

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
SETOR DE CIÊNCIAS HUMANAS, LETRAS E ARTES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO – MESTRADO**

DANIELE REGINA PENTEADO

**AS PRÁTICAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA DO
ESTADO DO PARANÁ**

**PONTA GROSSA
2015**

DANIELE REGINA PENTEADO

**AS PRÁTICAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA DO
ESTADO DO PARANÁ**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa, na linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientador: Prof. Dr. Dionísio Burak

**PONTA GROSSA
2015**

Catálogo na Fonte Elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação-- BICEN / UEPG

P419p Penteado, Daniele Regina
As práticas de modelagem matemática na educação básica do Estado do
Paraná/ Daniele Regina Penteado. Ponta Grossa, 2015.
131f.; il.

Dissertação (Mestrado em Educação – Área de Concentração: Ensino e
Aprendizagem), Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientador: Prof. Dr. Dionísio Burak

1. Educação matemática 2. Educação básica. 3. Modelagem matemática.
I. Burak, Dionísio. II, Universidade Estadual de Ponta Grossa. Mestrado de
Educação. III. T.

CDD: 371.3

TERMO DE APROVAÇÃO

DANIELE REGINA PENTEADO

**AS PRÁTICAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA DO
ESTADO DO PARANÁ**

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Educação, Setor de Ciências Humanas, Letras e Artes da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Orientador (a) Prof. Dr. Dionísio Burak - UNICENTRO

Prof. Dr. Tiago Emanuel Klüber - UNIOESTE

Profª Dra. Celia Finck Brandt - UEPG

Profª Dra. Ana Lucia Pereira Baccon - UEPG

Ponta Grossa, 18 de maio de 2015.

Aos meus filhos, razão do meu viver,
pela compreensão do tempo
dedicado aos estudos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me amparado nas horas mais difíceis onde tudo parecia impossível.

Aos meus pais, José e Marilei, por terem me incentivado a estudar desde as séries iniciais, acompanhando minha vida escolar com muita seriedade, aos quais devo minha vida.

Aos meus filhos, João Felipe, Rafaela e Alice, que muitas vezes precisaram se virar por conta própria enquanto eu me dedicava aos estudos, as leituras e as intermináveis digitações desta dissertação.

Aos meus amigos pessoais e a minha irmã Mônica, que sempre acreditaram na minha capacidade, me incentivando e não me deixando desistir.

Ao Prof. Dr. Dionísio Burak, pela grande sabedoria transmitida durante nossos encontros, além da paciência e compreensão em relação à orientação.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Educação da UEPG, com os quais tive a oportunidade de conviver durante este tempo de curso.

PENTEADO, Daniele Regina. **As práticas de Modelagem Matemática na Educação Básica do Estado do Paraná**. 2015. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Grossa, Ponta Grossa, 2015.

RESUMO

Esta investigação foi realizada a partir do tema Modelagem Matemática, com o objetivo principal de colocar à vista aspectos considerados relevantes sobre as práticas de Modelagem Matemática no âmbito da Educação Básica do Estado do Paraná. O objeto da pesquisa consistiu em analisar as práticas em Modelagem Matemática constantes nos 65 Relatos de Experiências apresentados nos Encontros Paranaenses de Modelagem e Educação Matemática (EPMEM) realizados entre 2004 e 2012, totalizando cinco edições. Diante dos relatos apresentados nestes eventos, a principal indagação a respeito da Modelagem Matemática que almejamos responder pode ser expressada na seguinte pergunta: O que se evidencia das práticas em Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação Básica do Estado do Paraná, a partir dos relatos apresentados nos EPMEM? Dos 65 relatos apresentados nas cinco edições do EPMEM e constantes dos Anais dos eventos, 28 relatos que tratavam da Educação Básica do Estado do Paraná passaram a constituir o *corpus* da pesquisa e deste modo foram analisados detalhadamente. Os aspectos metodológicos empreendidos nesta pesquisa são de natureza qualitativa, com delineamento meta-analítico e de tratamento dos dados conforme a análise de conteúdo na perspectiva de Bardin(2011). A leitura e a codificação de todo o material foram efetuadas com o auxílio do *software* Atlas/T.i.. Os referenciais Metodológico e Teórico utilizados contemplam basicamente Bardin (2011), Franco(2005), Alves-Mazzotti & Gewandsznajder (2004), Larocca (2005), Bicudo (2014), D'Ambrósio (2004), Fiorentini (1995), Klüber (2007, 2010), Burak (1992) e Paraná (2008), entre outros. Os resultados dessa investigação apontam para algumas reflexões e considerações a respeito das práticas analisadas, as quais demonstraram que a Modelagem Matemática está sendo inserida no contexto escolar de diferentes modos, em virtude da diversidade de concepções de Modelagem existentes, mas que, no geral, as impressões dos professores e dos estudantes são bastante favoráveis. Após as categorizações e análises realizadas, chegamos a um panorama de como estas práticas estão sendo realizadas nas salas de aula e quais as motivações que levam os professores a desenvolvê-las. Consideramos que estes elementos podem servir de ponto de partida para outras pesquisas a serem realizadas na área da Modelagem Matemática.

PALAVRAS CHAVE – Educação Matemática. Educação Básica. Modelagem Matemática.

PENTEADO, Daniele Regina. **Practical Mathematical Modeling in Basic Education of the State of Paraná**. 2015 131 f. Dissertation (Master in Education) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2015.

ABSTRACT

This research was carried out from the subject Mathematical Modeling, with the main objective of making available to view aspects considered relevant on mathematical modeling practices within the State of Parana Basic Education. The study objective was to analyze the practices in Mathematical Modeling constant at 65 Experiences Reports presented in meetings Paranaenses Modeling and Mathematics Education (EPMEM) conducted between 2004 and 2012, totaling five editions. Before the events shown in these reports, the main question about the Mathematical Modeling it long answer can be expressed in the following question: What is evident practices Mathematical Modelling developed in the State of Parana Basic Education, from the reports presented in EPMEM ? Of the 65 reports presented in five editions of the EPMEM and contained in the Annals of events, 28 reports dealing with the Paraná State Basic Education came to constitute the corpus of research and thus were analyzed in detail. Methodological aspects undertaken in this research are qualitative, with meta-analytic design and processing of data according to content analysis from the perspective of Bardin (2011). Reading and coding of all materials were made with the assistance of the software Atlas / Ti. The methodological and theoretical frameworks used basically include Bardin (2011), Franco (2005), Alves-Mazzotti & Gewandsznajder (2004), Larocca (2005), Bicudo (2014), D'Ambrosio (2004), Fiorentini (1995), Kluber (2007, 2010), Burak (1992) and Paraná (2008), among others. The results of this research point to some reflections and considerations regarding analyzed practices, which have shown that mathematical modeling is being inserted in the school context in different ways, because of the diversity of modeling concepts, but, in general, impressions of teachers and students are very favorable. After the categorization and analysis performed, we arrive at an overview of how these practices are taking place in classrooms and what the motivations that lead teachers to develop them believe that these elements that can serve as a starting point for further research to be conducted in the area of Mathematical Modeling.

KEYWORDS - Mathematics Education. Basic Education. Mathematical Modeling.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Tetraedro de Higginson.....	26
Figura 2 – Educação Matemática.....	28
Figura 3 – Esquema de Memos.....	45
Figura 4 – Esquema de Netview.....	46
Quadro 1 - Resumo das Tendências Metodológicas em Educação Matemática DCE - Paraná.....	14
Quadro 2 - Distribuição dos Relatos apresentados nos EPMEM.....	40
Quadro 3 - EPMEM realizados entre 2004 e 2012.....	41
Quadro 4 - Principais elementos constitutivos do Atlas/T.i.....	43
Quadro 5 - Quantidade de Relatos apresentados nos EPMEM.....	47
Quadro 6 – Roteiro inicial de codificação dos Relatos.....	48
Quadro 7 - Quantidade de citações conforme cada código.....	49
Quadro 8 - Quantidade de citações dos Autores de Modelagem Matemática nos Relatos.....	50
Quadro 9 – Nível de Ensino das Práticas relatadas nos EPMEM.....	52
Quadro 10 - Categorizações dos códigos Problemas.....	53
Quadro 11 - Categorizações dos códigos Objetivos.....	59
Quadro 12 – Problemas, Objetivos e Resultados das Práticas referentes a Educação Básica do Paraná.....	66
Quadro 13 - Distribuição das práticas conforme os mediadores.....	68
Quadro 14 – Roteiro de aprofundamento de análise e de codificação dos Relatos.....	71
Quadro 15 – Categorizações dos códigos Encadeamentos das práticas.....	71
Quadro 16 - Categorizações dos códigos Abordagem dos Conteúdos.....	79
Quadro 17 - Categorizações dos códigos Impressões dos Sujeitos Participantes.....	83

LISTA DE SIGLAS

ANA	Avaliação Nacional da Alfabetização
ANEB	Avaliação Nacional da Educação Básica
ANPED	Associação Nacional de Pós-graduação e pesquisa em Educação
ANRESC	Avaliação Nacional do Rendimento Escolar
DCE	Diretrizes Curriculares Estaduais
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
EPMEM	Encontro Paranaense de Modelagem e Educação Matemática
GT 19	Grupo de Trabalho 19
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MEC	Ministério da Educação e Cultura
MEM	Movimento da Educação Matemática
MM	Modelagem Matemática
MMM	Movimento da Matemática Moderna
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PDE	Programa de Desenvolvimento da Educação
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PPGE	Programa de Pós-graduação em Educação
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
TIC's	Tecnologia da Informação e Comunicação

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	12
CAPÍTULO 1 - O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA, O MOVIMENTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A MODELAGEM MATEMÁTICA.....	20
1.1 Movimento da Matemática Moderna.....	20
1.2 Movimento da Educação Matemática.....	23
1.3 Modelagem Matemática no contexto do Ensino de matemática.....	29
1.4 Autores e perspectivas de Modelagem Matemática em âmbito Nacional..	33
CAPÍTULO 2 - ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA.....	38
2.1 Natureza e Delineamento da Pesquisa.....	38
2.2 Instrumentos da Coleta de Dados.....	40
2.3 Metodologia de tratamento dos dados.....	41
2.4 Utilização do Software Atlas/T.i.....	43
CAPÍTULO 3 - ANÁLISE DOS DADOS RELATIVOS ÀS PRÁTICAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA DO PARANÁ.....	47
3.1 Categoria Problemas.....	53
3.1.1 Problemas que remetem às situações do cotidiano.....	54
3.1.2 Problemas que buscam respostas à situações específicas.....	55
3.1.3 Problemas que permitem a suposição de acontecimentos.....	56
3.1.4 Problemas que abordam o conhecimento científico.....	56
3.1.5 Problemas que buscam confirmar a Modelagem Matemática como estratégia, metodologia ou alternativa metodológica.....	57
3.1.6 Problemas que envolvem a construção de Modelos Matemáticos.....	57
3.1.7 Problemas que tratam sobre o desenvolvimento de conteúdos específicos.....	58
3.2 Categoria Objetivos.....	59
3.2.1 Objetivos que ensejam aplicação da Modelagem Matemática.....	60
3.2.2 Objetivos que tratam sobre o desenvolvimento de conteúdos matemáticos específicos em Modelagem Matemática.....	61
3.2.3 Objetivos que buscam conhecer opiniões sobre o trabalho com a Modelagem Matemática.....	61

3.2.4	Objetivos que buscam a construção de um Modelo Matemático.....	62
3.2.5	Objetivos que envolvem a Modelagem Matemática e as TIC's.....	63
3.2.6	Objetivos que envolvem Modelagem Matemática e Interdisciplinaridade..	63
3.2.7	Objetivos que envolvem os fazeres próprios da Modelagem Matemática.	64
3.2.8	Objetivos que abordam o meta-estudo em Modelagem Matemática.....	65
3.3	Resultados.....	65
3.4	Encadeamento das Práticas.....	71
3.4.1	Práticas encadeadas a partir do tema escolhido pelos estudantes.....	72
3.4.2	Práticas encadeadas a partir de um tema determinado pelo professor com conteúdos pré-definidos.....	74
3.4.3	Práticas encadeadas a partir de um tema determinado pelo professor.....	76
3.4.4	Práticas encadeadas com vistas a aplicação de atividades específicas.....	78
3.5	Abordagem dos conteúdos.....	79
3.5.1	Abordagem de conteúdos pré-definidos.....	80
3.5.2	Abordagem de conteúdos conforme a necessidade da prática.....	81
3.5.3	Abordagem de conteúdos elencados em atividade proposta.....	82
3.6	Impressões dos Sujeitos Participantes.....	83
3.6.1	Impressões dos estudantes sobre as práticas de Modelagem Matemática realizadas.....	84
3.6.2	Impressões dos professores sobre as práticas de Modelagem Matemática realizadas.....	88
3.7	Papel e Interação dos Sujeitos.....	92
DISCUSSÕES E CONSIDERAÇÕES GERAIS.....		95
REFERÊNCIAS.....		100
APÊNDICE A - Comparativo dos resultados do Brasil no PISA de 2000 a 2012		104
APÊNDICE B - Escala de notas do ENEM 2014.....		105
APÊNDICE C - 4ªsérie/5º ano - Proficiência em Matemática – SAEB/Prova Brasil.....		106
APÊNDICE D - 8ªsérie/9º ano - Proficiência em Matemática – SAEB/Prova Brasil.....		107
APÊNDICE E - Ensino Médio - Proficiência em Matemática – SAEB.....		108
APÊNDICE F – Sujeitos e contextos dos Relatos.....		109

APÊNDICE G – Problemas, Objetivos e Resultados contidos nos Relatos.....	111
APÊNDICE H – Descrição das citações referentes ao Encadeamento das práticas.....	117
APÊNDICE I – Descrição das citações que tratam da Abordagem dos Conteúdos.....	125
APÊNDICE J – Descrição das citações que correspondem as Impressões dos Sujeitos Participantes.....	128

INTRODUÇÃO

Início esta narrativa explanando minha motivação pessoal para a participação neste Programa de Pós-graduação e de que maneira surgiu o interesse por esta pesquisa.

