizagem, sendo o auxiliador no processo de moldar o desenvolvimento. O ensino deve ser planejado, tendo como base o que se sabe sobre o desenvolvimento do aprendiz, lembrando que de acordo com Bruner, tudo pode ser ensinado a todos de forma honesta, desde que seu nível de desenvolvimento seja respeitado. Para que o processo seja eficiente é de extrema necessidade uma boa relação e interação entre professores e alunos, sempre usando uma linguagem adequada, pois é por meio dela que o estudante consegue ordenar o mundo a sua volta. Ele deve atentar-se em como as informações que estão sendo passadas, os passos que estão sendo explicados, e principalmente a frequência com que os estímulos, atividades e reforços estão sendo aplicados. Devemos lembrar que muitos estímulos ou questionamentos causam exaustão, fazendo com que o assunto seja cansativo, e se eles foram poucos, causam o desinteresse por conta da falta de desafios. A teoria tem por objetivo tornar o aluno autossuficiente, deixando como papel do professor a oferta de ferramentas e ações que possibilitem a exploração de alternativas, para então chegar ao conhecimento pretendido (Bruner, 1973).

Bruner defende ainda que a principal forma de se ensinar é pela descoberta, exploração e do currículo em espiral, o último ainda não citado aqui, mas muito importante e utilizado na elaboração do professor. Esse currículo deve ser pensado pelo professor na hora de estruturar sua disciplina, ou abordagem de um conceito, consistindo em organizar o estudo para que um mesmo conceito seja revisitado com profundidades diferentes, sendo mais complexos conforme os modos de representação do aprendiz se desenvolvem.

A sequência das aulas foi pensada saindo do conceito mais simples, até chegar ao mais complexo, e durante o processo, revisitando os vistos inicialmente, de forma que o inicial fosse

melhorado e visto com mais particularidades. Por exemplo, o conceito visto inicialmente foi o de massa, e esse mesmo foi trabalhado durante toda a unidade, abordando mais pontos como: centro de massa, distribuição de massa, e como a distribuição dessa massa influenciava em outros conceitos, como a velocidade em giros (Moreira, 1999).

5 A DESCRIÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL E A FORMA DE AVALIAÇÃO

O produto educacional, que tem por título, dê uma pirueta e entenda um pouco de física, contém uma sequência didática e demais elementos que foram usados na sua aplicação. Neste capítulo descrevemos em linhas gerais a sequência didática e os demais elementos. No entanto, a descrição completa do produto educacional é apresentada no Apêndice A.

5.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA: PLANO DE UNIDADE E PLANOS DE AULA

Em linhas gerais, a sequência didática que compõe o produto educacional é apresentada na forma de uma unidade didática por meio de um plano de unidade composto de seis planos de aulas. O esquema apresentado na Figura 17 traz um resumo das atividades desenvolvidas e apresenta o conteúdo e objetivo principal para cada uma das aulas desenvolvido na sequência didática.

O foco da Aula 1 é voltado para a identificação e compreensão dos centros geométricos e de massa. Na primeira atividade, os alunos devem encontrar o centro geométrico de figuras planas, sendo elas: quadrado, retângulo, círculo e triângulo. Não lhes é sugerida nenhuma forma para essa determinação, eles podem discutir entre si sobre a melhor forma e chegar em seus resultados e suas próprias conclusões.

Na segunda atividade, eles devem transpor essa ideia do centro das figuras planas para objetos reais e com uma distribuição de massa que pode não ser sempre uniforme, nesse caso, foi utilizado como o objeto um pássaro de brinquedo, o pássaro equilibrista, que se mantém em equilíbrio apenas apoiado em seu bico, e possui um formato próximo a um triângulo.

Na atividade final da aula, o proposto é que conciliem o ponto de apoio do pássaro com o centro determinado por eles no triângulo de papel. Em cada aula, para o registro das atividades realizadas pelos alunos usamos sempre um formulário de Orientações, Questionários e Registros (OQR) (Simão, 2019), descrito no item 5.2 de forma breve.

A Aula 2 possui, na primeira atividade, a investigação para que seja possível conhecer como está o contato dos alunos com o tema proposto e como ele desperta interesse nos alunos e nas alunas. A investigação é feita via formulário do Google. Os alunos e as alunas não precisaram se identificar, e responderam perguntas sobre ter dançado balé, conhecer essa dança e identificar o que chama mais atenção deles usando alguns trechos de apresentações de balé clássico. As outras atividades da aula, segue com a sequência de experimentos propostos, sendo

essa uma atividade usando os bastões de mesma massa e distribuições diferentes. Uma descrição breve da montagem pode ser encontrada no item 5.2. O desafio proposto aos alunos era apoiar cada um dos três bastões em um dos dedos, um de cada vez, de modo que eles percebessem que cada um dos bastões tem um ponto de apoio diferente entre si, a intenção nessa atividade era que percebesse que mesmo o material sendo o mesmo e com tamanhos iguais, a forma como o cimento, material que preenche os tubos, estava distribuído em seu interior era capaz de modificar o seu centro de massa.

Na Aula 3, o foco era compreender duas velocidades que podem ser analisadas em movimentos rotacionais e como elas se diferenciam. Para isso, essa aula tinha três atividades. Na primeira, os grupos receberam a plataforma giratória e moedas, com as moedas fixadas usando fita adesiva em dois pontos com distâncias diferentes com relação ao seu centro, e deveriam girar e analisar o comportamento das moedas.

A segunda atividade é bem semelhante com a anterior, porém, os alunos são autorizados a retirar a fita que cola as moedas, deixando-as soltas na plataforma, deveriam realizar novos giros e perceber o que acontece com as moedas se giraram em velocidades variadas. A intenção nessa atividade é que percebam a existência de mais de uma velocidade nesse tipo de movimento, ou seja, é uma composição de movimento em duas direções, e que uma delas depende diretamente da distância do objeto em relação ao eixo de rotação.

A terceira atividade dessa aula é a análise de um vídeo da plataforma giratória e discos com velocidade angular aproximadamente constante, com duas moedas fixadas em distâncias diferentes do centro usando o software *Tracker*. Com os gráficos gerados, foram analisadas a velocidade tangencial, suas componentes v_x e v_y , raio e velocidade angular. Lembrando que usamos o sistema de coordenadas cartesiano para as análises. Em seguida, os alunos construíram tabelas com os valores para comparar os valores das velocidades (angular e tangencial).

A aula 4 foi dividida em 3 atividades, e para completá-las somente um aparato experimental é usado, sendo ele abordado de três formas. O material em questão são os

Figura 17 - Esquema das seis aulas da sequência didática que compõe o produto educacional.

<i>Aulas</i>	Conteúdo	Objetivo	Atividades desenvolvidas
<i>Aula 1</i>	Centro de massa e centro geométrico	Compreender a relação entre centro de massa e centro geométrico	• Encontrar o centro de figuras geométricas planas • Explicar como o pássaro de brinquedo levado pela professora se mantém em equilíbrio
<i>Aula 2</i>	Distribuição de massa	Investigar o motivo de os bastões possuírem pontos de equilíbrio diferentes	• Equilibrar no dedo bastões de formatos iguais e com distribuição de massa diferente • Responder o questionário inicial sobre o contato atual dos alunos com o balé clássico
<i>Aula 3</i>	Velocidade angular e velocidade tangencial	Identificar as velocidades presentes em movimentos rotacionais	• Duas atividades usando uma plataforma giratória com moedas • Análise de vídeo usando o software Tracker
<i>Aula 4</i>	A distribuição de massa de um corpo e sua velocidade	Investigar como as modificações na posição das massas podem influenciar na velocidade	• Soltar três cilindros com distribuição de massa diferente, ao mesmo tempo, de uma rampa e analisar o que acontece com cada um, sem conhecer suas estruturas internas.
<i>Aula 5</i>	Sentindo o momento angular	Comparar as velocidades de giro na cadeira com braços abertos e fechados	• Realizar giros em uma cadeira giratória, com braços abertos, fechado e depois adicionar uma pequena massa nas mãos. • Análise de vídeo usando o software Tracker
<i>Aula 6</i>	A física e a pirueta	Concluir que as variações de pernas e braços das bailarinas influenciam na velocidade dos seus giros.	• Assistir vídeos de passos do balé clássico que envolvem giros • Análise de vídeo usando o software Tracker • Construção de um mapa mental da turma

Fonte: a autora

cilindros gêmeos, que possuem mesmo tamanho e mesma massa, mas em cada um deles a massa é distribuída de forma diferente. É importante deixar claro que os alunos não devem ter acesso a essa estrutura interna nas primeiras atividades, e isso só é exposto para eles na última pergunta do terceiro OQR dessa aula. A primeira atividade propõe que soltem os cilindros do alto de uma rampa para ver como se comportariam, não é usado nenhum material específico para a rampa, no caso dessa aplicação, foram utilizadas as rampas de acesso do colégio. Eles devem ver que um deles chega primeiro e tentar explicar o motivo, ou seja, buscar uma explicação sobre o ocorrido.

A segunda atividade é para realizar medidas nos materiais, comparando suas massas, alturas, larguras e diâmetros. Essa etapa deve conflitar com o que apontam como o motivo de um deles ter chegado antes na atividade anterior. E a última atividade dessa aula tem um novo desafio, a saber: devem formular uma nova explicação sobre suas observações, porém, antes de responderem a última questão, mostramos como é a estrutura interna de cada um dos cilindros e pedimos para que, com base na posição da massa, formulem uma nova explicação.

A Aula 5 é dividida em duas atividades e tem como ponto principal o momento sensorial dos alunos que conta com uma cadeira giratória. Eles são convidados a sentar na cadeira e girar, mudando a posição dos braços, algumas vezes fechados e algumas vezes abertos, para observar o que se modifica em seus giros e se sentem algo diferente. Depois que grande parte dos alunos experimentam o processo, uma pequena anilha de 1kg é colocada em cada uma de suas mãos e os giros são repetidos, para que novamente possam sentir se algo modifica com relação aos seus giros sem nada nas mãos.

Os dados dessa aula são qualitativos, ou seja, as atividades são respondidas, porém, em nenhum momento extraímos valores durante seus giros na cadeira. A segunda atividade dessa aula possui uma análise de vídeo, onde é possível observar esses valores para as velocidades. O vídeo utilizado é de um giro em uma cadeira giratória, assim como o giro deles, mas a imagem é feita de cima, então, temos uma vista superior do movimento acontecendo. Os gráficos gerados pela análise do *Tracker* são para obter valores de velocidade angular, onde se consegue perceber a diferença entre os instantes de braço aberto e de braço fechado.

Na aula final, buscamos relacionar todos os assuntos de física propostos e abordados anteriormente com os movimentos do balé, em especial a pirueta, identificando o motivo das variações realizadas nos corpos das bailarinas e dos bailarinos durante o movimento. Para que a aplicação seja contemplada e completa, a aula é dividida em três momentos. No primeiro

deles, apresentamos vídeos com uma bailarina realizando alguns movimentos do balé clássico, todos giros, com algumas variações mínimas, com o objetivo de discutir com os alunos o que está mudando e o que está se mantendo em cada um deles. Essa etapa não possui atividade de OQR e conta apenas com a participação dos alunos durante as discussões sobre os movimentos, mediados pela professora. Vale ressaltar que os vídeos são de autoria própria e a bailarina que faz a performance dos movimentos é a professora da turma e autora desta dissertação.

O segundo momento conta com o uso do software *Tracker*, onde o vídeo escolhido é da vista superior de uma pirueta, escolhido de forma estratégica para que os pontos de marcação do vídeo possam ser feitos no braço, tendo assim uma análise melhor com relação ao raio dos braços e como a variação desse valor muda o gráfico obtido para velocidade angular. Deve ser nessa etapa que a conservação do momento angular se torne compreendida pelos alunos como o resultado de um produto entre o momento de inércia e a velocidade angular, e que qualquer alteração em uma das variáveis acaba afetando a outra também no sentido de o momento angular permaneça constante o giro seja realizado com sucesso, seguindo o princípio de conservação do momento.

O terceiro e último momento dessa aula é a finalização da unidade, criando um mapa mental (Buzan, 2019) sobre o tema do produto educacional com toda a turma, onde a palavra central escrita no quadro foi pirueta, e a partir dela os alunos sugerem as ramificações e suas relações entre as palavras sugeridas e as relações com a palavra pirueta.

5.2 OUTROS ELEMENTOS DO PRODUTO EDUCACIONAL

Neste item fornecemos descrições breves de elementos que estão presentes no produto educacional.

Orientações, questionários e registros (OQR): as aulas possuem em seu método de avaliação os formulários de orientações, questionários e registros (Simão, 2019), ressaltamos aqui que o que trazemos é uma adaptação do trabalho original proposto por Simão. Sendo assim, para cada atividade, de observação, análise de vídeo e experimental, os alunos recebem um OQR, que é composto por:

- nas orientações – a descrição do que precisa ser feita por eles, quais as atitudes tomadas com relação a atividade;
- nos questionários – as perguntas que eles devem responder, levando em consideração os pontos de interesse em cada atividade, visando atingir o objetivo proposto para a aula;

- nos registros – o espaço aberto para qualquer apontamento, crítica, curiosidade ou observação com relação a atividade.

Ao todo são 11 OQRs, que variam entre 4 e 6 perguntas. Apesar das atividades serem realizadas e discutidas em grupos, cada aluno responde o seu próprio OQR.

Os formulários estão presentes no produto educacional de duas formas: em branco para impressão e utilização dos alunos e também preenchidos com as respostas prováveis/esperadas para utilização dos professores.

Manual de montagem dos experimentos e materiais utilizados: descrição detalhada dos experimentos, com suas medidas e imagens que auxiliarão em suas montagens.

Formas geométricas: material usado em atividade experimental para a determinação do centro de quatro figuras geométricas, sendo elas, quadrado, retângulo, círculo e triângulo. No produto essas formas estão disponíveis para impressão em meia folha (papel A4).

Pássaro equilibrista: um objeto de decoração, usado em aula para mostrar aos alunos como se mantém equilibrado apenas pela pontinha de seu bico, pensado para que os alunos fizessem a associação com o centro geométrico de sua forma.

Bastões de mesma massa e distribuições diferentes: um material montado pela própria autora, usando canos de PVC e cimento. Os alunos foram desafiados a encontrar os pontos de equilíbrio para os bastões.

Plataforma giratória e moedas: experimento pensado para que os alunos percebam a existência e compreendessem a diferença das velocidades: tangencial e angular.

Plataforma giratória e discos com velocidade angular aproximadamente constante: esse experimento não foi realizado pelos alunos, apenas feita a análise de um vídeo com ele. Nesse os discos foram colados com fita em uma tampa de secadora de saladas, para que conseguimos uma velocidade aproximadamente constante.

Cilindros gêmeos: outro experimento montado pela autora utilizando canos de PVC, dessa vez com um diâmetro maior e a variação de massa estava com relação a proximidade do eixo de rotação do cilindro, sendo a massa distribuída de três formas diferentes. Essa atividade era para compreender a relação da proximidade da massa com o eixo de rotação e como a velocidade é influenciada.

Vídeos disponíveis, vídeos elaborados e análises: todos os vídeos usados em sala que estão disponíveis na internet com o seu link de acesso. Os vídeos produzidos pela autora, que podem ser solicitados a autora via e-mail, para fins pedagógicos, juntamente com orientações sobre os quadros utilizados e atividades realizadas, das análises feitas no programa *Tracker*.

Formulário: as questões utilizadas para a investigação inicial da predisposição dos alunos.

Tabela de custos: os valores dos materiais usados nas confecções dos experimentos e valores dos objetos que não foram construídos pela autora, como o pássaro equilibrista.

Metodologia de análise: foram adotados dois métodos para análises dos resultados obtidos, sendo eles quantitativos, usando as porcentagens de respostas esperadas obtidas a partir dos OQR'S, e qualitativos com base nas observações feitas nos momentos de discussão, debates, participações durante as atividades e colaboração do mapa mental (Buzan, 2019), desenvolvido coletivamente.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO DA APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

6.1 CAMPO DE APLICAÇÃO

O trabalho foi desenvolvido em uma turma de 1ª série do ensino médio, a turma escolhida era de alunos com idade média de 15 anos, e cerca de 60% dela era composta de meninos. Produto aplicado no Colégio Estadual Irênio Moreira Nascimento, uma escola de ensino público, localizado na cidade de Tibagi, Paraná, a 220 km de Curitiba, a capital do estado. A cidade possui uma população de aproximadamente 20 mil habitantes, com o IDEB para o ensino médio de 4,4 (Inep, 2023) e um IDH de 0,664 (IBGE, 2010). O município conta com 4 colégios estaduais, sendo dois deles escolas de campo e dois urbanos, o colégio de aplicação é urbano.

6.2 AULA 1

A primeira aula contava com a presença da turma quase completa, com 27 alunos. A aula 1 teve como foco abordar temas base para os estudos futuros, como: centro geométrico, centro de massa e distribuição de massa, com o objetivo de unir os três e chegar à ideia de ponto de equilíbrio.

Para esta aula, foram usados os 2 primeiros OQRs. Aqui é necessário a seguinte observação: em todos os resultados dos OQRs, sempre será apresentada a pergunta, seguida da resposta provável e/ou aceitável (RPA), as palavras-chave, quando houver mais de uma, ou palavra-chave, quando houver somente uma, e que será abreviada como PC, a similitude que será abreviada como (s), porcentagem de respostas dos alunos que será abreviada como R(%), e por último, quando houver necessidade um comentário após a apresentação dos elementos citados acima.

Na primeira atividade, os alunos foram desafiados a encontrar os pontos centrais de figuras geométricas recortadas em folha sulfite branca. As formas geométricas foram: quadrado, retângulo, círculo e triângulo. Os estudantes poderiam encontrar esse centro da forma que achassem melhor, e os resultados do OQR 1 – O centro para cada uma das formas – foi o descrito a seguir no Quadro 1.

Na questão 1 todos os alunos chegaram em respostas próximas da aceitável, seja fazendo medidas ou dobrando a forma. Na questão 2, podemos perceber um aumento no número de alunos que fez dobraduras. Segundo eles, isso aconteceu porque eles viram os colegas dobrando o quadrado, sendo menos trabalhoso do que fazer as medidas, seguiram o exemplo.

Quadro 1: Questões e porcentagens de respostas do OQR 1.

1) Como você encontrou o centro do quadrado?			
RPA	Dobrando o quadrado, ou fazendo medidas, como por exemplo, usando uma régua.		
PC	Dobrando – (s) Dobraduras		Medindo – (s) Régua
R (%)	52		48
2) Como você encontrou o centro do retângulo?			
RPA	Dobrando o retângulo, ou fazendo medidas, como por exemplo, usando uma régua.		
PC	Dobrando – (s) Dobraduras		Medindo – (s) Régua
R (%)	59		37
3) Como você encontrou o centro do círculo?			
RPA	Dobrando linhas cruzadas, que serão do tamanho do diâmetro do círculo, o ponto onde essas linhas se sobrepõem será o centro, ou fazendo medidas com uma régua.		
PC	Dobrando – (s) Dobraduras		Medindo – (s) Régua
R (%)	55		33
4) Como você encontrou o centro do triângulo?			
RPA	Traçando três medianas, cada uma saindo de um vértice do triângulo até o ponto médio do lado oposto. O ponto onde as três se sobrepõem será o centro, conhecido como baricentro.		
PC	Dobrando – (s) Dobraduras		Medindo – (s) Régua
R (%)	41		55
5) Qual a definição de massa?			
RPA	É uma das propriedades físicas da matéria, podendo ser entendida como a expressão de sua inércia, ou quantidade de matéria presente em um corpo.		
PC	Propriedade	Matéria	Inércia
R (%)	30	52	11
6) Para as quatro formas geométricas, como a massa era distribuída?			
RPA	Igualmente, nenhum ponto “das folhas” possui mais massa.		
PC	Igualmente – (s) Partes iguais / mesma forma		
R (%)	48		

Um dos alunos, nessa questão, respondeu que encontrou o centro: no prumo do olho, uma expressão regional, quer dizer que encontrou o centro apenas olhando, sem realizar medidas. As porcentagens das respostas da questão 3 que continham alguma das PC reduziu porque dois alunos deixaram de responder essa questão. O triângulo, da questão 4, trouxe um certo desconforto aos alunos, pois eles não recordavam como encontrar o centro dessa forma, alguns grupos fizeram até pesquisas na internet. Por conta disso, podemos observar que nessa forma geométrica a porcentagem de alunos que fez medidas aumenta com relação às anteriores. Um dos alunos afirmou que os triângulos não possuem centro.

Para responder as duas últimas perguntas dessa mesma OQR, houve um debate sobre as massas dos corpos, com o objetivo de retornar para as formas geométricas propondo que os alunos analisassem a distribuição de massa e recordassem o conceito de massa estudado anteriormente. Na questão 5, mesmo sendo um conceito estudado anteriormente pela turma, um dos alunos respondeu “não sei” e outro colocou “Kg” o símbolo da unidade de massa. Podemos perceber ainda que alguns alunos têm uma visão mais elaborada do conceito de massa ao relacionarem com a inércia do corpo. A questão 6 causou desconforto nos alunos, com relação a entender o que era a distribuição de massa, por esse motivo, um grande grupo acreditou que essa distribuição depende do formato, afirmando, por exemplo, que o triângulo teria mais “peso” nas pontas, indicando uma certa confusão entre massa e peso.

Ao receber as respostas da questão 6, abrimos uma nova discussão sobre a diferença de peso e massa, e ainda, a distribuição de massa nas diferentes formas geométricas, e como ela não era desigual para os formatos, pois todas as formas eram feitas de papel, ou seja, mesmo material, com a massa estava distribuída igualmente em todas as partes.

A segunda parte dessa aula utilizamos um brinquedo, chamado: pássaro equilibrista, que consiste em uma ave de plástico, que fica apoiada no topo de uma torre. Esse pássaro pode ser balançado e continua na torre, sem cair. O foco dessa atividade era a observação, levando em consideração o formato do pássaro e seu ponto de apoio na torre, questionando os alunos de qual a relação dessa atividade com a anterior, dos centros das formas. No Quadro 2, são apresentados os resultados do OQR 2 – O pássaro equilibrista.

Podemos ver na questão 1 que o somatório das porcentagens ultrapassa 100%, isso porque em alguns casos as duas palavras apareceram na resposta, onde alunos fizeram relações entre a distribuição de massa e o equilíbrio.

Quadro 2: Questões e porcentagens de respostas do OQR 2.

1) Ele balança e não cai, por quê?			
RPA	Se encontra em equilíbrio estável, sempre que há uma perturbação, oscila, voltando à posição inicial de equilíbrio, e coincidentemente, se considerarmos sua distribuição de massa, o ponto em que está equilibrado, seu centro de massa.		
PC	Equilíbrio – (s) Equilibrado		Distribuição de massa – (s) distribuição de peso
R (%)	41		67
2) Qual é o formato do pássaro?			
RPA	Possui três pontas, semelhante a um triângulo.		
PC	Triângulo – (s) triangular / três pontas		
R (%)	93		
3) Você associa o formato do pássaro com alguma das formas geométricas da atividade anterior?			
RPA	Semelhante ao triângulo.		
PC	Triângulo – (s) triangular / três pontas		
R (%)	82		
4) O pássaro está apoiado pela ponta do bico, por quê?			
RPA	Se pensarmos como no triângulo, esse seria seu baricentro, seu centro geométrico, coincidindo com o seu centro de massa e o centro de gravidade.		
PC	Centro de Gravidade – (s) de massa	Baricentro – (s) bico, ponta do triângulo	Distribuição de massa
R (%)	37	26	37

Considerando que os alunos fariam a confusão entre massa e peso, consequentemente, distribuição de massa e peso, mencionada anteriormente, a resposta acima foi computada considerando os dois termos como distribuição de massa, mas foram feitas considerações para diferenciar os termos. Nessa questão alguns alunos ainda levantaram a hipótese de que o bico do pássaro era colado ao topo da torre. Na questão 2 nem todos os alunos fizeram a associação do formato do pássaro com formato triangular, sendo esse o motivo de não atingirmos 100%. Um número maior de alunos deixou a questão 3 sem respostas e suas justificativas posteriores é que haviam colocado a informação do formato na resposta 2 desse mesmo OQR. A questão 3 se

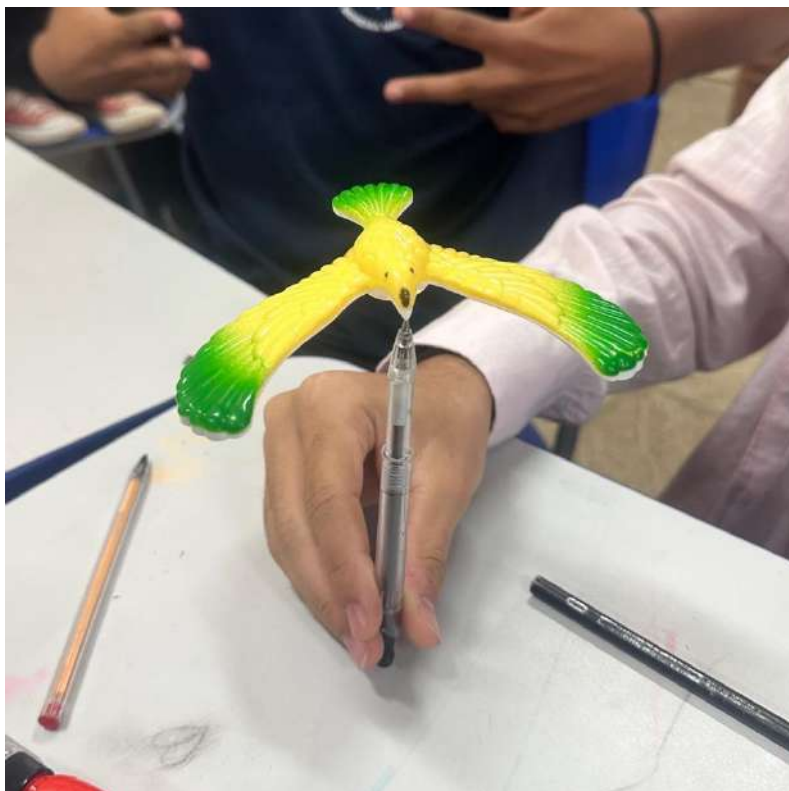
justifica porque havia uma possibilidade da resposta à questão 2 apresentar alguma dificuldade de associar a forma do objeto, pássaro equilibrista, a figura planar, triângulo, usada anteriormente, ou seja, associar um objeto com as três dimensões mais evidentes do que com uma folha onde duas delas são mais evidentes. Como a maioria respondeu à questão 2 de forma assertiva, isto pode ser um indicativo de representação icônica acerca da forma e do centro geométrico.

Essa atividade tinha a intenção de fazer com que reforçassem a associação do pássaro equilibrista ao triângulo, e pudessem fazer a relação do seu formato, sua distribuição de massa e o equilíbrio, gerando assim a associação do centro de massa com o centro geométrico da figura triangular. Essa relação feita entre o centro geométrico, centro de massa e distribuição de massa, mostrada nas porcentagens da questão 4, é um indício de que os alunos possam ter atingido a potência efetiva apresentada por Bruner.

Após entregues os OQR, eles pediram para pegar o pássaro manipulá-lo, fazendo com que parasse em outras superfícies, tirando o caráter necessário da torre que acompanha o brinquedo e testando uma hipótese levantada no início dessa atividade, de que o pássaro estava colado no topo da torre. Um dos grupos conseguiu com que o equilíbrio acontecesse até na ponta da caneta, como mostrado na Figura 18, e ficaram admirados com a façanha, um ponto importante que pode levar a motivação para as atividades seguintes. De acordo com a abordagem de Bruner, isso pode indicar que estavam na fase de representação ativa, onde o manusear, por exemplo, o objeto é essencial.

De uma forma geral, na aula 1, onde o foco era entender centro geométrico e centro de massa, os alunos foram muito participativos, elaborando respostas e colaborando em seus grupos para determinar o centro das formas geométricas, demonstrando um bom uso da linguagem e interagindo entre seus colegas e professora. Quando o pássaro equilibrista foi mostrado e foram questionados sobre ele, os alunos também foram super criativos e pensaram em diversas possibilidades para o pássaro não cair, um indício de que estavam explorando alternativas com base em conhecimentos anteriores que tinham.

Figura 18 – Pássaro equilibrista na ponta de uma caneta.



Fonte: a autora

6.3 AULA 2

Essa aula continha uma atividade experimental, um OQR e um formulário do Google. A atividade era de apoiar bastões em um dedo e baseada em um experimento de Hewitt (2015). Foram montados três canos de mesma massa, porém, com distribuição desigual, o grupo de bastões era formado por um que possuía o ponto de equilíbrio exatamente no meio, outro com esse ponto bem próximo da extremidade e o último com o ponto de equilíbrio entre os dois anteriores, um cuidado foi tomado pela professora para não usar a palavra – equilíbrio – na explicação da atividade, pois um dos pontos principais era os alunos chegarem nela por conta própria. Os alunos deveriam ver que, apesar da massa e tamanho dos bastões serem iguais, algo dentro deles não era igual. No Quadro 3 são apresentados os resultados do OQR 3 – os bastões.

Na atividade proposta para a questão 1 alguns alunos não conseguiram equilibrar os bastões em seus dedos. Foi proposto aos alunos que parassem o bastão e marcassem nele a posição em que conseguiram mantê-lo parado, lembrando que tomamos cuidado para não usar a palavra equilíbrio nesta etapa também.

Quadro 3: Questões e porcentagens de respostas do OQR 3.

1) Conseguiram parar todos os bastões?		
RPA	Conseguimos, mas em pontos diferentes	
PC	Conseguimos – (s) sim	
R (%)	94	
2) Todos os bastões ficaram parados com a mesma marcação?		
RPA	Não, foram posições diferentes.	
PC	Diferentes – (s) não	
R (%)	100	
3) Como foram as posições em que ficaram parados?		
RPA	Possuíam 3 variações, um parou bem no centro, outro mais próximo da extremidade e outro entre esses dois.	
PC	Posições diferentes – (s) variadas, várias	
R (%)	89	
4) Pensando nas três atividades, como as relacionaria?		
RPA	Nas três atividades precisamos pensar nos conceitos de equilíbrio e massa	
PC	Equilíbrio – (s) apoio	Massa – (s) quantidade de massa, centro
R (%)	62	43
5) Como chamaria o ponto em que o pássaro equilibrista fica parado?		
RPA	Centro de massa	
PC	Centro de massa – (s) apoio, ponto de massa	
R (%)	62	
6) Como chamaria o ponto em que os bastões ficaram parados?		
RPA	Ponto de equilíbrio	
PC	Ponto de equilíbrio – (s) ponto de apoio, fixo	
R (%)	81	

Na questão 2 todos os alunos relataram que os bastões precisavam ser equilibrados em posições diferentes. Os que não conseguiram parar em seus dedos responderam essa questão a partir das observações de colegas do seu grupo.

As perguntas 1 e 2, foram analisadas após atividade, e para uma futura aplicação seria importante reformulá-las, afinal, as respostas possíveis ficaram muito limitadas entre sim e não.

Na questão 3, alguns dos alunos foram bem específicos, deixando claro as posições em que encontraram o apoio, porém, grande parte da turma apenas descreveu como sendo desiguais, pontos diferentes. O somatório das porcentagens, na questão 4 é maior que 100%, pois alguns alunos respondem usando os dois termos. Houve também os que não responderam nenhuma das palavras-chave e nem suas similares. Para a questão 5 alguns alunos responderam termos como “ponta da torre”, “topo da torre”. Na última questão, número 6, os alunos que não responderam usando as PC ou suas similutides, usaram o termo: centro de gravidade, o que não era o esperado e pode ser um indício de potência efetiva, onde os alunos conseguiram relacionar também o conceito de gravidade, uma vez que a diferença entre peso e massa havia sido explorada, assim como o conceito de centro de massa.

Essas três últimas questões têm como objetivo guiar os alunos ao ponto principal que ligava as atividades, fazendo com que chegassem sozinhos ao termo equilíbrio. Tomamos o cuidado para não usar a palavra equilíbrio durante a atividade, para que chegassem a ela. Podemos ver pela porcentagem, que grande parte deles chegou ao desejado, e fez também a relação com a distribuição de massa dos corpos. Pensando em termos da abordagem de Bruner, podemos perceber que a retomada do pássaro equilibrista e dos conceitos de massa e centro de massa utilizados na aula anterior nos apresentam indícios do currículo em espiral, onde relacionamos o ponto de apoio do pássaro equilibrista com o ponto de apoio dos bastões.

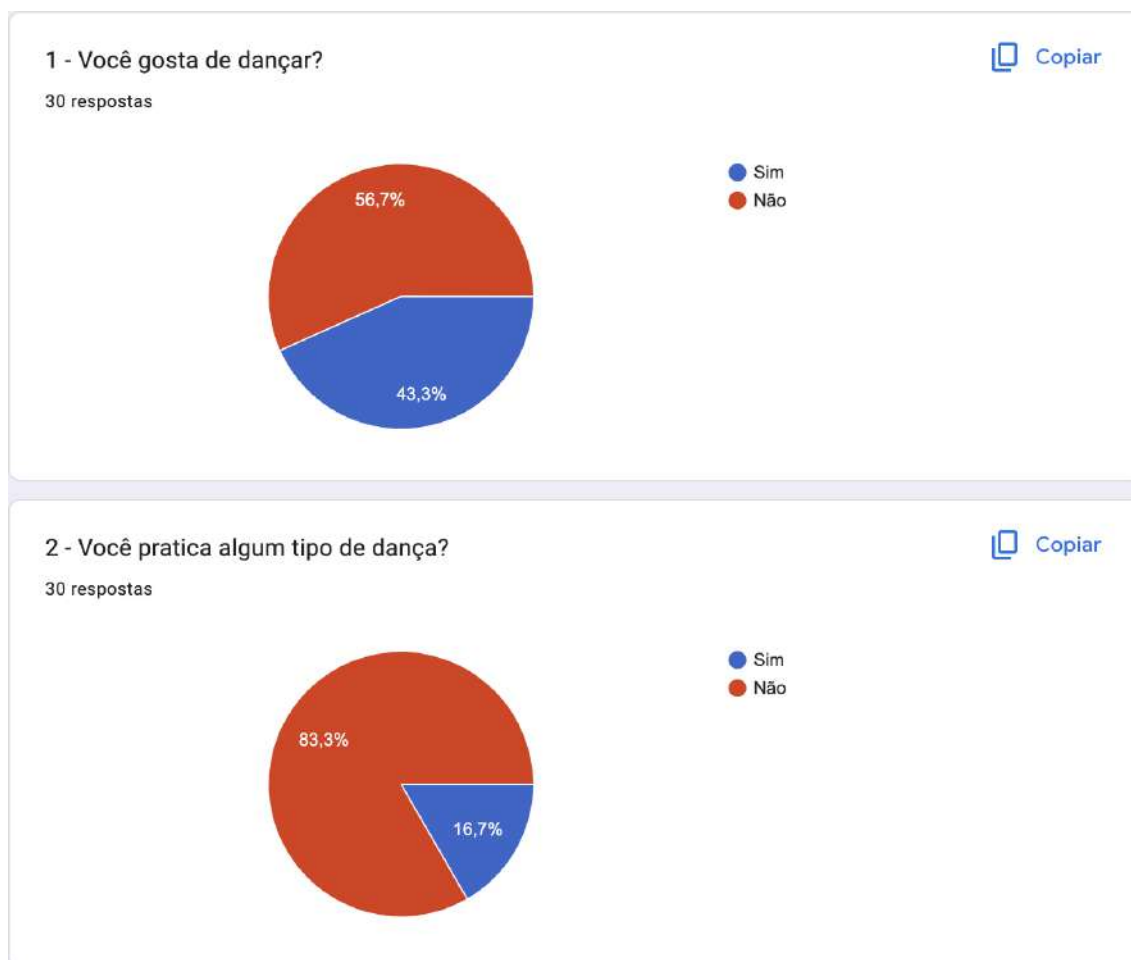
Após entregarem suas respostas, um grupo de alunos até questionou sobre como os bastões foram montados, para que cada um tivesse um ponto diferente, e uma segunda pergunta que surgiu foi em relação ao material que os tubos haviam sido preenchidos, e a professora esclareceu, que nesse caso, era cimento.