Na qualidade de professora de matemática da Rede Pública do Estado do Paraná, desde 1998, realizei várias observações referentes a prática escolar da Educação Básica. Percebi que, muitas vezes, ainda predomina um ensino de Matemática de forma desvinculada da realidade e descontextualizada na qual nós professores, além de não valorizarmos as vivências dos estudantes, também ignoramos os conceitos assimilados nas séries anteriores.

Esclareço que não há a intenção de culpabilizar os professores de matemática da Educação Básica por esta maneira de agir, até porque me incluo neste coletivo.

A falta de conexão com a realidade torna o ensino da Matemática maçante e sem sentido ou significado para muitos dos nossos educandos em todas as séries escolares, quando, na maioria das vezes, nós professores acabamos repetindo a mesma forma de abordagem, dos conteúdos já trabalhados nas séries anteriores, desprezando os conhecimentos já dominados pelos alunos e, ainda, seguindo apenas as listas de exercícios presentes nos livros didáticos.

De acordo com D'Ambrósio (1989), algumas consequências dessa prática educacional se revelam quando os alunos passam a acreditar que a aprendizagem de Matemática se dá por meio de um acúmulo de fórmulas e algoritmos, que fazer Matemática é seguir e aplicar regras, as quais foram transmitidas pelo professor. Os estudantes também entendem que a Matemática é formada por conceitos verdadeiros e estáticos, que não podem ser questionados, que não levantem dúvidas e que acima de tudo foram descobertos ou criados por gênios.

Este tipo de ensino centralizado em regras, memorizações e resoluções de exercícios mecânicos. É ainda uma forma de ensinar que adota como metodologia, a explicação por parte do professor, alguns exemplos de aplicação e uma significativa lista de exercícios.

As implicações para a falta de qualidade do ensino são visíveis, pois se

refletem quando os estudantes se deparam com situações de algumas avaliações dos sistemas de ensino não conseguem resolver as questões propostas, as quais pouco tem a ver com a maneira como estão aprendendo Matemática na escola, em termos de conteúdo e forma.

A falta de compreensão dos conteúdos pretensamente ensinados e da própria Matemática, por parte dos nossos estudantes, se revelam nas avaliações externas, como o Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA)¹, o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB)² e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)³.

Os resultados apontados nessas avaliações ensejaram buscar dentre as atuais tendências da Educação Matemática, mais particularmente na Modelagem Matemática, uma possível saída para essa crise no ensino que resulta em deficiências no aprendizado de Matemática.

Isto aponta para a necessidade de, dentre outros aspectos, superar lacunas sobre saberes específicos e pedagógicos do professor que ensina Matemática nos cursos de Licenciatura em Matemática. Também reafirma a necessidade da discussão sobre a utilização de metodologias de ensino de Matemática que se apresentam defasadas, retrógradas e que, em nada têm contribuído para a melhoria da qualidade do ensino, que impliquem em uma melhoria da aprendizagem dos nossos estudantes.

Diante dos resultados pouco animadores, educadores e pesquisadores de todo o Brasil têm buscado, no âmbito da Educação Matemática e suas tendências, possíveis alternativas metodológicas para superar esta situação. Essa preocupação também está presente nos documentos oficiais do Ministério da Educação e das Secretarias Estaduais.

Em âmbito nacional, no ano de 1998, foram publicados pelo Ministério da Educação e do Desporto os Parâmetros Curriculares Nacionais, os quais apontavam alguns caminhos para o ensino de Matemática. No Estado do Paraná, entre os anos de 2003 e 2008, foram construídas de forma coletiva, as Diretrizes Curriculares

¹portal.inep.gov.br/pisa-programa-internacional-de-avaliacao-de-aluno.

²portal.inep.gov.br/saeb

³enem.inep.gov.br

Estaduais (DCE) de Matemática, que sugerem algumas tendências metodológicas para o ensino de Matemática e, que devem permear o Plano de Trabalho dos professores da Rede Estadual de Educação.

Consta na DCE de Matemática, conforme Paraná (2008, p. 64-67) um breve resumo sobre cada uma destas tendências metodológicas, conforme elencadas no quadro a seguir.

Quadro 1: Resumo das Tendências Metodológicas em Educação Matemática DCE- Paraná

Tendência Metodológica	Breve descrição
Resolução de Problemas	[...]metodologia pela qual o estudante tem oportunidade de aplicar conhecimentos matemáticos adquiridos em novas situações, de modo a resolver a questão proposta (DANTE, 2003, apud PARANÁ, 2008, p. 63)
Etnomatemática	Essa metodologia é uma importante fonte de investigação da Educação Matemática, por meio de um ensino que valoriza a história dos estudantes pelo reconhecimento e respeito a suas raízes culturais. O trabalho pedagógico deverá relacionar o conteúdo matemático com essa questão maior – o ambiente do indivíduo e suas manifestações culturais e relações de produção e trabalho. (PARANÁ, 2008, p. 64)
Modelagem Matemática	A Modelagem Matemática tem como pressuposto a problematização de situações do cotidiano. Ao mesmo tempo em que propõe a valorização do aluno no contexto social, procura levantar problemas que sugerem questionamentos sobre situações de vida. (PARANÁ, 2008, p. 64)
Mídias Tecnológicas	[...]os ambientes gerados por aplicativos informáticos dinamizam os conteúdos curriculares e potencializam o processo pedagógico. O uso de mídias tem suscitado novas questões, sejam elas em relação ao currículo, à experimentação matemática, às possibilidades do surgimento de novos conceitos e de novas teorias matemáticas (BORBA, 1999, apud PARANÁ, 2008, p. 65)
História da Matemática	A história da Matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilita ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos. (PARANÁ, 2008, p. 66)
Investigações Matemáticas	Uma investigação é um problema em aberto e, por isso, as coisas acontecem de forma diferente do que na resolução de problemas e exercícios. O objeto a ser investigado não é explicitado pelo professor, porém o método de investigação deverá ser indicado através, por exemplo, de uma introdução oral, de maneira que o aluno compreenda o significado de investigar. Assim, uma mesma situação apresentada poderá ter objetos de investigação distintos por diferentes grupos de alunos. E mais, se os grupos partirem de pontos de investigação diferentes, com certeza obterão resultados também diferentes. (PARANÁ, 2008, p. 67)

Fonte: A autora, adaptado de PARANÁ, 2008.

E, com o propósito de conhecer como essas novas tendências metodológicas podem superar o quadro apontado em relação ao ensino de Matemática que elegemos, neste trabalho, como objeto de estudo as práticas de Modelagem Matemática no ensino fundamental da Educação Básica no estado do Paraná.

A Modelagem Matemática, no âmbito da atual denominada Educação Básica pelo advento da lei 9394/96, teve início na década de 1980, com os primeiros trabalhos desenvolvidos no âmbito dos Programas de Mestrado que buscavam melhorias na qualidade de ensino, entre eles o ensino da Matemática na educação brasileira.

Podemos dizer que essas três últimas décadas após o fracasso da Matemática Moderna e o surgimento da Educação Matemática, tratadas mais especificamente no capítulo 1, tivemos avanços em muitas áreas, tais como nas teorias de aprendizagem e também a inserção de várias áreas de conhecimentos que dão sustentação à educação e que propiciaram o surgimento de algumas tendências para o ensino de matemática na educação básica e que se constituíram como área de interesse de pesquisadores e professores das licenciaturas de Matemática e Pedagogia.

Dentre essas tendências, a Modelagem Matemática ganhou destaque e ao longo desses anos vem sendo pesquisada, começando a ganhar espaços com as práticas em sala de aula na Educação Básica.

Na angústia de transformar a realidade por mim vivenciada na Educação Básica, surgiram muitas indagações sobre que caminhos um professor pode seguir para melhorar sua prática em sala de aula. Esta foi a principal razão pela busca de aperfeiçoamento profissional no âmbito do Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa (PPGE).

Uma pequena trajetória do projeto de pesquisa teve início quando da ocasião da seleção para o mestrado. O projeto de pesquisa inicial, aprovado para o ingresso no PPGE, consistia em descobrir se os mestrandos que defenderam suas dissertações nos anos anteriores e abordaram o tema Modelagem Matemática continuavam trabalhando nesta perspectiva, na Educação Básica, no município de Ponta Grossa.

No âmbito do PPGE, o levantamento apontou que oito trabalhos abordaram o tema Modelagem Matemática. Entretanto, os contatos iniciais mostraram que apenas dois concluintes residiam em Ponta Grossa e somente um desses continuava atuando na Educação Básica. Deste modo, em conjunto com o orientador decidimos buscar um novo foco para o projeto a ser desenvolvido no mestrado.

No entanto, o interesse pela Modelagem Matemática permaneceu e houve uma procura por outras fontes de pesquisa que pudessem descortinar a utilização dessa tendência metodológica em salas de aulas da Educação Básica, mesmo que para isso fosse necessário o replanejamento do projeto inicial.

Deste modo, diante do impasse estabelecido decidimos, em conjunto com o orientador, buscar um novo foco para o projeto a ser desenvolvido no mestrado.

As trocas de ideias começaram a abrir possibilidades, quando o meu orientador relatou sobre a sua participação como coordenador de um projeto financiado pela Fundação Araucária, envolvendo a Universidade Estadual do Centro-Oeste, a Universidade Estadual de Ponta Grossa e a Universidade Estadual do Oeste do Paraná, denominado Modelagem Matemática no Brasil: na perspectiva da meta-compreensão⁴.

Nessas trocas de ideias me foi dada ciência do estágio de desenvolvimento desse projeto pela equipe coordenada pelo professor coordenador e que num primeiro momento a ênfase maior do projeto, num primeiro momento, foi dada à pesquisa, a partir das Comunicações Científicas nos principais eventos nacionais e internacionais de Modelagem Matemática realizados no Brasil, ou ainda, em que a Modelagem Matemática se constitui em um eixo temático. A partir destas comunicações foram realizadas pesquisas, nas quais se buscou compreender através da meta-análise as abordagens da Modelagem Matemática presentes em trabalhos publicados em eventos científicos e artigos de revistas e periódicos envolvendo o período de 2005 a 2009.

⁴ O projeto foi desenvolvido por dois grupos de pesquisa, o Grupo de Pesquisa e Ensino em Educação Matemática (GPEEM), da Unicentro e o Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação (GEPEMA), da UEPG, durante os anos de 2010 à 2013. A coordenação ficou sob a responsabilidade do Prof. Dr. Dionísio Burak e a subcoordenação da Prof^a. Dra Célia Finck Brandt, do Prof. Dr. Tiago Emanuel Klüber e do Prof. Ms. Carlos Roberto Ferreira. O financiamento ficou a cargo da Fundação Araucária, órgão de fomento de pesquisas do Estado do Paraná.

Ainda, nessa situação de desenvolvimento do projeto da Fundação Araucária, o grupo de pesquisadores e participantes já havia realizado a produção de alguns artigos e trabalhos apresentados em eventos da área resultantes da pesquisa realizada e que se encontram, na sua maioria, já publicados em periódicos, capítulos de livros e também em eventos específicos de Modelagem⁵, os quais podem ser consultados conforme o interesse do leitor.

Ainda em relação ao projeto havia a previsão de se investigar, em um momento posterior, os aspectos concernentes à prática de Modelagem a partir dos relatos de experiências desses eventos, mas, afirmou que apenas parte desse trabalho havia sido realizado. Com a ideia de continuidade do projeto, mas buscando focar o trabalho no âmbito do Paraná, fiz algumas reflexões e meu foco de interesse recaiu sobre os eventos realizados no Paraná, pois que avançaria e complementaria a ideia inicial.

Em uma consulta aos anais de 2004 a 2012 do evento intitulado Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, constatou-se um grande número de relatos em relação às práticas de Modelagem.

O levantamento inicial mostrou que o material referente aos relatos de experiências apresentavam possibilidades de se constituir em objeto de dissertações ou teses. Dessa forma, constituímos um novo foco de investigação a prática de Modelagem na Educação Básica e ocorreu a reformulação do projeto de pesquisa inicial.

Como justificativa para a realização dessa investigação sobre as práticas de Modelagem apontamos a necessidade de conhecermos a efetividade das inovações pedagógicas, em todas as áreas, mas particularmente aquelas que se dão no âmbito do ensino de Matemática e também por apostarmos no potencial da Modelagem Matemática como uma alternativa promissora.

Outra forma de justificar a nossa escolha é apontada pela literatura já validada sobre a Modelagem Matemática que aponta uma dinâmica distinta das

⁵ BURAK, D. et al. Sobre os objetivos de pesquisa concernentes à investigação em Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2012, Petrópolis. **Anais....** Petrópolis: SIPEM, 2012, p.1-18.

KLÜBER, T. E. ; BURAK, D. Sobre os objetivos e problemas da pesquisa brasileira em Modelagem Matemática na Educação Matemática. **Revista Práxis Educativa**, v.7, n.2, p.467-488, jul/dez 2012b.

aulas tradicionais, com maior envolvimento dos estudantes na realização das atividades e possibilitando uma aprendizagem mais significativa.

Nesse sentido a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), através da Regional do Paraná tem apoiado, desde 2004, com periodicidade bienal, os Encontros Paranaenses de Modelagem na Educação Matemática (EPMEM).

Mais um ponto que justifica a opção pela Modelagem centra-se no interesse e participação crescente de estudantes das licenciaturas em Matemática e Pedagogia, professores de matemática da Educação Básica e pesquisadores nos eventos que envolvem a Modelagem Matemática na Educação Matemática. Em todas as edições do EPMEM, ocorridas no período de 2004 a 2012, houve apresentações de relatos de experiências das práticas de Modelagem desenvolvidas por parte dessas comunidades.

Dessa forma, na intenção de contemplar a prática de Modelagem no âmbito da Educação Básica definiu-se como objeto as práticas de modelagem na Educação Básica no estado do Paraná.

Justificamos, ainda o interesse por essa investigação partindo da hipótese que os relatos podem, em alguma medida, expressar aspectos importantes para se conhecer mais sobre as experiências envolvendo as práticas de Modelagem Matemática desenvolvidas nas nossas escolas. O que acontece nesse desenvolvimento, como são direcionadas e como se manifestam os participantes dessas práticas.

Assim, diante da expectativa do que as análises dos relatos apresentados nestes eventos paranaenses podem proporcionar, a principal indagação a respeito das práticas de Modelagem Matemática que almejamos responder pode ser expressa na seguinte pergunta: **O que se evidencia das práticas em Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação Básica do Estado do Paraná, a partir dos relatos apresentados nos EPMEM?**

Portanto, compete a esta investigação, a partir desses relatos, buscar compreender como a Modelagem Matemática está sendo empregada, no âmbito da Educação Básica do Estado do Paraná.

O objetivo geral da investigação consistiu em colocar à vista aspectos

relativos às práticas de Modelagem Matemática no âmbito da Educação Básica do Estado do Paraná.

Em vista da questão e dos objetivos, os aspectos metodológicos empreendidos nesta pesquisa são de natureza qualitativa, com delineamento meta-analítico, na perspectiva da análise de conteúdo que seguem os pressupostos por Bardin (2011).

Organizamos esta dissertação em três capítulos. No primeiro capítulo, intitulado O Movimento da Matemática Moderna, o Movimento da Educação Matemática e a Modelagem Matemática, abordamos alguns aspectos considerados relevantes sobre os Movimentos da Matemática Moderna e da Educação Matemática que nos levam a compreender a Modelagem Matemática como uma perspectiva de ensino, assim como as suas diferentes concepções. Discorreremos sobre o Movimento da Matemática Moderna, a Educação Matemática no Brasil e as diferentes vertentes da Modelagem Matemática.

No segundo capítulo, intitulado Aspectos metodológicos da pesquisa, apresentamos os aspectos metodológicos que dão sustentação a esta investigação, descrevendo os instrumentos da coleta de dados, a metodologia do tratamento dos dados e o software utilizado para auxiliar o trabalho.

No terceiro capítulo, intitulado Análise dos dados relativos às práticas em Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação Básica do Paraná, explicitamos como foi realizada a análise e interpretação do conteúdo dos relatos de experiência e apontamos os principais aspectos das práticas em Modelagem Matemática relatadas na Educação Básica do Estado do Paraná, dando ênfase a aspectos considerados relevantes.

Por fim, assinalamos algumas discussões e considerações gerais a respeito dos dados abordados e sua importância para a contribuição na melhoria da qualidade do ensino de Matemática na Educação Básica assim como levantamos aspectos relevantes em relação as práticas em Modelagem Matemática analisadas.

CAPÍTULO 1

O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA, O MOVIMENTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo, trazemos a descrição dos elementos que dão sustentação e caracterizam cada um destes movimentos, apontando que há diferenças entre eles, com implicações na forma de ensinar e de aprender Matemática.

Como consequência destes movimentos, várias sugestões de encaminhamentos metodológicos surgiram, dentre as quais está inserida a Modelagem Matemática, deste modo, apresentamos as principais ideias das diferentes vertentes teóricas da Modelagem Matemática no contexto da educação brasileira.

1.1 Movimento da Matemática Moderna

O Movimento da Matemática Moderna surgiu nos Estados Unidos, na década de 50 do século XX e teve seu ponto culminante após o lançamento do primeiro foguete soviético.

Em 1957, os soviéticos, superando os norte-americanos na corrida espacial, foram os primeiros a lançar o Sputnik, o primeiro satélite artificial da Terra. O governo dos Estados Unidos, que já se mobilizava em torno de uma reforma dos currículos escolares de Ciências e Matemática para vencer a defasagem entre este currículo e o progresso científico-tecnológico do momento, intensificou seus esforços e financiamentos para desenvolver recursos didáticos, inclusive livros, e disseminar as novas propostas no país e no estrangeiro. (MIORIM 1998 apud GOMES 2012, p. 22 - 23)

Na década de 1960, a convite dos EUA foi constituído um grupo de professores de Matemática denominado Bourbaki, o qual pesquisava as diferentes metodologias para se ensinar Matemática. Este grupo foi o responsável pela origem do MMM, cujo foco centrava-se na estrutura Matemática, ou seja, na teoria dos conjuntos, nas estruturas algébricas, nas funções e na lógica Matemática. O propósito deste grupo era reorientar o ensino de Matemática no país, considerando que havia uma grande distância entre os que os cientistas pesquisavam e o que se

ensinava nas escolas.

As ideias que sustentaram este movimento estavam baseadas na Matemática do século XX que davam ênfase na precisão das definições com aspectos formais, além do uso rigoroso da linguagem. Deste modo eram orientadas pelos trabalhos do Grupo Bourbaki⁶ e reforçada pelos estudos psicológicos contemporâneos como os de Piaget. Porém, conforme o entendimento de Piaget, a maneira como a Matemática Moderna chegou às salas de aula não era suficiente para contribuir com a compreensão matemática.

A Matemática Moderna seguia, conforme o modelo de racionalidade, modelo este que, conforme Santos (2006, p.20) que “preside a ciência moderna desde a revolução científica do século XVI e seguintes, basicamente sob o domínio das ciências naturais”. Segundo Burak e Aragão (2012, p. 60), “a grande mudança pretendida pelos idealizadores da Matemática Moderna era tentar transferir as ideias gerais e unificadoras da Matemática a níveis cada vez mais elementares, adotando-se a linguagem dos conjuntos.”

Para Fiorentini (1995), ao tratar sobre o Movimento Matemática Moderna, expressa que os principais propósitos foram os seguintes:

- a) Unificar os três campos da Matemática, não uma integração mecânica, mas a introdução de elementos unificadores como Teoria dos Conjuntos, Estruturas Algébricas e Relações e Funções;
- b) Dar mais ênfase aos aspectos estruturais e lógicos da matemática em lugar do caráter pragmático, mecanizado, não justificativo e regrado, presente, naquele momento na matemática escolar.
- c) O ensino de 1º e 2º graus deveria refletir o espírito da matemática contemporânea que, graças ao processo de algebrização, tornou-se mais poderoso, precisa e fundamentada logicamente. (FIORENTINI, 1995, p. 13)

Nessa perspectiva a denominada Matemática Moderna promoveria o retorno do formalismo ao ensino de Matemática, mas agora diferente do formalismo clássico, pois este novo formalismo estava embasado nas estruturas algébricas e na linguagem formal envolvendo a linguagem dos conjuntos. Essa nova tendência é denominada, conforme Fiorentini (1995), como tendência formalista moderna.

Outro aspecto a ser ressaltado é na relação professor-aluno que não houve grandes mudanças em comparação ao que era comum na forma de ensino,

⁶ Foi pseudônimo dado a um grupo de matemáticos, na maioria franceses, que escreveram uma série de livros que expunham a matemática avançada moderna, como objetivo de fundamentar toda a matemática na teoria dos conjuntos.

cabendo ao professor o papel de transmissor e ao aluno o de receptor do conhecimento. Pois, o processo continuou autoritário e centrado no professor que, segundo Fiorentini (1995), expõe e demonstra tudo de forma rigorosa.

Esse formalismo pretendido pela Matemática Moderna, segundo Kline (1976) apud Fiorentini (1995) acentua uma abordagem internalista, isto é, a Matemática pela Matemática na qual a prioridade é o uso preciso da linguagem matemática, o rigor e as justificativas das transformações algébricas por meio das propriedades estruturais.

Nesta perspectiva, colocada segundo Fiorentini (1995, p.14) “a Matemática perde o seu papel de formadora da disciplina mental como também o seu caráter pragmático de ferramenta para a resolução de problemas”.

Acreditava-se que se poderia capacitar o aluno a aplicar essas formas estruturais de pensamento inteligente aos mais variados domínios, dentro e fora da Matemática. Outro aspecto a ser ressaltado diz respeito à formação do sujeito submetido a esse ponto de vista de ensino, a qual encaminharia mais à formação de um especialista matemático do que a formação do cidadão.

Para Fiorentini (1995), ao comparar as duas tendências formalistas, ou seja, a moderna e a clássica, assim se expressa:

A tendência formalista moderna, assim como a tendência formalista clássica, pecou pelo reducionismo à forma de organização/sistematização dos conteúdos matemáticos. Em ambas, a significação histórico-cultural e a essência ou a concretude das ideias e conceitos ficariam relegados a segundo plano. (FIORENTINI, 1995, p. 15)

Ao relacionar as duas tendências formalistas é importante assinalar as diferenças entre esses formalismos em termos pedagógicos. A tendência clássica procurava enfatizar e valorizar o encadeamento lógico do raciocínio matemático, bem como, as formas perfeitas das ideias matemáticas, diferentemente da teoria formalista moderna que centrava nos desdobramentos lógico-estruturais das ideias matemáticas.

Para Fiorentini (1995), tomando por base não a construção histórica e cultural do conteúdo em estudo, mas sua unidade e estruturação algébrica como parte do ideário da Matemática Moderna, “é sob essa perspectiva de estudo e pesquisa que é vislumbrada, para a pedagogia formalista moderna, a possibilidade

de melhoria da qualidade de ensino da Matemática.” (FIORENTINI, 1995, p.15)

O MMM foi perdendo forças devido as fortes críticas recebidas no final da década de 1970, tanto por parte dos meios acadêmicos, como por parte dos pais e pela imprensa, mais especificamente nos Estados Unidos.

O livro de Morris Kline, publicado no Brasil em 1976, intitulado “O fracasso da Matemática Moderna” retrata essas críticas até mesmo por alguns dos seguidores que no Brasil foram favoráveis ao ideário da Matemática Moderna, esta obra evidenciou o declínio dessa matemática. Segundo Burak e Aragão(2012), em âmbito escolar esse declínio atingiu principalmente os níveis de ensino que atualmente constituem a Educação Básica.

Para alguns educadores matemáticos, o fracasso desse movimento deve-se em parte devido ao despreparo dos professores para uma compreensão mais efetiva da proposta. A ênfase nas ideias foi substituída por uma ênfase na simbologia e não uma preocupação maior com o ensino e a aprendizagem. Isto, segundo Burak e Aragão (2012) ocorria a despeito dos avanços que se faziam notar pela comunidade de educadores quer nas teorias da educação como nas diversas áreas do conhecimento que poderiam muito bem:

- (i) dar suporte às ações do professor em sala de aula, (ii) levar em consideração a experiência do estudante, (iii) prover o ensino de situações que pudessem contribuir para desenvolver no aluno a tão desejada autonomia, (iv) buscar formas de melhor observar e acompanhar o desenvolvimento do estudante em sala de aula. (BURAK e ARAGÃO, 2012, p. 64)

Essas preocupações deixaram de ser prioritárias pelo MMM, contudo sensibilizaram os educadores preocupados com a Educação Básica. Estes episódios mencionados contribuíram para que, no início da década de 1970, um outro movimento denominado Movimento da Educação Matemática surgisse.

1.2 Movimento da Educação Matemática

Iniciamos este tópico, fazendo uma pequena trajetória histórica para situar as ações e o ensejo do encadeamento de forma contundente ao que se denominou de Movimento da Educação Matemática.

Valendo-se de Burak e Aragão (2012, p. 65) “a Educação Matemática, vista como uma área prioritária da Educação, se dá na transição do século XIX para o XX, tendo como um dos seus precursores John Dewey(1859-1952), com sua obra denominada Psicologia do Número (1895) na qual, segundo D’Ambrósio (2004, p. 11) “propunha uma relação cooperativa entre professor e aluno, assim como a integração entre todas as disciplinas”.

Nessa perspectiva, outros trabalhos foram realizados, como por exemplo, a obra de J.K.Ellwood que, em 1894 publicou um artigo na revista *The American Mathematical Monthly* sobre o ensino da operação de divisão, no qual segundo D’Ambrosio (2006, p.12), propunha “considerar o aprendiz como um sujeito psicológico”.