O questionário disponibilizado via formulários do Google é sobre a dança. Este formulário foi elaborado com a intenção de inserir os alunos no tema pretendido, e entender se algum deles tinha algum conhecimento sobre e como assunto poderia despertar o interesse deles. Também buscar a chamada predisposição de acordo com a abordagem de Bruner, tendo em vista que a turma possuía um número equilibrado de meninas e meninos e a preocupação era de que o projeto não fosse bem aceito pelos meninos. Então, o questionário foi preenchido sem

identificação e os resultados foram satisfatórios. Isto posto, são apresentadas na sequência as observações sobre as respostas de algumas das questões.

Na Figura 19, podemos ver as duas primeiras questões e concluir que a maior parte dos alunos não tinha contato com a dança, ou seja, com o balé clássico.

Figura 19 – Porcentagens das respostas das questões 1 e 2 do formulário do Google.

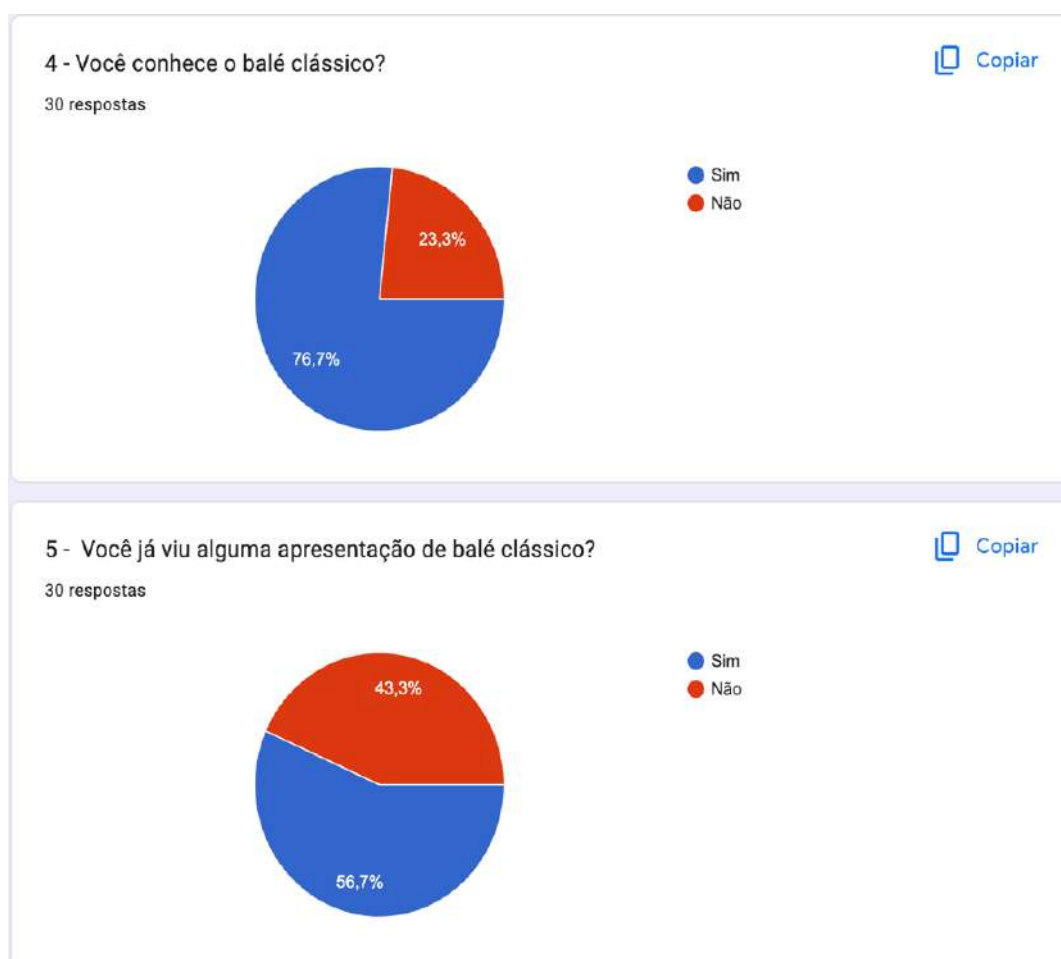


Fonte: a autora

A questão 3 era sobre o tipo de dança praticada, e como apenas alguns alunos praticavam a maior parte das respostas foi sem efeito para nossa pesquisa, tendo apenas uma resposta para balé.

Na Figura 20, trazemos as respostas das questões 4 e 5, onde direciona propositalmente para o balé clássico. Podemos perceber que uma porcentagem grande da turma conhecia a modalidade, mas que nem todos tinham visto uma apresentação dessa dança.

Figura 20 – Porcentagens das respostas das questões 4 e 5 do formulário do Google.



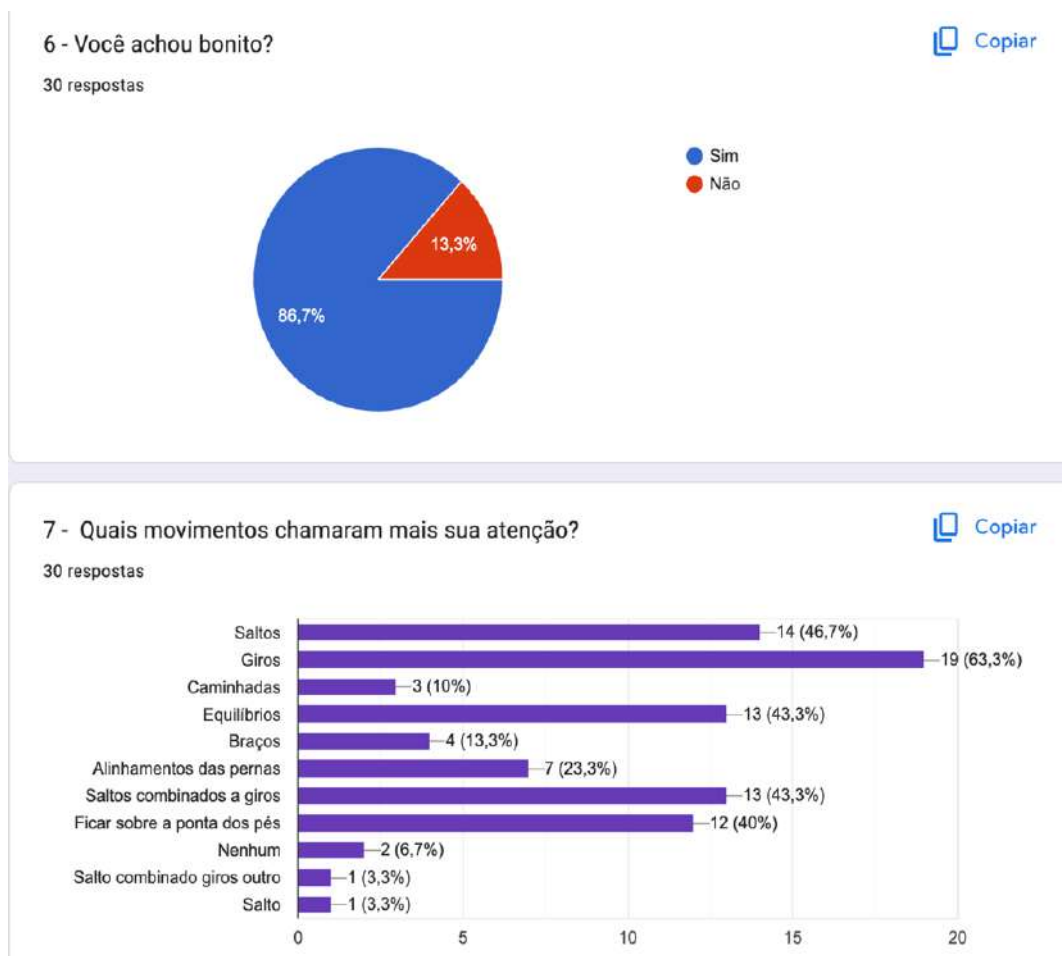
Fonte: a au-

tora

Na Figura 21, trazemos as respostas das questões 6 e 7. Na questão 6 perguntamos aos alunos se achavam bonito, e podemos ver que uma porcentagem satisfatória disse que sim, o que leva a crer que o assunto poderá despertar um interesse nos alunos. Para a autora deste trabalho foi uma boa surpresa e causou uma satisfação em saber que o interesse iria ser um fator positivo.

Na questão 7, perguntamos sobre qual passo chamou mais atenção dos alunos, vale ressaltar que antes de responder a essa questão, eles viram um trecho de um balé clássico de repertório que conta com uma sequência de 32 giros, escolhido intencionalmente para que os alunos focassem nos giros, e que esses movimentos chamassem mais atenção deles. Nessa questão, eles poderiam marcar mais de uma opção e mesmo assim os giros tiveram preferência.

Figura 21 – Porcentagens das respostas das questões 6 e 7 do formulário do Google



Fonte: a autora

As seguintes questões são sobre o que os alunos achavam mais fácil de ser realizado no balé, surgiram diversas respostas, mas a que obteve porcentagem maior foi que as caminhadas são o mais fácil do balé, com os giros sendo citados apenas por três alunos, o que nos leva a concluir que para a maioria dos alunos, o giro está em uma posição de maior dificuldade. Foram questionados também sobre a relação da física com o balé, e como o conhecimento deles dessa ciência ainda é pequeno, pois ingressaram recentemente no ensino médio, e acabaram não conseguindo relacionar muitos conceitos.

Para finalizar a análise do formulário, a questão 12 traz um convite, e a porcentagem de alunos que foram receptivos a pesquisa foi grande, como podemos ver na Figura 22.

Figura 22 – Porcentagens das respostas da questão 12 do formulário



Fonte: a autora

Na aula 2 também houve grande participação, tanto na atividade proposta, dos bastões, onde deveriam equilibrá-lo no dedo, as equipes marcavam as posições que pararam e os outros do grupo testavam se era aquilo mesmo. A participação foi interessante no momento de resposta do formulário, pois enquanto respondiam faziam comentários dos vídeos e habilidades das bailarinas e dos bailarinos presentes neles, demonstrando um certo interesse em entender melhor sobre o assunto, o que podemos ver a partir do resultado da questão 12, na Figura 22.

6.4 AULA 3

Essa aula está dividida em duas atividades e entre elas 3 OQRs, a primeira atividade de observação e a segunda prática. A primeira atividade dessa aula consistia em mostrar aos alunos alguns vídeos de sequências de piruetas, selecionados e são de livre acesso no *Youtube*. Os vídeos foram apresentados aos alunos, e durante a apresentação, a professora falava algumas curiosidades sobre os passos. A seguir foram convidados a preencher o primeiro OQR dessa aula e quarto da sequência proposta.

Podemos ver que na questão 1 o somatório das porcentagens ultrapassa 100%, isso porque em alguns casos duas das palavras-chave apareceram na resposta. Na questão 2 o somatório das porcentagens ultrapassa 100%, isso porque em alguns casos duas das palavras-chave apareceram na resposta. A questão 3 gerou um desconforto nas alunas e nos alunos. Vários deles pontuaram que as alterações ajudariam no equilíbrio, o que nos gerou uma baixa porcentagem com a presença das palavras-chave na resposta. Essas questões eram bem desafiadoras, pois a maioria dos alunos não tinha contato com o balé, e todos precisaram analisar detalhadamente o movimento da pirueta. Apesar da dificuldade relatada pelos alunos, na questão 4, de não saber

em que parte do corpo dos bailarinos eles deveriam se atentar durante o giro, a sala toda colaborou e participou nas discussões do que mudava e o que se mantinha inalterado durante o giro. Foi necessário, após entregarem essa atividade, fazermos uma análise juntos, para que fosse possível mostrar os pontos que deveriam ser levados em consideração. Apresentamos os resultados do OQR 4 – as piruetas, no Quadro 4.

Quadro 4: Questões e porcentagens de respostas do OQR 4.

1) Que parte do corpo dos bailarinos se mantém inalterada durante os giros?			
RPA	A perna de base e o tronco, assim como sua cabeça, que só realiza o movimento de giro.		
PC	Perna de base – (s) de apoio	Tronco – (s) corpo	Cabeça
R (%)	39	65	21
2) Que parte do corpo dos bailarinos se altera durante os giros?			
RPA	Braços e perna usada no impulso, que sobe e desce em um passè.		
PC	Braços – (s) mãos	Pé do passè – (s) perna, pé	
R (%)	61	87	
3) Como você explica a necessidade dessa alteração?			
RPA	A principal influência da perna de impulso, é para que o bailarino consiga realizar o giro e colocar o corpo em movimento. E a variação nos braços surge para auxiliar no aumento e redução da velocidade do giro.		
PC	Realizar giro – (s) girar, virar, movimento	Mudar velocidade – (s) rápido, devagar	
R (%)	43	26	
4) O que muda no giro quando os bailarinos fazem essa alteração?			
RPA	Fecha o braço, aumentando a velocidade, abre os braços, diminuindo a velocidade e sobe a perna para pegar impulso no giro, desce a perna para finalizar o giro.		
PC	Realizar giro – (s) girar, virar, movimento	Mudar velocidade – (s) rápido, devagar	
R (%)	48	30	

A próxima atividade desta aula consistia em usar uma plataforma giratória e moedas, para rodar as duas moedas, que neste caso, estariam coladas com uma fita adesiva em posições determinadas, uma próxima do centro da plataforma e outra próxima da borda, durante a qual os alunos perceberiam a velocidade das duas moedas.

Os resultados obtidos nessa atividade são apresentados no Quadro 5, OQR – o giro.

Quadro 5: Questões e porcentagens de respostas do OQR 5.

1) Como era a posição das duas moedas?		
RPA	Uma estava próxima do centro da plataforma e outra mais distante, próximo a borda.	
PC	Centro – (s) dentro, núcleo	Borda – (s) fora, lateral, beira
R (%)	71	71
2) Perceberam alguma diferença no movimento das duas?		
RPA	Uma parece mais rápida que a outra, sendo a da borda parecendo mais rápida, e a do centro, mais lenta e por vezes até parada.	
PC	Rápida – (s) mais velocidade	Lenta – (s) devagar, parada.
R (%)	82	86
3) Assistam o vídeo feito por vocês, e percebam atentamente o movimento das moedas. O que chama a atenção nas duas?		
RPA	A próxima do centro parece ter uma velocidade de giro menor, a de fora parece ter uma velocidade maior, ou seja, apesar de estarem na mesma plataforma, parecem ter velocidades de giro diferentes, o que nos dá a impressão também de uma estar em movimento e a outra parada.	
PC	Velocidades diferentes – (s) rápido, lento	Movimento – (s) mexendo, parado, movendo
R (%)	57	52

No Quadro 5, os valores apresentados na questão 1 são exatamente iguais para as duas palavras-chave propostas, pois foram exatamente os mesmos alunos que usaram as duas palavras-chave para se referir a posição das duas moedas. Na questão 2 também podemos analisar que diversos alunos responderam usando as duas palavras-chave propostas, ou suas similares. Portanto, o somatório das porcentagens passa o 100%.

Antes de partir para a questão seguinte, foram convidados a gravar o giro da plataforma com as moedas e analisar o comportamento das duas.

Para a questão 3, em algumas respostas apareceram as duas observações, associando as velocidades de giro e os estados de movimento. Houve também os que descreveram como ilusão de óptica. É válido ressaltar que o termo velocidade angular ainda não era esperado, pois os alunos ainda não haviam tido contato com esse conceito, por esse motivo usamos nas respostas esperadas desta etapa para se referir as grandezas angulares: velocidade de giro, giros lentos e giros rápidos.

Essa atividade gerou bastante discussão entre os alunos, várias hipóteses foram levantadas por eles, dentre elas: 1) se as duas moedas estavam na mesma velocidade de giro ou não; 2) que uma delas parecia imóvel; 3) que era apenas uma ilusão.

A atividade seguinte foi baseada em um experimento proposto por Hewitt (2015), e que ajudou a esclarecer um pouco e responder às hipóteses levantadas por eles, pois poderiam descolar as moedas. É importante ressaltar que os giros na plataforma eram realizados pelos próprios alunos em seus grupos, evidenciando a representação ativa durante a atividade, e resultando em giros com velocidades diferentes nas questões 1, 2 e 3. No Quadro 6, apresentamos os resultados para esse OQR – a fuga.

A diferença de velocidade do giro, realizado pelos alunos na plataforma, levou em respostas diferentes para a questão 1. Em alguns casos não viram nenhuma moeda se deslocando sobre a plataforma, e em outros houve um pequeno deslocamento na moeda externa. E como alguns responderam sobre as duas moedas, isso gerou um somatório maior que 100% para as palavras-chave. Na questão 2, como a velocidade dependia do giro que eles realizavam, vários descreveram como “mudança nenhuma”, o que pode ser reflexo de uma baixa velocidade na plataforma, ou de ter girado com a mesma intensidade do giro anterior. Na questão 3, com os giros rápidos, os resultados foram mais satisfatórios, apesar de uma pequena porcentagem ainda dizer que somente uma moeda fugiu da plataforma, relacionada a velocidade tangencial da moeda. Os alunos conseguiram ver um ponto a mais, que na atividade com as moedas coladas não era possível, as moedas sendo arremessadas da plataforma, devido a velocidade tangencial, e qual a velocidade do giro, velocidade angular, realizado necessário para isso. Perceberam que a moeda da borda, mesmo com giros mais lentos, seria lançada, enquanto a mais próxima do centro precisou de giros mais rápidos para que escapasse. Relacionaram essa velocidade com a proximidade do centro, hipótese que surgiu deles mesmos, então resolveram fazer o teste com uma moeda bem no centro, viram que ela não escapava, chegaram à conclusão de que a velocidade do movimento de arremesso, que estavam observando dependia dessa distância com o centro de alguma forma. Assim, chegando na ideia de velocidade tangencial. Esse teste feito pelos alunos pode ser um indício da forma de representação ativa da abordagem de Bruner, onde os alunos testaram uma nova hipótese ao realizarem um experimento.

Finalizada a atividade com as plataformas, apresentamos os conceitos de velocidade angular, velocidade do giro, e velocidade tangencial, velocidade de arremesso, assim como do que essas duas grandezas dependem, a fim de que os alunos pudessem compreender o que estavam observando por meio da atividade proposta.

Quadro 6: Questões e porcentagens de respostas do OQR 6.

1) Com os giros lentos, qual foi o comportamento das moedas?		
RPA	Se o giro foi bem lento, as moedas não parecem se deslocar na plataforma, porém, alguns podem ter visto a mais externa se deslocar sutilmente.	
PC	Parada – (s) mesmo lugar, imóvel, pa- radas	Mexeu – (s) deslocou, mudou de lu- gar
R (%)	90	57
2) Em giros com velocidade intermediária, foi diferente do lento? O que aconteceu agora?		
RPA	A moeda de fora é arremessada da plataforma.	
PC	Arremessada – (s) sai, cai, é jogada, lançada, escapa	
R (%)	38	
3) Nos giros rápidos, o que acontece com as moedas?		
RPA	As duas moedas são arremessadas da plataforma.	
PC	Arremessadas – (s) saem, caem, são jogadas, lançadas, escapam	
R (%)	81	

Após isso, foi apresentada uma análise do vídeo da plataforma giratória e discos com velocidade angular aproximadamente constante com uso do software *Tracker*, onde os alunos poderiam compreender melhor a questão das duas velocidades de cada moeda. Foi possível perceber uma grande dificuldade na leitura de gráficos pelos alunos. Por conta disso, a atividade de análise levou um tempo maior que o esperado. Foi necessário analisar desde o ponto mais simples relacionado com as componentes das velocidades tangenciais de cada moeda, uma vez que usamos o sistema cartesiano do próprio software, analisamos também as suas velocidades angulares e como o raio influenciava em cada uma delas. Uma tabela foi elaborada pelos alunos, porém, essa foi mantida em seus cadernos, nesta tabela eles anotaram valores de: v_x, v_y, v, w e r . Eles completavam a tabela a fim de compreender que, apesar de uma velocidade tangencial v diferente para cada moeda, a velocidade angular w era igual para ambas, pois, independe da posição de cada moeda em relação ao centro da plataforma.

Durante essa aula houve também discussão entre os grupos, que ficaram divididos em duas opiniões, antes da análise de vídeo alguns acreditavam que as moedas se moviam em velocidades iguais quando coladas, e outros que defendiam que as velocidades delas eram diferentes. Esse momento foi anterior a explicação dos conceitos de velocidade angular e velocidade tangencial, portanto, para eles, havia apenas uma velocidade sendo analisada. Seus questionamentos foram respondidos após explicação e quando realizaram a análise no *Tracker* e perceberam que havia duas velocidades, angular e tangencial, sendo a primeira igual para as duas moedas, pois depende do deslocamento angular, e a segunda diferente, dependendo da sua proximidade ao centro da plataforma, ou seja, no caso o raio de cada uma em relação ao centro. A linguagem trazida pelo gráfico trouxe indícios de representação simbólica, onde foram capazes de perceber as duas velocidades presentes no movimento por meio de uma representação gráfica do movimento das moedas.

6.5 AULA 4

Na Aula 4, o objetivo era compreender como a distribuição de massa em relação ao raio, distância ao eixo de giro, determinaria o mais rápido de três pequenos cilindros. A diferença de posição da massa com relação ao centro altera sua inércia rotacional, o que resultaria em tempos diferentes para um rolamento dos três. Nessa atividade os cilindros eram soltos do topo de uma rampa, vale lembrar que os cilindros percorriam a rampa em tempos diferentes. Isto ocorre porque eles apresentam em um movimento com velocidades angulares e de translação diferentes e há variação nestas respectivas velocidades, de fato, os movimentos dos cilindros não exibem a conservação do momento angular, uma vez que o torque resultante não é nulo. No entanto, o intuito da atividade era compreender a relação da posição da maior parte da massa com relação ao eixo de rotação, não abordando os demais conceitos e assuntos que estão associados ao movimento de rolamento. Vejamos no Quadro 7, os resultados do OQR – a corrida.

Da porcentagem apresentada na questão 1, podemos ver que grande parte da turma conseguiu observar a diferença no tempo que cada cilindro levou para chegar ao fim da rampa. Na questão 2, os alunos deveriam analisar os cilindros em relação a sua constituição física, seu formato, seu tamanho e sua massa. Tivemos alunos que responderam com as duas alternativas, o que levou a um somatório maior que 100%. Surgiram também alguns que afirmaram que as massas dos cilindros não eram iguais. A RPA da questão 3 foi formulada de acordo com o que se esperava nas respostas dos alunos, e foi exatamente o que surgiu, a hipótese de as massas serem diferentes.

Quadro 7: Questões e porcentagens de respostas do OQR 7.

1) Nas corridas realizadas, que pontos chamaram atenção?		
RPA	Não chegam juntos, ou seja, na mesma rampa eles desempenham movimentos diferentes, sendo um mais rápido, um intermediário e um mais lento.	
PC	Tempos diferentes – (s) mais rápido, mais lento, um de cada vez.	
R (%)	87	
2) Perceberam alguma diferença nos cilindros?		
RPA	No formato não, mas os três chegavam em tempos diferentes no fim da rampa.	
PC	Formato igual – (s) mesmo tamanho, não.	Tempos diferentes – (s) mais rápido
R (%)	81	25
3) Houve um cilindro “ganhador”? O que ele tinha de diferente?		
RPA	Um sempre chegava antes, a massa parece diferente.	
PC	Chegava antes – (s) mais rápido.	Massa diferente – (s) mais leve, mais pesado
R (%)	75	47

Porém, na atividade seguinte, os alunos realizaram medidas dos cilindros e verificaram que a massa de cada cilindro é a mesma, ela só aparenta ser diferente para os três, causando discussão com grande parte da turma. Devemos levar em conta de que até esse momento eles não tinham contato com a balança, então acreditavam apenas no que percebiam.

A próxima etapa consistia em medir as dimensões e a massa dos cilindros para verificar suas semelhanças e mostrar que não havia diferença em sua massa e formato. A seguir, trazemos no Quadro 8 as respostas do OQR 8 – os gêmeos.

No Quadro 8, podemos ver que alguns alunos deixaram as questões 1 e 2 sem resposta. Essas questões parecem óbvias no intuito de levar os alunos a formular hipóteses sobre a constituição dos cilindros, pois o objetivo era que percebessem que apesar dos formatos e massas iguais, havia algo a ser investigado, nesse caso a distribuição de massa.

Até aqui os alunos não tinham conhecimento das estruturas internas dos cilindros, mas conseguiram ver que não possuíam diferença em suas massas. Mesmo sem conhecer a montagem, com base na porcentagem da questão 6, podemos perceber que em sua grande maioria conseguiram formular uma hipótese, que era coerente, para que um deles chegasse antes, ou

seja, levaram em consideração como essa massa estaria distribuída nos cilindros. Essa discussão entre eles levou um tempo, pois a turma toda se envolveu.

Quadro 8: Questões e porcentagens de respostas do OQR 8.

1) De acordo com as medidas realizadas, qual conclusão vocês chegaram sobre os cilindros?	
RPA	Eles possuem dimensões e massas iguais.
PC	São iguais – (s) mesmo tamanho, mesma massa (peso)
R (%)	85
2) Perceberam alguma diferença entre os três?	
RPA	Não, são iguais.
PC	São iguais – (s) mesmo tamanho, mesma massa (peso)
R (%)	85
3) Como você explica eles chegarem em tempos diferentes ao fim da rampa?	
RPA	Os três possuíam a mesma massa, porém, todos com distribuições diferentes.
PC	Distribuição de massa – (s) localização da massa, posição
R (%)	77
4) Após a explicação sobre como os cilindros foram montados, qual deles acreditam que chegou primeiro?	
RPA	O que tinha a concentração de massa mais próxima do centro.
PC	Massa no centro – (s) no meio, concentrada no centro.
R (%)	31

Além disso, fizeram outros testes para tentar descobrir as diferenças nos três cilindros, como balançar os materiais, para verificar se acontecia algo em sua estrutura interna, como um som, um dos cilindros acabou tendo bolinhas descoladas.

Com base nesses acontecimentos podemos identificar indícios de que o método da descoberta promoveu a aprendizagem, onde os alunos foram guiados por meio das questões 1 e 2 para chegar à conclusão de que a diferença entre os cilindros estava na distribuição da massa.

Podemos analisar também com base no currículo em espiral, pois os alunos retornaram ao conceito de distribuição de massa discutido nas aulas anteriores, e ainda, trouxeram para uma nova situação que indica a potência efetiva do conhecimento.

Após as discussões e formulações de algumas hipóteses sobre a questão 3, foi explicado como as massas estavam dispostas nos cilindros, porém não foi revelado qual cilindro tinha cada distribuição, e então foram convidados a responder na questão 4. Nessa questão, os alunos ficaram muito divididos, e a maioria achou que o mais rápido seria o que possuía distribuição em todo o cilindro. Deixando essa pontinha de dúvida e curiosidade para a próxima aula, tendo isso em vista a resposta não foi revelada neste momento, isto foi proposital.

Nessa aula, os alunos precisaram sair da sala, pois a rampa usada foi a do saguão da escola, o momento foi de bastante animação e discussões sobre o motivo de um dos cilindros chegar antes. A maioria dos grupos afirmava que um dos cilindros tinha mais massa, por isso chegava antes, e quando faziam as medidas percebiam que eram iguais, isso causava um certo desconforto entre eles, fazendo com que reformulassem suas respostas, sem conhecer a estrutura interna dos materiais, ou seja, sem acesso a distribuição de massa. Esse momento traz um ponto de reforço, onde suas próprias ideias foram reestruturadas e uma nova resposta pode ser formulada, aprimorando seu autocontrole e confiança. A atividade gerou bastante debate entre os grupos. E como dito anteriormente pudemos identificar a efetivação da proposta do método da descoberta, do uso do currículo em espiral e indicativo da potência efetiva.

6.6 AULA 5

Na aula seguinte, o principal objetivo era compreender as variáveis que modificam o momento angular, para isso a proposta era trabalhar em duas etapas, a primeira experimental e a segunda com análise de vídeo. Para a primeira, uma cadeira giratória foi levada para a sala, e os alunos foram convidados a rodar sentados nela, os que se sentiram confortáveis, levantaram-se e foram até a frente para participar e foi a grande maioria, somente um pequeno grupo ficou apenas na observação. Foram giros com os braços abertos e depois com os braços fechados, inicialmente só com a massa do corpo e depois segurando nas mãos anilhas de 1kg e realizando o mesmo movimento. Os alunos sentiram em si o que acontecia. E depois, passamos para análise de um vídeo no *Tracker*, o vídeo era de um giro gravado de cima, onde eles poderiam observar os gráficos de velocidade angular e os valores de raio.

A atividade realizada na cadeira foi experimentação sensorial, que trouxe resultados qualitativos, e por isso, esperávamos que as respostas fossem assertivas. Como será mostrado a seguir, nos resultados do OQR 9 – a cadeira.

Quadro 9: Questões e porcentagens de respostas do OQR 9.

1) Ainda nos giros sem a anilha, qual a diferença de velocidade angular com os braços abertos e com os braços fechados?		
RPA	Braços abertos gira mais devagar, ou seja, velocidade angular menor, e fechados gira rápido, ou seja, velocidade angular maior.	
PC	Velocidade angular maior – (s) mais rápido, gira mais.	Velocidade angular menor – (s) mais devagar, gira menos.
R (%)	87	87
2) Como a anilha modificou esses giros?		
RPA	Aumentou a velocidade angular com braço fechado e reduziu a velocidade angular com os braços abertos.	
PC	Variou velocidade – (s) mais rápido, acelerou, mais lento	
R (%)	94	
3) De que forma a velocidade angular foi alterada com a anilha nas mãos?		
RPA	A velocidade aumentou pelo fato de termos adicionado uma massa ao corpo.	
PC	Aumentou massa – (s) massa adicionada, massa a mais.	
R (%)	87	
4) Como foi a velocidade angular com os braços próximos e afastados do corpo?		
RPA	Próximos do corpo foi mais rápido, afastado foi mais lento.	
PC	Gira mais – (s) mais rápido.	Gira menos – (s) mais devagar
R (%)	87	87

Na questão 1, os mesmos alunos analisaram os dois pontos corretamente, ou seja, afirmaram que com seus braços dobrados giravam mais, com uma velocidade angular maior, e quando abriam os braços, esse giro era mais devagar, com uma velocidade angular menor. Na questão 2, os alunos conseguiram perceber que essa modificação de massa fez com que a velocidade angular também se alterasse, sendo mais rápidos com os braços fechados e mais lentos com os braços abertos. Somente uma pequena parte dos alunos não relacionou a alteração de

velocidade com a anilha em suas mãos para responder a questão 3. Na questão 4, os mesmos alunos analisaram os dois pontos corretamente, ou seja, afirmaram que com seus braços dobrados giravam mais rápido, velocidade angular maior, e quando abriam os braços esse giro ficava mais lento, velocidade angular menor, ou seja, a velocidade angular diminuía.

A sequência de questões parece ser repetitiva, mas tem um propósito no sentido de guiar os alunos a fazer relações dessa atividade e da atividade dos cilindros gêmeos, Aula 4, e compreendendo como a proximidade da maior parte da massa com o centro de giro influencia em sua velocidade angular. Porém, lembrando que abordamos apenas a questão da posição da massa e diferença e variação da velocidade angular naquela atividade, pois no movimento de rolamento realizado pelos cilindros o momento angular não se conserva.

Essa atividade foi bem satisfatória, tanto em participação dos alunos, como em resultados por meio das porcentagens do OQR. Foi possível ver e sentir a variação de velocidade angular afastando e aproximando os braços e como isso foi acentuado quando adicionamos as anilhas nas mãos, e evidencia uso da representação ativa em toda a atividade. A colaboração dos alunos também foi bem interessante, pois enquanto um estava sentado os demais ajudavam girando a cadeira, também ficavam atentos em como seria o giro e a velocidade angular, de acordo com a variação dos braços do colega.

Após a atividade, os alunos foram capazes de relacionar a variação de posição dos seus braços com ou sem anilhas, e a distribuição de massa nos cilindros gêmeos da atividade anterior, Aula 4, formulando hipóteses sobre qual o cilindro que chegava primeiro ao fim da rampa.

Nesse momento, os conceitos de momento de inércia, momento angular e conservação do momento angular foram apresentados aos alunos, pois haviam visto os efeitos da alteração no momento de inércia dos cilindros gêmeos na aula anterior, Aula 4, e nesta aula, Aula 5, sentido os efeitos da alteração da velocidade angular na cadeira. Puderam perceber como a alteração em uma das variáveis reflete diretamente na outra, ou seja, a variação do momento de inércia quando alterada a disposição dos braços, levava a uma alteração na velocidade angular, como deve ser de acordo com a conservação do momento angular.

Para finalizar a atividade, foi feita a análise de um vídeo e do gráfico gerado no software *Tracker*, um processo um pouco mais trabalhoso, e com um teor de dificuldade maior, pois no início da unidade foi perceptível como os alunos possuíam dificuldades com gráficos e suas leituras e interpretações. A seguir, apresentamos os resultados do OQR 10 – analisando.

Quadro 10: Questões e porcentagens de respostas do OQR 10.