Há que se ressaltar que as discussões que se faziam em torno do ensino de Matemática naquela época não eram tranquilas, pois haviam críticas em relação às pedagogias propostas. Esta situação ensejava discussões acaloradas, como no caso em que David Eugene Smith publicou um artigo na mesma revista criticando a pedagogia proposta por Ellwoad, que, por sua vez, protestou no mesmo volume sobre o pedantismo dos matemáticos ao tratar das questões do ensino.

Segundo Burak e Aragão (2012, p. 65) “essa é uma entre tantas polêmicas que marcaram o início da Educação Matemática”. Vale lembrar que ainda hoje existem conflitos entre os matemáticos e os educadores matemáticos.

Em relação a esses episódios, D’Ambrósio (2004) ressalta a colocação de John Perry que, na reunião da *British Association*, em Glasgow, critica o conflito estabelecido entre matemáticos e educadores em função de os primeiros não considerarem essa preocupação. Muitos educadores participaram dessas preocupações em relação ao ensino, focando outros aspectos em relação ao ensino da Matemática.

Entretanto, o estabelecimento da Educação Matemática enquanto disciplina⁷ consolidou-se em 1908, no Congresso Internacional de Matemáticos, ocorrido em Roma, com a fundação da Comissão Internacional de Instrução Matemática. Conforme D’Ambrósio (2004, p.71), foi dado graças à contribuição de Felix Klein,

⁷ O termo disciplina é usado originalmente por D’Ambrósio e se refere a campo de estudo.

com a publicação do livro “Matemática elementar de um ponto de vista avançado”, em 1908.

Embora, a preocupação com o ensino de Matemática tenha sido discutida desde o final do século XIX, com muitas idas e vindas, envolvendo matemáticos e educadores, ela eclodiu no Brasil de uma forma decisiva a partir da década de 1970.

O Movimento da Educação Matemática surgiu, no Brasil, na década de 70 do século XX, devido ao fracasso do Movimento da Matemática Moderna, quando se começou a questionar sobre a qualidade e os objetivos do ensino de Matemática, em favor de uma Educação Matemática.

Pode-se afirmar que a Educação Matemática tem sido tematizada em muitos espaços educacionais, conforme Burak e Aragão (2012). Atualmente constitui a denominação de uma série de disciplinas que permeiam o currículo das Propostas Político Pedagógicas dos cursos de Licenciatura em Matemática.

A Educação Matemática, como área de estudos, também está presente nas Diretrizes Curriculares que orientam o ensino de Matemática da Educação Básica, como por exemplo, a DCE do Paraná, com as várias tendências metodológicas. Por se constituir em uma área do conhecimento, a Educação Matemática também tem ensejado a criação de disciplinas de cursos *stricto sensu*, e nesta perspectiva se constituindo em campo profissional e científico, segundo Kilpatrick (1996).

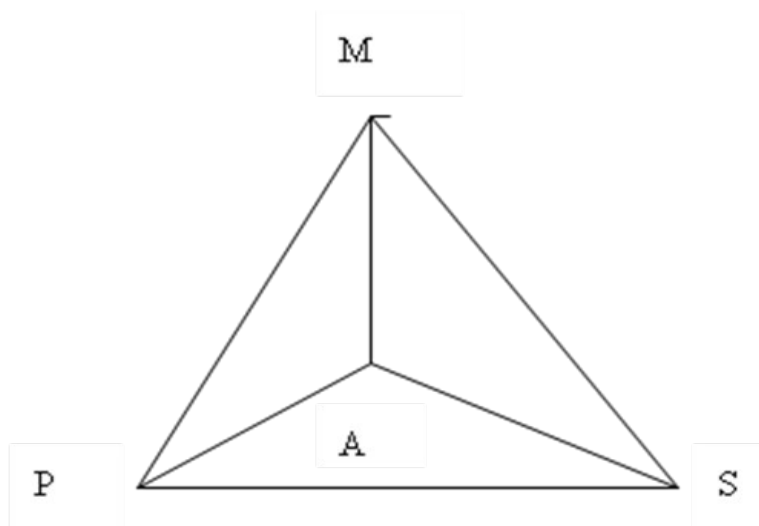
Desde as primeiras discussões em relação à Educação Matemática, conforme Rius (1989a) há maneiras distintas de conceber e também explicar essas diversas formas de entendimento, pois, cada autor participante das discussões sobre o assunto tem focado segundo pontos de vista particulares, conforme suas concepções, formações e objetivos.

Mas, segundo Wain (1978), apud Rius(1989a) é possível convergência entre alguns pontos de vista em considerar a Educação Matemática como uma atividade operacional fundamentada, embasada em uma variedade de áreas de estudos e cujo objetivo fundamental é a análise da comunicação em Matemática.

Para colocar luzes sobre essas questões que de alguma forma precisam ser esclarecidas, Higginson (1970), apud Rius (1989a) propôs o que se denominou de Tetraedro de Higginson, que de alguma forma embasou a natureza da Educação

Matemática.

Figura 1: Tetraedro de Higginson



Fonte: A autora.

O modelo do Tetraedro de Higginson era constituído pela Matemática, pela Filosofia, pela Psicologia e pela Sociologia, denominado MAPS com vértices que indicavam: M= Matemática, A= Filosofia, P= Psicologia e S= Sociologia.

Para Higginson, estas disciplinas eram suficientes para definir a natureza da Educação Matemática e dizem respeito às seguintes perguntas: 1) O que? 2) Quando? E como? 3) Por que? 4) Quem? E onde?

A primeira pergunta corresponde basicamente à dimensão da Matemática, representa os conteúdos matemáticos a serem trabalhados. As questões de número 2 tem relação à dimensão da Psicologia, conforme Burak e Kluber (2008) que orienta o professor quando tratar de um determinado assunto e, como proceder didaticamente implicando em estabelecer interface com a metodologia.

A terceira questão diz respeito à dimensão da Filosofia que, pode ensejar a visão crítica em relação ao conteúdo matemático a ser ensinado, seja do ponto de vista pedagógico ou do ponto de vista formativo. As últimas questões dizem respeito à Sociologia e pode orientar sobre decisões, tais como, a quem ensinar tal conteúdo, em que espaço isso pode ser abordado, o que pode determinar os estudos sobre

uma conformação curricular.

Outro aspecto a ser ressaltado a partir de uma reflexão a respeito do modelo do Tetraedro de Higginson é a possibilidade de avanços na perspectiva de superar a disciplinarização. Isso pode ser constatado em alguns dos elementos que constituem esse modelo, como as arestas, que evidenciam as confluências entre as disciplinas ou áreas.

Um exemplo é a aresta MP que, conforme Rius (1989a) mostra a confluência entre as áreas Matemática e Psicologia. Nessa perspectiva, isto pode significar o estudo de áreas que se interagem, nesse caso, a Matemática e a Psicologia, explicando em partes os estudos que se relacionam ao ensino e a aprendizagem. Outro exemplo é a aresta MA que conflui os interesses da Matemática e da Filosofia, possibilitando estudos envolvendo assuntos relacionados aos currículos escolares e que podem nortear as propostas de formações de professores, entre outros.

Essas perspectivas proporcionadas pela natureza da Educação Matemática instituem possibilidades de interação e têm proporcionado, segundo Burak e Aragão (2012, p.72) “avanços nos trabalhos acadêmicos e de pesquisa, bem como, tem ensejado o tratamento desses temas em congressos que tratam de investigações em geral”.

Higginson, apud Rius (1989a), considerava que a Educação Matemática é dinâmica, visto que é fruto de um tempo, de um momento e que aquilo que hoje é atual, amanhã pode ser superado. O próprio Higginson também admitia a incorporação de novas áreas do conhecimento o que superava a concepção do tetraedro.

Essa interação com outras áreas favoreceu a inclusão da Antropologia e da Língua Materna, que possibilitam mais elementos capazes de favorecer uma forma mais eficiente e eficaz de se compreender a dinâmica da sala de aula, bem como, a importância da língua materna na forma de comunicação.

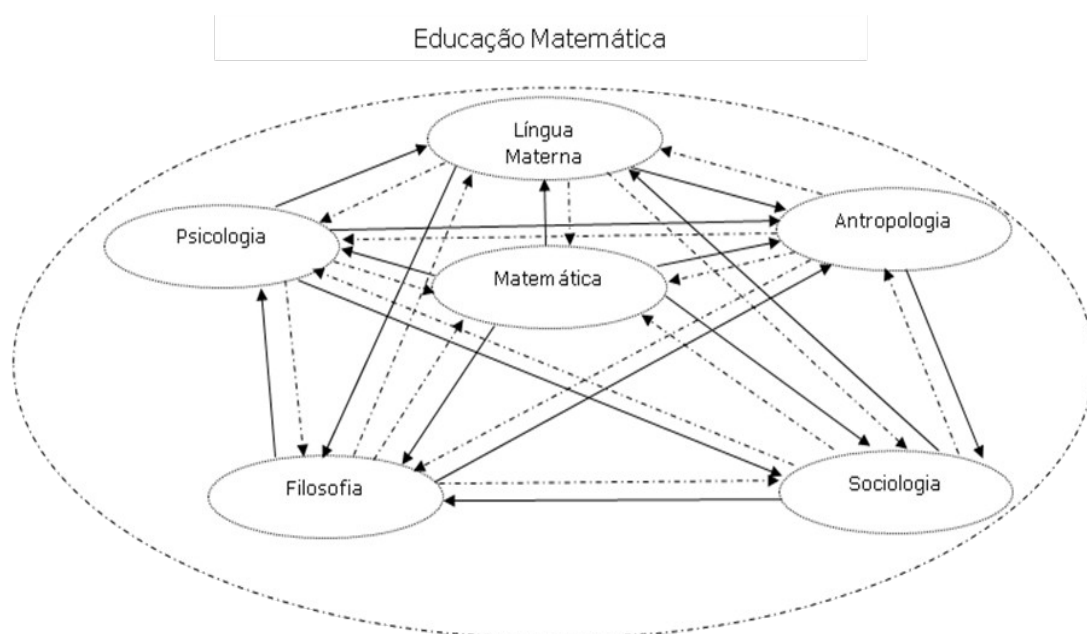
Essa dinâmica proporcionada pela natureza da Educação Matemática tem ensejado pesquisas e avanços para a formação de professores, abrindo possibilidades de se realizar um ensino de Matemática capaz de favorecer a

aprendizagem.

Após o tetraedro, outras conformações se fizeram necessárias para representar as novas áreas do conhecimento que passaram a constituir a Educação Matemática. Assim, uma pirâmide de base pentagonal poderia representar a configuração da Educação Matemática em um dado momento. Entretanto essa visão piramidal parece enfatizar a Matemática, mas pode também eliminá-la conforme a orientação epistemológica da Educação Matemática.

A nova configuração, ainda que provisória, pode ser observada na figura de acordo com Burak e Klüber (2008, p. 98), apresentada a seguir.

Figura 2: Educação Matemática



Fonte: BURAK e KLÜBER, 2008.

Na configuração provisória apresentada pretende-se um entendimento da Matemática pela plena interação entre todas áreas do conhecimento que a constituem, conforme descrito em Burak e Klüber,

[...]considerando que a Matemática é a adjetivação e ficando a substantivação para a Educação. Uma área híbrida e interativa emerge, quer dizer, que quando fazemos educação fazemos relação a algo e, esse objeto tem suas particularidades que precisam ser levadas em consideração, entretanto o próprio entendimento sobre o que se quer explicitar se modifica, de certa forma alterando assim o objeto. (BURAK e KLÜBER, 2010, p. 152)

Como assinalou Higginson sobre o caráter dinâmico da Educação Matemática, além da incorporação de outras áreas, há as mudanças nas próprias

componentes. Da mesma forma que a Psicologia sofreu mudanças pela influência das pesquisas e estudos, as perspectivas iniciais de Taxonomia de Blum passaram à perspectiva das teorias cognitivistas no que diz respeito ao ensino e a aprendizagem. Assim, o objeto principal da Educação Matemática convergiu para a perspectiva das Ciências Humanas e Sociais.

O Movimento da Educação Matemática leva em consideração as diferenças culturais e sociais dos estudantes e suas diferentes formas de aprender Matemática. Conforme descrito nas Diretrizes Curriculares Estaduais de Matemática.

Pela Educação Matemática, almeja-se um ensino que possibilite aos estudantes análises, discussões, conjecturas, apropriação de conceitos e formulação de ideias. Aprende-se Matemática não somente por sua beleza ou pela consistência de suas teorias, mas, para que, a partir dela, o homem amplie seu conhecimento e, por conseguinte, contribua para o desenvolvimento da sociedade. (PARANÁ, 2008, p. 48)

A expressão Educação Matemática se justifica pelo fato de seu objetivo de estudo não ser a Matemática propriamente dita, mas sim, os problemas que decorrem das relações de ensino e aprendizagem presentes no ato educativo.

Na disseminação desses avanços, em 1997, foi aprovada a criação do Grupo de Estudo em Educação Matemática na Associação Nacional de Pós-graduação e pesquisa em Educação (ANPED), o qual, em 1999, transformou-se no Grupo de Trabalho 19 (GT 19). O GT 19, conforme Miguel (2004, p. 75), é considerado um meio de troca entre as demais áreas que compõem a ANPED, e mesmo entre as diversas correntes de pensamento que se desenvolvem no interior da própria Educação Matemática.