1) Em que momentos conseguem perceber variação na velocidade angular do professor?		
RPA	Quando ele modifica a posição dos braços, abrindo e fechando.	
PC	Abre braços – (s) estica	Fecha os braços – (s) dobra
R (%)	62	81
2) Onde o movimento foi mais rápido?		
RPA	Quando ele fecha os braços.	
PC	Braço fechado – (s) dobrado, próximo ao corpo	
R (%)	87	
3) Onde o movimento foi mais lento?		
RPA	Quando ele abriu os braços.	
PC	Abre os braços – (s) estica, estende, afasta do corpo	
R (%)	75	

Fonte: a autora

Na questão 1, podemos ver que a porcentagem passa os 100%, pois alguns alunos citaram os dois momentos: abrir e fechar os braços. Alguns alunos não conseguiram ver a variação da velocidade no momento em questão pela dificuldade na leitura e interpretação do gráfico, influenciando na porcentagem obtida na questão 2. Na questão 3, alguns alunos também não conseguiram ver a variação da velocidade no momento em questão pela dificuldade na leitura e interpretação do gráfico.

Apesar do ponto principal dessa atividade ser o uso do *Tracker*, não tratamos nenhum dado dos gráficos de forma quantitativa, apenas qualitativa, observando os valores de velocidade angular e os momentos em que essa possuía seus picos máximos e mínimos. O que importava era o ponto de vista e análise qualitativa, sem tirar os dados em valores dos gráficos, apenas entender seus comportamentos, podemos ver que as análises foram satisfatórias, como mostram as porcentagens de respostas no OQR10. A maioria dos alunos foi capaz de, a partir do gráfico, verificar os valores das velocidades angulares sendo alterados nos pontos principais, abrindo e fechando os braços.

A aula 5 foi bem interativa, os alunos faziam parte do experimento usando a cadeira giratória, essa atividade levou um pouco mais de tempo do que o programado pela professora, porque a grande maioria dos alunos quis realizar pelo menos uma das atividades na cadeira, e não apenas assistir aos colegas girando. Apesar do atraso nas atividades, foi satisfatório os alunos se envolverem, demonstravam interesse e motivação. Um dos alunos associou o dobrar dos braços com a distribuição de massa vista na atividade dos cilindros gêmeos, levantando a hipótese de que quando fechavam seus braços a maior parte da massa se concentrava próxima ao eixo de rotação, assim como no cilindro que ganhava as corridas da Aula 4.

Vale lembrar que os demais alunos também participaram da discussão, mas esse aluno foi mais assertivo. Na segunda parte, que era a análise de vídeo, como eles haviam vivenciado na cadeira, foi mais fácil para que compreendessem os gráficos e a posição dos braços influenciando na velocidade angular. Essas duas atividades podem ter indícios dos modos de representação propostos por Bruner, onde os alunos inicialmente fizeram parte da experiência e em seguida analisaram um vídeo sobre ela, abrangendo as representações ativa e simbólica.

6.7 AULA 6

No fechamento da unidade, realizamos a relação de todos os conceitos vistos e experimentados, passando novamente por eles, assim como proposto no currículo espiral. Nessa aula abordamos, desde o primeiro ponto de análise, desde a primeira prática experimental, até ver a professora dançando e conciliar com os assuntos das aulas anteriores.

No início da aula, os conceitos vistos durante as aulas anteriores foram lembrados, assim como as atividades realizadas e o que foi possível observar em cada uma delas.

Para iniciar a relação com o Balé clássico, apresentamos aos alunos 5 vídeos onde a professora realizava giros, entre eles: deboules, fouettes e piruetas, vistos de frente, e dois giros vistos de cima. Para esses giros, a professora apontou apenas as diferenças entre cada um deles, em como é sua realização. O escolhido para ser analisado no *Tracker* foi o vídeo da pirueta, vista de cima, com seus gráficos. Os resultados são apresentados a seguir a partir do OQR 11 – o balé.

Podemos notar que na questão 1, é trazido o conceito com o nome sendo velocidade angular, pois o termo foi discutido nas aulas anteriores, sendo a velocidade analisada pelos alunos na atividade das plataformas giratórias na Aula 3, e sendo retomado na Aula 5, após

realização dos giros na cadeira, onde os alunos conheceram o conceito principal da nossa unidade didática, o momento angular. Na questão 2, alguns alunos usaram as duas palavras-chave em suas respostas e, portanto, a porcentagem é maior que 100%.

Quadro 11: Questões e porcentagens de respostas do OQR 11.

1) No instante onde a professora possui maior velocidade angular, qual a posição dos braços?		
RPA	Estavam fechados	
PC	Braço fechado – (s) dobrado, próximo ao corpo.	
R (%)	75	
2) O que essa modificação nos braços muda na disposição de massa da professora?		
RPA	Aproxima a massa dos braços do eixo de rotação, concentrando a distribuição de massa mais próxima. E com os braços abertos a massa fica mais afastada.	
PC	Concentração de massa – (s) distribuição	Eixo de rotação – (s) giro
R (%)	75	44
3) Como podemos associar os braços da professora durante o giro, com as atividades experimentais, dos cilindros e das moedas?		
RPA	Quando ela está com os braços fechados diminui o seu momento de inércia e aumenta sua velocidade angular. Pensando nas atividades, podemos relacionar com a moeda no centro, próxima ao eixo de rotação da plataforma e com o cilindro que possuía a maior parte da massa concentrada no centro, próximo ao eixo de rotação do cilindro.	
PC	Moeda – (s) plataforma, centro	Eixo de rotação – (s) giro, massa, centro
R (%)	83	71
4) Qual o truque da professora, de acordo com a conservação do momento angular, para diminuir a velocidade angular?		
RPA	Abrir os braços, ou seja, afastar uma parte da massa do centro, deixando-a mais distribuída para aumentar o seu momento de inércia e consequentemente, diminuir a velocidade angular, mantendo o momento angular constante.	
PC	Abrir braços – (s) esticar, estender.	
R (%)	71	

Podemos notar que os alunos conseguiram fazer a relação da distribuição de massa, ou seja, quando os braços estão afastados essa massa é mais distribuída e quando estão fechados, próximos ao corpo, essa mesma massa está mais concentrada próxima do eixo de rotação. Aqui na questão 2 trazemos a junção dos experimentos com a análise da pirueta da professora, onde eles conseguem relacionar tanto o giro das moedas, Aula 3, quanto a atividade dos cilindros, Aula 4.

As respostas dessa questão foram um pouco mais complexas e eles escreveram bastante sobre as relações, essa foi uma das questões mais difíceis de quantificar em porcentagem, pois foi possível verificar que grande parte dos alunos quis demonstrar em suas respostas o quanto havia conseguido relacionar os assuntos trabalhados nas aulas anteriores com os experimentos e observações desta aula.

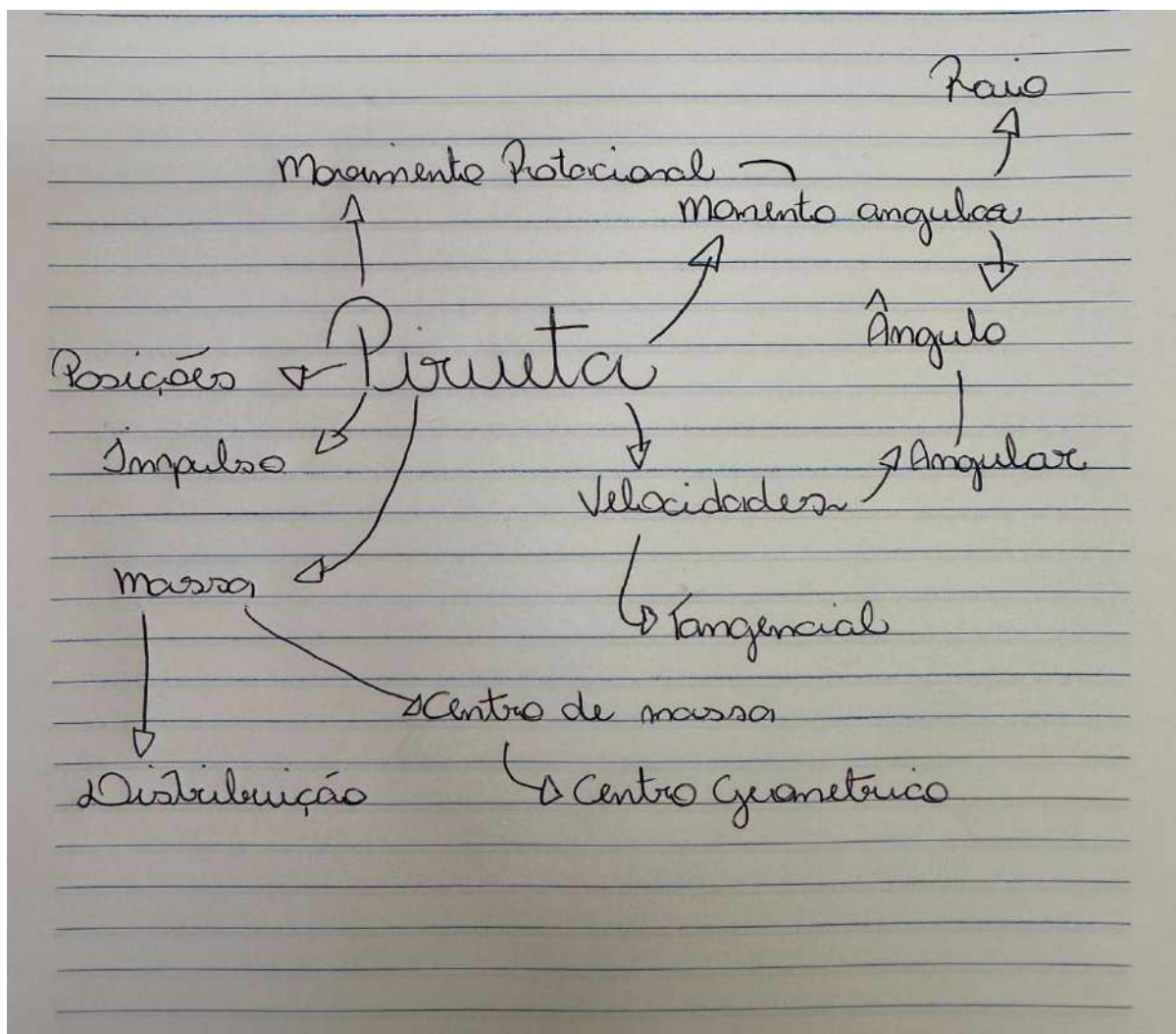
Podemos entender essas relações de acordo com a potência efetiva definida por Bruner, além de conseguirmos perceber os efeitos do currículo em espiral na aprendizagem, pois após realização das atividades propostas na unidade didática, os alunos foram capazes de relacionar assuntos que inicialmente se parecem totalmente distintos. A última questão da unidade era o problema para resolverem, uma vez que na questão anterior conseguiram relacionar os experimentos realizados com a pirueta, agora, usando essa mesma ideia, deveriam formular como diminuir a velocidade angular da pirueta, sempre pensando em relação a conservação do momento angular, para manter o equilíbrio no giro e realizar o movimento perfeito. A porcentagem das respostas foi bem satisfatória e eles conseguiram solucionar o problema, levando ao que Bruner enfatiza como sendo o principal momento do processo, a descoberta, sendo capazes de dizer o motivo das bailarinas e dos bailarinos abrirem e fecharem os seus braços em momentos específicos.

Uma discussão dos temas vistos e atividades realizadas, desde a primeira aula da unidade didática foi feita ao finalizar o OQR 11, e a partir da discussão, os alunos e as alunas desenvolveram em conjunto um mapa mental, onde um dos colegas se prontificou para anotar no quadro, enquanto outro anotava no papel.

O mapa mental tem como tema central a pirueta, como mostrado na Figura 23. O mapa mental desenvolvido foi graficamente pobre, pois ligações mais grossas e mais finas, figuras, ilustrações não foram utilizadas naquele momento, pois sua elaboração foi no fim da aula e os alunos não possuíam muito tempo. Apesar disso, podemos ver relações importantes, ou seja, ligações diretas, entre o termo pirueta e os termos: movimento rotacional, momento angular, massa, posições, impulso e velocidades, que é uma indicação da compreensão dos conceitos e

relação com o movimento da pirueta. E há ligações secundárias que podem nos fornecer algumas informações, como por exemplo: 1) entre o termo massa e o termo distribuição, a ligação pode indicar uma relação do momento de inércia; 2) a relação entre o termo momento angular e o termo raio, também pode indicar uma tentativa dos alunos de associar o momento angular com o momento inércia; 3) os termos angular e tangencial surgirem a partir do termo velocidade, pode indicar que os alunos foram capazes de compreender que no movimento rotacional pode haver mais de uma velocidade; 4) a relação entre o termo centro de massa e centro gravitacional, pode indicar que se diferenciam nesse caso, relacionados a massa e ao peso, respectivamente.

Figura 23: Mapa mental desenvolvido pela turma.



Fonte: a autora

Neste mapa mental, Figura 23, mesmo sendo uma construção coletiva, também podemos fazer algumas observações em relação a abordagem de Bruner. Nele há um indicativo de que a associação do movimento da pirueta aos principais conceitos abordados na sequência

didática aponta para a potência efetiva e economia e, ainda mostra a efetivação do currículo em espiral definida por Bruner.

Ao fim das atividades, os alunos ainda fizeram o questionamento sobre a alteração que teria ocorrido no corpo da professora, que nesta época estava no quinto mês de gestação. Segundo eles uma massa foi adicionada e estava concentrada na região do abdômen, o que poderia alterar o centro de massa do corpo e com isso, o ponto de equilíbrio. Esse questionamento pode ser um indício de que estavam conseguindo fazer relações dos conteúdos vistos com outras situações, possivelmente atingindo o nível de representação simbólica, ou mesmo a potência efetiva e economia propostos por Bruner.

Outro ponto questionado pelos alunos foi sobre o apoio das bailarinas e dos bailarinos sobre a ponta de um dos pés. Um grupo de meninos levantou e realizou giros com os dois pés no chão e com apenas um, para, segundo eles, sentir como seria o equilíbrio e a diferença na estabilidade, demonstrando a necessidade de testar o conceito estudado e de explorar novas possibilidades e alternativas acerca do tema tratado.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos analisar o trabalho com relação a elaboração, escrita, aplicação e com relação aos resultados da aplicação.

Sobre a elaboração, podemos dizer que o número de aulas e atividades propostas foi suficiente, não sendo muito extensa, para que o conteúdo do trimestre não fosse prejudicado, apesar de termos duas aulas a mais que o número previsto por conta do atraso no estudo e leitura dos gráficos, onde uma atividade mais minuciosa precisou ser feita, pois os alunos demonstraram grande dificuldade na interpretação dos gráficos.

O processo de escrita contou com três etapas, o estudo feito antes, as adaptações durante a aplicação do produto educacional, e o pós aplicação. É certo afirmarmos que a última etapa foi onde se obteve mais facilidade, pois tudo havia sido vivenciado. Por exemplo, a elaboração do capítulo: a física e alguns movimentos do balé clássico, foi facilitado depois que vivenciamos as atividades em sala com os alunos, pois a compreensão da relação foi mais clara e eficiente. Sendo essa uma consideração de que o produto educacional não causou mudanças apenas nos alunos, mas também nas nossas concepções, isto é, da presente autora, após a sua prática, melhorando a visão da física e provavelmente sua prática na dança, um exemplo de currículo em espiral.

Sobre os resultados, considerando a aprendizagem dos alunos, o principal a dizermos é que a turma foi muito receptiva, essa era uma das preocupações trazidas com o produto educacional, pois seu foco era em uma dança clássica que não é de acesso e conhecimento de todos da turma e que poderia gerar um certo desconforto e preconceito principalmente por parte dos meninos, o que não aconteceu, pelo contrário, foram os meninos que mais faziam proposições e pensavam em novas alternativas com relação ao movimento. Em geral, as alunas e os alunos mostraram grande interesse nas atividades experimentais, relatando que poucas vezes realizam atividades diferentes. Quando chegamos à sala, estavam curiosos e prontos para saber quais seriam seus desafios naquela aula.

A sequência das atividades e dos conteúdos foram pensados com base no currículo em espiral, e percebemos com os resultados que há indícios de sua efetivação porque um mesmo assunto foi revisitado com aprofundamentos diferentes, como por exemplo o conceito de massa, que foi visto inicialmente de forma menos abrangente e depois mais abrangente levando a discussões sobre a distribuição dessa massa, e os conceitos de velocidade angular sendo revistos em atividades diversas, experimentos e análises de vídeos.

Outro ponto da abordagem de Bruner foram os momentos de descoberta, valorizando a autonomia dos alunos, como por exemplo, na Aula 4, quando os alunos chegam à conclusão de que a diferença entre os cilindros está na distribuição de suas massas, e na Aula 6, quando respondem à questão final e descobrem o motivo de bailarinos e bailarinas abrirem ou fecharem os braços em determinados momentos de seus passos. No processo da aplicação do produto educacional tivemos indícios de diversos aspectos da abordagem de Bruner, durante momentos das discussões em grupos e com a turma toda, assim como nas respostas dos OQR.

É válido citarmos que o *Tracker* foi de grande auxílio, apesar de se tornar necessário um estudo prévio sobre ele, para compreendermos como gerar os gráficos e obter as informações precisas. Durante o processo, vídeos precisaram ser refeitos, pois, faltavam algumas especificações que poderiam ajudar no processo de marcação dos pontos e de calibração das medidas, por exemplo.

A questão foco do nosso trabalho relaciona a pirueta do balé com o momento angular explicado pela física, e como esse passo de dança poderia ajudar na compreensão do conceito. A sequência didática trouxe experimentos e análises de vídeos para auxiliar nessa relação, o que teve uma recepção positiva dos alunos, que participaram ativamente discutindo, criando hipóteses em diversas etapas e principalmente explorando alternativas durante as atividades experimentais.

REFERÊNCIAS

- BRASIL, MEC. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais de Educação Básica**. Brasília, 2013. 565p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=15548-d-c-n-educacao-basica-nova-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 30 mar. 2024.
- BRUNER, J. S. **Uma Nova Teoria de Aprendizagem**. 2a ed. Rio de Janeiro. Bloch. 1973.
- BUZAN, T. **Dominando a técnica dos mapas mentais: o guia completo de aprendizado e o uso da mais poderosa ferramenta de desenvolvimento da mente humana**. São Paulo: Cultrix, 2019.
- DURAN, J. A. R. **Mecânica geral. Volume único**. Rio de Janeiro. Fundação Cecierj, 2019. Disponível em: <https://canal.cecierj.edu.br/112019/71d6ace8aa7e635b68cec28952fd0f0c.pdf>. Acesso em 30 mar. 2024.
- REF. **Física 1: Mecânica**. 5ª. ed. 3ª. reimpr. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2005.
- HALLIDAY, D; RESNICK, R. & WALKER, J.. **Fundamentos de Física - Mecânica, Vol 1**, 10ª ed. LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora. 2016
- HEWITT, P. G. **Física Conceitual**. 12ª ed. São Paulo: Bookman, 2015.
- ILLERIS, Knud. **Teorias contemporâneas de aprendizagem**. Porto Alegre: Ed. Penso. 2013
- Matemática essencial**, 2020. Disponível em: <https://www.uel.br/projetos/matessencial/basico/geometria/circulos.html> . Acesso em 30 mar. 2024
- MEDEIROS, George Homer Barbosa. **Régua, compasso e pontos notáveis de um triângulo**. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2020. Disponível em: file:///Users/giovanasilva/Downloads/Reguacompasso-pontos_Medeiros_2020.pdf Acesso em 20 abr. 2024.

MICHA, Daniel Neves; FERREIRA, Mauro. **Física no esporte – Parte 1: saltos em esportes coletivos**. Revista Brasileira de Ensino de Física. 2013. v. 35, n. 3, p 3301-1 – 3301-9. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1Ve90NjGY8r2YJlfSMIKXVaXKQNGjgL3a/view?pli=1> Acesso em 08 ago. 2024.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo. Editora Pedagógica e Universitária. 1999.

MOYSÉS, C. **Física – Vol.1**. 4. Ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1995.

OKUNO, Emico; FRATIN, Luciano. *Desvendando a física do corpo humano: biomecânica*. 2. ed. Barueri: Manole, 2016.

PANTANO FILHO, Rubens. **A Dança e as Leis do Movimento: uma proposta para o ensino de Física**. 2024. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) – Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2024. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/20.500.14289/19710>. Acesso em 08 ago. 2024.

PETITE DANSE. **A física por trás do fouetté**. Publicado em: mai. 2019. Disponível em: <https://petitedanse.com.br/a-fisica-por-tras-do-fouette/>. Acesso em: 22 jun. 2023.

OPEN SOURCE PHYSICS (softwares com código aberto). *Tracker*. 2010. Disponível em: <https://www.compadre.org/osp/> . Acesso em 10 jan. 2024.

ORKIEL, Edenilson. **O uso de tecnologias de informação e comunicação no ensino de movimentos em duas dimensões: Lançamento de foguetes**. 2016. Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física) – Programa de Pesquisa em Ensino de Física, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa. Disponível em: <https://tede2.uepg.br/jspui/>. Acesso em 15 fev. 2024.

RIVERA, Félix ; NEVES, Juarenze; GONÇALVES, Dinei. **Traçados em Desenho Geométrico**. Rio Grande: editora da Furg, 389 p. 1986.

SIRIANI, Camila. **Perfil cinético do movimento pirouette do ballet clássico em bailarinas experientes e não experientes**. 22 f. Trabalho de conclusão de curso (bacharelado - Educação Física) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Biociências de Rio Claro, 2014. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/131799>. Acesso em 20 jul. 2023.

TIPLER, Paul A. e MOSCA, Gene, **FÍSICA para Cientistas e Engenheiros Volume 1**, Ed. LTC, Rio de Janeiro, 2009

TORRES, Ingrid. **A física do balé e da patinação artística**. Projeto EPA/UFRN. Ano XXI, número 56, jul/2021. Disponível em: <https://www.ufrn.br/imprensa/materias-especiais/49110/a-fisica-do-bale-e-da-patinacao-artistica>. Acesso em 20 jul. 2023.

VÁLIO, Adriana Benetti Marques; FUKUI, Ana; OLIVEIRA, Venerando Santiago de; MOLINA, Madson de Melo. **Ser Protagonista. Física. 1º ano**. 2. ed. São Paulo: SM – Edições Didáticos, 2015.

APÊNDICE A - DÊ UMA PIRUETA E ENTENDA UM POUCO DE FÍSICA



DÊ UMA PIQUETA E ENTENDA UM
POUCO DE FÍSICA



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA
POLO 35

PRODUTO EDUCACIONAL

DÊ UMA PIRUETA E ENTENDA UM POUCO DE FÍSICA

GIOVANA MARIA DA SILVA
ANDRÉ MAURÍCIO BRINATTI
JEREMIAS BORGES DA SILVA

PONTA GROSSA
2025

APRESENTAÇÃO

Este produto educacional é parte integrante da dissertação: Uso do balé clássico no ensino de física: uma sequência didática para o estudo de rotação, desenvolvido no âmbito do Programa de Pós Graduação em Ensino de Física, Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, Polo 35 – UEPG, como parte integrante dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Este trabalho tem a intenção de relacionar a física com o estudo de um movimento do balé clássico, a pirueta, conhecida e admirada por muitos. Os alunos em idade de ensino médio possuem menos contato com a arte, a ideia é aproximá-los e despertar o interesse não só no estudo da física, mas também na prática da dança.

O Balé clássico é uma arte que comove e enche os olhos do público desde o século XV, sendo inicialmente uma forma de entretenimento para a nobreza, que evoluiu e passou a cair no gosto da população. Atualmente, existem no mundo diversas escolas, com métodos diferentes e milhares de bailarinos. A dança auxilia no bem-estar, disciplina e desenvolvimento, podendo ser praticada a partir dos três anos de idade.

Os nomes usados no balé são de origem francesa, portanto, ao longo do trabalho veremos muitos deles. Apesar de sua origem na França, o aperfeiçoamento foi mais intenso na Rússia, tanto que o país se tornou sede também da maior e mais influente escola de balé do mundo, a Academia de Balé Bolshoi, fundada em 1776. Essa grande escola possui uma única filial, fundada no ano de 2000, aqui no Brasil, na cidade de Joinville – SC. A filial realiza anualmente um grande encontro, o festival de dança de Joinville, considerado o maior festival de dança do mundo pelo Guinness Book em 2022. Esse festival reúne bailarinos de diversos lugares do Brasil e do mundo, tanto que um dos autores, a professora que aplicou o produto, teve o privilégio de participar diversos anos como aluna, e um ano como professora em adaptações coreográficas. A cidade inteira, durante 10 dias, é pura arte, com palcos espalhados pelas praças e shoppings. Inicialmente, era apenas balé clássico, mas, com o passar dos anos, foi se aperfeiçoando e abrangendo as diversas modalidades de dança.

Tudo bem, história muito interessante, mas esse trabalho não seria voltado para física? Ou entramos em um programa de artes e não percebemos?

Se você é físico pode continuar, pois abordaremos os conceitos envolvidos nos movimentos de rotação. E se você é artista também, afinal, os truques de física podem ajudar a aprimorar suas técnicas, assim como entendê-las melhor. O trabalho será voltado para o uso do balé como auxiliador no ensino de física, com o foco no giro da pirueta.

As atividades foram elaboradas baseadas na abordagem de Bruner, levando em conta a autonomia dos alunos no processo de aprendizagem, fazendo com que cheguem à descoberta de assuntos abordados nos conteúdos. Foram elaboradas seis aulas, divididas em atividades experimentais, observacionais, análises e discussões em grupo, em turma e com a professora, e todas mediadas por ela. Foram feitos estudos no software de análise de vídeos, *Tracker*.

Imagine uma aula de balé onde a elegância da pirueta se encontra com a física, movendo-se em harmonia, ciência e arte se entrelaçam. Este produto educacional propõe exatamente isso: seis aulas cuidadosamente estruturadas que conectam conceitos físicos às técnicas do balé clássico.

Essa abordagem não só envolve os alunos de forma ativa, como também promove uma aprendizagem, alinhada aos princípios da abordagem construtivista de Bruner. Prepare-se para mergulhar em uma proposta educativa que ultrapassa as barreiras entre disciplinas, despertando curiosidade, criatividade e entendimento da física por meio do corpo em movimento.

Os autores.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – código de financiamento 001

SUMÁRIO DO PRODUTO EDUCACIONAL

1 INTRODUÇÃO	91
2 PLANEJAMENTO: PLANO DE UNIDADE E DE AULAS	93
2.1 PLANO DE UNIDADE	93
2.2 PLANOS DE AULA	97
3 ORIENTAÇÕES, QUESTIONÁRIOS E REGISTROS	104
3.1 OQR SEM RESPOSTAS	104
3.2 QUESTÕES COM AS RESPOSTAS PROVÁVEIS OU ACEITÁVEIS	111
4 A FÍSICA E ALGUNS MOVIMENTOS DO BALÉ CLÁSSICO	116
4.1 ALGUNS CENTRÓIDES	117
4.2 A MASSA E A DISTRIBUIÇÃO DELA	119
4.3 O MOVIMENTO DE ROTAÇÃO	124
4.4 O MOMENTO DE INÉRCIA E O MOMENTO ANGULAR	131
5 MANUAL DE MONTAGEM DOS EXPERIMENTOS E MATERIAIS UTILIZADOS	139
5.1 MATERIAIS USADOS NOS EXPERIMENTOS	139
5.2 VÍDEOS DISPONÍVEIS, VÍDEOS ELABORADOS E ANÁLISES	151
5.3 QUESTÕES FORNECIDAS POR MEIO DO FORMULÁRIO DO GOOGLE	166
5.4 CUSTOS	168
CONSIDERAÇÕES FINAIS	169
REFERÊNCIAS	170

1 INTRODUÇÃO

Podemos iniciar a análise no ponto mais simples no balé, um dos primeiros movimentos aprendidos, e para os bailarinos, algo considerado até natural, o *plié*, que consiste em flexionar as pernas e voltar a esticá-las, como na figura 1,

Figura 1- Realização do movimento *plié*, que consiste apenas em dobrar os joelhos e esticar novamente.



Fonte: a autora

Ele é o principal ajudante em saltos, definindo se será um grande salto ou pequeno, e partir para os mais complexos como os *fouettes*, que são giros sobre a ponta dos pés, com uma das pernas esticadas fazendo “laços” no ar. Do mais simples, aos mais difíceis, adivinha só quem pode explicar esses movimentos e as influências? Sim, a física.

Os passos que terão atenção especial neste trabalho serão três giros: *déboulés*, *fouettés* e *pirouettes*, porém, por questões de tempo reduzido, dedicaremos atenção a *pirouette*, que possui tradução e é conhecida como: pirueta. Veremos que são combinações de movimentos complexos das bailarinas e dos bailarinos que resultam em passos lindíssimos, e podem ser explicados por meio dos estudos do tema, dos assuntos e dos conceitos físicos.

Após uma busca sobre o tema, percebemos que pouco material tratava dele, ou havia se dedicado a estudá-lo. Como é um tema que acompanha a autora desde a infância, acreditamos que aprofundar nele, e levá-lo para a sala de aula com um olhar de dançarina e professora de física pode ser atraente também às alunas e aos alunos.

Atualmente, a realidade vivida pelos adolescentes acaba não sendo muito incentivadora da arte e da cultura. Então, o trabalho buscará mostrar para eles como esse mundo pode ser interessante, e os diversos assuntos que podem ser abordados do ponto de vista da física.

O foco do produto educacional em relação à física será nos giros, mais precisamente na pirueta, onde uma série de experimentos será realizada para que no fim da unidade os alunos possam compreender, por exemplo, a importância no movimento dos braços das bailarinas e dos bailarinos. A principal meta é chegarmos no conceito de momento angular e em como as duas variáveis, momento de inércia e velocidade angular, se relacionam quando tratamos da conservação desse momento. E para chegar nessa conservação, abordaremos os conceitos de: massa, centro de massa, centro geométrico, distribuição de massa, velocidade linear, velocidade angular, eixo de rotação, distâncias radiais e momento de inércia. Esse conteúdo será distribuído em seis aulas, que contaram com experimentos, atividades observacionais, uso do software *Tracker* em alguns experimentos, questionários, análises e discussões em grupo, em turma e com a professora, e todas mediadas por ela.

Esse produto educacional é composto por:

Planejamento – esse capítulo apresenta o plano de unidade e os planos de aula, deixando explícitos os objetivos para cada aula, as atividades realizadas e como elas são trabalhadas em sala, o referencial adotado e forma de avaliação.

OQR's – capítulo dedicado aos questionários usados com os alunos. Sendo composto pelo material com as respostas prováveis/esperadas e com o material para o aluno, com as orientações para realização das atividades.

A física e alguns movimentos do balé clássico – neste capítulo trazemos os conceitos físicos que auxiliarão o professor na relação da física com o balé clássico, tendo como enfoque a pirueta e, portanto, movimentos de rotação e os assuntos e conceitos associados.

Manual de montagem dos experimentos e materiais utilizados – contém a apresentação do material utilizado, como montagem dos experimentos confeccionados, endereços dos vídeos que são disponíveis na internet, descrição das análises feitas no *Tracker* e também uma tabela de custo para a confecção do material.

2 PLANEJAMENTO: PLANO DE UNIDADE E DE AULAS

O presente capítulo traz o plano de unidade da sequência didática e os respectivos planos de aula elaborados para que o produto educacional seja aplicado em sala de aula. Os conteúdos e atividades foram pensados para uma aplicação em seis aulas, portanto, nosso plano de unidade abrange um grupo de seis aulas com duração de 50 minutos cada.

2.1 PLANO DE UNIDADE

Aqui apresentamos o plano de unidade da sequência didática que faz parte do produto educacional: Dê uma pirueta e entenda um pouco de física.

PLANO DE UNIDADE

1. IDENTIFICAÇÃO

CURSO: Ensino Médio

DISCIPLINA: Física

CARGA HORÁRIA: 6 H.A.

ANO LETIVO: 2024

PROFESSORA: Giovana Maria da Silva

2. TEMA

Movimento de rotação na pirueta do balé

3. EMENTA

- a) Massa
- b) Centro de massa
- c) Velocidade angular
- d) Velocidade tangencial
- e) Inércia rotacional
- f) Momento angular

4. COMPETÊNCIAS

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar

causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções com base nos conhecimentos de diversas áreas (Brasil, 2017).

5. HABILIDADES

(EM13CNT101) Analisar e representar as transformações e conservações em sistemas que envolvam quantidade de matéria, de energia e de movimento para realizar previsões em situações cotidianas

6. OBJETIVOS

6.1 GERAL

- Compreender como a física e a pirueta do balé clássico estão relacionadas.

6.2 ESPECÍFICOS

- Compreender o conceito de centro de massa.
- Investigar como a distribuição de massa de um corpo varia o seu ponto de equilíbrio – centro de massa.
- Identificar as velocidades presentes em movimentos rotacionais.
- Associar as atividades experimentais com os braços das bailarinas durante os giros.
- Elaborar um mapa mental que ilustre os conceitos estudados e sua relação com a pirueta do balé.

7. CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

Aula 1 – Centro de massa e centro geométrico

Aula 2 – A distribuição de massa

Aula 3 – Velocidade angular e velocidade tangencial

Aula 4 – A distribuição de massa de um corpo e sua velocidade

Aula 5 – Sentindo o momento angular

Aula 6 – A física e a pirueta

8. METODOLOGIA

8.1 Fundamentação teórica

Em relação ao processo de ensino e de aprendizagem – a base do plano de unidade, dos planos de aula e do direcionamento das atividades segue o referencial da abordagem de Bruner, em seus diversos pontos e aspectos. Tendo como ponto principal a ideia da redescoberta, sempre levando os alunos a chegar as respostas e conclusões com suas experiências e discussões. Leva em consideração também o chamado currículo em espiral, que tem como objetivo rever

um mesmo assunto com diversos níveis de aprofundamento, sempre ampliando os detalhes e a complexidade.

A distribuição das atividades também aborda os modos de representação sugeridos por Bruner, sendo elas: ativa, icônica e simbólica. Os alunos terão contato com vários materiais e realizar as diversas atividades propostas a fim de relacionar com o movimento da pirueta do Balé Clássico.

Exploraremos principalmente a ativa, onde as experiências serão levadas em consideração e realizadas pelos alunos. O plano levará em conta também os três estágios proposto por Bruner: ativação, manutenção e direção. Lembrando que, de acordo com ele, os desafios não podem ser muitos fáceis e nem muito difíceis, a ponto de causar desinteresse nos alunos.

Em relação ao tema de física envolvido – que aborda o movimento da pirueta do Balé Clássico indicamos ao leitor o Capítulo 5 deste produto educacional: A física e alguns movimentos do balé clássico.

8.2 Fundamentação procedimental:

A abordagem da professora ou do professor deve ser com o papel de auxiliador(a), guiando os alunos durante as atividades, mas sem entregar os conceitos, incentivando a descoberta e construção de conceitos por eles mesmos.

Apesar de cada aluno responder seu próprio OQR, as atividades experimentais devem ser feitas em grupos, e nos momentos de análise poderão se reunir para discutir e debater sobre os experimentos realizados, vídeos apresentados e assistidos ou resultados mostrados nos gráficos por meio do software Tracker.