1.3 Modelagem Matemática no contexto do ensino de Matemática

Esses movimentos deflagrados no âmbito da Matemática, ou seja, o Movimento Matemática Moderna e o Movimento Educação Matemática, de algum modo tiveram repercussões e implicações no âmbito do ensino e da aprendizagem de Matemática nas três últimas décadas e redirecionaram ou consolidaram as práticas na forma de ensinar a Matemática.

Os movimentos embasados em concepções distintas de conhecimento e

diferente caracterização do objeto de estudo fornecem elementos para o desenvolvimento e sustentação das práticas em âmbito escolar, na formação inicial e em serviço do professor da Educação Básica.

No âmbito do Movimento Matemática Moderna o ensino de Matemática se viu reforçado pela visão internalista da Matemática e passou segundo Fiorentini (1995, p.14) a enfatizar

[...]a dimensão formativa sob uma perspectiva de que o mais importante que a aprendizagem dos conceitos e das aplicações seria a apreensão da estrutura subjacente que capacitaria o estudante a aplicar essas formas estruturais aos mais diversos domínios, dentro e fora da Matemática.

Essa influência se faz presente em grande parte do ensino de Matemática perpassando todos os níveis de ensino da educação brasileira, desde o ensino fundamental até o ensino superior. Os maiores exemplos são as formas de abordagens, que incluem rápidas explicações, a resolução de alguns exemplos por parte do professor e uma extensa lista de exercícios com graduação de dificuldades a ser resolvida pelos estudantes, a adoção de apostilas e também os currículos escolares na maioria das escolas com a forma linear de apresentação dos conteúdos. As inovações no âmbito educacional que se fizeram/fazem presentes ao longo dessas décadas são absorvidas, mas na ótica dessa concepção.

Dessa forma a Modelagem Matemática surgida como Matemática Aplicada no decorrer dos tempos foi ganhando contornos caracterizados na forma de conceber e fazer a Modelagem Matemática. Tal explicação se funda: 1) na origem da própria forma de se conceber a Modelagem Matemática, oriunda da Matemática Aplicada Clássica; 2) na formação dos pesquisadores, que abrigaram suas ideias; 3) na epistemologia do conhecimento e 4) na forma de disseminação sobre a Modelagem Matemática.

A Modelagem nessa perspectiva também se faz presente no ensino atual de Matemática e sua inserção no âmbito da Educação Básica tem sido crescente em todos os níveis escolares. A literatura disponível por meio de livros, artigos, dissertações e teses mostra que essa Modelagem Matemática apresenta potencial para favorecer a experimentação matemática e pode potencializar várias formas de resolução de problemas, possibilitando ao aluno formar os conceitos matemáticos decorrentes da utilização dessa metodologia.

No âmbito do Movimento Educação Matemática os últimos anos têm mostrado o surgimento de perspectivas promissoras para a Educação, e mais especificamente para o ensino de Matemática. O Movimento denominado Educação Matemática, iniciado no Brasil na década de 1970, a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação 9394/96, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (DCE), são avanços que demonstram a oportunidade do estudo das mais recentes tendências denominadas metodológicas.

A partir da década de 1980, com o advento das ideias da Educação Matemática, novas tendências metodológicas passaram a ser pesquisadas e implantadas em nossas escolas, visando melhorar os resultados na aprendizagem dos alunos e também tornar o ensino de Matemática mais atraente e significativo.

No âmbito do Movimento da Educação Matemática, tem destaque algumas tendências metodológicas, como a Etnomatemática, a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas. Sem menosprezar as demais metodologias, detalharemos especificamente a Modelagem Matemática, a qual tratamos nesta pesquisa.

Dentre estas tendências metodológicas sugeridas para aprimorar o ensino de Matemática, entendemos que a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática pode ser uma alternativa viável para a melhoria no processo de ensino, com possibilidades de implicações positivas para aprendizagem da Matemática na Educação Básica.

A literatura que envolve a produção de livros, capítulos de livros, artigos em periódicos é decorrente de pesquisas e da produção de dissertações e teses e mostra que a Modelagem Matemática na Educação Matemática apresenta potencial para crescimento.

A Modelagem quando desenvolvida em âmbito escolar, principalmente na Educação Básica pode favorecer a construção do conhecimento matemático e se constituir em um potencializador para a aprendizagem uma vez que ao envolver outras áreas importantes da Educação, tais como a Psicologia, a Sociologia e a Filosofia, além da Matemática, possibilitam ao estudante formar os conceitos matemáticos e construir o conhecimento matemático decorrentes da utilização dessa

metodologia alternativa.

Para autores como Klüber (2010), nas duas últimas décadas, a Modelagem Matemática tem-se constituído em uma promissora tendência metodológica para o ensino de Matemática no âmbito da Educação Básica, tendo em vista que muitas são as pesquisas desenvolvidas neste campo. Porém, ao mesmo tempo ainda há uma grande lacuna entre as pesquisas acadêmicas desenvolvidas e a prática dos professores que estão em salas de aula.

Também, ao longo dos tempos ganhando contornos caracterizados na forma de conceber e fazer a Modelagem Matemática na Educação Matemática. Assim como na perspectiva da Matemática Aplicada a explicação para a Modelagem Matemática na Educação Matemática pode ser embasada principalmente nos seguintes pontos: 1) na origem da própria forma de se conceber a Modelagem Matemática na Educação, como uma área de estudos que envolve além da Matemática outras áreas do conhecimento que dão sustentação à Educação e às maneiras de desenvolver as pesquisas em relação ao ensino e a aprendizagem; 2) na formação de pesquisadores que abrigaram suas ideias, por meio de programas de Pós-graduações cujas matrizes curriculares envolvem não somente as disciplinas do conteúdo específicos da Matemática, mas a Filosofia, a Epistemologia, as perspectivas das novas teorias de aprendizagem, bem como, a adoção de métodos de pesquisa de natureza qualitativa, tendo por base os pressupostos da antropologia; 3) na epistemologia do conhecimento e 4) na forma de disseminação sobre essa perspectiva de Modelagem Matemática.

Dessa forma, podemos partilhar do mesmo entendimento sobre a Modelagem Matemática que concebem Klüber e Burak (2013), a respeito das diferentes maneiras de idealizar a Modelagem Matemática, pois que

No âmbito educacional, a Modelagem é utilizada para fins de ensino e aprendizagem da Matemática, porém, com certa pluralidade de concepções, sendo vislumbrada, por exemplo, como metodologia de ensino, método de ensino, estratégia de ensino, ambiente de aprendizagem pautado na investigação e indagação e, ainda, como sistema de aprendizagem. (KLÜBER E BURAK, 2013, p. 281).

1.4 Autores e perspectivas de Modelagem Matemática em âmbito Nacional

Com o propósito de situar o leitor elencamos os principais aspectos da Modelagem Matemática, que neste momento denominamos Modelagens devido às várias visões defendidas pelos autores de destaque no meio acadêmico no Brasil, os quais apresentam pontos de vistas próprios ou dos grupos a que pertencem na configuração de ver e conceber a Modelagem Matemática.

Almeida, Silva e Vertuan (2012), concebem que a Modelagem Matemática

tem como ponto de partida de uma situação inicial (problemática) e como ponto de chegada uma solução para a questão oriunda da situação inicial. (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2012, p. 12)

Estes autores definem algumas etapas para o desenvolvimento do trabalho, tais como: 1) Inteiração; 2) Matematização; 3) Resolução; 4) Interpretação dos resultados; 5) Validação. Nessa concepção de Modelagem, a implementação da proposta se faz com base na premissa de que o conhecimento determina o comportamento.

Para Barbosa (2001), a Modelagem Matemática é entendida como

“um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.” (BARBOSA, 2001a, p. 6)

Deste modo, parte do interesse dos alunos após o convite feito pelo professor e assim não considera que sejam definidas etapas. A proposta é que a Modelagem Matemática se desenvolva num ambiente de aprendizagem.

Segundo Barbosa (2001a, p.7) “a discussão sobre a integração da Modelagem no currículo envolve a questão do como, a qual não se pode descolar das condições para isso”. Portanto, a Modelagem é entendida como um ambiente de aprendizagem baseado no diálogo e na investigação, diferentemente do ensino tradicional que ainda ocorre no cotidiano das escolas.

Segundo Barbosa (2003, p. 10), “há experiências de modelagem que variam quanto à extensão e às tarefas que cabem ao professor e aluno”. Classificando como regiões de possibilidades, este autor identifica três casos:

Caso 1. O professor descreve a situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o

processo de resolução.

Caso 2. O professor leva para a sala um problema de outra área da realidade, incumbindo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução.

Caso 3. Partindo de outros temas não matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas, cabendo a eles a coleta de informações e simplificação das situações-problema.

Em qualquer um destes casos, o professor executa o papel de mediador em todo o desenvolvimento da Modelagem Matemática.

Bassanezi (2009) concebe que a Modelagem Matemática seja a

“arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.”
(BASSANEZI, 2009, p. 16)

Para isso, sugere etapas para o desenvolvimento do trabalho, sendo elas: 1) Experimentação; 2) Abstração; 3) Resolução; 4) Validação e 5) Modificação.

Sua proposta se baseia na formulação de um modelo matemático. Desse modo, se chega a um modelo “quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender ou agir sobre ela.” (BASSANEZI, 2009, p. 19).

Bassanezi (2009) entende que a aplicação da Modelagem no ensino de Matemática:

“[...] motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la. Nesse sentido, é também um método científico que ajuda a preparar o indivíduo para assumir seu papel de cidadão [...]” (BASSANEZI, 2009, p. 17).

Portanto, sob esta ótica, como a Modelagem Matemática permite que as situações problemas da realidade possam ser resolvidas por meio de conhecimentos matemáticos, de pesquisa e de investigações, também tem por objetivo desenvolver habilidades, como pensar e agir, e não basicamente expandir o conhecimento matemático.

Biembengut (1997) entende que Modelagem Matemática é o “processo envolvido na obtenção de um modelo” (BIEMBENGUT, 1997, p. 65) e para tanto são necessárias várias etapas: 1) Interação; 1.1) Situação; 1.2) Familiarização; 2)

Matematização; 2.1) Formulação; 2.2) Resolução; 3) Modelo matemático; 3.1) Interpretação e 3.2) Validação.

Esta perspectiva a Modelagem Matemática tem por objetivo a obtenção de um modelo matemático, além de ser uma metodologia de ensino-aprendizagem vista como uma alternativa onde os alunos participam ativamente, trabalhando com assuntos de seu interesse, os quais fazem parte do seu cotidiano, estabelecendo um elo entre a matemática escolar e a matemática do dia a dia.

Biembengut & Hein (2000), enfatizam a Modelagem Matemática como

[...] uma alternativa de ensino-aprendizagem na qual a Matemática trabalhada com os alunos parte de seus próprios interesses e o conteúdo desenvolvido tem origem no tema a ser problematizado nas dificuldades do dia-a-dia, nas situações de vida. Valoriza o aluno no contexto social que o mesmo está inserido, proporcionando-lhe condições para ser uma pessoa crítica e capaz de superar suas dificuldades. (BIEMBENGUT & HEIN, 2000, p. 28)

No entendimento de Biembengut & Hein (2000), a Modelagem Matemática parte de uma situação real segue vários procedimentos, tais como: a) interação; b) matematização e; c) conclusão do modelo.

Na interação ocorre a familiarização com o problema que se pretende estudar, através de livros, revistas ou profissionais da área. Na matematização ocorre a formulação e a resolução do problema que é a tradução da situação-problema para a linguagem matemática. E finalmente, para a conclusão do modelo, é necessária uma avaliação para analisar em que nível este se aproxima da situação-problema.

Burak (1992) conceitua Modelagem Matemática como:

[...] conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões. (BURAK, 1992, p. 62)

O desenvolvimento da Modelagem nesta perspectiva depende de algumas etapas:

1- Escolha do tema pelos estudantes: o professor incentiva e oferece oportunidades para que os estudantes escolham um tema que faça parte de sua vivência ou que seja de interesse do grupo e sobre esse tema eles realizam a pesquisa.

2- Pesquisa exploratória: o professor permite aos estudantes pesquisarem e

coletarem todos os dados que considerarem relevantes ao tema que estão pesquisando e procurando conhecer.

3- Levantamento dos problemas: de posse dos dados coletados pela pesquisa exploratória, os estudantes elaboram e esquematizam o(s) problema(s) surgido(s) relativo(s) ao tema, buscam organizar as dúvidas e questionamentos de modo claro e coerente de forma que venha a facilitar a resolução do problema.

4- Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema: paralelamente a etapa anterior, é realizada a resolução do(s) problema(s). Nessa etapa é que surge a necessidade dos conteúdos matemáticos que ajudam na resolução, pois o problema passa a ser traduzido à linguagem matemática e, para isso, necessita do conhecimento matemático necessário à solução do problema.

5- Análise crítica da(s) solução (ões): nesse momento que se analisa e se verifica a relação e a validação da resolução encontrada para o problema com a situação inicialmente encontrada. Essa etapa permite aos estudantes desenvolverem sua criticidade, reflexão e coerência entre o problema inicialmente proposto e a resolução encontrada, enfim verificar se o problema foi realmente solucionado.