8.3 Metodologia de análise:

A análise dos resultados será feita usando os OQR's propostos para cada aula e as observações feitas durante as atividades. Nos OQR's, para cada questão, haverá uma resposta esperada, e com base nessa serão feitas as análises das respostas dos alunos. Acreditamos que os alunos podem escrever usando palavras semelhantes, mas não as mesmas propostas, teremos as palavras-chave que serão procuradas nas respostas dos alunos e suas similitudes. Levaremos em conta nessas análises a porcentagem com que as palavras ou suas semelhantes surgem nas respostas dos alunos, quanto maior a porcentagem, maior é o número de alunos que as usou.

As questões propostas foram pensadas de forma que ao finalizar o OQR cheguem sempre à ideia central do assunto e ou conceito trabalhado na aula.

Outro ponto importante de análise serão os momentos de discussões dos alunos em seus grupos, participação nas atividades experimentais e nos debates com a turma toda, momentos onde os alunos levantavam hipóteses sobre os fenômenos e eventos observados, buscando descobrir suas causas.

9. AVALIAÇÃO.

Será feita de forma qualitativa e quantitativa:

Quantitativa: com base nas respostas dos alunos nos OQR, e as porcentagens de uso das palavras-chave ou similitudes.

Qualitativa: com base nas participações durante as discussões com a turma sobre as atividades realizadas, participações nas atividades experimentais e colaboração durante a elaboração do mapa mental da turma.

Apesar de realizarem algumas das atividades em grupos, haverá um tempo para discutirem sobre as questões, e cada aluno deverá responder seus próprios OQR.

10. BIBLIOGRAFIA CONSULTADA E RECOMENDADA

GREF. **Física 1: Mecânica**. 5ª. ed. 3ª. reimpr. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2005.

HALLIDAY, D; RESNICK, R. & WALKER, J. . **Fundamentos de Física - Mecânica, Vol 1**, 10ª ed. LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora. 2016

HEWITT, P. G. **Física Conceitual**. 12ª ed. São Paulo: Bookman, 2015.

TIPLER, Paul A. e MOSCA, Gene, **FÍSICA para Cientistas e Engenheiros Volume 1**, Ed. LTC, Rio de Janeiro, 2009

2.2 PLANOS DE AULA

Aqui apresentamos os planos de aula da sequência didática que faz parte do produto educacional: Dê uma pirueta e entenda um pouco de física.

Plano de Aula 1

I. Plano de Aula²

Data:

II. Dados de Identificação:

Instituição:

Professor (a):

Disciplina: Física

Tempo previsto: 50 minutos

III. Assunto:

Centro de massa e centro geométrico

IV. Objetivos:

Relembrar as definições de corpo rígido e massa.

Compreender o conceito de centro de massa.

Justificar o equilíbrio do pássaro.

V. Referencial teórico

Detalhes do referencial estão explícitos no plano de unidade.

VI. Conteúdo

Centro Geométrico.

Centro de Massa.

Distribuição de Massa.

VII. Desenvolvimento da aula

A aula será dividida em partes, possuindo: questionário, experimentos e discussões.

Sendo atividades de prática, de percepção e de observação.

² Os itens I e II dos planos de aula são iguais para as demais aulas, portanto, não serão repetidos.

A primeira atividade consiste em desafiá-los a encontrar o centro geométrico de quatro formas: quadrado, retângulo, círculo e triângulo. Não serão fornecidas dicas para a realização dessa atividade, ou seja, os alunos deverão conversar em seus grupos sobre como chegar às respostas.

A segunda atividade tem como partida a apresentação de um brinquedo chamado pássaro equilibrista, que consiste em uma ave que fica equilibrada apenas pela ponta do seu bico em uma superfície estreita. Novamente, será um desafio para os alunos, dessa vez, deverão explicar como o pássaro está preso na superfície e o porquê de balançar e não cair, suas respostas individuais, mesmo que as discussões tenham sido feitas em grupo, serão anotadas no OQR 2. A ideia é que relacionem o formato do pássaro com o triângulo da atividade anterior, percebendo que aquele deve ser seu centro geométrico.

Lembrando que em todas as atividades os alunos terão questões dos OQR's para responder e quando finalizarem as repostas dessa última atividade, realizaremos uma discussão sobre os assuntos abordados nas atividades relacionadas.

VIII. Recursos didáticos

Formas geométricas, pássaro equilibrista, quadro, pastas com registros dos OQR.

IX. Avaliação

Detalhes da avaliação estão explícitos no plano de unidade.

Plano de Aula 2

III. Tema:

A distribuição de massa

IV. Objetivos:

- Localizar os pontos de equilíbrio dos bastões
- Investigar o motivo da diferença nos pontos de equilíbrio
- Associar as atividades realizadas nas duas aulas

V. Referencial teórico

Detalhes do referencial estão explícitos no plano de unidade.

VI. Conteúdo

Distribuição de massa

VII. Desenvolvimento da aula

A primeira etapa para esta aula será solicitar que os alunos respondam um questionário, com o objetivo de mostrar para eles o foco do trabalho, que será relacionar física e

balé clássico, e deixá-los curiosos sobre como os temas podem ser relacionados. O formulário servirá também como uma pesquisa inicial da predisposição e interesse dos alunos sobre o tema, abordando também o que eles previamente conhecem sobre a dança do Balé Clássico.

A segunda etapa o conceito de massa será abordado novamente, assim como na aula anterior, porém, desta vez como o foco em como a distribuição da massa pode influenciar no centro de massa de um corpo. A atividade consistirá em dividir os alunos em grupos, entregar os bastões com massas distribuídas de forma desigual, e pedir para que equilibrem os canos em um de seus dedos, de forma horizontal. A intenção é que percebam que o ponto de equilíbrio será diferente para cada um dos bastões.

Por meio do OQR que fecha a aula, temos um desafio em que os alunos devem relacionar a atividade desenvolvida na aula com as da aula anterior, onde o foco foi o centro geométrico e o centro de massa.

VIII. Recursos didáticos

Bastões de mesma massa e distribuições diferentes, computadores, pastas com registros dos OQR.

IX. Avaliação

Detalhes da avaliação estão explícitos no plano de unidade.

Plano de Aula 3

III. Assunto:

Velocidade angular e velocidade tangencial

IV. Objetivos:

- Identificar as velocidades presentes em movimentos rotacionais.
- Associar as rotações da plataforma com os braços das bailarinas durante os giros.
- Comparar os deslocamentos realizados nas duas velocidades analisadas.

V. Referencial teórico

Detalhes do referencial estão explícitos no plano de unidade.

VI. Conteúdo

Velocidade angular

Velocidade tangencial

VII. Desenvolvimento da aula

O início da aula será com demonstrações de vídeos dos giros, pedindo para que os alunos analisem os braços dos dançarinos e das bailarinas, e procurem diferenças em seus giros quando estão abertos ou fechados.

A parte experimental contará com o uso de uma plataforma giratória com duas moedas distribuídas, uma próxima do eixo de rotação da plataforma e outra mais distante do eixo. Os alunos realizarão alguns giros na plataforma, para entender o que acontece com as moedas. Solicitamos para que gravem algum desses giros, com seu próprio aparelho, e respondam algumas questões dos formulários, presentes em suas pastas. Após as análises dos alunos de seus vídeos gravados, serão orientados a tirar a fita que estava anteriormente fixando as moedas na plataforma, na intenção de que agora elas acabem sendo deslocadas pela plataforma, também haverá questões sobre essa etapa para que respondam.

Para finalizar, apresentamos uma primeira análise de vídeo do software *Tracker*, a plataforma giratória e discos com velocidade angular aproximadamente constante, onde os alunos poderão entender melhor as influências das velocidades com relação a proximidade do eixo, e observarão e analisarão os gráficos associados aos movimentos apresentados nos experimentos.

VIII. Recursos didáticos

Vídeos disponíveis no Youtube, plataforma giratória e moedas, vídeo da plataforma giratória e moedas com velocidade angular aproximadamente constante, pastas com registros dos OQR, computador, projetor.

IX. Avaliação

Detalhes da avaliação estão explícitos no plano de unidade.

Plano de Aula 4

III. Assunto:

A distribuição de massa de um corpo e sua velocidade.

IV. Objetivos:

- Descrever os eventos observados na corrida dos cilindros em seus questionários.
- Investigar a relação dos cilindros com os bailarinos(as).

V. Referencial teórico

Detalhes do referencial estão explícitos no plano de unidade.

VI. Conteúdo

Inércia rotacional.

VII. *Desenvolvimento da aula*

A atividade dessa aula será voltada para a distribuição de massa em corpos com as mesmas dimensões, porém, cada um com a concentração de massa em uma região diferente, os cilindros gêmeos. Os corpos terão formato cilíndrico, e as massas serão distribuídas da seguinte forma: 1) com a massa concentrada em toda lateral do cilindro; 2) com a massa distribuída pelo eixo de rotação e paralelo a altura do cilindro; 3) e a última com a massa distribuída por todo o cilindro. A prática será uma corrida dos três cilindros por meio de uma rampa, onde os três não chegarão ao mesmo tempo. A atividade será desenvolvida sem que os alunos tenham acesso a distribuição de massa dos cilindros, sendo a chegada a essa conclusão, o ponto de descoberta, uma vez que as investigações dos alunos são o ponto principal, e sendo sempre guiados e levando a responder o primeiro OQR proposto para essa aula.

Na segunda atividade farão medidas das dimensões dos cilindros e usarão uma balança para determinar as suas massas. E na última atividade contamos como os cilindros estão montados e, então, os alunos deverão discutir sobre qual deles é o que deve ter chegado antes, seguido pelos demais.

Todas as etapas descritas contarão com questões em seus OQR, e com as orientações necessárias para que tudo corra como planejado e que como defendido por Bruner, os desafios não sejam impossíveis, causando o desinteresse dos alunos.

VIII. *Recursos didáticos*

Cilindros gêmeos, pasta com registros dos OQR, computador.

IX. *Avaliação*

Detalhes da avaliação estão explícitos no plano de unidade.

Plano de Aula 5

III. Assunto:

Sentindo o momento angular

IV. *Objetivos:*

- Identificar a variação da velocidade angular na cadeira giratória
- Comparar a disposição dos braços com a atividade dos cilindros

V. Referencial teórico

Detalhes do referencial estão explícitos no plano de unidade.

VI. Conteúdo

Momento angular.

VII. Desenvolvimento da aula

Nessa aula, os alunos se tornarão os materiais do experimento ao invés de utilizar cilindros, bastões ou moedas. Serão convidados a sentir a influência do momento angular em seus corpos. Como pedir para que realizem uma pirueta com balé é algo difícil para muitos, algumas cadeiras giratórias serão levadas e os alunos farão a brincadeira de girar nelas.

Primeiramente, farão os giros de braços abertos, depois com os braços fechados, e um terceiro com o movimento de fechar o braço após o início do giro. Uma segunda etapa será com halteres, colocando uma massa a mais em seus movimentos e, novamente, farão os três tipos de giros, fazendo a diferenciação dos movimentos sem e com a massa adicional.

A intenção da atividade é que percebam em seu próprio corpo toda a união das atividades anteriores, ou seja, a ideia da distribuição de massa e a variação dessa massa quando os halteres são adicionados ao movimento, como será a velocidade da rotação quando essa massa é aproximada do corpo e quando ela está distante.

Durante as realizações das atividades serão orientados pelos OQR, onde terão também questionários a serem respondidos.

O fim dessa aula, analisaremos um vídeo com vista superior de um giro na cadeira giratória, onde os alunos poderão ver nos gráficos as variações de velocidade angular com braço aberto e fechado, que acabaram se sentir na cadeira. Essa atividade também conta com um OQR.

VIII. Recursos didáticos

Vídeo da cadeira giratória e corpos de provas, cadeiras giratórias e halteres, pastas com registros dos OQR, computador, projetor

IX. Avaliação

Detalhes da avaliação estão explícitos no plano de unidade.

Plano de Aula 6

III. Tema:

A física e a pirueta.

IV. Objetivos:

- Relembrar as discussões das aulas anteriores
- Discutir sobre os assuntos e relacioná-los
- Elaborar um mapa mental que ilustra os conceitos estudados e sua relação com a pirueta do balé

V. Referencial teórico

Detalhes do referencial estão explícitos no plano de unidade.

VI. Conteúdo

Inércia rotacional

Momento angular

VII. Desenvolvimento da aula

Nesta aula faremos a ligação de todos os assuntos vistos com o movimento da pirueta do Balé Clássico, fechando a unidade com uma assembleia, pedindo sempre pela participação dos alunos e abrindo o espaço para que compartilhem suas observações, comentários, hipóteses e considerações.

Os alunos assistirão vídeos de alguns giros do Balé Clássico, além da pirueta, para que analisem a diferença na configuração do corpo da bailarina em cada um deles. E o último vídeo será o do movimento da pirueta, dessa vez, com vista superior para gerar os gráficos no *Tracker* e entender o movimento, a diferença de velocidade angular com braços abertos e fechados.

Ao final, solicitamos a construção de um mapa mental, realizado durante a assembleia, um para toda a turma, onde o ponto central será o movimento da pirueta e sua relação com os assuntos, movimentos e conceitos estudados.

VIII. Recursos didáticos

Vídeos da bailarina, pastas com registros dos OQR, quadro, computador, projetor.

IX. Avaliação

Detalhes da avaliação estão explícitos no plano de unidade.

3 ORIENTAÇÕES, QUESTIONÁRIOS E REGISTROS

Neste capítulo estão disponíveis os formulários de Orientações, Questionários e Registros (OQR) e tem como embasamento o trabalho, também de mestrado profissional em ensino de física de Simão (2019). Os OQR foram elaborados para ser um guia para os alunos durante as atividades, contando com orientações, ou seja, sequências que devem ser seguidas, ou como no caso deste trabalho, como a atividade deve ser feita. Os questionários são as perguntas que permeiam a atividade. E os registros serão os apontamentos ou observações dos alunos, acerca da atividade ou do conceito que ela aborda, portanto, será um espaço preenchido de acordo com a preferência dos alunos, com sua utilização pelos alunos sendo opcional.

Na sequência, apresentamos os OQR da seguinte maneira: a primeira sequência de OQR são sem as respostas, para a impressão e uso direto pelos alunos(as) nas aulas do professor(a) que escolher aplicar o produto educacional, e a segunda sequência de OQR são os mesmos OQR, mas com as respostas esperadas pelo(a) professor(a).

3.1 OQR SEM RESPOSTAS

Esta parte é dedicada ao material que poderá ser impresso para os alunos responderem, serão 11 atividades, todas contando as três etapas do OQR – orientações, questionários e registros.

Vale ressaltar que a etapa orientações conta com as dicas para realização das atividades, o que deve ser feito e como isso deve ser feito. As questões questionários, estão todas em sequência e, por opção, não foram feitas linhas nesta etapa, deixando apenas o espaço para respostas. A seção registros, ficou como um espaço aberto para os alunos, onde podem fazer comentários sobre a atividade ou conceito estudado.

As impressões podem ser feitas em meia folha, mas podem ser adaptadas de acordo com a preferência. Por conta dessa escolha, os espaços de resposta podem ser insuficientes para alguns alunos, mas podem utilizar o verso da folha.

Seguem os OQR prontos para impressão em meia folha.

Atividade 1 – O centro

Orientações: Pegar um recorte de cada formato (quadrado, retângulo, círculo e triângulo), e encontrar o ponto que representa o seu centro geométrico.

Questões: (espaço das respostas).

- 1) Como você encontrou o centro do quadrado?
- 2) Como você encontrou o centro do retângulo?
- 3) Como você encontrou o centro do círculo?
- 4) Como você encontrou o centro do triângulo?
- 5) Qual a definição de massa?
- 6) Para as quatro formas geométricas, como a massa era distribuída?

Registros: Esse espaço é reservado para suas anotações, observações ou comentários.

Atividade 2 – O pássaro

Orientações: Observar o pássaro atentamente e o seu movimento quando tocado pelo(a) professor(a).

Questões:

- 1) Ele balança e não cai, por quê?
- 2) Qual é o formato do pássaro?
- 3) Você associa o formato do pássaro com alguma das formas geométricas da atividade anterior?
- 4) O pássaro está apoiado pela ponta do bico, por quê?

Registros: Esse espaço é reservado para suas anotações, observações ou comentários.

Atividade 3 – Os bastões

Orientações: Nesta etapa, vocês deverão se organizar para apoiar os bastões em um dedo, de modo que ele fique praticamente parado em seu dedo. Em cada bastão vocês podem fazer uma marca no ponto em que conseguiram pará-lo.

Questões:

- 1) Conseguiram parar todos os bastões?
- 2) Todos os bastões ficaram parados com a mesma marcação?
- 3) Como foram as posições em que ficaram parados?
- 4) Pensando nas três atividades, como as relacionaria?
- 5) Como chamaria o ponto em que o pássaro equilibrista fica parado?
- 6) Como chamaria o ponto em que os bastões ficaram parados?

Registros: Esse espaço é reservado para suas anotações, observações ou comentários.

Atividade 4 – As piruetas

Orientações: Assistir atentamente os vídeos de alguns passos de dança, apresentados pelo(a) professor(a).

Questões:

- 1) Que parte do corpo dos bailarinos se mantém inalterada durante os giros?
- 2) Que parte do corpo dos bailarinos se altera durante os giros?
- 3) Como você explica a necessidade dessa alteração?
- 4) O que muda no giro quando os bailarinos fazem essa alteração?

Registros: Esse espaço é reservado para suas anotações, observações ou comentários.

Atividade 5 – O giro

Orientações: Agora vocês usarão a plataforma giratória para realizar as atividades. Em seus grupos, girem essa plataforma em diversas velocidades. Deverão gravar um dos giros com os seus celulares, para posteriormente responder as questões propostas.

Questões:

- 1) Como era a posição das duas moedas?
- 2) Perceberam alguma diferença no movimento das duas?
- 3) Assistam o vídeo feito por vocês, e percebam atentamente o movimento das moedas. O que chama a atenção nas duas?

Registros: Esse espaço é reservado para suas anotações, observações ou comentários.

Atividade 6 – A fuga

Orientações: As moedas estavam coladas sobre a plataforma, agora vocês deverão retirar a fita que as prendia e colocá-las novamente em posições parecidas com as de antes. Realizem giros em velocidades: lentas, médias e rápidas.

Questões:

- 1) Com os giros lentos, qual foi o comportamento das moedas?
- 2) Em giros com velocidade intermediária, foi diferente do lento? O que aconteceu agora?
- 3) Nos giros rápidos, o que acontece com as moedas?

Registros: Esse espaço é reservado para suas anotações, observações ou comentários.

Atividade 7 – A corrida

Orientações: Encontrar ou criar uma rampa, que não seja muito curta, seu ângulo não precisa ser muito grande. Deverão colocar os cilindros juntos no topo, porém, não encostando um no outro, e soltá-los ao mesmo tempo. Realizar essa corrida pelo menos três vezes, podendo ou não variar a rampa. **É importante que os cilindros não sofram um forte impacto quando atingirem a base, pois podem ser danificados, e sua estrutura interna alterada.**

Questões:

- 1) Nas corridas realizadas, que pontos chamaram atenção?

- 2) Perceberam alguma diferença nos cilindros?

- 3) Houve um cilindro “ganhador”? O que ele tinha de diferente?

Registros: Esse espaço é reservado para suas anotações, observações ou comentários.

Atividade 8 – Os gêmeos

Orientações: Realizar medidas da altura, diâmetro e massa dos cilindros que receberam.

Questões:

- 1) De acordo com as medidas realizadas, qual conclusão vocês chegaram sobre os cilindros?

- 2) Perceberam alguma diferença entre os três?

- 3) Como você explica eles chegarem em tempos diferentes ao fim da rampa?

- 4) Após a explicação sobre como foram montados, qual deles acreditam que chegou primeiro?

Registros: Esse espaço é reservado para suas anotações, observações ou comentários.

Atividade 9 – A cadeira

Orientações: Vocês deverão se sentar na cadeira e um dos colegas deverá girar a cadeira, realizem giros com braços abertos e fechados. Depois farão giros novamente com anilhas nas mãos, aproximando e afastando os braços do corpo.

Questões:

- 1) Ainda nos giros sem a anilha, qual a diferença de velocidade angular com os braços abertos e com os braços fechados?
- 2) Como a anilha modificou esses giros?
- 3) De que forma a velocidade foi alterada com a anilha nas mãos?
- 4) Como foi a velocidade angular com os braços próximos e afastados do corpo?

Registros: Esse espaço é reservado para suas anotações, observações ou comentários.

Atividade 10 – Analisando

Orientações: Assistir atentamente ao vídeo apresentado pelo(a) professor(a) e responder as questões a seguir.

Questões:

- 1) Em que momentos conseguem perceber variação na velocidade angular do professor?
- 2) Onde o movimento foi mais rápido?
- 3) Onde o movimento foi mais lento?

Registros: Esse espaço é reservado para suas anotações, observações ou comentários.

Atividade 11 – O balé

Orientações: Assistir atentamente aos vídeos apresentados pelo(a) professor(a) e responder as questões a seguir.

Questões:

- 1) No instante em que a professora possui maior velocidade angular, qual a posição dos braços?
- 2) O que essa modificação nos braços muda na disposição de massa da professora?
- 3) Como podemos associar os braços da professora durante o giro, com as atividades experimentais, dos cilindros e das moedas?
- 4) Qual o truque da professora, de acordo com a conservação do momento angular, para diminuir a velocidade angular?

Registros: Esse espaço é reservado para suas anotações, observações ou comentários.

3.2 QUESTÕES COM AS RESPOSTAS PROVÁVEIS OU ACEITÁVEIS

Esta parte é dedicada ao uso do(a) professor(a), contando apenas com as questões dos OQR e as respostas prováveis ou aceitáveis (RPA).

1ª OQR - O centro

- 1) Como você encontrou o centro do quadrado?

RPA: Dobrando o quadrado, ou fazendo medidas, como por exemplo, usando uma régua.

- 2) Como você encontrou o centro do retângulo?

RPA: Dobrando o retângulo, ou fazendo medidas, como por exemplo, usando uma régua.

- 3) Como você encontrou o centro do círculo?

RPA: Dobrando linhas cruzadas, que serão do tamanho do diâmetro do círculo, o ponto onde essas linhas se sobrepõem será o centro, ou fazendo medidas com uma régua.

- 4) Como você encontrou o centro do triângulo?

RPA: Traçando três medianas, cada uma saindo de um vértice do triângulo. O ponto onde as três se sobrepõem será o centro, conhecido como baricentro.

- 5) Qual a definição de massa?

RPA: É uma das propriedades físicas da matéria, podendo ser entendida como a expressão de sua inércia, ou quantidade de matéria presente em um corpo.

- 6) Para as quatro formas, como a massa era distribuída?

RPA: Igualmente, nenhum ponto das folhas possui mais massa.

2ª OQR - O pássaro

- 1) Ele balança e não cai, por quê?

RPA: Se encontra em equilíbrio estável, sempre que há uma perturbação, oscila, voltando à posição inicial de equilíbrio, e coincidentemente, se considerarmos sua distribuição de massa, o ponto em que está equilibrado, seria seu centro de massa.

- 2) Qual é o formato do pássaro?

RPA: Possui três pontas, aproximadamente e semelhante a um triângulo.

- 3) Você associa o formato do pássaro com alguma das formas da atividade anterior?

RPA: Semelhante a um triângulo.

- 4) O pássaro está apoiado pela ponta do bico, por quê?

RPA: Se pensarmos como no triângulo, esse seria seu baricentro, seu centro geométrico, coincidindo com o seu centro de massa e o centro de gravidade.

3ªOQR - Os bastões

- 1) Conseguiram parar todos os bastões?

RPA: Conseguimos, mas em pontos diferentes

- 2) Todos os bastões ficaram parados com a mesma marcação em seu dedo?

RPA: Não, foram posições diferentes.

- 3) Como foram as posições em que ficaram parados?

RPA: Possuíam 3 variações, um parou bem no centro, outro mais próximo da ponta e outro entre esses dois.

- 4) Pensando nas três atividades, como as relacionaria?

RPA: Nas três atividades precisamos pensar nos conceitos de equilíbrio e massa.

- 5) Como chamaria o ponto em que o pássaro fica parado?

RPA: Centro de massa.

- 6) Como chamaria o ponto em que os bastões ficaram parados?

RPA: Ponto de equilíbrio.

4ªOQR - As piruetas

- 1) Que parte do corpo dos bailarinos se mantém inalterada durante os giros?

RPA: A perna de base e o tronco, assim como sua cabeça, que só realiza o movimento de giro.

- 2) Que parte do corpo dos bailarinos se altera durante os giros?

RPA: Braços e perna usada no impulso, que sobe e desce em um passê.

- 3) Como você explica a necessidade dessa alteração?

RPA: A principal influência da perna de impulso, é para que o bailarino consiga realizar o giro e colocar o corpo em movimento. Já a variação nos braços surge para auxiliar no aumento e redução da velocidade do giro.

- 4) O que muda no giro quando os bailarinos fazem essa alteração?

RPA: Fecha o braço, aumentando a velocidade, abre os braços, diminuindo a velocidade e sobe a perna para pegar impulso no giro, desce a perna para finalizar o giro.

5ªOQR - O giro

- 1) Como era a posição das duas moedas?

RPA: Uma estava próxima do centro da plataforma e outra mais distante, próximo a borda.

- 2) Perceberam alguma diferença no movimento das duas?

RPA: Uma parece mais rápida que a outra, sendo a da borda parecendo mais rápida, e a do centro, mais lenta e por vezes até parada.

- 3) Assistam o vídeo feito por vocês, e percebam atentamente o movimento das moedas. O que chama a atenção nas duas?

RPA: A próxima do centro parece ter uma velocidade de giro menor, a de fora parece ter uma velocidade maior, ou seja, apesar de estarem na mesma plataforma, parecem ter velocidades de giro diferentes, o que nos dá a impressão também de uma estar em movimento e a outra parada.

6ªOQR – A fuga

- 1) Com os giros lentos, qual foi o comportamento das moedas?

RPA: Se o giro foi bem lento, as moedas não parecem se deslocar na plataforma, porém, alguns podem ter visto a mais externa se deslocar sutilmente.

- 2) Em giros com velocidade média, foi diferente do lento? O que aconteceu agora?

RPA: A moeda de fora é arremessada da plataforma.

- 3) Nos giros rápidos, o que acontece com as moedas?

RPA: As duas moedas são arremessadas da plataforma.

7ªOQR - A corrida

- 1) Nas corridas realizadas, que pontos chamaram atenção?

RPA: Não chegam juntos, ou seja, na mesma rampa eles desempenham movimentos diferentes, sendo um mais rápido, um intermediário e um mais lento.

- 2) Perceberam alguma diferença entre os três?

RPA: No formato não, mas os três chegavam em tempos diferentes no fim da rampa.

- 3) Houve um cilindro “ganhador”? O que ele tinha de diferente?

RPA: Um sempre chegava antes, a massa parece diferente.

8ªOQR - Os gêmeos

- 1) De acordo com as medidas realizadas, qual conclusão vocês chegaram sobre os cilindros?

RPA: Eles possuem dimensões e massas iguais.

- 2) Perceberam alguma diferença entre os três?

RPA: Não, são iguais.

- 3) Como você explica eles chegarem em tempos diferentes ao fim da rampa?

RPA: Os três possuíam a mesma massa, porém, todos com distribuições diferentes.

- 4) Após a explicação sobre como foram montados, qual deles acham que chegou primeiro?

RPA: O que tinha a concentração de massa mais próxima do centro.

9ªOQR - A cadeira

- 1) Ainda nos giros sem a anilha, qual a diferença de velocidade com os braços abertos e com os braços fechados?

RPA: Braços abertos gira mais devagar, ou seja, velocidade angular menor, e fechados gira rápido, ou seja, velocidade angular maior.

- 2) Como a anilha modificou esses giros?

RPA: Aumentou a velocidade angular com braço fechado e reduziu a velocidade angular com os braços abertos.

- 3) De que forma a velocidade foi alterada com a anilha nas mãos?

RPA: A velocidade aumentou pelo fato de termos adicionado uma massa ao corpo.

- 4) Como foi a velocidade com os braços próximos e afastados do corpo?

RPA: Próximos do corpo foi mais rápido, afastado foi mais lento.

10ªOQR – Analisando

- 1) Em que momentos conseguem perceber variação na velocidade do giro do professor?

RPA: Quando ele modifica a posição dos braços, abrindo e fechando.

- 2) Onde o movimento foi mais rápido?

RPA: Quando ele fecha os braços.

- 3) Onde o movimento foi mais lento?

RPA: Quando ele abriu os braços.

11ªOQR - O balé

- 1) No instante em que a professora possui maior velocidade angular, qual a posição dos braços?

RPA: Estavam fechados.

- 2) O que essa modificação nos braços muda na disposição de massa da professora?

RPA: Aproxima a massa dos braços do eixo de rotação, concentrando a distribuição de massa mais próxima. Já com os braços abertos a massa fica mais afastada.

- 3) Como podemos associar os braços da professora durante o giro, com as atividades experimentais, dos cilindros e das moedas?

RPA: Quando ela está com os braços fechados diminui o seu momento de inércia e aumenta sua velocidade angular. Pensando nas atividades, podemos relacionar com a moeda no centro, próxima ao eixo de rotação da plataforma e com o cilindro que possuía a maior parte da massa concentrada no centro, próximo ao eixo de rotação do cilindro.

- 4) Qual o truque da professora, de acordo com a conservação do momento angular, para diminuir a velocidade angular?

RPA: Abrir os braços, ou seja, afastar uma parte da massa do centro, deixando-a mais distribuída para aumentar o seu momento de inércia e conseqüentemente, diminuir a velocidade angular, mantendo o momento angular constante.

4 A FÍSICA E ALGUNS MOVIMENTOS DO BALÉ CLÁSSICO

Esse capítulo é dedicado a relacionar a pirueta, com os conceitos físicos que foram abordados durante as aulas da sequência didática constante na unidade didática do produto educacional.³

Se pensarmos na dança clássica, veremos que a mecânica toda poderia ser estudada com base nela, porém, isso seria trabalho de um ano letivo inteiro. Dessa forma, podemos iniciar a análise no ponto mais simples no balé, um dos primeiros movimentos aprendidos, e para os bailarinos, algo considerado até natural, o *plié*, que consiste em flexionar as pernas e voltar a esticá-las, como na Figura 2. Ele é o principal ajudante em saltos, definindo se será um grande salto ou pequeno. E, então, podemos partir para os movimentos mais complexos como os *fouettés*, que são giros sobre a ponta dos pés, com uma das pernas esticadas fazendo “laços” no ar.

Figura 2- Realização do movimento plié, que consiste apenas em dobrar os joelhos e esticar novamente.



Fonte: a autora

Os passos que serão apresentados aos alunos neste trabalho serão três giros: *déboulés*, *fouettés* e *pirouettes*. Veremos que são combinações de movimentos complexos dos bailarinos(as) que resultam em passos lindíssimos, que ocorrem e podem ser explicados por meio dos estudos de conceitos físicos. É válido ressaltar que os vídeos apresentados aos alunos serão dos três giros, mas apenas a pirueta será analisada com mais detalhes no trabalho.

³ Este capítulo é idêntico ao capítulo 3 da dissertação: Uso do balé clássico no ensino de física: uma sequência didática para o estudo de rotação, de autoria de Giovana Maria da Silva de 2025, trabalho no qual este produto está vinculado.

4.1 ALGUNS CENTRÓIDES

O conceito tido como primordial, para iniciar as discussões foi o conceito de centroide ou de centro geométrico de uma distribuição de pontos fixos entre si, de um conjunto de partículas fixas entre si, de uma figura plana, ou seja, em duas dimensões; de uma figura espacial, em três dimensões; ou de um objeto ou corpo real (Duran, 2019).

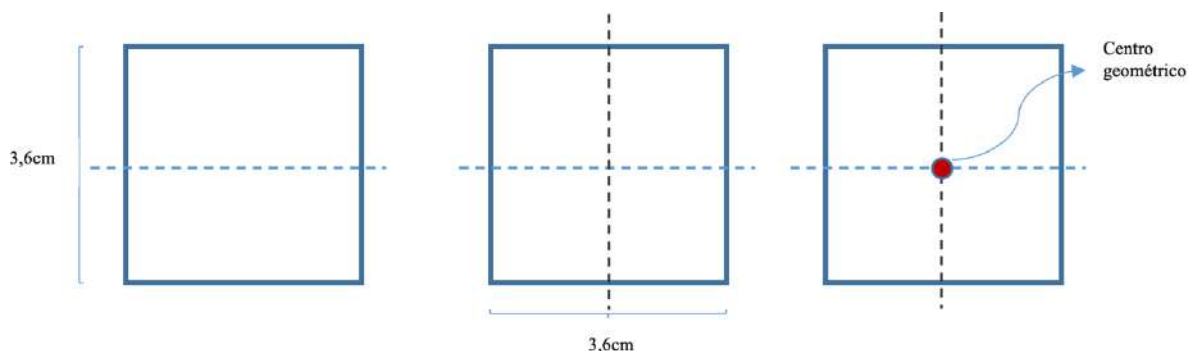
Para ilustrar como podemos determinar o centro geométrico, usaremos quatro figuras geométricas planas: quadrado, retângulo, círculo e triângulo equilátero. Também consideramos que, para essas quatro figuras, a distribuição de massa é homogênea sobre as respectivas áreas e neste momento estamos determinando apenas os seus centros geométricos.

No caso do quadrado, sabemos que seus quatro lados possuem o mesmo comprimento e são paralelos dois a dois, portanto, para determinar seu centro geométrico, escolhemos um desses pares de lado, determinamos o ponto médio de um dos lados desse par e traçamos uma reta perpendicular a esse lado, ou seja, a mediatriz desse lado (Riviera, Neves, Gonçalves, 1986). Então, realizamos o mesmo procedimento para o outro par de lados. Outra forma de determinarmos o centro geométrico do quadrado é dobrá-lo, se isso for possível, ao meio em relação a dois lados paralelos e repetir para os outros dois lados. Essas duas retas se cruzam em um ponto, e este é o centro geométrico encontrado, como mostramos na Figura 3. E esses métodos valem para qualquer valor de comprimento do lado do quadrado e, ainda, ressaltamos que existem outras possibilidades e variações no processo de determinação do centro geométrico do quadrado.