Este autor também estabelece dois princípios para o desenvolvimento do trabalho com Modelagem Matemática: 1) Partir do interesse do grupo ou dos grupos; 2) Os dados são coletados no local onde se dá o interesse do grupo. Assim sendo, fica evidente a sua preocupação com o ensino e a aprendizagem, objetivando um ensino de Matemática que seja interessante e que forme o estudante integralmente.

Caldeira (2005), afirma que a Modelagem Matemática

[...] pode oferecer aos professores e alunos um sistema de aprendizagem com uma nova forma de entendimento das questões educacionais da Matemática. (CALDEIRA, 2005, p.3)

Entende também que o desenvolvimento da proposta ocorre a partir de grupos de trabalhos, sem etapas definidas e que o trabalho com Modelagem Matemática consiste num sistema de aprendizagem.

Conforme observamos, existem pontos de vista distintos tanto na concepção de Modelagem Matemática como, na forma de explicitar ou não as etapas para o

seu desenvolvimento, assim como na proposta defendida por cada autor. Isto pode ser explicado através da própria origem da Modelagem Matemática, que tem seu início na Matemática Aplicada Clássica, a qual abarca os ramos da análise clássica, tais como: Equações Diferenciais Ordinárias e Parciais, Cálculo Integral e Teoria de Funções, conforme Pollak (1979).

A formação inicial e continuada nos cursos *stricto sensu* e as atividades profissionais desenvolvidas nos cursos de Bacharelado ou Licenciatura, ou ainda, em níveis de Pós-graduação, ou outro o nível de ensino em que atuam esses pesquisadores, também podem explicar, em partes, as distintas concepções a respeito da Modelagem Matemática.

Conforme estudo epistemológico a respeito da Modelagem Matemática realizado por Klüber e Burak,

[...]1) a Modelagem em si não se constitui em uma metodologia de ensino e de aprendizagem para a sala de aula; 2) diferentes concepções de Modelagem Matemática conduzem as diferentes práticas em sala de aula; e 3) aspectos epistemológicos subjacentes às proposições são de fundamental importância para a efetivação e desenvolvimento de uma prática coerente em sala de aula. (KLÜBER E BURAK, 2013, p. 286)

Dessa forma, ao serem consideradas as diferentes perspectivas de Modelagem Matemática no âmbito da educação deve-se ter clareza das implicações decorrentes. Nesse sentido é também importante salientar que qualquer que seja a concepção ela traz implicações quer seus seguidores tenham essa consciência ou não, principalmente quando se utiliza a Modelagem Matemática como uma prática educativa na Educação Básica.

CAPÍTULO 2

ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Neste capítulo, apresentamos os aspectos metodológicos que dão sustentação aos encaminhamentos teórico-metodológicos a esta pesquisa, descrevendo os instrumentos da coleta de dados, a metodologia do tratamento dos dados e o software utilizado para auxiliar o trabalho.

Tendo em vista a questão da investigação expressa: O que se evidencia das práticas em Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação Básica do Estado do Paraná, a partir dos relatos apresentados nos EPMEM? E, com o objetivo geral de colocar à vista aspectos que decorrem das práticas de Modelagem Matemática no âmbito da Educação Básica, optamos por uma pesquisa de natureza qualitativa, numa perspectiva de meta-análise conduzida a partir do tratamento dos dados, conforme a análise de conteúdo.

2.1 Natureza e Delineamento da Pesquisa

Definir a natureza de uma pesquisa é essencial para nortear os caminhos a serem trilhados para alcançar o objetivo desejado. No nosso caso, como objetivamos colocar à vista aspectos relevantes sobre práticas desenvolvidas conforme relatos apresentados entendemos que a natureza desta pesquisa é qualitativa por concordarmos que, conforme Gibbs (2009):

Esse tipo de pesquisa visa a abordar o mundo “lá fora” (e não em contextos especializados de pesquisa, como os laboratórios) e entender, descrever e, às vezes, explicar os fenômenos sociais “de dentro” de diversas maneiras diferentes: Analisando experiências de indivíduos ou grupos; Examinando interações e comunicações que estejam se desenvolvendo; Investigando documentos ou traços semelhantes de experiências ou interações. (GIBBS, 2009, p. 8)

Portanto, neste sentido, efetuamos a investigação de documentos, ou seja, relatos de experiências, apresentados nos eventos denominados Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática (EPMEM), no período de 2004 à 2012, que continham a descrição de experiências desenvolvidas nas salas de aula

da Educação Básica do Estado do Paraná, utilizando a Modelagem Matemática como alternativa metodológica.

A pesquisa qualitativa, conforme Alves-Mazzotti & Gewandsznajder (2004), abre a possibilidade da utilização de uma variedade de procedimentos, pois:

Em decorrência da feição indutiva que caracteriza os estudos qualitativos, as etapas de coleta, análise e interpretação ou formulação de hipóteses e verificação não obedecem a uma sequência, cada uma correspondendo a um único momento da investigação, como ocorre nas pesquisas tradicionais. A análise e a interpretação dos dados vão sendo feitas de forma interativa com a coleta, acompanhando todo o processo de investigação. (ALVES-MAZZOTTI & GEWANDSZNAJDER, 2004, p. 162)

Deste modo, como esta pesquisa teve seu objeto de estudo focado nos relatos de experiências, em forma de artigos, apresentados em eventos específicos da Modelagem na Educação Matemática, consideramos que a pesquisa qualitativa foi a mais adequada.

Em termos metodológicos essa investigação apresenta as características da meta-análise, o que permite outros olhares para os relatos produzidos e apresentados. Valemo-nos das perspectivas de Larocca et al. (2005), ao tratar sobre as pesquisas meta-analíticas da produção científica, ou também caracterizadas como pesquisa-avaliação expressam que:

[...] a ciência busca sua coerência, debruçando-se sobre aquilo mesmo que produz, não exclusivamente visando traçar o tradicional estado da arte de determinado conhecimento, mas para que, utilizando-se de procedimentos científicos qualitativos e/ou quantitativos, venha a conhecer melhor a produção científica em seus vários aspectos. (LAROCCA et al, 2005, p. 119)

Uma das expectativas desta pesquisa está no fato de colocar a vista o que decorre das práticas, nas salas de aulas, quando se utiliza a Modelagem Matemática como uma maneira de encaminhar o ensino de Matemática.

Para aprofundarmos um pouco melhor do que trata a meta-análise, concordamos com Bicudo (2014, p.9) “quando se fala de modo genérico, entende-se que é meta e análise, ou seja, uma investigação que vai além daquela ou daquelas já realizadas.” Enfim, nos apoiamos na mesma autora para definirmos a meta-análise como “uma retomada da pesquisa realizada, mediante um pensar sistemático e comprometido de buscar dar-se conta da investigação efetuada.” (BICUDO, 2014, p.13)

Deste modo, justificamos a investigação dos Relatos de Experiências envolvendo a Modelagem Matemática apresentados nos EPMEM realizados de 2004 à 2012.

2.2 Instrumentos da Coleta de Dados

Considerando a potencialidade da Modelagem Matemática, como uma tendência metodológica que pode contribuir para aumentar o interesse dos educandos pela Matemática e, também elevar o nível do aprendizado, muitos eventos científicos são realizados em todo o país e, no Paraná, desde 2004 é realizado o Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática (EPMEM).

Nas cinco edições do EPMEM ocorridas de 2004 até 2012, houve apresentações de Relatos de Experiências por parte de estudantes dos cursos de Licenciatura em Matemática e Pedagogia, professores de Matemática da Educação Básica e pesquisadores em geral, totalizando 65 Relatos de Experiências, dentre os quais, 28 condizem com a Educação Básica do estado do Paraná, distribuídos conforme o quadro abaixo.

Quadro 2: Distribuição dos Relatos apresentados nos EPMEM

ANO	Nº DE RELATOS APRESENTADOS	Nº DE RELATOS REFERENTES A EDUCAÇÃO BÁSICA DO PARANÁ
2004	9	3
2006	4	1
2008	19	7
2010	19	8
2012	14	9

Fonte: A autora.

Estes eventos, de periodicidade bianual, são destinados aos pesquisadores, aos professores da Educação Básica, aos estudantes de Licenciatura em Matemática e Pedagogia e aos estudantes da Pós-Graduação. De caráter regional, mas com repercussão nacional, contemplam trabalhos que envolvem a apresentação na categoria de Comunicação Científica, Pôsteres, e de Relatos oriundos das experiências envolvendo a Modelagem Matemática nas escolas.

A partir dos Relatos de Experiências⁸ apresentados nos EPMEM, constantes dos Anais, buscamos subsídios que permitam evidenciar as características das práticas de Modelagem Matemática empregadas na Educação Básica do Paraná.

Constituíram o *corpus* inicial da investigação os Relatos de Experiências apresentados e constantes dos Anais dos EPMEM correspondentes às cinco edições bianuais de 2004 a 2012, realizadas e computadas, conforme o quadro a seguir:

Quadro 3: EPMEM realizados entre 2004 e 2012

ANO	LOCALIDADE	INSTITUIÇÃO	TEMA DO EVENTO
2004	Londrina	UEL	Não houve um tema específico
2006	Apucarana	FAP	Práticas, Críticas e Perspectivas da Modelagem na Educação Matemática
2008	Guarapuava	UNICENTRO	Perspectivas da Modelagem Matemática no Ensino
2010	Maringá	UEM e FECILCAM	Modelagem Matemática: Perspectivas Interdisciplinares para o Ensino e Aprendizagem da Matemática
2012	Toledo	UTFPR	Diferentes Olhares para a Pesquisa e a Prática da Modelagem Matemática na Educação Matemática no Paraná

Fonte: A autora.

O evento de 2004, por ser o primeiro não teve um tema específico. As demais edições já foram organizadas de modo a direcionar os eventos pelo tema norteador. Em 2014 foi realizado o VI EPMEM em Curitiba, na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), mas, por uma questão temporal, esta edição não faz parte do *corpus* desta investigação.

2.3 Metodologia de Tratamento dos Dados

A metodologia utilizada para o tratamento dos dados é a análise de conteúdo, embasada na perspectiva de Bardin (2011, p. 44). A análise de conteúdo pode ser entendida como um conjunto de técnicas de análise das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das

⁸Conforme descrição da organização do evento constitui-se no relato de uma experiência de ensino já realizada, organizada e documentada na área de Modelagem Matemática com enfoque no tema central e subtemas do Encontro. É importante que o texto contemple uma descrição detalhada do desenvolvimento da experiência com observações e reflexões do autor. (<http://www2.td.utfpr.edu.br/vepmem/>). Utilizaremos tanto o termo Relato de Experiências como o termo Relato com o mesmo significado.

mensagens, que ganha sentido porque leva o analista a inferir conhecimentos sobre o emissor da mensagem.

Dessa forma, ponderamos com Bardin (2011, p. 21) o sentido e os significados da análise de conteúdo nos seguintes termos:

[...] Um conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, obter indicadores quantitativos ou não, que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) das mensagens.

Seguimos nessa investigação as fases propostas por Bardin (2011), ou seja: 1) pré-análise; 2) descrição analítica; 3) interpretação inferencial. A pré-análise consiste na organização do material e descrição analítica de elementos que podem subsidiar as inferências e interpretações. A descrição analítica visa o aprofundamento do estudo sobre os documentos selecionados que constituem o *corpus* da investigação. Nesta fase ocorrem os procedimentos de codificação, de classificação e de categorização dos dados.

As ações de categorização, de acordo com Franco (2005, p. 57), implicam em “[...] uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação seguida de um reagrupamento baseado em analogias, a partir de critérios definidos”. Interpretando Bardin, esta autora sugere que tais critérios podem ser (a) semânticos – implicando categorias temáticas, (b) sintáticos – relativos aos verbos e aos adjetivos, e léxicos – atinentes à classificação das palavras segundo seu sentido.

Segundo Dell'Isolla (2001, p. 12), inferência é a atividade cognitiva de gerar informações novas a partir de informações dadas, que propicia a construção de informações novas a partir de conhecimentos existentes na memória do interlocutor. Tais conhecimentos são acessados e utilizados no processo de construção da significação no ato de leitura a partir dos dados contidos no texto. Isso não significa dizer que se infere apenas no ato da leitura, mas sim na análise do conteúdo como um todo.

2.4 Utilização do Software Atlas/T.i.

O processo de coleta e compilação dos dados ocorreu a partir da criação de um banco de dados com todos os 65 Relatos de Experiência apresentados nos EPMEM realizados entre 2004 e 2012.

Foi utilizado como instrumento de categorização e análise do material coletado, o software Atlas/T.i.

Este foi idealizado exclusivamente para a análise de dados qualitativos em grande quantidade, o que tornou conveniente sua utilização neste estudo. De acordo com o estudo realizado por Walter e Bach (2009), a primeira edição comercial do software foi lançada em 1993 na Bélgica. Desde então passou a ser utilizado em diferentes áreas do conhecimento, primeiramente por adeptos da *grounded theory* (teoria fundamentada nos dados ou teoria enraizada nos dados). Recentemente vem sendo empregado por pesquisadores que se valem da análise de conteúdo, em distintas vertentes. Daí, a possibilidade de sua utilização nesta pesquisa. (KLÜBER E BURAK, 2012, p. 471)

No quadro abaixo são apresentadas as principais características do *software*.

Quadro 4: Principais elementos constitutivos do Atlas/T.i.