Uma forma análoga pode ser adotada para encontrarmos o centro geométrico do retângulo, a diferença para esta forma é que os lados não possuem o mesmo comprimento, mas são iguais e paralelos dois a dois, ou seja, podemos considerar dois lados iguais e paralelos como altura e dois lados iguais e paralelos como largura, a altura e a largura não possuem o mesmo comprimento, mas isso não interfere no método adotado anteriormente, portanto, traçamos uma reta passando pelo ponto médio da altura, e outra reta passando pelo ponto médio da largura, ou seja, determinamos as mediatrizes dos lados da altura e da largura (Riviera, Neves, Gonçalves, 1986), o ponto onde essas retas se encontram é a determinação do centro geométrico do retângulo. Outra forma que pode ser adotada é usar o processo de dobra, semelhante ao descrito pelo quadrado. Novamente, esses métodos valem para quaisquer valores de altura e largura do

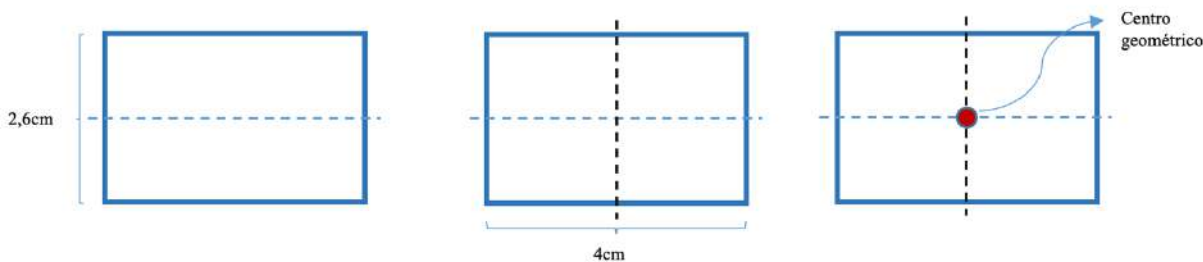
retângulo e, ainda, ressaltamos que existem outras possibilidades que não serão exploradas. Na Figura 4, temos o centro geométrico determinado para um retângulo.

Figura 3 – Determinação do centro geométrico do quadrado e que neste exemplo tem lado de 3,6 cm.



Fonte: a autora

Figura 4 – Determinação do centro geométrico do retângulo e que neste exemplo tem largura de 2,6 cm e altura de 4 cm.

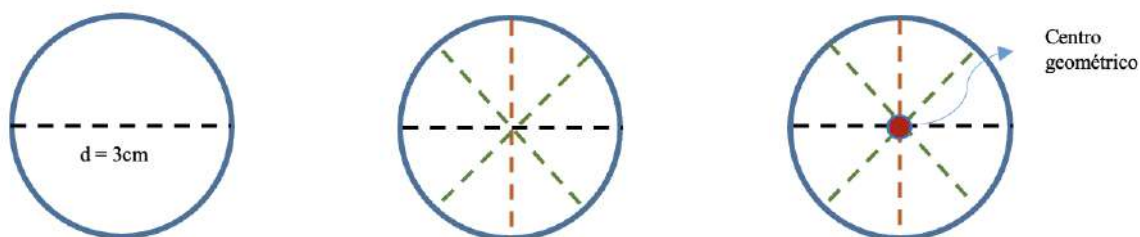


Fonte: a autora

Nossa próxima determinação é para o centro geométrico do círculo. Traçamos uma reta, que tenha um segmento cujo comprimento seja o seu diâmetro e esteja contido entre dois pontos da borda do círculo (Riviera, Neves, Goncalves, 1986), repetimos o traçado pelo menos mais uma vez de tal forma que o novo traçado esteja perpendicular ao primeiro, podemos repetir mais algumas vezes em outras direções, o ponto onde as retas se cruzam é o centro geométrico do círculo. Outra forma de determinarmos o centro geométrico do círculo é dobrá-lo ao meio, se isso for possível, obtendo um semicírculo e mais uma vez ao meio, obtendo um quarto de círculo. Representamos, na Figura 5, a determinação do centro geométrico do círculo. E para finalizar, vamos determinar o centro geométrico de um triângulo equilátero, três lados de mesmo comprimento e ângulos internos de mesmo valor, ou seja, lados e ângulos congruentes.

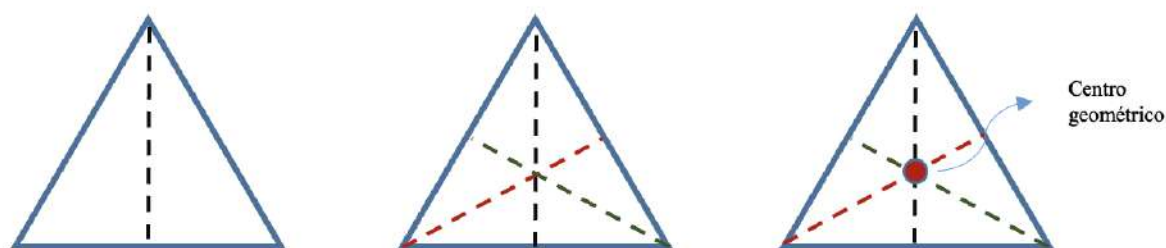
Para isso, traçamos a reta mediana, reta que passa pelo ponto médio de um dos lados do triângulo e necessariamente pelo vértice oposto a este lado (Medeiros, 2020).

Figura 5 – Determinação do centro geométrico do círculo e que neste exemplo tem diâmetro de 3 cm.



Fonte: a autora

Figura 6 – Determinação do centro geométrico do triângulo equilátero e que neste exemplo tem lado de 3,6cm.



Fonte: a autora

Repetimos este traçado de mediana para os outros dois lados do triângulo. Então, o ponto de encontro dessas três retas medianas é o centro geométrico do triângulo equilátero, também denominado de baricentro (Medeiros, 2020). Este procedimento vale para determinar o centro geométrico de qualquer triângulo. Outra forma de determinarmos o centro geométrico do triângulo equilátero é dobrá-lo, se isso for possível, ao meio em relação a cada lado e o vértice oposto. A representação que apresentamos na Figura 6 é a determinação do centro geométrico de um triângulo equilátero.

4.2 A MASSA E A DISTRIBUIÇÃO DELA

Considerando os estudos anteriores, vamos aos próximos conceitos importantes, e que dependem diretamente do formato do corpo: o centro de massa e a forma de distribuição da massa. Os formatos dos materiais e como a massa está distribuída neles vai influenciar no ponto de apoio e equilíbrio dos objetos.

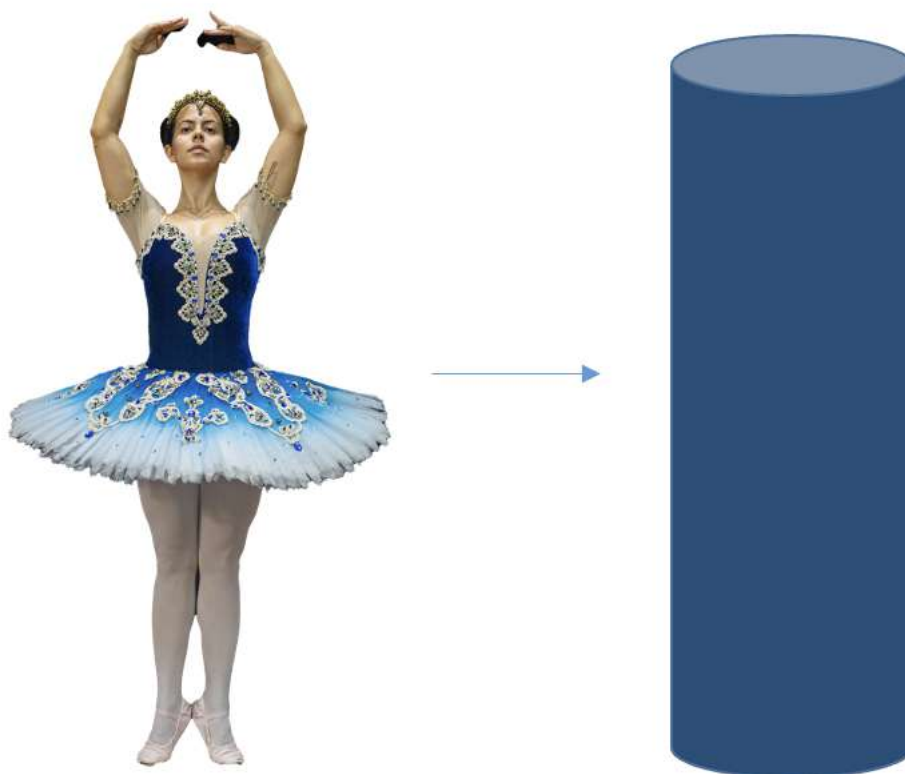
Para que possamos fazer análises nos movimentos de balé, precisamos fazer uma primeira aproximação e supor que as(os) bailarinas(os) são corpos rígidos, isto se justifica porque sobre os corpos reais, atuam forças que podem deformá-los de alguma maneira, tornando o estudo mais complexo. É válido ressaltarmos que nenhum corpo é perfeitamente rígido, o que fazemos são aproximações a fim de tornar o estudo possível com um modelo de formato estudado previamente. Isto posto, temos a definição de corpo rígido quando a distância entre os pontos de duas partículas quaisquer desse corpo é invariável, ou seja, indeformável, independentemente da força aplicada sobre ele (Halliday; Resnick; Walker, 2016).

Como é de nossa experiência, os corpos reais exibem uma infinidade de formatos. Novamente, a fim de possibilitar o estudo e com um modelo aceitável, precisamos lançar mão de mais uma aproximação em relação ao formato de um corpo rígido, assim, fazendo com que esses corpos sejam estudados mais facilmente, deixando-os próximos às formas geométricas conhecidas (Okuno; Fratin, 2016). Alguns exemplos dessas aproximações podem ser vistos em diversos estudos da física. Quando vamos estudar, aprender, ensinar e investigar sobre temas da física, sempre nos deparamos com aproximações desta natureza pela facilidade e de acordo com o propósito do estudo. Em gravitação e astronomia, por exemplo, aproximamos o formato dos planetas a esferas, desprezando as imperfeições e particularidades das formas reais. Para trabalharmos com o balé, usaremos também dessa aproximação. No caso, de acordo com nossa proposta e em algumas circunstâncias, o corpo de uma bailarina, ou um bailarino, pode ser considerado um cilindro (Okuno, Fratin, 2016). Essa aproximação nos ajudará em várias etapas como a compreensão de conceitos e análise das situações propostas. Apresentamos, na Figura 7, a aproximação feita e adotada do corpo da bailarina em formato de um cilindro.

Antes de discutirmos sobre a distribuição de massa em um corpo, precisamos definir o conceito de massa. O mais comum para os estudantes de nível médio, e talvez mais intuitivo, uma vez eles associam às dimensões e ao peso de um corpo, e considerando os materiais que ele tem acesso, por exemplo, em seus livros didáticos, é encontrar esse conceito de massa gravitacional, como sendo uma propriedade física intrínseca da matéria, definida como a quantidade de matéria presente nos corpos (Valio; Fukui; Oliveira; Molina, 2015).

No entanto, conforme a mecânica newtoniana, massa inercial é definida, como uma medida da inércia, isto é, a propriedade de um corpo que relaciona uma determinada força aplicada sobre ele e à aceleração resultante adquirida por ele, especificamente, acabamos de trazer o conceito de massa inercial, mas usaremos somente o termo massa por questões de simplicidade (Halliday, Resnick, Walker, 2016).

Figura 7 – Aproximação do corpo da bailarina em formato de um cilindro.



Fonte: a autora

Uma vez que apresentamos a definição de massa, vamos dar atenção para a forma que a massa é distribuída em um determinado corpo. A distribuição de massa em um corpo rígido é uma distribuição de massa contínua e pode ser homogênea ou não. De maneira geral, entende-se por distribuição contínua o fato de a massa estar espalhada sem vazios por todo o volume de um sólido, ocupando toda a sua extensão. Ou seja, considerando que não existem vazios entre as partes do material quando se observa o corpo (Halliday, Resnick, Walker, 2016).

Podemos destacar que, apesar de ser uma aproximação, essa hipótese de continuidade é extremamente prática e útil. Hewitt (2002) chama atenção para o fato de que, mesmo sabendo que a matéria é composta por átomos e moléculas separados por pequenos espaços vazios, é possível tratar como se fosse um meio contínuo. Macroscopicamente, isso ocorre porque as dimensões dessas partículas são tão pequenas, em comparação ao tamanho dos corpos analisados.

Quando falamos em distribuição homogênea de massa, nos referimos à condição em que a densidade permanece constante em todo o sólido. Isso quer dizer que cada parte do corpo contém a mesma quantidade de massa por unidade de volume. Halliday et al. (2016) explicam

que materiais homogêneos apresentam características físicas uniformes em todas as direções, o que facilita bastante a previsão do comportamento do sólido sob a ação de forças externas. Por outro lado, há materiais heterogêneos, nos quais a densidade varia de uma região para outra. Essa variação pode ocorrer por diferenças na composição do material, presença de porosidades ou variações estruturais internas.

Veremos ao longo do nosso trabalho situações em que a massa será distribuída de forma diferente, mesmo que as dimensões dos corpos em estudo sejam iguais, e isso modificará o comportamento nas várias situações propostas. Com base no exposto até o presente, o ponto que queremos chamar atenção agora é o conceito de centro de massa, que representa um dos fundamentos essenciais para a análise do movimento de corpos rígidos, como acontece com o corpo humano durante as diversas movimentações do balé clássico. Trata-se de um ponto singular, no qual podemos imaginar concentrada toda a massa do corpo, o que permite simplificar o estudo dos movimentos, mesmo quando estes envolvem trajetórias complexas ou forças externas. Podemos afirmar que, em muitas situações, o movimento de um corpo pode ser descrito como se toda a sua massa estivesse concentrada nesse único ponto, o que confere grande praticidade às análises físicas.

Complementamos essa explicação ao destacar que o centro de massa atua como o ponto de aplicação da força gravitacional (Hewitt, 2002). Dessa forma, mesmo que braços, pernas ou a cabeça das bailarinas ou dos bailarinos estejam em constante movimento, o centro de massa segue uma trajetória regular, obedecendo às leis físicas que regem um corpo rígido. Do ponto de vista matemático, expressamos o centro de massa $\vec{R}_{cm}$ em sistemas compostos por partículas (Halliday; Resnick; Walker, 2016) como

$$\vec{R}_{cm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}, \quad (1)$$

em que, na Equação 1, m_i representa a massa da i -ésima partícula e $\vec{r}_i$ indica o vetor posição dessa partícula em relação a um sistema de referência.

Para corpos extensos, em que a massa está distribuída de forma contínua, a soma é substituída por uma integral, sendo o centro de massa determinado por

$$\vec{R}_{cm} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm, \quad (2)$$

onde, na Equação 2, M corresponde à massa total do corpo e $\vec{r}$ refere-se ao vetor posição de cada elemento infinitesimal de massa dm (Halliday et al., 2016).

No caso das bailarinas ou dos bailarinos, o centro de massa não permanece fixo em uma única posição, variando constantemente em função da disposição dos segmentos corporais, como braços, pernas e tronco. Durante giros ou outras movimentações, a abertura ou o fechamento dos braços, por exemplo, provoca alterações na distribuição de massa em torno do eixo de rotação, deslocando o centro de massa e impactando tanto a estabilidade quanto a velocidade de execução dos movimentos. Halliday et al. (2016) ressaltam que a estabilidade de qualquer corpo está diretamente ligada à projeção do centro de massa sobre a sua base de sustentação. Esse princípio vale não apenas para objetos inanimados, mas também para corpos em movimento, como ocorre nos movimentos complexos do balé clássico.

De acordo com a Equação 2, é no ponto determinado por ela que consideramos toda a concentração de massa, como também dizemos que todas as forças e torques são aplicadas sobre ele. O centro de massa pode coincidir com o centro geométrico, dependendo do formato do corpo e de sua distribuição de massa, e em alguns casos, o ponto pode ser um local sem nenhuma massa.

Precisamos levar em conta também o conceito de centro de gravidade, que está diretamente ligado à maneira como a força gravitacional atua sobre um corpo extenso. Vale ressaltar que, ao falar em centro de gravidade, nos referimos ao ponto onde se pode considerar aplicada toda a força peso resultante. Tipler (2009) explica que, para efeitos de cálculos de equilíbrio e torque, é prático supor que o peso total do corpo age concentrado nesse ponto único. Em outras palavras, mesmo que o peso esteja distribuído sobre todo o corpo, podemos tratá-lo como se estivesse localizado em um só ponto para simplificar as análises físicas.

Moysés (1995) observa que essa simplificação é perfeitamente válida em situações em que o campo gravitacional é constante, ou seja, quando a aceleração da gravidade se mantém constante em toda a extensão do corpo. Nessas condições, não há diferença prática entre o centro de gravidade e o centro de massa. Hewitt (2002) reforça que, sob campo gravitacional constante, os dois pontos coincidem, permitindo que sejam utilizados como sinônimos nas análises de equilíbrio e torque. Isso significa que, ao se calcular os momentos de força ou as condições de equilíbrio de corpos rígidos, podemos considerar que a força peso atua no centro de massa, que também é o centro de gravidade nesse caso.

Em exemplo com bastões, frequentemente analisados em situações didáticas, o centro de massa localiza-se no ponto médio do eixo do comprimento do objeto, ou seja, em seu centro geométrico, quando o material é homogêneo. Sendo o campo gravitacional constante, o centro de gravidade coincide exatamente com esse ponto médio.

Um outro exemplo de atividade com bastões é usarmos cilíndricos ocos de mesmo material e mesmas dimensões, porém, com a mesma massa adicionada em seus interiores, mas distribuída de formas diferentes, alterando o seu centro de massa e, portanto, modificando o ponto de equilíbrio para cada bastão. Neste caso, o centro de massa também coincide com o centro de gravidade, uma vez que o campo gravitacional é constante, porém, ambos não coincidem com o centro geométrico do bastão. Eles podem ser montados da seguinte forma: 1) com a massa distribuída de extremidade a extremidade, fazendo seu centro geométrico coincidir com seu centro de massa e centro de gravidade; 2) com toda massa concentrada em uma das extremidades, fazendo com que o centro de massa e centro de gravidade fique bem próximo da ponta; 3) tendo a massa pendendo em sua maior parte para um dos lados, o que fará com que o seu centro de massa e de gravidade fique entre os centros das duas formas descritas anteriormente.

4.3 O MOVIMENTO DE ROTAÇÃO

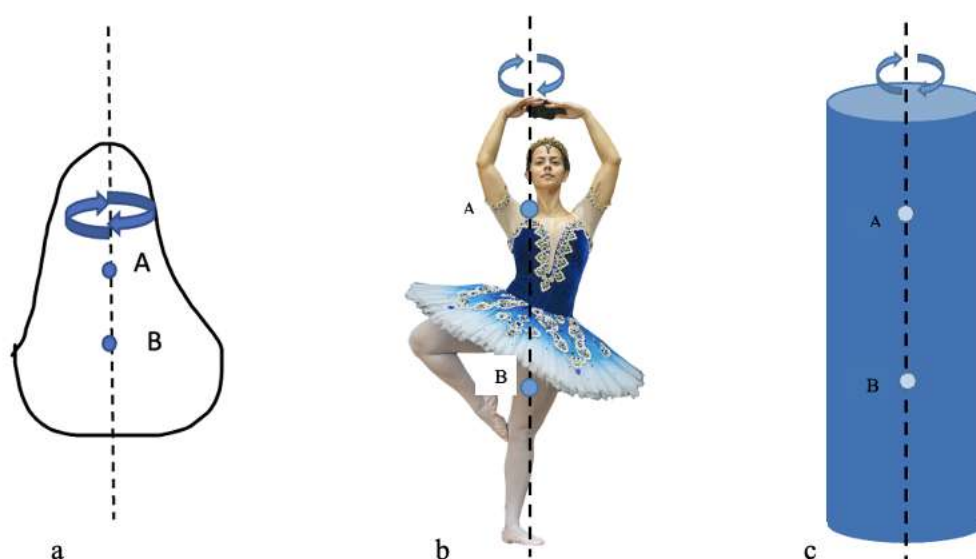
Se levarmos em consideração toda a modalidade de dança que compõe o balé clássico e seus diversos exercícios, veremos combinações entre passos de translação e passos de rotação.

Como nosso foco são as piruetas, estudaremos mais a fundo os conceitos que descrevem e explicam os movimentos rotacionais e podemos lembrar dos movimentos descritos por rodas, engrenagens, planetas, motores etc.

Para compreender os movimentos rotacionais, consideremos os três exemplos de corpos apresentados na Figura 8. Primeiramente, podemos considerar qualquer um deles em movimento de rotação como um corpo rígido, e fixar dois pontos, A e B, o que equivale a fixar todos os pontos da reta definida pelos pontos A e B, que denominaremos de reta AB, pois, de acordo com a definição que fizemos anteriormente sobre corpo rígido, sabemos que todos os pontos da reta devem manter suas distâncias inalteradas em relação aos pontos A e B. E qualquer partícula do corpo, contida nessa reta e mesmo fora dela, mantém-se a sua distância invariável em relação a essa reta. E ainda, se adotarmos a reta AB como o eixo de rotação do corpo, as partículas que não estão sobre o eixo só poderão descrever uma trajetória circular, e o corpo descreverá um movimento circular em torno do eixo AB. Qualquer formato de corpo poderá ser considerado um corpo rígido, e em alguns casos são feitas aproximações dos corpos em movimento de rotação para formas geométricas, pois estas possuem estudos, modelos e equações estabelecidas que auxiliam em análises de corpos reais resultando em boas aproximações. Podemos ver um exemplo dessas aproximações na Figura 8.

Nos movimentos escolhidos para o presente trabalho, desejamos examinar a rotação de um corpo rígido em torno de um eixo, realizando os passos de balé. A definição desse tipo de corpo nos permite fazer algumas aproximações, como a apresentada na Figura 8. Na Figura 8a, escolhemos e representamos um corpo de formato aleatório, na Figura 8b, temos a imagem do nosso formato de interesse, que é a bailarina, e na Figura 8c, a aproximação que usaremos para análise dos conceitos, um cilindro, por ser a forma geométrica que mais se assemelha ao corpo humano (Okuno, Fratin, 2016). Com essa aproximação, a bailarina como um cilindro, os princípios físicos podem ser aplicados de forma mais direta simplificando as particularidades do corpo humano.

Figura 8 – aproximações feitas para estudos em corpos rígidos: (a) um corpo de forma irregular, (b) a bailarina, (c) o cilindro.



Fonte: a autora

Nos movimentos rotacionais, podemos analisar a posição angular e o deslocamento angular. É de grande importância tratarmos da natureza vetorial de tais grandezas. De acordo com Halliday et al. (2016), se um corpo rígido está girando em torno de um eixo fixo, ele poderá se mover no sentido horário ou no anti-horário, então seu sentido poderá ser expresso usando os sinais de mais ou o de menos.

Para tratarmos o deslocamento, a velocidade e a aceleração angulares como vetores, podemos lançar mão do exemplo da plataforma giratória, vista na Figura 9, e se consideramos que a plataforma gira de forma constante em torno de um eixo perpendicular a plataforma e ele intercepta o seu centro, ela possui uma velocidade angular cujo módulo é indicado por ω ,

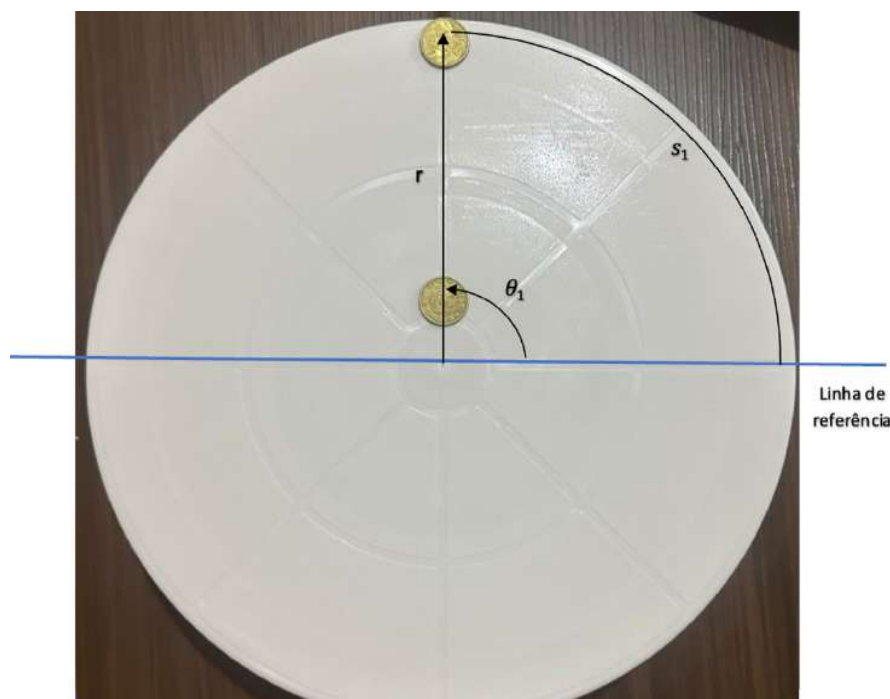
constante e no sentido anti-horário. O vetor que representa essa velocidade angular é $\vec{\omega}$ alinhado ao eixo de rotação, ou seja, sua direção é a mesma do eixo de rotação. Podemos agora utilizar a regra da mão direita, curvando a mão direita em torno da plataforma em rotação, com os dedos, exceto o polegar, acompanhando a o sentido da rotação. Então, o polegar estendido apontará na direção e sua ponta indicará no sentido do vetor velocidade angular (Halliday et al, 2016). Nos casos em que utilizamos rotações em torno de um eixo fixo não precisamos considerar vetores, apenas indicar com o sinal de menos ou de mais, dependendo do sentido do movimento, se é horário ou anti-horário.

Quando trabalhamos esse conceito, podemos analisar as posições de moedas em uma plataforma giratória. A posição angular é o ângulo que as moedas fazem em relação a uma posição fixa, ou seja, em relação a uma referência inicial, escolhemos como linha de referência a demarcação em azul na Figura 9. Da geometria, temos que a posição angular θ é dada por

$$\theta = \frac{s}{r}, \quad (3)$$

onde, na Equação 3, s é o comprimento do arco a partir da linha de referência, nesse caso é a trajetória circular da moeda em torno do eixo de rotação, e r é o raio, a distância da posição da moeda em relação ao eixo de rotação, e como tratamos agora de um movimento que depende de ângulos, o que no análogo linear era usado como o deslocamento.

Figura 9 – representação da determinação das variáveis no movimento rotacional para a moeda mais distante do centro, em um instante t_1 .



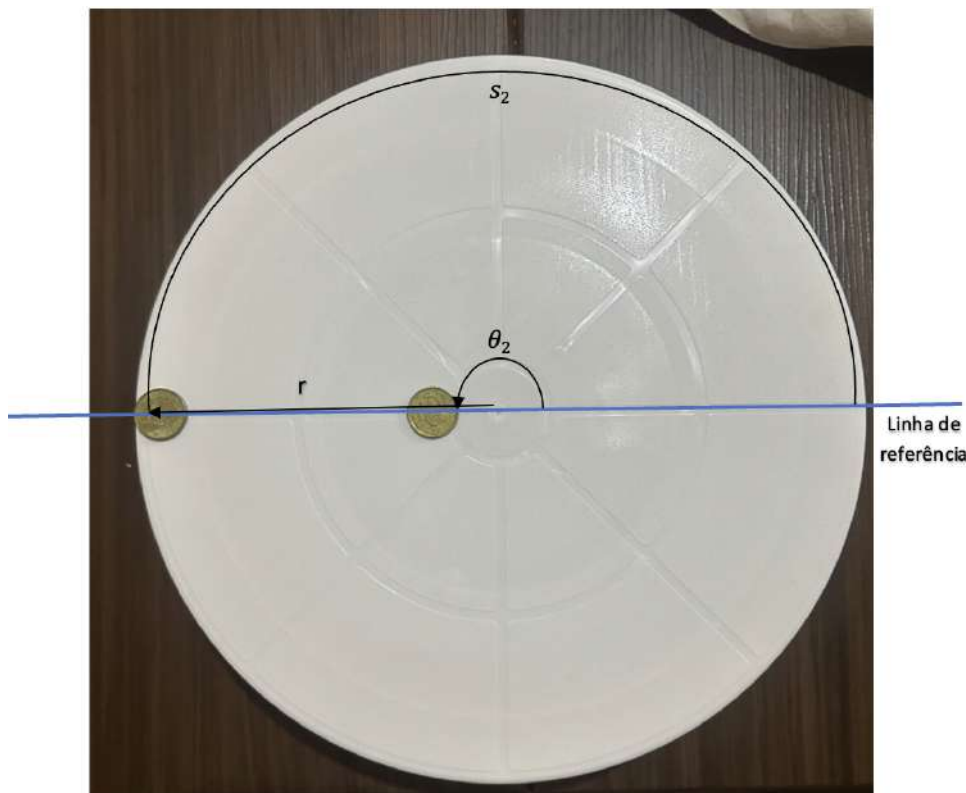
Fonte: a autora

Agora é considerado o deslocamento angular, ou seja, a variação de ângulo com relação a um eixo de referência ou um ponto inicial. Todos esses elementos estão representados para a moeda mais distante do centro na Figura 9.

Na figura 9, s é determinado a partir da linha de referência destacada em azul até a posição da moeda, e r do ponto central da nossa plataforma, até a moeda. Temos que o ângulo θ_1 definido dessa forma é medido em radianos, que é um valor adimensional, por ser a razão entre dois comprimentos.

Para a definição do deslocamento angular e sua variação, devemos considerar a plataforma girando de forma constante, o que levará a uma variação desse θ , pois modificaremos a posição da moeda com relação a linha de referência, lembrando que a nossa referência não se moverá com a plataforma. A partir da linha de referência, tomamos um primeiro ponto na trajetória circular da moeda e determinamos o ângulo θ_1 mostrado na figura 9, e tomamos um segundo ponto da trajetória circular da moeda e determinamos o ângulo θ_2 em um instante t_2 , como mostraremos na Figura 10.

Figura 10 – representação da determinação das variáveis no movimento rotacional para a moeda mais distante do centro, em um instante t_2 .



Fonte: a autora

Então, a variação de deslocamento angular $\Delta\theta$ dado por:

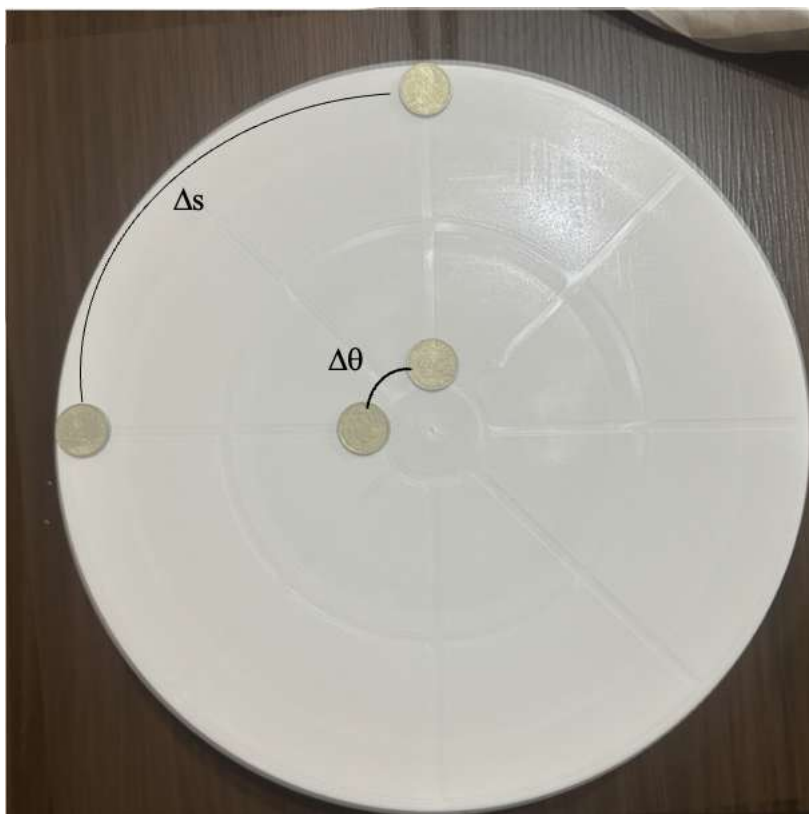
$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1, \quad (4)$$

onde, na Equação 4, θ_1 é o deslocamento angular inicial e θ_2 é o deslocamento angular final, consideramos dois instantes de análise, em que as posições são variadas, veremos que isso influenciará nas nossas observações de velocidade angular.

Como estamos tratando de movimentos rotacionais e queremos saber o quão rápidos esses movimentos são, dividiremos essa grandeza em velocidade angular e velocidade tangencial.

Todas as partes de algo que rotaciona, quando estamos falando de um corpo rígido, giram em torno de um eixo. A velocidade angular é relacionada ao número de voltas por unidade de tempo. Todas as partes do corpo possuem o mesmo número de rotações por unidade de tempo. A unidade comumente usada é rotações por minuto, ou RPM.

Figura 11 – Sobreposição dos instantes t_1 e t_2 .



Fonte: a autora

Podemos sobrepor a Figuras 9 e 10, instantes t_1 e t_2 , respectivamente, e obter a Figura 11. Ela nos representa a variação do deslocamento angular, ou seja, somente a diferença de posição do instante 1 para o instante 2.

Na Figura 11, imagem da sobreposição, vemos que nos dois instantes temos posições diferentes para a moeda, pois rodamos a plataforma. Assim, podemos definir a velocidade angular média, de forma análoga com a da velocidade linear média, consideraremos variação de posição, nesse caso a variação da posição angular $\Delta\theta$ dada pela Equação 4, e a variação do tempo Δt , de acordo com a

$$v_{med} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\theta}{t} . \quad (5)$$

Podemos dizer então que essa velocidade angular média, dada pela Equação 5, dependerá da variação do deslocamento angular dividido pela variação do tempo.

De acordo com a definição feita na Equação 5, podemos perceber que ambas as moedas terão um mesmo valor de velocidade angular nas mesmas variações de posição e tempo. E para definirmos a velocidade angular instantânea, basta considerarmos o caso em que a variação do tempo tende a zero, como

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} . \quad (6)$$

A equação 6 representa a velocidade instantânea e pode ser considerada a velocidade angular do movimento por se tratar, em nosso caso, de um movimento rotacional com velocidade angular constante.

Apesar da posição diferente das moedas em relação ao centro da plataforma, as duas terão uma mesma velocidade angular, pois girarão na mesma plataforma, nos mesmos tempos. No entanto, o que se altera para as duas moedas é uma outra velocidade, denominada velocidade tangencial. Ela depende da velocidade angular e da posição do corpo em relação ao centro, ou da distância em relação ao eixo de rotação, que chamaremos de distância radial, ou seja, a velocidade tangencial é proporcional a essas duas variáveis. Se pensarmos em uma plataforma giratória, ou em um carrossel, bem próximo ao centro a velocidade será menor que nas bordas, pois nas bordas temos uma maior distância radial, e por consequência, maior velocidade tangencial, sendo assim, a relação de proporcionalidade torna-se a igualdade dada por

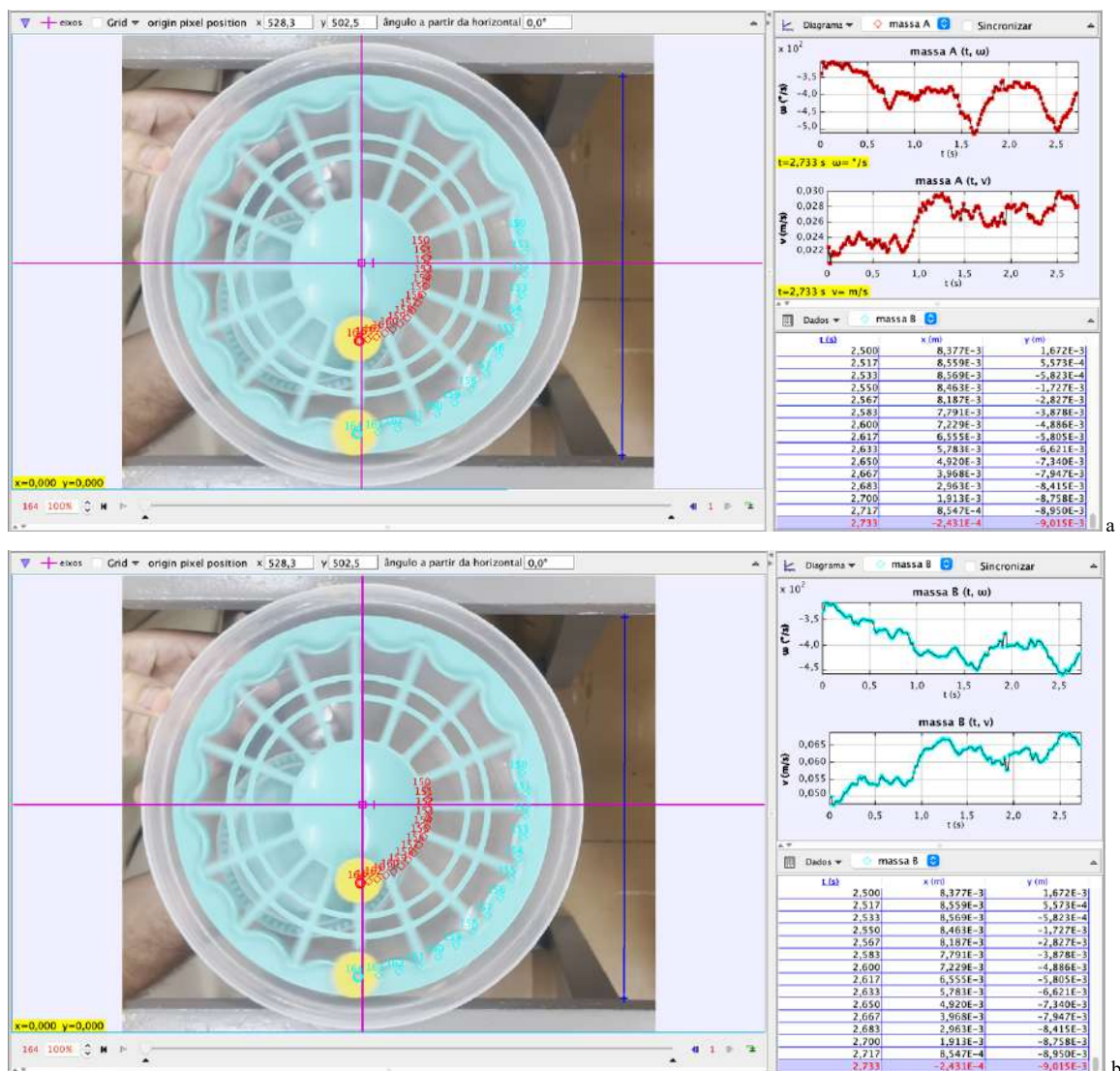
$$v_t = r\omega , \quad (7)$$

onde, na Equação 7, v_t é o modulo da velocidade tangencial como resultado de r que é a distância do corpo com o eixo de rotação e ω que representa sua velocidade angular.

Se pensarmos em um carrossel, o movimento será mais rápido se a rotação aumentar, ou se você se afastar do eixo de rotação. O que pode ser visto trabalhando em plataformas giratórias, como por exemplo, usando as duas moedas, uma próxima do centro e uma mais distante, quando se inicia o movimento da plataforma rapidamente a que está mais distante do

centro será arremessada para fora, enquanto a outra, mais próxima do centro, portanto com o raio menor, precisará de uma velocidade angular maior para que seja arremessada também. Nesse exemplo, as moedas serão arremessadas pela tangente da trajetória circular representada pelo movimento. A reta tangente à trajetória circular em um ponto fornece a direção da velocidade tangencial e seu sentido é aquele em que a moeda foi arremessada.

Figura 12 – Quadros obtidos da análise feita pelo software *Tracker* e os gráficos das velocidades angular e tangencial: (a) disco mais próximo do centro, (b) disco mais distante do centro.



Fonte: a autora.

O que veremos na Figura 12, as imagens são quadros da análise feita no software *Tracker* e o instrumento usado para realizar o movimento rotacional e poder fazer essa análise foi uma plataforma giratória e discos velocidade aproximadamente constante, os dois discos foram colados com fita adesiva, cada um com uma distância do centro da plataforma. Na Figura 12a, temos os gráficos da velocidade angular ω e da velocidade tangencial, ambos em função do

tempo, para a disco mais próxima do centro, e na Figura 12b, temos os mesmos gráficos para a disco mais distante do centro.

Observando os gráficos gerados pelo software podemos perceber que os gráficos que representam as velocidades angulares, para as duas moedas possuem valores bem próximos, variando de $-3,5^\circ/s$ até $-5^\circ/s$ (os sinais negativos surgem porque estamos tratando de uma rotação no sentido horário), que é o de se esperar pois estamos tratando de um movimento realizado na mesma plataforma. As variações que aparecem podem ter sido causadas pelo atrito da própria plataforma. Se observamos agora os gráficos das velocidades tangenciais, veremos que para a moeda mais distante do centro o gráfico possui valores que chegam passam os $0,065\text{ m/s}$, enquanto na moeda mais próxima do centro, o maior valor de velocidade é de apenas $0,030\text{ m/s}$. Esses resultados reforçam a importância de entender quais variáveis têm influência em cada uma das duas velocidades em questão.

4.4 O MOMENTO DE INÉRCIA E O MOMENTO ANGULAR

Devemos recordar que nos estudos realizados e atividades em análise, tratamos apenas da parte rotacional dos movimentos desejados.

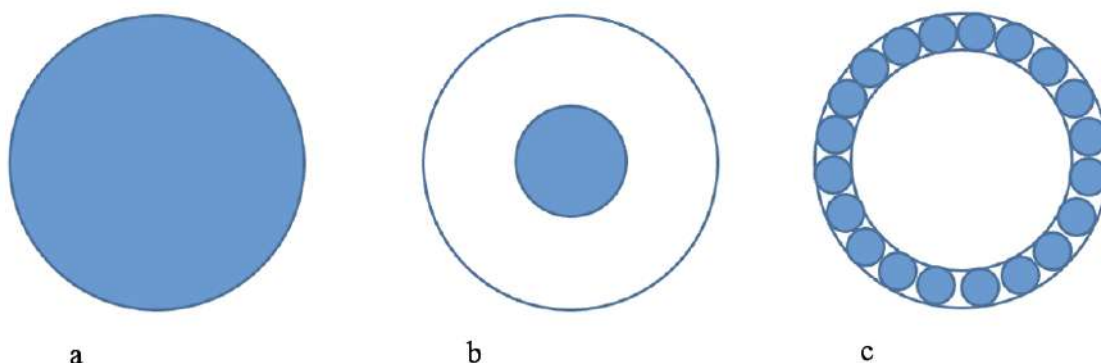
Sendo a inércia a propriedade que o objeto, ou corpo, tem de resistir a alteração do seu estado de movimento, no movimento translacional, ela depende sempre da massa do objeto em questão, ou seja, quando menor a massa mais fácil alterar o estado de movimento de algo, e com uma massa maior, essa alteração é dificultada. Porém, quando falamos do momento de inércia no movimento rotacional, ele depende também da distribuição dessa massa em relação ao eixo de rotação. Quanto maior a distância entre a maior parte da massa com seu eixo de rotação, maior será o seu momento de inércia, quanto mais próxima a distribuição do eixo, menor será o seu momento de inércia, e, portanto, mais dificilmente ou mais facilmente o corpo em questão pode ser colocado em movimento ou o movimento ser interrompido, respectivamente. A posição do eixo de rotação é muito importante para definirmos o momento de inércia. Se o corpo rígido em questão é formado por algumas partículas, calculamos a sua inércia à rotação em torno desse eixo. Assim, a relação que define essa grandeza é dada por

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad , \quad (8)$$

onde, na Equação 8, I representa o momento de inércia, que é igual ao somatório do produto das massas de cada partícula que compõe o corpo m_i com o quadrado dos raios r_i , ou seja, da

distância da partícula com relação ao eixo de rotação, quanto mais longe do centro, maior a inércia encontrada.

Figura 13 – Esquema da seção reta da distribuição de massa nos cilindros gêmeos: (a) com a massa distribuída sobre toda sua extensão, de forma homogênea, (b) com a massa apenas próxima ao eixo de rotação, (c) com a massa concentrada nas bordas do cilindro.



Fonte: a autora

Uma sugestão de atividade seria utilizarmos canos de PVC com diâmetro e altura iguais, porém, com uma distribuição de massa desigual. Para que o efeito possa ser visto, podem ser feitos grupos de 3 canos, sendo cada um dos três com uma distribuição e todos com a mesma massa. Na Figura 13, são apresentados esquemas da seção transversal, ilustrando a distribuição da massa nos cilindros. Na Figura 13a, podemos ver a representação do cilindro com um disco de massa sobre toda sua extensão, de forma homogênea, na Figura 13b, com a massa apenas próxima ao eixo de rotação, e na Figura 13c, com a massa concentrada nas bordas do cilindro.

O que podemos perceber com esses três cilindros são as diferenças das velocidades angulares e translacionais bem como em suas respectivas variações quando são soltos ao mesmo tempo de uma rampa, mostrando que a distribuição de massa com relação a distância do eixo de rotação influencia diretamente, como nos mostra a equação 8 para a inércia. Portanto, o que chega ao fim da rampa primeiro, é o segundo, com a massa concentrada mais próxima do eixo de rotação, pois ele acaba por ter uma inércia rotacional menor, ou seja, um momento de inércia menor, por conta da proximidade da concentração da massa com o seu centro geométrico e centro de massa. Não traremos uma discussão detalhada sobre as causas das diferenças das velocidades angulares e translacionais bem como em suas respectivas variações. De qualquer

forma, após tratarmos outros conceitos envolvidos e que são de importância para explorar os movimentos de rotação do balé, vamos retornar a uma discussão breve sobre os movimentos dos cilindros.

O torque é uma outra grandeza importante para nós entendermos a situação dos movimentos de rotação. Relacionaremos o torque com o momento de inércia e a aceleração angular. Sabemos que ele está relacionado a posição de aplicação de uma força, com relação ao seu eixo de rotação. Para exemplificar a existência desta grandeza, podemos lembrar da forma como abrimos portas e das posições da maçaneta e da dobradiça. Se tentarmos abrir uma porta pesada, e aplicarmos a força em algum ponto próximo da dobradiça, ou com um ângulo de aplicação diferente de 90° , tomando como referência a porta fechada, a força necessária para abri-la precisa ser maior. Isso acontecerá porque o torque, o causador da rotação do objeto depende das variáveis força aplicada e posição em relação ao eixo de rotação, sendo ambas grandezas vetoriais. E portanto, o torque pode ser expresso por

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (9)$$

onde, na Equação 9, $\vec{F}$ é a força aplicada e $\vec{r}$ é a posição do ponto de aplicação da força em relação ao eixo de rotação.

E de acordo com a Equação 9, podemos expressar o módulo do torque como

$$\tau = (r \sin \phi)(F), \quad (10)$$

onde, na Equação 10, F é o módulo da força aplicada e r é o módulo da posição do ponto de aplicação da força em relação ao eixo de rotação e ϕ é o ângulo entre F e r .

Portanto, quanto maior o r , que é o que chamaremos também de braço de alavanca, maior será o torque. E como o torque também tem dependência com o seno do ângulo, se o ângulo for de 90° , o torque será o maior possível. Torques obedecem ao princípio de superposição, quando existem vários torques associados ao mesmo corpo, teremos um torque resultante que é a soma dos torques individuais. Podemos fazer uma relação desse torque resultante com a aceleração angular que ele provoca em um eixo de rotação. Isso é feito usando a segunda lei de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$, e usando o análogo da segunda lei de Newton para rotações, onde substituímos a força resultante pelo torque resultante, a massa m pelo momento de inércia I , e a aceleração linear pela aceleração angular α , e obtemos a equação 11

$$\vec{\tau}_{res} = I\vec{\alpha}, \quad (11)$$

ou seja, podemos ver que o torque será igual ao produto obtido da inércia rotacional com a aceleração obtida. Portanto, quanto maior a inércia de rotação, maior será o torque resultante sobre o corpo.

Como estamos falando de movimento, mais propriamente dos movimentos rotacionais, podemos citar a energia cinética rotacional. Não podemos, nesse caso, considerar a expressão da energia cinética translacional dada por

$$K = \frac{1}{2}mv^2, \quad (12)$$

ou seja, pela metade do produto da massa m com o quadrado da velocidade v , pois a Equação 12 leva em conta apenas a energia no centro de massa do corpo em questão. Para tratarmos de rotações devemos tratar o corpo como um conjunto de partículas, ou pontos, com velocidades diferentes, de forma que essa energia deve ser, então, expressa por

$$K = \sum \frac{1}{2}m_i v_i^2, \quad (13)$$

onde, na equação 13, surge o elemento somatório da energia cinética de cada ponto.

O problema que encontramos aqui é que a velocidade em cada ponto, ou seja, de cada partícula que constitui o corpo, dependerá de quão próximo do eixo de rotação este ponto está, podemos considerar a velocidade que definimos na Equação 7, que vem da própria definição de velocidade angular, fazer a substituição na Equação 12 e temos a relação

$$K = \sum \frac{1}{2}m_i(\omega r_i^2). \quad (14)$$

E considerando a Equação 14, percebemos que há a relação conhecida por nós, o momento de inércia I do corpo em relação ao eixo de rotação, dada pela equação 8 e, portanto, a energia cinética rotacional pode a ser expressa por

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2, \quad (15)$$

que é exatamente da forma que precisamos, pois, a Equação 15 leva em conta o momento de inércia I desse corpo e a velocidade angular ω dele. Usaremos expressão para analisar as variações de braços e pernas das bailarinas e dos bailarinos durante seus movimentos.

E chegamos, enfim, ao nosso ponto principal, o momento angular e para defini-lo, lembraremos do seu análogo linear. Para a definição do momento angular teremos uma participação direta do linear, que é expresso por

$$\vec{p} = m\vec{v}, \quad (16)$$

onde, na Equação 16, o momento linear é encontrado a partir do produto da massa m com a velocidade linear v .

Considerando o produto vetorial do momento linear $\vec{p}$ com o vetor posição da partícula $\vec{r}$, em relação a origem, ou o nosso eixo de rotação, e isso trará o que definimos de momento angular

$$\begin{aligned}\vec{L} &= \vec{r} \times \vec{p}, \\ \vec{L} &= m(\vec{r} \times \vec{v}).\end{aligned}\tag{17}$$

expresso na equação 17.

Podemos ainda reorganizar essa equação 17 e expressá-la de forma diferente. Sabemos que, uma massa movendo-se em um círculo possui uma rapidez angular ω e uma rapidez tangencial v (Tipler, 2009), que se relacionam de acordo com a equação 7, dessa forma podemos reescrever o momento angular como a equação 18

$$\vec{L} = mr^2\vec{\omega} .\tag{18}$$

Se retornarmos um pouco neste capítulo, veremos que a grandeza conhecida como momento de inércia, equação 8, pode ser substituída na equação 18, e o momento angular passa a ser dado por

$$\vec{L} = I\vec{\omega} ,\tag{19}$$

ou seja, o momento angular, equação 19, pode ser descrito como um produto do momento de inércia I e a velocidade angular ω .

Neste momento, retornamos a sugestão de atividade utilizando os canos de PVC com diâmetro e altura iguais e distribuição de massa desigual, e ressaltamos que a atividade foi somente para explorar as diferenças das velocidades angulares e translacionais bem com suas respectivas variações em cada cilindro, uma vez que não há conservação do momento angular. A não conservação do momento angular no movimento destes cilindros se deve por haver torque devido a força gravitacional, responsável pelo movimento de rotação, e o torque devido a força de atrito, responsável pelo movimento de translação, ou seja, há um torque resultante não nulo. A existência deste torque resultante faz com que haja acelerações de translação e angular e, portanto, variações nas velocidades de translação e angular. Na experimentação proposta, é possível observar de forma qualitativa que o cilindro com a massa concentrada mais próxima do eixo de rotação chega ao fim da rampa primeiro. Porém, estes aspectos não serão explorados, pois o foco do trabalho está nos movimentos de rotação do balé onde há a conservação do momento angular.

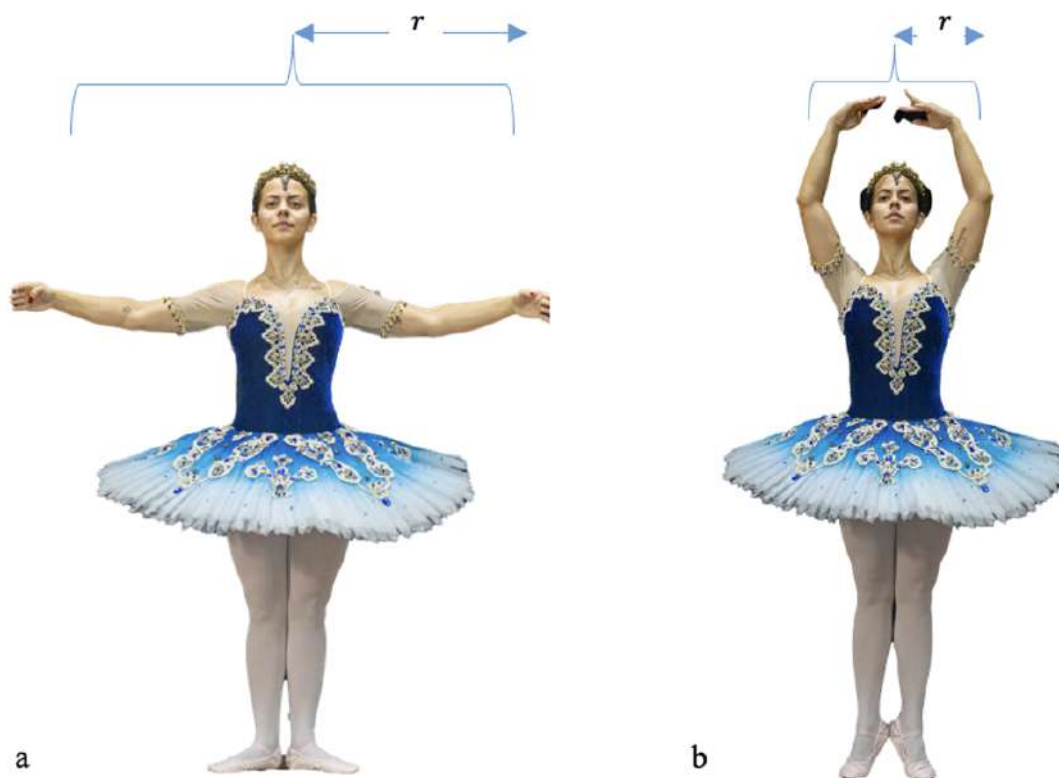
Isto posto, vamos considerar os movimentos de giro do balé. Para que eles sejam bem executados é necessário que o momento angular seja constante, mesmo que as posições dos

braços e das pernas das bailarinas e dos bailarinos se alterem. Assim, podemos fazer a análise e relacionar a distribuição de massa com a velocidade angular, para manter o momento angular constante, conforme a equação 20, explicando a alteração de velocidade no giro, velocidade angular. Por isso, no *fouette*, quando a perna está esticada e depois se encolhe, e na pirueta quando o giro é feito com o braço aberto e com o braço fechado, motivo pelo qual as piruetas são em maior parte das vezes feitas com braços fechados.

Então, sobre o movimento da pirueta temos: os braços e pernas das bailarinas e dos bailarinos são abertos e fechados de forma estratégica, sempre aproximando ou afastando do eixo de rotação para que a velocidade angular seja alterada, modificando a distribuição de massa e mantendo o momento angular constante, ou aproximadamente constante, e garantir um movimento perfeito.

Consideremos a Figura 14, nela temos a bailarina em duas situações em que os comprimentos de r indicados nos mostram a diferença entre os braços abertos e os braços fechados enquanto a bailarina gira, ou seja, executa um movimento de rotação em torno de si.

Figura 14 – esquema de análise dos comprimentos de raio, de acordo com braços da bailarina: (a) braços abertos, aumento de I e diminuição de ω e (b) braços fechados, diminuição de I e aumento de ω



Fonte: a autora

Na Figura 14a, podemos ver um r maior o que leva a um valor de momento de inércia maior, e para respeitar a conservação do momento angular, deve haver uma redução na velocidade angular, portanto, aumento em I , redução em ω . Na Figura 14b, temos os braços fechados, e por falta de imagem com os braços fechados, quando as mãos se aproximam da linha do umbigo, a escolha foi de um braço onde as mãos se encontram acima da cabeça, essa substituição é aceita, pois o ângulo formado pelos braços e o comprimento de r será o mesmo da posição não ilustrada na Figura 14. Nesse caso, podemos ver que o valor de r é bem menor do que o mostrado na Figura 14a. Então, fazendo a mesma análise, respeitando a conservação do momento angular, se o r diminui, teremos um valor de inércia I menor, portanto, o valor de ω será maior, implicando com que os giros tenham maior velocidade angular. De acordo com essas observações, podemos dizer que as bailarinas e os bailarinos usam a física a seu favor em diversos momentos e de formas muito complexas, como apresentadas nas equações e análises feitas durante esse capítulo.

Figura 15 – Representação da projeção do centro de massa da bailarina: no interior do corpo na região do umbigo está indicado o centro de massa, e sobre a base, o pé, está indicada a projeção do centro de massa.



Fonte: a autora

Outro ponto a ser analisado, pois a dúvida pode surgir quando se discute movimentos do balé é a estabilidade, que é dada pela projeção do centro de gravidade na base do corpo. Para bailarinas e bailarinos, isso é muito usado em giros, e chamamos comumente de eixo. Girar fora do eixo é, certamente, desequilibrar durante o giro, e ocorre quando o corpo se inclina para algum dos lados, ao invés de se manter reto durante todo o movimento, ou seja, acontece por

conta da modificação do centro de massa, com relação a base. Na Figura 15, mostramos o centro de massa da bailarina, indicado de forma aproximada no interior do corpo na região do umbigo, e a projeção do centro de massa dela sobre a base, que é o pé, ou seja, se o corpo não se inclinar, a chance de a bailarina se manter em equilíbrio na ponta dos pés, ou girando é maior.

Figura 16 – Simulação de dois casos de instabilidade em bailarinas: (a) inclinação para a direita e (b) inclinação



para esquerda.

Fonte: a autora

Na Figura 16, temos duas imagens da bailarina em posições de instabilidade. Vale ressaltar que estas imagens foram feitas usando a imagem da Figura 16 apenas inclinando-a de duas formas diferentes, uma vez que seria difícil para a bailarina parar inclinada nessas posições, provavelmente ao girar desta forma, não completaria o movimento de forma correta, ou poderia até cair, pois como comentamos e queremos mostrar, essa é uma posição de instabilidade, onde a projeção do centro de massa da bailarina fica fora da base, ou seja, não fica sobre seu pé.

Então, tanto a inclinação para direita, Figura 16a, quanto ou para esquerda, Figura 16b, causariam desequilíbrio.

5 MANUAL DE MONTAGEM DOS EXPERIMENTOS E MATERIAIS UTILIZADOS

Esse capítulo apresentamos o material utilizado nos experimentos, acompanhados de sua instrução de construção, com medidas e objetos utilizados. Trazemos também os vídeos que foram necessários para as análises, dentre eles teremos vídeos elaborados e vídeos disponíveis no Youtube.

5.1 MATERIAIS USADOS NOS EXPERIMENTOS

Formas Geométricas

As formas, quadrado, retângulo, círculo e triângulo, foram geradas em meia folha, para papel A4.

Na figura 18 temos o quadrado de 13 cm de lado, junto com o retângulo, com 16 cm de largura e 9 cm de altura, ambos prontos para impressão.

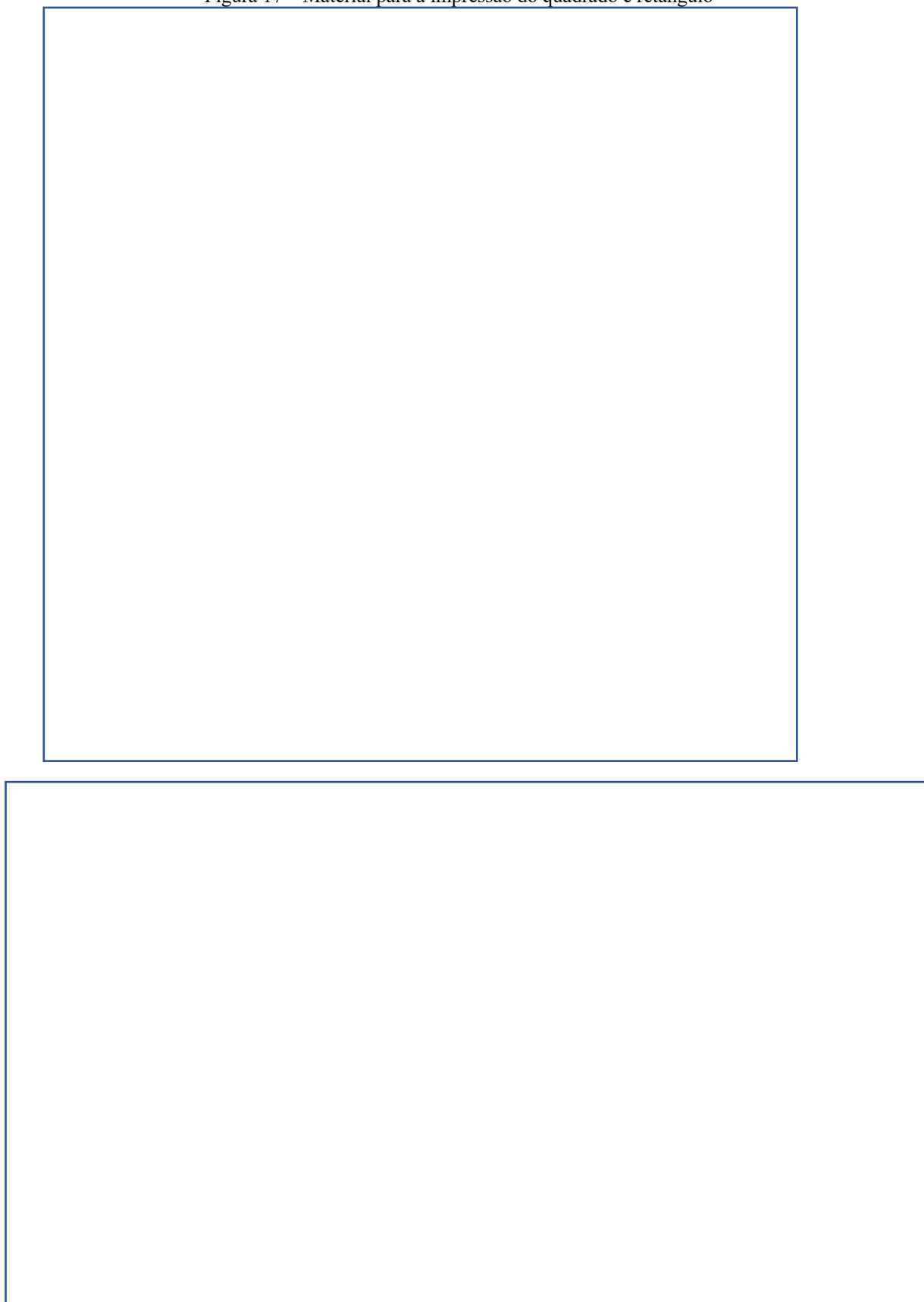
Na figura 19, temos o círculo com raio de 5 cm e o triângulo com 12 cm de altura e 13 cm de base, ambos prontos para a impressão.

Pássaro Equilibrista

O pássaro equilibrista mostrado na Figura 19 foi escolhido para atividade pelo seu formato triangular e pelo ponto de equilíbrio em seu bico, é um objeto que pode ser comprado em lojas de brinquedo e decorações ou pela internet⁴ e sua associação e aproximação com a forma geométrica do triângulo quando o vemos de cima, ou seja, o pássaro paralelo ao plano da mesa e nossa visão perpendicular a ela, sendo ponto de apoio na torre semelhante e próximo ao centro geométrico. Na Figura 19a apresentamos a vista lateral e na Figura 19b a vista de cima. Podemos ver na Figura 20 como o formato do pássaro pode ser aproximado ao formato de um triângulo e como o seu bico coincide com o baricentro.

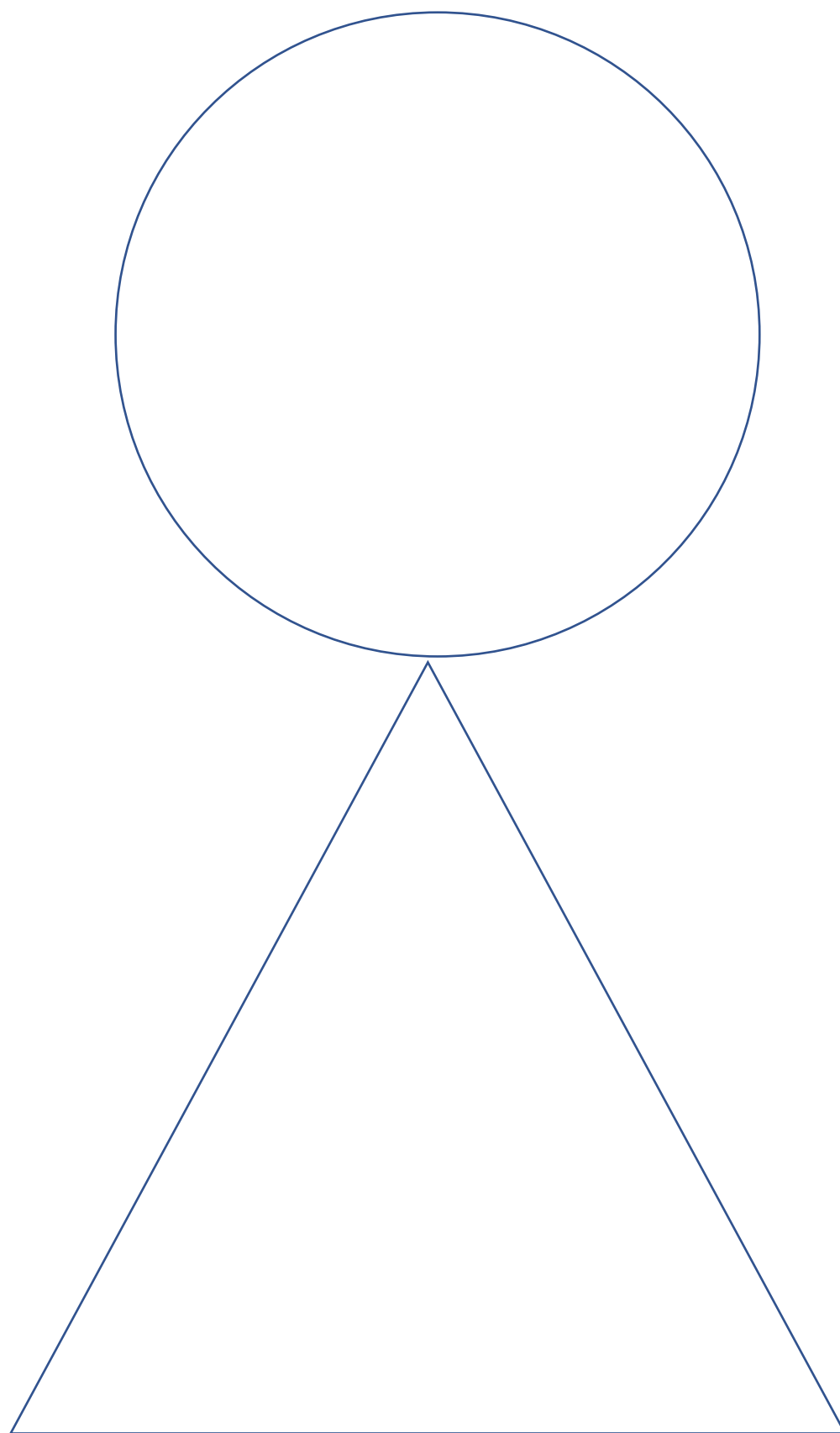
⁴Disponível em: < https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-3218226386-passaro-equilibrio-magico-retro-piramide-brinquedo-enfeite- JM#position%3D6%26search_layout%3Dstack%26type%3Di-tem%26tracking_id%3Dc409c14b-a448-4235-8ed0-62a2ea9fec98 >. Acesso em 28 de julho de 2024.

Figura 17 – Material para a impressão do quadrado e retângulo



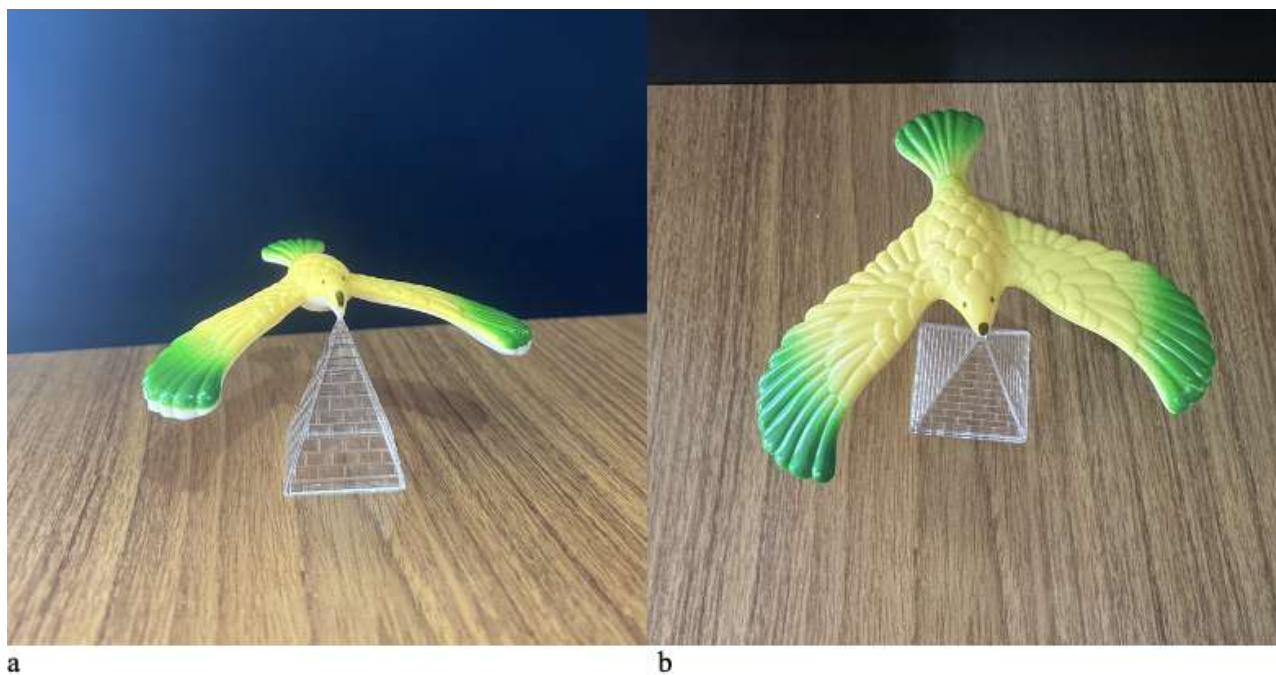
Fonte: a autora

Figura 18 - Material para a impressão do círculo e do triângulo



Fonte: a autora

Figura 19 – O Pássaro equilibrista: (a) vista lateral e (b) vista de cima.