Elementos	Descrição
Unidade Hermenêutica (<i>Hermeneutic unit</i>)	Reúne todos os dados e os demais elementos.
Documentos primários (<i>Primary documents</i>)	São os dados primários coletados. Em geral, são transcrições de entrevistas e notas de campo, mas suportam figuras e áudio (a versão atual também o faz em relação a imagens, áudio e vídeo). Os documentos primários são denominados Px, sendo que x é o número de ordem.
Citações (<i>Quotes/quotation</i>)	São segmentos de dados, como trechos relevantes das entrevistas, ou dados em geral, que indicam a ocorrência de código. A referência da citação é formada pelo número do documento primário onde está localizada, seguido do seu número de ordem dentro do documento. Também constam da referência as linhas inicial e final, no caso de texto.
Códigos (<i>Codes</i>)	São os conceitos gerados pelas interpretações do pesquisador. Podem estar associados a uma citação ou a outros códigos para formar uma teoria ou ordenação conceitual. Sua referência é formada por dois números: o primeiro refere-se ao número de citações ligadas ao código; e o segundo, ao número de códigos associados. Os dois números representam, respectivamente, seu grau de fundamentação (<i>groundedness</i>) e de densidade teórica (<i>density</i>).
Notas de análise (<i>Memos</i>)	Descrevem o histórico da pesquisa. Registram as interpretações do pesquisador, seus <i>insights</i> ao longo do processo de análise.

Esquemas gráficos (<i>Netview</i>)	Esta ferramenta auxilia a visualização do desenvolvimento da teoria e atenua o problema de gerenciamento da complexidade do processo de análise. Os esquemas gráficos são representações gráficas das associações entre códigos. A natureza dessas relações é representada por símbolos. Além disso, os códigos e as citações são manipuláveis, podem ser movidas na tela.
Comentários (<i>Comment</i>)	Podem estar presentes em todos os elementos constitutivos. Devem ser utilizados pelos pesquisadores para registrar informações sobre seus significados, bem como para registrar o histórico da importância do elemento para a teoria em desenvolvimento.

Fonte: adaptado de (WALTER e BACH, 2009, p. 8), apud (KLÜBER e BURAK, 2012, p. 472)

Utilizando os termos específicos do software, consideramos como Unidade Hermenêutica (*Hermeneutic unit*) o conjunto de Relatos apresentados em cada edição do EPMEM. Portanto, temos a constituição de cinco Unidades Hermenêuticas, cada uma referente a um ano de realização do evento, assim denominadas: EPMEM_RE_2004, EPMEM_RE_2006, EPMEM_RE_2008, EPMEM_RE_2010 e EPMEM_RE_2012.

Os documentos primários (*Primary documents*) são os textos dos Relatos de Experiência propriamente ditos estão distribuídos nas respectivas Unidades Hermenêuticas. Por denominação do próprio software, cada documento, dentro da sua Unidade Hermenêutica, fica assim identificado: P1, P2, P3, P4,..., conforme o número de relatos de cada evento.

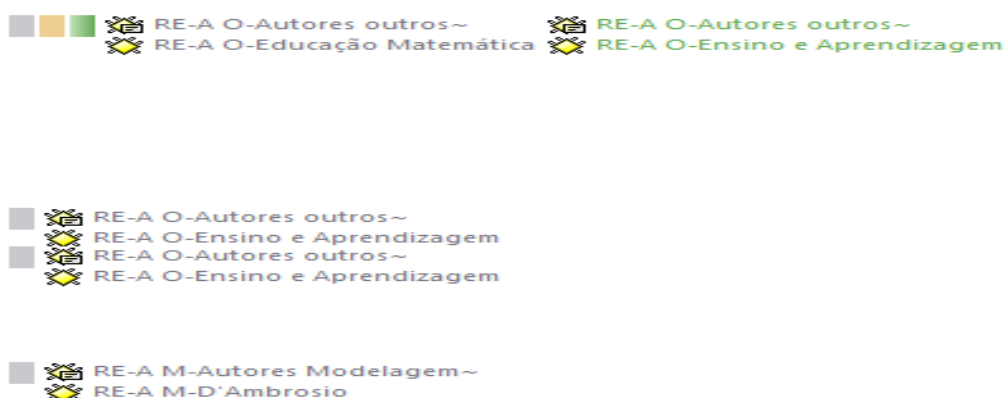
As citações (*Quotes/quotation*) se referem aos trechos dos Relatos que foram destacados após a leitura de cada documento. Deste modo, cada destaque feito no documento fica identificado, por exemplo, 1:1 se refere a primeira citação do documento primário 1, 5:7 se refere a sétima citação do documento 5, 8:3 se refere a terceira citação do documento 8 e assim por diante.

Os códigos (*Codes*), nesse caso, podem ser considerados como categorias a priori elencadas pelo pesquisador e que resultam em números gerados pelo software a cada citação destacada nos documentos primários. Por exemplo, o código RE-AM – Autores Modelagem se refere aos autores de Modelagem Matemática citados nos Relatos. Outro exemplo é o código RE-Participantes que foi utilizado quando o autor explicitou os participantes da experiência relatada.

As notas de análise (*Memos*) são os passos seguidos durante a pesquisa e que ficam armazenados na forma de histórico das ações, as quais servem para auxiliar o pesquisador nas leituras posteriores e consultas ao texto.

A figura abaixo traz o exemplo dos *Memos* de um Relato de Experiência, no qual está indicando que neste texto foram identificados alguns autores conforme os códigos inseridos. Esta é uma ferramenta importante do software, pois facilita ao pesquisador encontrar as citações marcadas, permitindo sua visualização em todas as vezes que o documento for consultado.

Figura 3 – Esquema de Memos

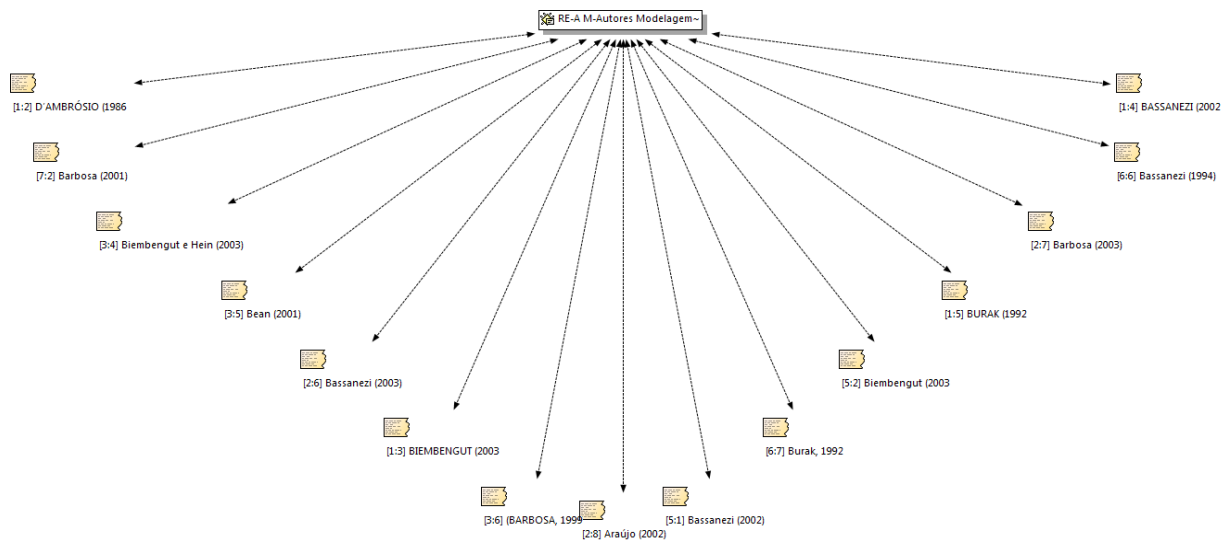


Fonte: A autora.

Os esquemas gráficos (*Netview*) são as imagens geradas pelo software fazendo as ligações entre cada um dos códigos elencados e situando as citações de cada documento primário.

No exemplo abaixo temos os Autores de Modelagem encontrados nos vários Relatos que constituem uma unidade hermenêutica. Neste caso, facilita a visão panorâmica de quantas vezes cada autor foi citado pelos autores do Relatos. Esclarecemos que a categoria de Autores de Modelagem se constitui como uma categoria a priori, estabelecida num primeiro momento, pois durante o momento de análise dos dados trabalhamos com categorias a posteriori, decorrentes dessas inicialmente elencadas.

Figura 4 – Esquema de Netview



Fonte: A autora.

Os comentários (*Comment*) são as descrições sobre cada código inseridas no programa pelo pesquisador. Por exemplo: RE-AM - Autores Modelagem: Este código deve ser utilizado para autores que tratam de Modelagem Matemática.

A descrição destes termos específicos foi apresentada de maneira resumida para o leitor ter uma sucinta ideia de como o software funciona, no entanto é de fundamental importância a utilização deste programa para poder explorar todas as suas funcionalidades.

Fazendo uso destes termos específicos aqui descritos, seguimos para o próximo capítulo onde detalhamos como ocorreu a análise dos dados propriamente dita.

CAPÍTULO 3

ANÁLISE DOS DADOS RELATIVOS ÀS PRÁTICAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA DO PARANÁ

Neste capítulo elencamos todas as ações desenvolvidas durante a análise dos dados coletados, descrevendo detalhadamente o caminho trilhado, conforme a metodologia apresentada no capítulo anterior.

Pautados na questão norteadora desta pesquisa, a qual questiona sobre **o que se evidencia das práticas em Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação Básica do Estado do Paraná, a partir dos EPMEM** e no conceito de análise de conteúdo enunciado por Bardin (2011), criamos inicialmente um roteiro de códigos com o intuito de auxiliar a análise por meio do software Atlas/T.i.

Ao todo, foram analisados 65 Relatos de Experiências, apresentados nos eventos de 2004 a 2012, os quais fazem parte das nossas Unidades Hermenêuticas e que foram distribuídos da seguinte forma:

Quadro 5: Quantidade de Relatos apresentados nos EPMEM

ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EPMEM	
ANO (Unidade Hermenêutica)	Nº DE RELATOS (Documentos Primários)
2004	09
2006	04
2008	19
2010	19
2012	14

Fonte: A autora.

Conforme a estrutura básica⁹ de um Relato de Experiência, seus principais elementos são: 1) Introdução; 1.1 Tema; 1.2) Objetivos; 1.3) Justificativa; 2) Desenvolvimento; 2.1) Fundamentação Teórica; 2.2) Descrição da experiência; 2.3) Metodologia; 2.4) Resultados e 3) Conclusão.

A análise dos Relatos partiu da leitura de cada documento primário inserido no Atlas/T.i., documentos estes que são artigos com aproximadamente 12 páginas cada um. Porém, antes das leituras, elencamos códigos, conforme o roteiro abaixo,

⁹ Conforme documento disponibilizado em: <<http://bit.ly/tMYxJN>> pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná, estes são os elementos fundamentais de um Relato de Experiência.

para efetuar a análise do conteúdo. Foram definidos 13 códigos, *a priori*, com os elementos que consideramos importantes de serem analisados, contidos nos Relatos e que estavam descritos dentro dos itens estruturais além de outros que entendemos ser relevantes.

O quadro a seguir demonstra o que procuramos em relação a cada um destes códigos, os quais foram organizados em três grupos: Pré-análise, Aspectos relacionados à Metodologia e Aspectos fundamentais dos Relatos, assim definimos o primeiro roteiro de codificação dos Relatos.

Quadro 6: Roteiro inicial de codificação dos Relatos

Grupo	Comentário inserido no Atlas/T.i. (O que se deve ser buscar na análise)	Código
Pré-análise	Este código deve ser usado para destacar aspectos gerais, como o turno em que a experiência foi desenvolvida, quantidade de alunos atendidos e outros aspectos considerados relevantes, como tempo de duração e modalidade de ensino.	Dados Gerais
	Este código deve ser utilizado para todo autor que não se referir a Modelagem e nem a Metodologia.	Autores Outros
	Este código deve ser usado quando o nível de ensino for explicitado, como fundamental, médio, superior, pós-graduação ou formação continuada.	Nível de Ensino
	Este código deve ser utilizado quando o autor explicita quem são os participantes, ou seja, estudantes, estagiários, professores.	Participantes
Aspectos relacionados à Metodologia	Este código deve ser utilizado para autores que tratam sobre metodologia da pesquisa e também autores da metodologia de tratamento dos dados que tenham sido utilizados no desenvolvimento da atividade ou experiência.	Autores de Metodologia
	Este código deve ser utilizado quando o autor explicita as etapas e ações desenvolvidas na atividade ou experiência e que resultou nesta prática.	Etapas e Ações desenvolvidas
	Este código deve ser utilizado quando o autor explicita os instrumentos e procedimentos empreendidos na investigação.	Procedimentos de Coleta de Dados
Aspectos fundamentais relacionados aos Relatos	Este código deve ser utilizado quando o autor enuncia explicitamente o objetivo da prática realizada.	Objetivos
	Este código deve ser utilizado quando o autor enuncia de forma explícita o problema, ou questões norteadoras da atividade ou experiência desenvolvida.	Problema
	Este código deve ser utilizado quando o autor descreve os resultados, sugere encaminhamentos ou faz considerações em relação à experiência.	Resultados

Fonte: A autora

A etapa da Pré-análise, além da seleção e organização do material relativo às edições do evento, consistiu na análise de dados genéricos observados após a primeira leitura, ou também denominada leitura flutuante dos Relatos, sugerida por Bardin (2011). Nesta etapa também ocorreu a descrição analítica dos elementos que serviram para subsidiar as inferências e interpretações efetuadas posteriormente.