Fonte: a autora

Figura 20 – Pássaro equilibrista quando visto de cima, ou seja, paralelo ao plano da mesa, e sua aproximação por um triângulo.



Fonte: a autora

Bastões de mesma massa e distribuições diferentes

O material foi confeccionado utilizando cano de PVC de 2 cm de diâmetro, tampas para as extremidades dos canos e cimento. Os bastões foram cortados com 30 cm de comprimento e em cada um deles foi colocado 200 g de cimento. Foram confeccionados 4 grupos de bastões com 3 bastões, em cada grupo, sendo que o cimento foi distribuído de forma diferente em cada bastão de cada grupo, ou seja, cada trio de bastões ficou com a distribuição de massa diferente. Para facilitar, os 4 grupos de bastões, foram separados por cor, usando fita nas extremidades, como mostrado na Figura 21.

Figura 21 – Grupos de bastões de mesma massa e distribuições diferentes identificados por cor, cada grupo contém um trio de bastões de diferente distribuição.



Fonte: a autora

Como o foco era deixar diferente a posição do centro de massa, mesma massa e diferente distribuição, em pontos diferentes para os 4 grupos de bastões, colocamos cada trio de bastões de forma diferente para a secagem do cimento. Na figura 22 podemos ver a forma com que cada um foi deixado para secar.

Figura 22 – Posição do grupo e mesmo trio de bastões para secagem do cimento.



Fonte: a autora

O bastão a foi deixado em pé, ou seja, na vertical em relação a mesa, o que fez todo o cimento secar em uma das extremidades dele, deixando a outra ponta vazia. O bastão b foi deixado cercar com uma leve inclinação, fazendo com que nem todo o cimento escoasse para a extremidade. O bastão c secou deitado, ou seja, paralelo a mesa, a intenção era deixar esse com a massa toda distribuída, tornando seu centro de massa exatamente no centro do bastão. Com isso, tivemos três bastões de mesmo formato e massa, porém, com centros de massa diferentes e cada trio formando um grupo de bastões.

Plataforma giratória e moedas

O equipamento usado consistia em: duas moedas, fita adesiva e uma plataforma giratória para bolo, como mostrado na Figura 23, com suas vistas: superiores, Figura 23a, inferior, Figura 23b e lateral, Figura 23c.

Figura 23 – Plataforma giratória utiliza e moedas com vistas: (a) superiores, (b) inferior e (c) lateral.



Fonte: a autora

Para realização da atividade foram adquiridas 4 plataformas, para que os alunos pudessem trabalhar em grupos.

Nas plataformas foram coladas duas moedas com fita adesiva dupla face, uma próxima ao centro e outra próxima a borda, como mostrado na Figura 24

As plataformas também foram utilizadas com as moedas soltas e apenas colocadas na mesma posição da situação anterior, ou seja, sem fita para fixação.

Plataforma giratória e discos com velocidade angular aproximadamente constante

Para a realização da análise de vídeo que seguia essa atividade utilizamos uma tampa de secadora de saladas, como mostrado na figura 25, pois a utilização das plataformas mostradas nas Figuras 23 e 24 nos trouxe dificuldades com relação a manter uma velocidade angular aproximadamente constante, por conta do atrito, com a tampa essa dificuldade diminuiu, não cessando, uma vez que a rotação foi feita de forma manual.

Figura 24 – Posicionamento das moedas na plataforma giratória.



Fonte: a autora

A análise do vídeo será apresentada nesse capítulo, no item 6.2 Vídeos disponíveis, vídeos elaborados e análises.

Figura 25 – Tampa da secadora de saladas com as moedas posicionadas.



Fonte: a autora

Cilindros gêmeos

Os cilindros usados têm massas iguais, porém, ela será distribuída de forma diferente com relação ao eixo de rotação de cada cilindro.

O material usado: cano de PVC 10 cm de diâmetro, cola para PVC, cola quente, algodão, massa de modelar, bolas de gude, papelão e chumbinho de pesca. Os materiais foram repensados conforme a distribuição se adaptava melhor, por exemplo, as tampas feitas inicialmente foram também de PVC, mas isso acabava concentrando uma parte significativa da massa do sistema para essas tampas, que foram substituídas então por papelão, que por sinal, era até mais fácil de ser colado.

A proposta é montar um trio de cilindros com a mesma massa total e com essa massa em posições diferentes em relação ao eixo de rotação, ou seja, modificando a distância da maior parte da massa do centro do cilindro.

A proposta dessa montagem é parecida com a dos Bastões de mesma massa e distribuições diferentes, pois externamente parecem iguais e o que os diferencia é a estrutura interna. Mas nesse caso, os cilindros possuem diâmetros maiores e alturas menores. O aumento no diâmetro é para que pudéssemos preenchê-los da forma desejada, e a redução na altura para que tivéssemos facilidade em manusear os três juntos e encontrar uma rampa onde pudéssemos soltá-los ao mesmo tempo. Os cilindros tinham diâmetro de 10 cm e altura de 5 cm, a base de PVC era a mesma. Podemos ver alguns deles antes do preenchimento na Figura 26.

Figura 26 – Cilindros gêmeos recortados sem preenchimento



Fonte: a autora

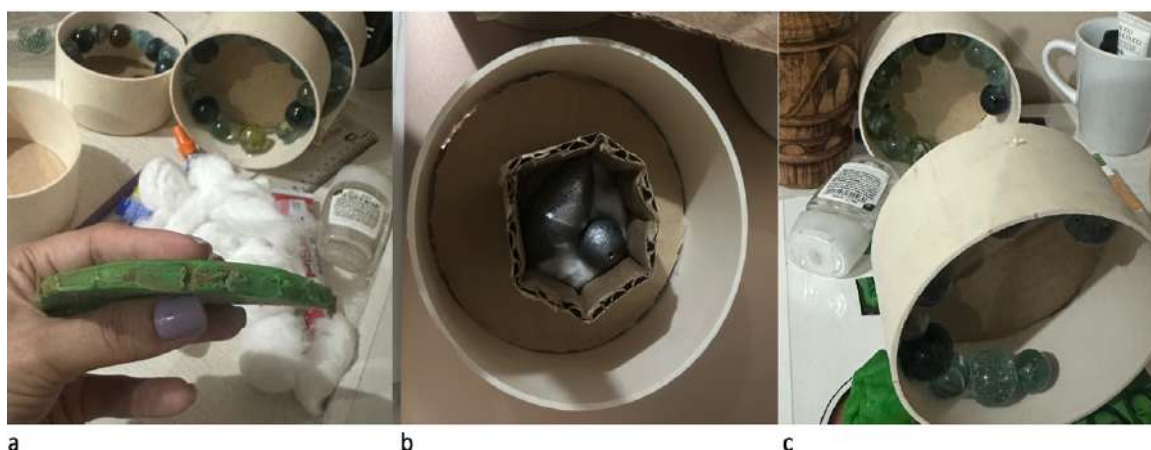
Para que a altura onde a massa está localizada fosse a mesma, em todas as estruturas posicionamos na metade do cilindro, ou seja, aproximadamente 2,5 cm.

O cilindro que tinha todo o seu diâmetro com massa, possuía algodão, massa de modelar e as tampas de papelão. A massa de modelar foi deixada em formato de disco, como visto na figura 27a, era onde a maior parte da massa da estrutura se encontrava. A necessidade do algodão surgiu exatamente para que esse disco de massa de modelar não se deslocasse e saísse da metade da altura do cilindro. Então, este cilindro tem uma camada de algodão, a massa de modelar posicionada e outra camada de algodão.

O cilindro com a massa concentrada próxima do eixo de rotação, possui algodão, chumbinho para pesca, as tampas de papelão, e um outro cilindro de diâmetro menor, aproximadamente 2,4 cm. Esse cilindro menor é o que mantém os chumbinhos no centro, e é dentro dele que preenchemos com a massa de modelar. O algodão foi usado novamente para deixar o chumbinho na altura desejada. Sendo assim, no cilindro menor temos uma camada de algodão, o chumbinho na metade da altura, como mostrado na Figura 27b, e completado com mais algodão.

O cilindro com a massa concentrada próxima do eixo de rotação, possui algodão, chumbinho para pesca, as tampas de papelão, e um outro cilindro de diâmetro menor, aproximadamente 2,4 cm. Esse cilindro menor é o que mantém os chumbinhos no centro, e é dentro dele que preenchemos com a massa de modelar. O algodão foi usado novamente para deixar o chumbinho na altura desejada. Sendo assim, no cilindro menor temos uma camada de algodão, o chumbinho na metade da altura, como mostrado na Figura 27b, e completado com mais algodão.

Figura 27 – Montagem dos cilindros gêmeos: (a) com a massa distribuída sobre toda sua extensão, de forma homogênea, (b) com a massa apenas próxima ao eixo de rotação, (c) com a massa concentrada nas bordas do cilindro.



Fonte: a autora

O último cilindro do trio tem sua massa concentrada na casca, parte lateral interna do cilindro, para isso utilizamos bolinhas de gude coladas na metade da altura do cilindro, como se fosse um colar de pérolas, conforme mostrado na Figura 28c. Um ponto importante para ser colocado aqui é que as bolinhas não são facilmente coladas no PVC, para que fiquem firmes usamos cola própria para PVC.

As três estruturas internas do trio de cilindros gêmeos podem ser observadas juntas na Figura 28, e podemos ressaltar que nesta imagem a adaptação do cilindro que possui um interno era de PVC, depois dos testes, ele foi substituído por um cilindro de papelão.

Figura 28 – Estrutura interna dos cilindros gêmeos.



Fonte: a autora

Figura 29 – Cilindros gêmeos finalizados.



Fonte: a autora

Na Figura 29 apresentamos os cilindros gêmeos prontos. Foram confeccionados 4 trios de cilindros gêmeos.

Cadeira giratória e anilhas

O experimento não conta com nenhuma montagem em especial, pois, os materiais usados são: cadeira giratória e anilhas de 1 kg. Vale lembrar que foi usado o mesmo material para produção prévia de um vídeo para a análise em sala de aula. Esta análise será apresentada na sequência, no 6.2 Vídeos disponíveis, vídeos elaborados e análises.

5.2 VÍDEOS DISPONÍVEIS, VÍDEOS ELABORADOS E ANÁLISES

Apresentaremos os vídeos utilizados nas aulas, sendo que alguns deles foram apenas para motivação, observações e discussão, disponíveis no Youtube, e outros para efetivação da demonstração, experimentação e análises, produzidos pela autora. Os de autoria própria poderão ser disponibilizados para aplicação do produto educacional, ou parte dele, por meio de correio eletrônico e para fins didáticos.

Vídeos disponíveis do Youtube e usados nas questões do formulário do Google

No formulário enviado na aula 2, para as alunas e alunos, via formulário do Google, Google Forms, que será apresentado no item 6.3.

Figura 30: Quadros dos momentos da dança, imagens dos vídeos do Youtube utilizados nas questões fornecidas no formulário do Google: (a) quadro do *pas de deux* de Swan Lake, (b) quadro da variação de Swan Lake.



Fonte: (a) ROYAL BALLET AND OPERA. *Swan Lake – Coda from the Black Swan pas de deux in Act III*. YouTube, 2018. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=XfmSv0z205s>. Acesso em: 20 abr. 2024, (b) ROYAL BALLET AND OPERA. *Swan Lake - Odille/ Black Swan solo (Natalia Osipova)*. Youtube, 2019. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=3SKLSOGtayE&t=52s>. Acesso em: 20 abr. 2024.

Há dois vídeos que estão disponíveis no Youtube: O primeiro é o “Swan Lake – Coda from the Black Swan pas de deux in Act III”⁵, do Royal Ballet and Opera de 2018. No trecho vemos

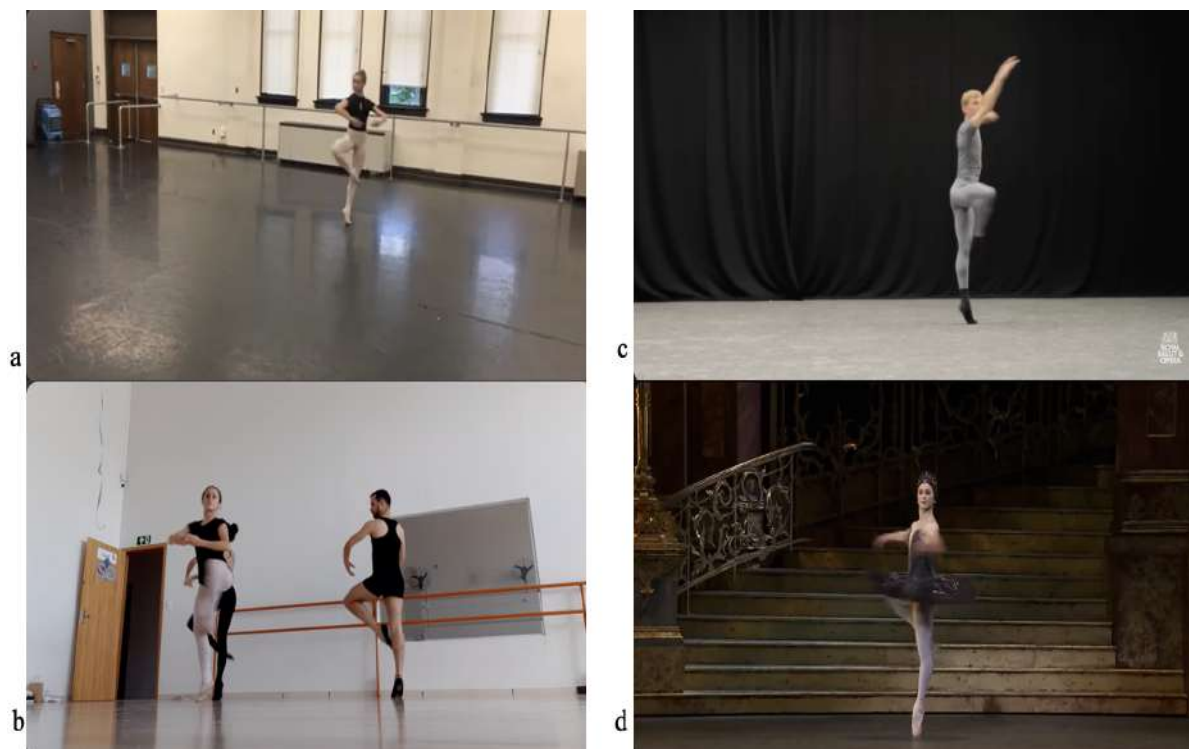
⁵Disponível em: < <https://www.youtube.com/watch?v=XfmSv0z205s>>. Acesso em 20 de abril de 2024.

um *pas de deux*, que consiste em uma dança em casal, de um balé de repertório maior. O segundo vídeo é do mesmo balé de repertório, mas um trecho de solo, ou variação, onde a bailarina dança sozinha, este é o “Swan Lake – Odile/Black Swan solo (Natalia Osipova)”⁶ também do Royal Ballet and Opera, também de 2018. A figura 31 apresenta imagens, quadros, dos vídeos citados na Figura 30a temos a imagem do *pas de deux* e na Figura 30b a imagem do solo da bailarina.

Vídeos disponíveis do Youtube e usados em aula

Outros vídeos utilizados na aula 2, disponíveis no Youtube. Eles são todos de giros, sendo eles piruetas e fouettes. Foram selecionados 4 vídeos são os seguintes:

Figura 31 – Quadros dos momentos da dança, imagens dos vídeos do Youtube: (a) quadro do vídeo “Pirouette combination”, (b) quadro de “Ballet clássico – Diagonal”, (c) quadro de “Insight: Ballet Glossary”, (d) quadro de “Coda Swan Lake”.



Fonte: (a) ALEXANDRA LAMM. *Pirouette combination*. Youtube, 2018. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=8_EAO0-MRTs. Acesso em: 20 abr. 2024, (b) THAYS PIRES. *Ballet Clássico - Diagonal*. Youtube, 2022. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=dG3zKYazy3s>. Acesso em: 20 abr. 2024, (c) BALLET ROYAL AND OPERA. *Insight: Ballet Glossary - Pirouette*. Youtube, 2012. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=fm-XZCi9skQ>. Acesso em: 20 abr. 2024, (d) FLORENCIA BERNASSANI.

⁶Disponível em: < <https://www.youtube.com/watch?v=3SKLSOGtayE&t=52s>>. Acesso em 20 de abril de 2024.

Coda Swan Lake (ROH) - Marianela Nuñez fouettes. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=0SWtbwvhsas>. Acesso em: 20 abr. 2024.

“Pirouette combination”⁷, de Alexandra Lamm do ano de 2017. “Ballet clássico – Diagonal”⁸, de Thays Pires do ano de 2021. “Insight: Ballet Glossary – Pirouette”⁹ do Royal Ballet and Opera do ano de 2011. E por último, “Coda Swan Lake (ROH) – Marianela Nuñez fouettes”¹⁰ de Florencia Bernassani do ano de 2020.

Os quadros, imagens, dos vídeos citados estão recortados na Figura 31, sendo 31a do vídeo “Pirouette combination”, 31b de “Ballet clássico – Diagonal”, 31c de “Insight: Ballet Glossary”, e em 31d de “Coda Swan Lake”.

Vídeo da plataforma giratória e moedas com velocidade angular aproximadamente constante

Usamos a plataforma giratória e moedas com velocidade angular aproximadamente constante e produzimos um vídeo que foi analisado com o software Tracker conforme apresentamos a seguir. Em tempo, o vídeo foi produzido apenas com o uso da câmera de um celular.

Figura 32 - Montagem do aparato para análise de vídeo com as marcações necessárias.



Fonte: a autora

⁷ Disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=8_EAO0-MRTs >. Acesso em 20 de abril de 2024.

⁸ Disponível em: < <https://www.youtube.com/watch?v=dG3zKYazy3s> >. Acesso em 20 de abril de 2024.

⁹ Disponível em: < <https://www.youtube.com/watch?v=fm-XZCi9skQ> >. Acesso em 20 de abril de 2024.

¹⁰ Disponível em: < <https://www.youtube.com/watch?v=0SWtbwvhsas> >. Acesso em 20 de abril de 2024.

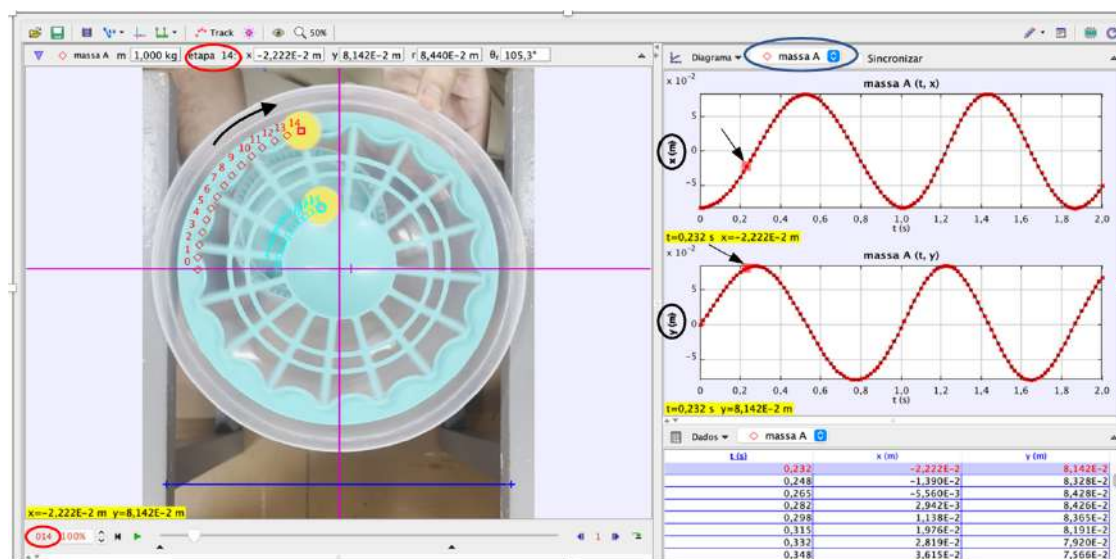
O vídeo produzido foi usado para análise da velocidade angular de dois discos amarelos, ou moedas, presos por fita adesiva, como mostrado na Figura 32, que é a mesma imagem da Figura 26, porém com destaque dos pontos de referência no disco.

Podemos ver que os discos amarelos possuem uma marcação rosa, isso foi feito para facilitar o processo de análise no software *Tracker*, que encontra e marca os pontos de forma automática quando há algo em destaque na imagem.

Para uma melhor compreensão das análises, trazemos agora uma tela do *Tracker* com alguns pontos em destaque, os que serão úteis nas análises. A Figura 33 é o quadro 14 da análise iniciada do aparato das figuras 26 e 32.

Começando do lado esquerdo da Figura 33, na imagem temos as linhas violetas que se cruzam, essas definem o nosso referencial, de acordo com o sistema cartesiano, nesse caso o ponto (0,0), onde as linhas se cruzam, foi exatamente o centro da plataforma.

Figura 33 – Destacados os pontos importantes para a análise do Tracker



Fonte: a autora.

Abaixo na imagem encontramos uma linha azul, ela é o nosso bastão de medição e definirá a dimensão dos objetos e distâncias na análise, para esse vídeo usamos a distância entre duas mesas. Destacamos na imagem, circulado em vermelho, onde podemos encontrar o quadro a ser analisado, em cima da imagem escrito como “etapa 14” e abaixo dela somente com o número “014”, outra forma de encontrar o número do quadro é olhar acima do ponto marcado na imagem, a trajetória de pontos está sempre acompanhada de um número, que representa o seu quadro.

Sobre a trajetória, ao lado dela, indicamos com uma seta o sentido dessa rotação, outra forma de encontrar o sentido da rotação é perceber para qual sentido está a ordem crescente dos números nos pontos marcados na imagem. Ainda do lado esquerdo, no canto abaixo da imagem encontramos números destacados com um fundo amarelo, ali está a informação com os valores de x e y para aquele quadro.

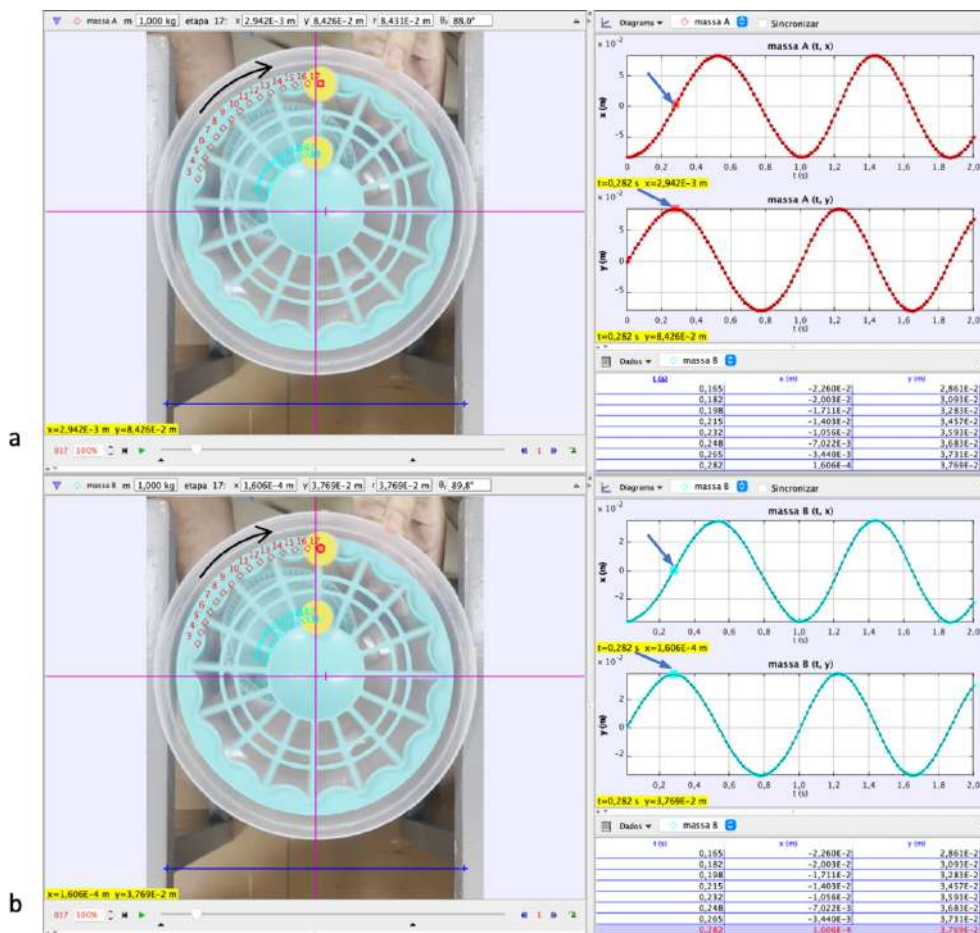
Do lado direito da imagem temos os gráficos gerados e a tabela sendo preenchida embaixo. Nos gráficos gerados podemos alterar as variáveis analisadas, nesse caso construímos gráficos de x, t e de y, t , nas próximas análises trabalharemos também com outras variáveis, para alterá-las basta clicar onde sinalizamos de forma circulada em preto. Sinalizamos com setas os pontos nos gráficos referentes ao quadro, podemos perceber que ele tem um destaque no gráfico com relação aos demais pontos, facilitando para encontrá-lo, mesmo sem a seta. Deste lado da imagem também temos valores destacados com o fundo de cor amarela, eles nos mostram o valor que aquele ponto possui para as duas variáveis do gráfico, nesse caso, o primeiro mostra os valores de t e x , e o segundo mostra os valores de t e y . Outro detalhe sinalizado, agora circulado em azul, é a posição onde podemos alterar o objeto em análise, nesse quadro estávamos analisando o disco mais distante do centro, para mudarmos para a mais próxima bastava clicarmos no local sinalizado.

Na Figura 34, apresentamos duas imagens onde em cada uma delas um quadro da gravação da plataforma giratória, lado esquerdo, e gráficos correspondentes as suas posições em relação ao tempo, lado direito.

A Figura 34a mostra a análise do disco mais próximo à borda da plataforma e ponto do gráfico referente ao quadro 17 está indicado com a seta. A Figura 34b é a análise do disco mais próxima ao centro da plataforma e o ponto do gráfico referente ao quadro 17 também está indicado com a seta. Em ambas as partes da Figura 34, temos o bastão de medição, nesse caso, quando o vídeo foi gravado, essa distância foi medida e equivale a 0,2 m. É válido ressaltar que os valores vistos na imagem possuem o sinal negativo, isso porque o giro acontece em sentido horário, como indicado pela seta na plataforma.

Com o uso desses gráficos foram abordados os pontos onde x é máximo e onde y é máximo, na intenção de auxiliar os alunos no entendimento da leitura dos gráficos e das posições marcadas no vídeo. O quadro das Figuras 34a e 34b é o 17, e para os dois discos podemos ver, nos valores destacados com o fundo amarelo, as posições x próximos de zero e y em seu ponto máximo. O que poderia se inverter se tivéssemos escolhido um ponto próximo do instante $t = 0,5$ s.

Figura 34 – recorte de tela dos gráficos de posição em função do tempo no quadro 17 indicado no canto superior esquerdo, para os discos: o ponto do gráfico referente ao quadro está indicado com uma seta, e o sentido de rotação da plataforma também indicado com uma seta: (a) análise do disco mais próximo da borda, (b) análise do disco mais distante da borda.



Fonte: a autora.

Porém o foco não era ver a relação das posições e sim os valores das velocidades tangenciais para cada disco.

Os próximos passos serão voltados a entender a composição da velocidade tangencial a partir dos valores de v_x e v_y , de acordo com a Equação 18, que dará um valor para a velocidade tangencial dos discos. O objetivo é que os alunos percebessem que a velocidade tangencial é diferente para cada um dos discos.

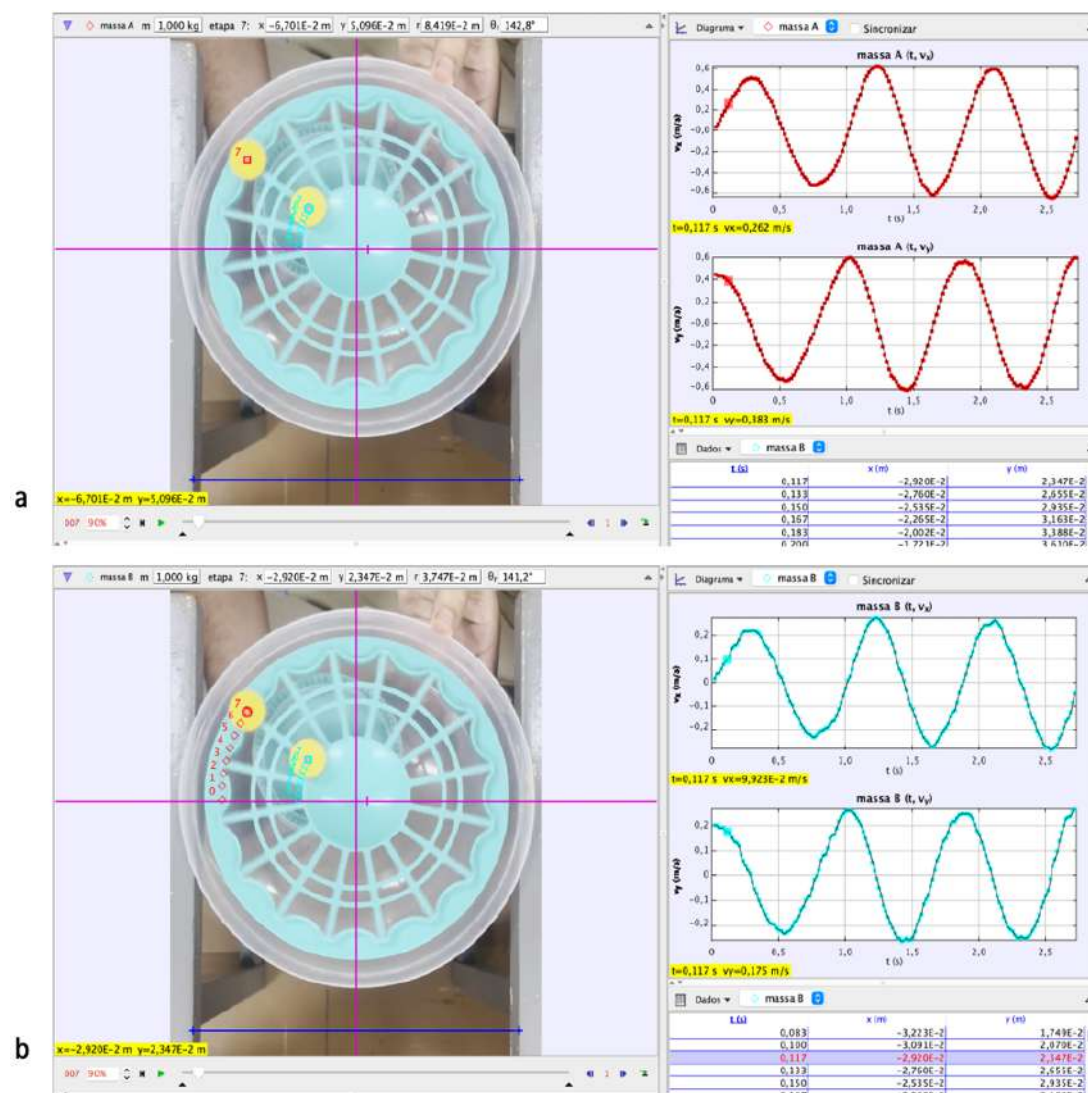
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (18)$$

Então, os alunos foram convidados a preencher a Tabela 2, pois ao fim devem conseguir ver a diferença entre as velocidades tangenciais e igualdade na velocidade angular. Assim, deve

ser preenchida uma tabela para o disco externo e uma para o disco interno, a fim de comparar os valores.

A figura 35 apresenta os gráficos para v_x e v_y em função do tempo, sendo que a Figura 35a mostra a análise do disco mais próximo à borda da plataforma e a Figura 35b é a análise do disco mais próxima do centro da plataforma.

Figura 35 - recorte de tela dos gráficos de velocidade em função do tempo para os discos, (a) para o disco mais próximo da borda, (b) para o disco mais próximo do centro.



Fonte: a autora

Tabela 2 – tabela proposta aos alunos

QUADRO	v_x (m/s)	v_y (m/s)	v (m/s)	r (m)	ω (°/s)

Fonte: a autora

A última etapa de análise e obtenção de dados deve ser feita usando gráficos de ω e r gerados no Tracker, como mostra a Figura 36. A Figura 36a mostra a análise do disco mais próximo à borda da plataforma e a Figura 36b é a análise do disco mais próxima ao centro da plataforma. Com todos os dados coletados os alunos puderam preencher as tabelas. Os mesmos quadros foram escolhidos para o disco interno e o disco externo, para que pudéssemos comparar os valores de velocidades.

É importante perceber na Figura 36, que a unidade de velocidade angular ω fornecida pelo software é em $^{\circ}/s$, sendo que a unidade dessa grandeza no sistema internacional é rad/s , por esse motivo uma nova coluna foi adicionada nas tabelas 2 e 3. O gráfico gerado para essa velocidade possui uma curva bem diferente, mas se considerarmos as regiões com maior quantidade de pontos teremos que os valores serão bem próximo para os dois discos, entre -380° e -410° , o sinal negativo surge por conta do sentido da rotação.

Outro ponto que nos leva a uma variação nesse valor de velocidade angular, é que o giro foi realizado de forma manual, sem a utilização de algum equipamento, e devido ao atrito causado pelas partes da própria plataforma.

Essa coluna adicionada será a mais importante, é nela que veremos os valores bem próximos para as velocidades angulares dos dois discos, apesar de os valores de velocidades tangenciais serem diferentes. Isso se dá por conta da modificação nos valores dos raios, uma conclusão que pode ser feita se analisarmos a equação 19, que surge a partir da equação 6 expressa no capítulo 5.

$$se \quad v_t \sim \omega r \Rightarrow \omega = \frac{v_t}{r} \quad (19)$$

A tabela 3 está composta dos valores coletados para o disco externo e a tabela 4 com os valores coletados para o disco interno. Escolhemos apenas 4 quadros para análise por conta do tempo, os resultados ficariam melhores se mais pontos fossem considerados. A escolha dos quadros foi feita pelos alunos. Os resultados para velocidade tangencial são aproximadamente constantes para cada disco, pois estamos trabalhando com um equipamento real e que possui atrito, causando uma variação na velocidade do giro.

Tabela 3 – valores obtidos para o disco externo

QUADRO	$v_x (m/s)$	$v_y (m/s)$	$v(m/s)$	$r (m)$	$\omega(^{\circ}/s)$	$\omega(rad/s)$
7	0,262	0,383	0,465	0,084	-315,7	5,536
35	-0,190	-0,496	0,531	0,081	-375,6	6,555
93	-0,470	-0,407	0,622	0,079	-449,5	7,873

113	0,054	0,574	0,604	0,084	-393,4	7,190
-----	-------	-------	-------	-------	--------	-------

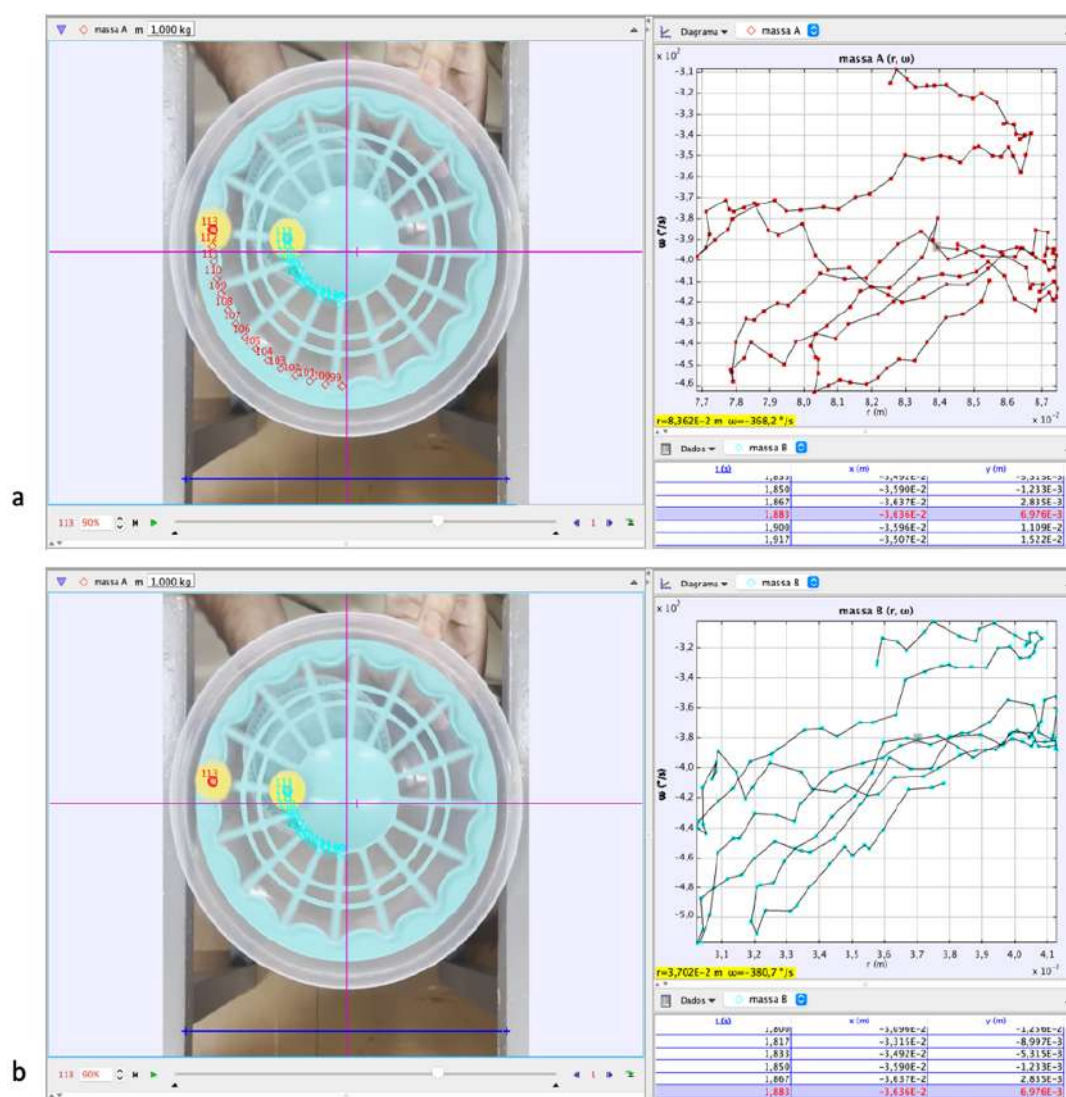
Fonte: a autora

Tabela 4 – valores obtidos para o disco interno

QUA-DRO	v_x (m/s)	v_y (m/s)	v (m/s)	r (m)	ω (°/s)	ω (rad/s)
7	0,099	0,175	0,202	0,037	-302,1	5,459
35	0,079	0,218	0,230	0,035	-379,6	6,571
93	-0,190	-0,176	0,259	0,032	-460,2	8,094
113	0,012	0,248	0,247	0,037	-380,7	6,676

Fonte: a autora

Figura 36 - recorte de tela dos gráficos de velocidade angular em função do raio, em (a) para o disco mais próximo da borda, (b) para o disco mais próximo do centro.



Fonte: a autora

Os valores das colunas: quadro, v_x , v_y , r e $\omega(/s)$, foram obtidos a partir do software *Tracker*, ou seja, coletados diretamente da análise. Enquanto v e $\omega(\text{rad/s})$ foram calculados a partir destes dados. Comparando a última coluna da tabela 2 e 3, podemos ver que os valores são próximos. Isso conclui e fecha a aula sobre velocidades angulares e tangenciais, evidenciando a importância do valor de raio na obtenção das velocidades.

Vídeo da cadeira giratória e anilhas ou corpos de provas

O vídeo usado foi produzido com a cadeira giratória e corpos de provas. Em tempo, o vídeo foi produzido apenas com o uso da câmera de um celular. Dessa vez, as análises foram com um ponto de vista mais qualitativo que quantitativo apenas foram feitas discussões dos gráficos. Figura 37 – Um quadro da filmagem com indicação dos pontos de referência para a análise da variação da velocidade angular

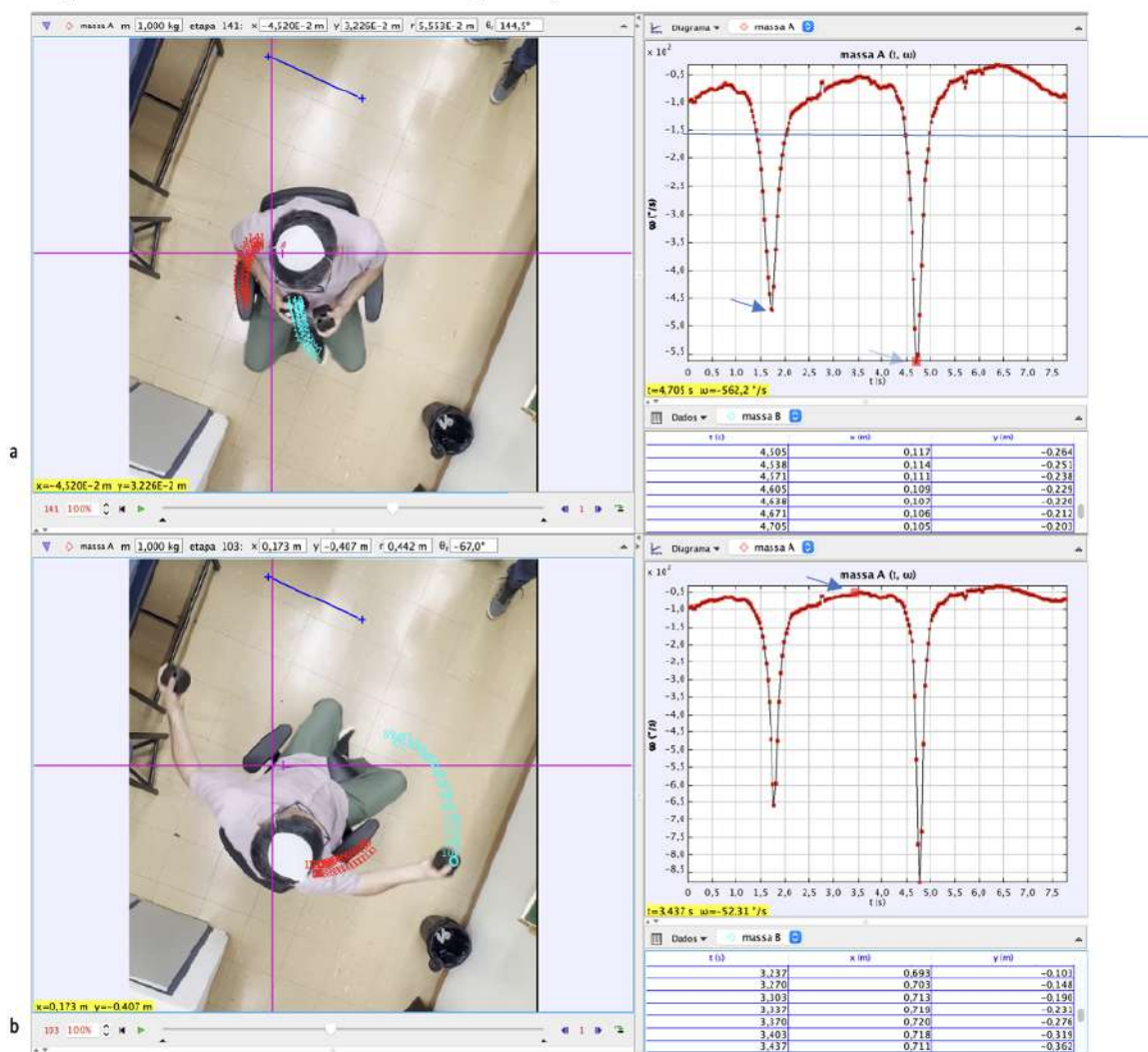


Fonte: a autora

Na Figura 37, podemos ver como organizamos o espaço para gravação, marcando o centro do chapéu com uma fita vermelha, para depois colocarmos a linha de referência ali e o ombro com um x feito de fita vermelha, para conseguirmos marcar os pontos no *Tracker* de

forma facilitada. Foram usados para gravação a cadeira giratória e corpos de prova com massa de 1kg, que evidenciará a mudança na velocidade angular de acordo com a variação na posição da massa.

Figura 38 – recorte da análise feita na cadeira giratória, em (a) com os braços fechadas, pontos de velocidade angular máxima, em (b) com os braços abertos, um ponto de velocidade angular mínima.



Fonte: a autora

Na Figura 38a, temos o quadro 141 e vemos a análise feita tomando como ponto de observação o ombro, que não sofre variação de posição com relação ao centro de rotação. O gráfico da figura 38a é da velocidade angular em função do tempo, e seu ponto máximo aparece em um valor negativo porque estamos analisando um movimento que foi no sentido horário. Sinalizamos com setas os dois picos do gráfico onde a velocidade angular tem seus valores máximos, nesses instantes a pessoa está com os braços fechados, portanto, r é menor e a massa é concentrada próxima do centro de rotação.

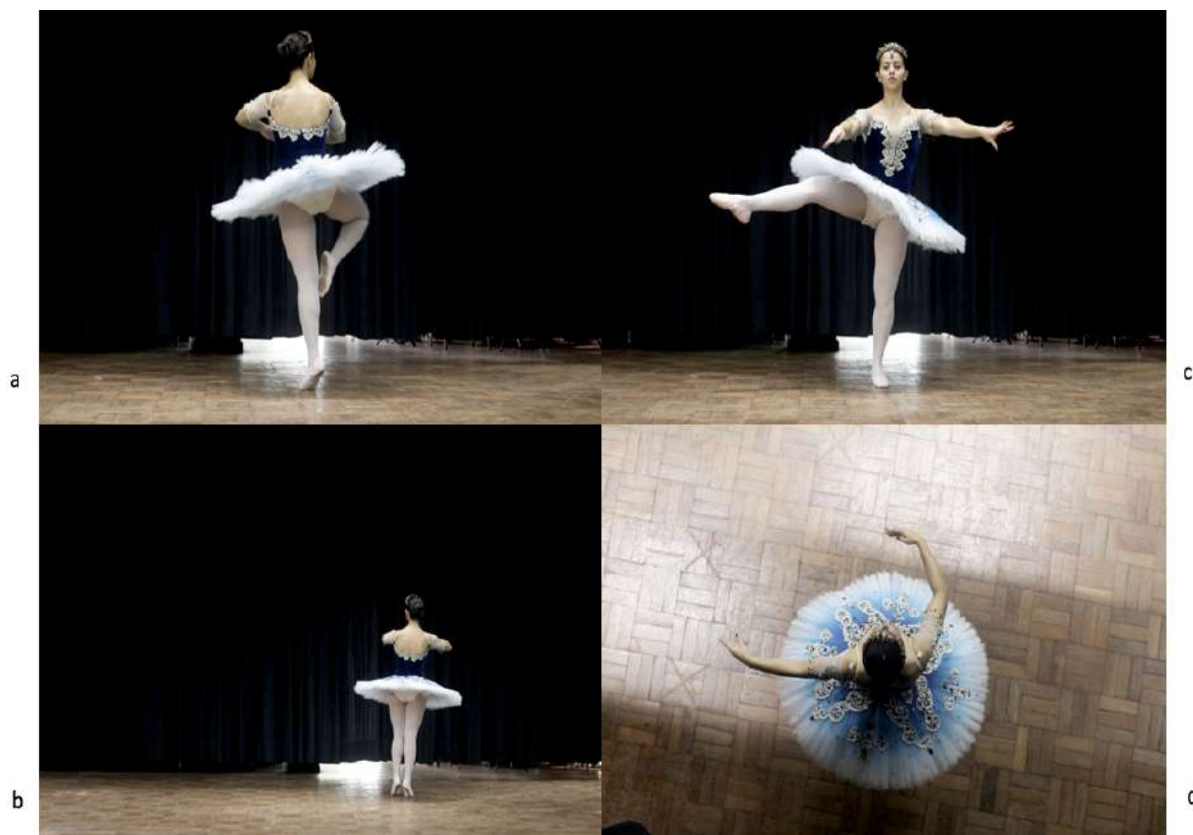
Na Figura 38b, temos o quadro 103, escolhido para que possamos ver um momento de velocidade angular mínima, o valor é próximo a zero e o ponto do gráfico está finalizado com uma seta. Podemos ver no lado esquerdo da figura que neste quadro a pessoa está com os braços abertos.

Se convertermos os valores das velocidades angulares para **rad/s**, encontramos na Figura 38a, o ponto de máxima velocidade angular, $\omega = 9,8 \text{ rad/s}$, e na Figura 37b o ponto de mínima velocidade angular, $\omega = 0,91 \text{ rad/s}$.

Vídeos da bailarina em giros do balé.

Foram produzidos três vídeos com vista frontal, de três giros diferentes do balé, e um vídeo visto de cima, do qual as análises foram feitas com o *Tracker*. Nos vídeos temos a bailarina, autora do produto educacional e professora da turma. A produção dos vídeos contou com o apoio da Lei Paulo Gustavo de incentivo a cultura, que subsidiou a gravação, fornecendo fotógrafo profissional, e prefeitura do município de Tibagi que cedeu espaço do Teatro Municipal Tia Inália.

Figura 39 – A bailarina e os três movimentos: (a) pirueta, (b) fouette, (c) debouille e em (d) pirueta vista de cima.



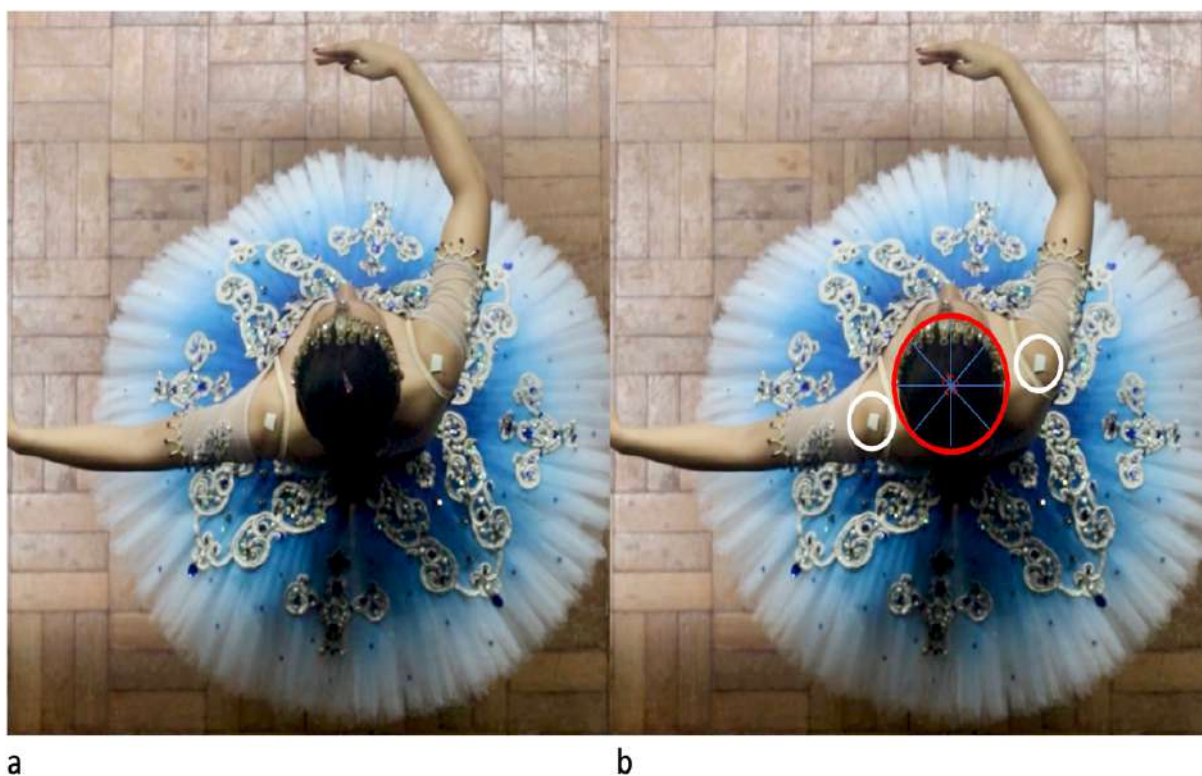
Fonte: a autora

Na Figura 39 temos quadros dos vídeos utilizados: na Figura 39a a pirueta, na Figura 39b o *fouette*, na Figura 39c o *deboulle*, os três movimentos ,vistos de frente, e na Figura 39d, temos a pirueta vista de cima.

Nós analisamos o vídeo da pirueta vista de cima com o *Tracker*, a fim de investigar o comportamento da velocidade angular e compreender a conservação do momento.

Na Figura 40, podemos ver em a uma imagem ampliada e com as cores mais brilhantes, para que as marcações possam ser melhor visualizadas. Temos marcações nos ombros, com fita branca, para que pudéssemos usar o software e gerar a trajetória automática. Outro ponto marcado é com um detalhe no cabelo, ele foi feito para marcar o ponto médio da cabeça e assim colocar o sistema cartesiano sobre ele. Na Figura 40b, podemos ver esses pontos destacados. Com branco, os pontos marcados são dos ombros, e em vermelho, o ponto marcado sobre a cabeça.

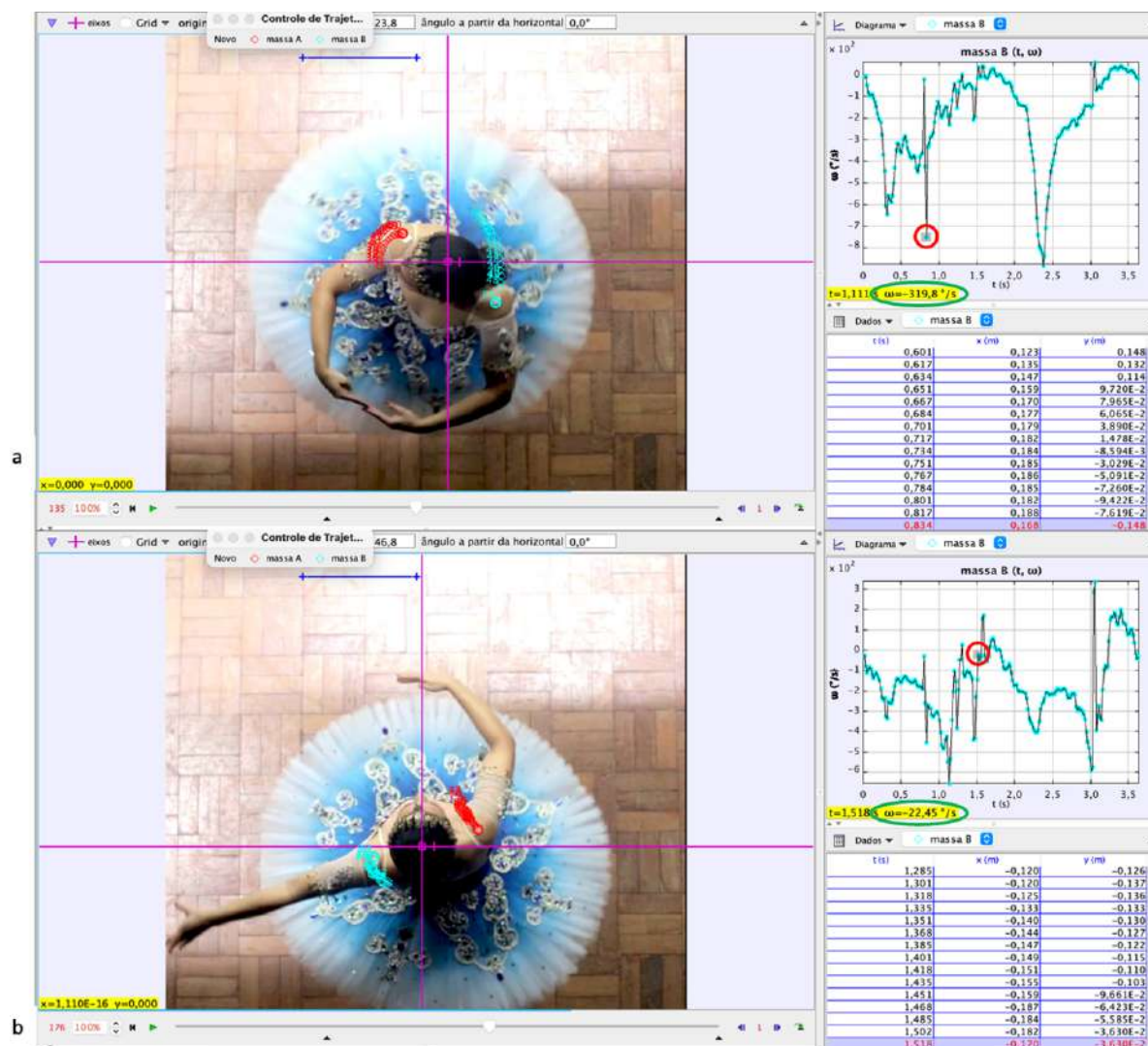
Figura 40 – Recorte do vídeo usado em análise: (a) imagem original, (b) imagem com marcações importantes para a realização da análise de vídeo.



Fonte: a autora

Veremos as análises feitas para a velocidade angular da bailarina durante a pirueta na Figura 41, antes de realizar essas análises devemos lembrar que se trata de um movimento que gera um certo desequilíbrio, realizado na ponta dos pés, além de possuir atrito. Por esses fatores, teremos curvas dos gráficos irregulares.

Figura 41 – recorte da análise feita da pirueta, em (a) a bailarina com os braços fechados, um ponto de velocidade angular máxima, em (b) a bailarina com os braços abertos, um ponto de velocidade angular mínima.



Fonte: a autora

Na figura 41a, podemos ver o quadro 135, onde a bailarina está com os braços fechados, o destaque em vermelho no gráfico mostra o ponto da velocidade angular nesse quadro e o destaque em verde mostra o valor referente a essa posição em °/s, sendo $\omega = -319,8^\circ/\text{s}$, se convertermos esse valor para as unidades do S.I. encontraremos $\omega = 5,6 \text{ rad/s}$. Na Figura 41b, vemos que a bailarina está com um de seus braços abertos, os pontos em destaque são os mesmos, em vermelho o ponto do gráfico referente a esse quadro e em verde o valor referente

a essa posição em $^{\circ}/s$, sendo $\omega = -22,45^{\circ}/s$, se convertermos esse valor, encontraremos $\omega = 0,4 \text{ rad/s}$. É válido lembrarmos que os valores são negativos porque o giro foi realizado no sentido horário.

Assim como nos resultados da análise da cadeira giratória, conseguimos concluir que a organização dos braços dos bailarinos influencia em sua velocidade angular.

5.3 QUESTÕES FORNECIDAS POR MEIO DO FORMULÁRIO DO GOOGLE

As questões que foram elaboradas com a intenção de fazer uma investigação inicial da predisposição dos alunos, foram aplicadas no início da Aula 2 deste produto educacional, disponibilizadas no formulário do Google e são descritas na sequência:

Introdução do formulário: O balé clássico é uma forma de arte que combina a beleza do movimento com a expressão artística, cativando o público em todo o mundo. Há uma ciência sutil em ação por trás da graça e leveza da dançarina e (ou) do dançarino. Neste trabalho, procuraremos explorar a interação entre a física e o balé clássico, examinando como alguns dos conceitos da física se aplicam à técnica e performance das bailarinas e (ou) dos bailarinos. Além disso, examinaremos como a aplicação da física pode ajudar a melhorar o desempenho da dançarina e (ou) do dançarino, e melhorar a eficiência do movimento. Ao obter uma melhor compreensão da ciência por trás da arte do balé clássico, poderemos apreciar mais a habilidade e o talento das bailarinas e (ou) dos bailarinos e aprofundar nossa compreensão da física por trás dessa expressão artística.

Questões:

1) Você gosta de dançar?

Alternativas: Sim e Não

2) Você pratica algum tipo de dança?

Alternativas: Sim e Não

2.a) Qual tipo de dança você pratica?

3) Alguém que você conhece pratica algum tipo de dança?

Alternativas: Sim e Não

3.a) Qual tipo de dança a pessoa que você conhece pratica?

4) Você conhece o balé clássico?

Alternativas: Sim e Não

5) Você já viu alguma apresentação de balé clássico?

Alternativas: Sim e Não

Neste momento, um vídeo é apresentado no questionário, seu link está disponível no item 6.2 vídeos disponíveis, vídeos elaborados e análises. O texto que antecede o vídeo:

Você deve assistir o trecho de uma gravação da apresentação de um balé de repertório, ou seja, um balé que conta uma história. E neste caso, chama-se Lago dos Cisnes e já originou alguns filmes, sendo um muito conhecido, chamado Cisne Negro.

Trecho de uma apresentação de balé clássico: O Lago dos Cisnes. (Pas de deux do 3º Ato - The Royal Ballet)

Em seguida, você deverá responder as perguntas de número 6 a 10 com base no trecho exibido aqui.

6) Você achou bonito?

Alternativas: Sim e Não

7) Quais movimentos chamaram mais sua atenção?

Alternativas: Saltos, giros, caminhadas, equilíbrios, braços, ficar sobre a ponta dos pés, nenhum e outros.

8) Acredita que esses movimentos são feitos facilmente?

Alternativas: Sim, não e alguns.

9) Quais movimentos você acredita que são mais facilmente realizados?

Alternativas: Saltos, giros, caminhadas, equilíbrios, braços, ficar sobre a ponta dos pés, nenhum e outros.

10) Onde você acha que a física “ajuda” esses bailarinos?

Alternativas: Saltos, giros, caminhadas, equilíbrios, braços, ficar sobre a ponta dos pés, nenhum e outros.

Neste momento um vídeo é apresentado no questionário, seu link está disponível no item 6.2 vídeos disponíveis, vídeos elaborados e análises. O texto que antecede o vídeo:

Você deve assistir o trecho de uma gravação da apresentação de um solo, ou seja, uma coreografia com apenas um bailarino (a).

Em seguida, você deverá responder as perguntas de número 11 e 12, com base no trecho exibido aqui.

Trecho - Solo : Odile - Cisne negro com Natalia Osipova do The Royal Ballet

11) Após ver um pouco mais sobre, como você relaciona a física e a dança?

12) Vamos juntos desvendar a física que explica alguns desses movimentos?

Alternativas: Sim e Não.

5.4 CUSTOS

A Tabela 1 traz os custos aproximados dos materiais utilizados. A quantidade desses materiais pode variar de acordo com o número de unidades de cada experimento desejado fazer, os valores expressos são para as quantidades descritas na tabela e utilizadas pela autora.

Tabela 1 – custos dos materiais utilizado

Material	Quantidade	Custo aproximado	
Pássaro equilibrista	1	R\$	30,00
Cano PVC 20mm	3,5 m	R\$	50,00
Tampas PVC 20mm	12	R\$	18,00
Plataforma giratória	4	R\$	100,00
Cano PVC 100mm	1 m	R\$	25,00
Cola para PVC - 17g	2	R\$	25,00
Pacote bolas de gude	2	R\$	23,00
Caixa massinha de modelar	2	R\$	25,00
Chumbo para pesca	8	R\$	12,00
Pacote de algodão	3	R\$	9,00
	Custo total aproximado	R\$	317,00

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho traz a união entre giros clássicos do balé e os conceitos da física. A proposta das seis aulas permite explorar o universo dos movimentos com um olhar de bailarina e professora de física, tornando o ensino mais atrativo. Ao focar no movimento rotacional e abordar velocidade angular, momento de inércia, momento angular e sua conservação, as alunas e os alunos têm a oportunidade de vivenciar a ciência por meio do corpo em movimento.

A sequência didática, que faz parte deste produto educacional, tem atividades de experimentos práticos, observações e questionários, e a análise de vídeos com o software *Tracker*, que podem estimular o aprendizado. Essa combinação pode possibilitar que os estudantes compreendam a importância dos movimentos dos braços nas piruetas de maneira reflexiva. Uma vez que a aprendizagem deixa de ser abstrata para se tornar conectada ao mundo real, reforçando que a física está presente em diversos momentos do nosso cotidiano.

Para futuras aplicações, com mais tempo, as atividades podem ser exploradas de forma mais detalhada, principalmente com relação aos gráficos do *Tracker*, escolhendo mais pontos e trabalhando mais nas tabelas.

De qualquer forma, esperamos que o leitor possa usar este produto educacional em sua totalidade ou mesmo de forma parcial, por favor, sinta-se a vontade em usá-lo. Por fim, a dança oferece um caminho fascinante para ensinar física, atuar como ponte entre arte e conhecimento científico, promover engajamento, senso crítico e conexão cultural. A pirueta do balé é uma ótima auxiliadora para entender um pouco da física!

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais de Educação Básica**. Brasília, 2013. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=15548-d-c-n-educacao-basica-nova-pdf&Itemid=30192 >. Acesso em: 30 mar. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: BNCC**. Brasília: Ministério da Educação, 2017. Disponível em: <<https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/educacao-basica/bncc>>. Acesso em: 26 mar. 2024.

BRUNER, J. S. **Uma Nova Teoria de Aprendizagem**. 2a ed. Rio de Janeiro. Bloch. 1973.

BUZAN, T. **Dominando a técnica dos mapas mentais: o guia completo de aprendizado e o uso da mais poderosa ferramenta de desenvolvimento da mente humana**. São Paulo: Cultrix, 2019.

DURAN, J. A. R. **Mecânica geral. Volume único**. Rio de Janeiro. Fundação Cecierj, 2019. Disponível em: <https://canal.cecierj.edu.br/112019/71d6ace8aa7e635b68cec28952fd0f0c.pdf>. Acesso em 30 mar. 2024.

GREF. **Física 1: Mecânica**. 5ª. ed. 3ª. reimpr. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2005.

HALLIDAY, D; RESNICK, R. & WALKER, J. . **Fundamentos de Física - Mecânica, Vol 1**, 10ª ed. LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora. 2016

HEWITT, P. G. **Física Conceitual**. 12ª ed. São Paulo: Bookman, 2015.

ILLERIS, Knud. **Teorias contemporâneas de aprendizagem**. Porto Alegre: Ed. Penso. 2013

MEDEIROS, George Homer Barbosa. **Régua, compasso e pontos notáveis de um triângulo**. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande

do Norte. Natal, 2020. Disponível em: file:///Users/giovanasilva/Downloads/Reguacompassopontos_Medeiros_2020.pdf Acesso em 20 abr. 2024.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo. Editora Pedagógica e Universitária. 1999.

MOYSÉS, C. **Física – Vol.1**. 4. Ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1995.

OKUNO, Emico; FRATIN, Luciano. *Desvendando a física do corpo humano: biomecânica*. 2. ed. Barueri: Manole, 2016.

PETITE DANSE. **A física por trás do fouetté**. Publicado em: mai. 2019. Disponível em: <https://petitedanse.com.br/a-fisica-por-tras-do-fouette/>. Acesso em: 22 jun. 2023.

OPEN SOURCE PHYSICS (softwares com código aberto). *Tracker*. 2010. Disponível em: <https://www.compadre.org/osp/> . Acesso em 10 jan. 2024.

ORKIEL, Edenilson. **O uso de tecnologias de informação e comunicação no ensino de movimentos em duas dimensões: Lançamento de foguetes**. 2016. Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física) – Programa de Pesquisa em Ensino de Física, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa. Disponível em: <https://tede2.uepg.br/jspui/>. Acesso em 15 fev. 2024.

RIVERA, Félix ; NEVES, Juarenze; GONÇALVES, Dinei. **Traçados em Desenho Geométrico**. Rio Grande: editora da Furg, 389 p. 1986.

TIPLER, Paul A. e MOSCA, Gene, **FÍSICA para Cientistas e Engenheiros Volume 1**, Ed. LTC, Rio de Janeiro, 2009

USP. e-Aulas da USP. **A corrida dos cilindros em um plano inclinado**. Disponível em: <https://eaulas.usp.br/portal/video.action?idItem=31315>. Acesso em: 15 fev. 2022.