Os dados relacionados à Metodologia são aqueles referentes aos aspectos metodológicos abordados nos Relatos, este grupo de informações estava presente em poucos artigos, pois estes dados são mais relacionadas a pesquisa e os Relatos, em sua grande maioria, descrevem práticas realizadas em sala de aula.

Já os denominados Aspectos Fundamentais se referem aos dados relacionados às questões mais específicas e estruturais abordadas nos Relatos, que são os objetivos, problemas e resultados das práticas, além dos autores citados sobre Modelagem Matemática. Mesmo que na estrutura de um Relato não seja necessário descrever o problema, entendemos que este aspecto é importante para esclarecer melhor a maneira como as práticas foram desenvolvidas.

Seguindo o roteiro de codificação acima citado, a fase analítica teve início e, deste modo o material foi codificado, com o auxílio do *software* utilizado. Este momento foi bastante trabalhoso e minucioso, pois cada artigo foi lido e as informações relevantes foram destacadas conforme os códigos criados. Em alguns casos, houve a necessidade de retomar a leitura dos artigos pois as informações estavam um pouco confusas o que dificultava a identificação dos elementos procurados.

Ao término destas codificações tivemos a primeira visão geral das informações relatadas sobre estas práticas, as quais apresentamos no quadro abaixo e que nos mostram o panorama do número de citações destacadas nos Relatos, relativos aos códigos criados em nosso primeiro roteiro de análise.

Quadro 7: Quantidade de citações conforme cada código

Código	Quantidade de elementos encontrados em cada evento (citações)				
	2004	2006	2008	2010	2012
Pré análise					
Dados Gerais	1	1	6	8	16
Autores Outros	16	11	116	42	24

Nível de Ensino	8	5	16	19	12
Participantes	6	2	14	15	11
Aspectos relacionados à Metodologia					
Autores de Metodologia	0	0	4	0	5
Etapas e Ações desenvolvidas	33	3	94	94	75
Natureza e Tipo de pesquisa	0	1	5	0	2
Procedimentos de Coleta de Dados	0	0	2	2	3
Tratamento de Dados	0	0	2	0	0
Aspectos fundamentais relacionados aos Relatos					
Autores de Modelagem	15	17	102	75	76
Objetivos	9	4	18	17	12
Problema	6	4	10	9	11
Resultados	7	4	27	17	15

Fonte: A autora

Todos estes dados fazem parte das análises realizadas sobre os 65 Relatos que constituem o *corpus* da pesquisa. Estas informações mostram que os aspectos relacionados à Metodologia são os menos evidentes, uma vez que os relatos estão relacionados às práticas e não à pesquisa. No entanto tínhamos a hipótese de que os Relatos fossem relacionados à culminância de pesquisas, o que neste momento ficou evidente não ser verdadeiro e que nos trouxe outro olhar sobre estes artigos.

Uma informação interessante referente ao total dos Relatos é em relação aos autores de Modelagem Matemática que foram citados em, no mínimo, três Relatos, os quais estão organizados no quadro abaixo.

Quadro 8: Quantidade de citações dos Autores de Modelagem Matemática nos Relatos

Autor	2004	2006	2008	2010	2012	Total
Almeida	0	1	3	1	4	9
Almeida e Brito	0	2	3	2	3	10
Almeida e Dias	0	2	5	4	3	14
Almeida, Silva e Vertuan	0	0	0	0	3	3
Barbosa	3	2	14	15	8	42
Bassanezi	4	3	14	13	11	45
Bean	1	0	1	1	0	2
Biembengut	2	1	3	4	4	14
BiembenguT e Hein	1	0	6	7	7	21
Borba	0	0	2	0	1	3

Burak	2	1	6	5	6	20
Caldeira	0	0	3	0	1	4
Chevallard	0	1	2	0	0	3
D'Ambrósio	1	0	3	4	5	13
Ferruzi	0	0	1	2	1	4
Kaiser e Shiraman	0	0	4	1	0	5
Malheiros	0	0	2	1	0	3
Niss	0	2	2	1	0	5
Paraná	0	0	1	0	4	5
Silva	0	0	0	2	1	3
Skovsmose	0	0	1	1	3	5
Vertuan	0	0	5	1	1	7

Fonte: A autora.

Constatamos que os autores de Modelagem Matemática mais citados foram Bassanezi, Barbosa, Biembengut & Hein, Burak e Almeida. Apesar deste item não fazer parte do nosso objetivo de pesquisa, percebemos que estes autores condizem com a fundamentação teórica sobre Modelagem Matemática elencada no capítulo 1 e, desta maneira, aponta a relevância destes autores em relação ao tema.

Observamos que o Estado do Paraná apresenta uma quantidade considerável de autores de Modelagem participantes dos eventos, mas também é significativa a participação de pesquisadores de outros estados da federação como: Rio Grande do Sul, São Paulo, Santa Catarina, Bahia e Pará. Esta representatividade aponta para a aceitação e defesa da Modelagem Matemática, como uma prática pedagógica, ainda que pontual, nestes estados brasileiros.

Para o prosseguimento das análises, os elementos levados em consideração durante a Pré-análise foram fundamentais, pois estavam relacionados ao perfil dos participantes, aos dados gerais considerados relevantes e também aos diversos autores citados que não tratavam de Metodologia e nem de Modelagem Matemática.

A partir do grupo de dados coletados na Pré-análise percebemos que os 65 Relatos apresentados nos ENEM tinham diferentes características em relação ao nível de ensino e participantes. Como o nosso objetivo principal discorre sobre as práticas em MM realizadas na Educação Básica do estado do Paraná, o *corpus* da

análise compreende apenas os Relatos de interesse, conforme demonstramos no quadro abaixo:

Quadro 9: Nível de Ensino das Práticas relatadas nos EPMEM

EPMEM	Nível de ensino das práticas relatadas					
	Educação Básica (Paraná)	Educação Básica (outros estados)	Ensino Superior	Pós-Graduação	Formação continuada de professores	Proposta de atividade que não foi aplicada
2004	3	0	4	1	0	1
2006	1	0	1	1	1	0
2008	7	2	4	2	1	3
2010	8	4	1	5	0	1
2012	9	0	2	1	1	1

Fonte: A autora.

O quadro acima demonstra que dos 65 Relatos apresentados, apenas 28 dizem respeito à Práticas em Modelagem Matemática da Educação Básica do Estado do Paraná, enquanto que as demais foram desenvolvidas: a) em outros estados brasileiros; b) em outros níveis de ensino; c) em cursos de formação continuada de professores em exercício; d) são apenas propostas de práticas que podem ser desenvolvidas em sala de aula, mas que não se efetivaram.

Deste modo, a partir deste momento, nossa análise passou a ser especificamente sobre os 28 Relatos que constituem o *corpus* da análise e que estão assim identificados: 2004:1, 2004:3, 2004:6, 2006:4, 2008:4, 2008:7, 2008:8, 2008:10, 2008:17, 2008:19, 2008:20, 2010:4, 2010:6, 2010:7, 2010:10, 2010:12, 2010:13, 2010:14, 2010:15, 2012:1, 2012:2, 2012:3, 2012:5, 2012:6, 2012:8, 2012:9, 2012:10, 2012:13, cada item está composto pelo ano do evento seguido do número do artigo. Por exemplo: 2010:4, trata-se de um artigo pertencente a Unidade Hermenêutica 2010 e ao Documento Primário 4 desta unidade.

A análise mais detalhada sobre estes Relatos teve início pelos quatro códigos em que houve maior consistência de dados obtidos nas citações, os quais, conforme o roteiro inicialmente estabelecido, fazem parte do grupo que destaca os aspectos fundamentais, que são os seguintes: Problema, Objetivo, Resultados e Autores de Modelagem Matemática.

Como já discorremos sobre os Autores de Modelagem, nos debruçamos

especificamente sobre os códigos Problema e Objetivo, deste modo fomos constituindo um núcleo de ideias que deram origem as categorias que apresentamos na sequência.

3.1 Categoria Problemas

A categorização dos problemas pode ser observada no quadro a seguir, no qual cada citação está composta pelo ano do evento seguido do número do artigo e mais o número da citação gerada pelo software no artigo. Por exemplo: 2004:6:10, trata-se de um artigo pertencente a Unidade Hermenêutica 2004, ao Documento Primário 6 desta unidade e a Citação 10 deste documento. Optamos por utilizar a citação conforme disponibilizado pelo Atlas/T.i., para garantir a veracidade dos dados da pesquisa.

Quadro 10: Categorizações dos códigos Problemas

Citações (<i>quotes</i>)	Principal Significado	Categorias a posteriori ¹⁰
2010:12:25; 2012:3:2; 2012:5:13	Problemas pontuais e locais que remetem à situações reais do universo cotidiano onde os estudantes estão inseridos	Problemas que remetem às situações do cotidiano
2004:4:3; 2006:4:12; 2012:2:17	Problemas pontuais e locais que remetem a situações reais do universo cotidiano onde os estudantes estão inseridos e que procuram por uma resposta específica;	Problemas que buscam respostas à situações específicas.
2008:19:2; 2012:9:26	Problemas hipotéticos que permitem a suposição de futuros acontecimentos a partir da projeção de estimativas e que visam simular situações;	Problemas que permitem a suposição de acontecimentos
2004:6:10; 2004:6:11	Problemas relacionados ao conhecimento científico com características das ciências naturais;	Problemas que abordam o conhecimento científico

¹⁰ Neste trabalho denominaremos categorias a posteriori, as categorias provenientes do código inicial ou da categoria elencada a priori. Para exemplificação do código ou categoria a priori – Problema, após a fase de significado geral foram categorizadas em outras sete categorias a posteriori da categoria a priori Problema.

2012:8:12	Problemas que evidenciam a utilização da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem;	Problemas que buscam confirmar a Modelagem Matemática como estratégia, metodologia ou alternativa metodológica
2008:17:13	Problemas que sugerem a construção de um modelo matemático para uma situação específica;	Problemas que envolvem a construção de Modelos Matemáticos
2010:10:8; 2012:6:5	Problemas que tratam de conteúdos específicos de Matemática;	Problemas que tratam sobre conteúdos específicos

Fonte: A autora.

Dos 28 Relatos analisados, em apenas 14 deles, ou seja, 50%, os problemas foram enunciados de forma explícita pelos autores, o que se justifica pelo fato de não ser um elemento fundamental num relato de experiência. Mesmo assim, elencamos sete categorias que dizem respeito aos Problemas apresentados nos Relatos, algumas com três citações e outras duas, chegando até a apenas uma citação sobre determinada categoria.

Porém, todas estas categorias são relevantes e nos revelam aspectos importantes sobre as práticas em Modelagem Matemática. As interpretações estão conduzidas de duas formas: 1) Uma interpretação vertical, isto é, de cada categoria *de per si*; 2) Uma Interpretação horizontal quando se abarcará toda a categoria relativa aos problemas.

3.1.1 Problemas que remetem às situações do cotidiano

São tipos de problemas que abordam questões relacionadas ao cotidiano dos estudantes, fazendo uso da Modelagem Matemática como uma metodologia alternativa na qual se parte de um problema real para, na sequência explorar os conceitos matemáticos presentes. Este foi um dos tipos de problemas que mais ocorreu, totalizando 10,7% dos 28 relatos nos quais os problemas estavam explicitados pelos autores.

Citamos um exemplo que estava explicitado mesmo que não estivesse em

forma de pergunta é (2010:12:25) “[...] a substituição do sistema de aquecimento de água do colégio de gás para lenha”. Esta questão remete a utilização da Modelagem Matemática como uma forma de responder a certas situações-problema propostas pelo grupo de estudantes.

É uma forma de estudar os conteúdos matemáticos com o propósito de resolver uma determinada situação, a qual envolve várias ações na busca de encontrar elementos para se chegar a resposta ou às respostas, enseja várias ações de busca de dados sobre os materiais, buscando conhecer suas especificidades. Demanda também a utilização de conteúdos matemáticos capazes de fornecer respostas de modo a ensinar a tomada de decisão.

Esse tipo de problema busca utilizar a Modelagem como uma forma mais significativa de estudar o conteúdo, conhecer suas aplicações às situações do cotidiano, em sua vida diária. Essa é uma forma que Pollak(1979), considera uma Matemática Aplicada como sendo a Matemática que aplicam as pessoas em sua vida diária, na resolução de problemas do seu cotidiano.

Assim, os conteúdos necessários se apresentam de uma forma mais interessante, mais contextualizada, passando a ter sentido e significado, de forma a permitir uma tomada de decisão. Uma prática nessa perspectiva remete a uma concepção de Modelagem que tem como propósito maior a aplicação da matemática do que propriamente construir o conhecimento matemático.

3.1.2 Problemas que buscam respostas à situações específicas

São tipos de problemas que buscam envolver a Modelagem Matemática na busca de resposta à situações específicas do cotidiano dos estudantes. Um exemplo desse tipo de problema é (2006:2:12) “Projetar uma residência unifamiliar de até 70 (setenta) metros quadrados em conformidade com as leis estudadas”. Muitas vezes buscam respostas para uma situação específica como, por exemplo, como em (2012:2: 17) “Quantos m^2 possuí o refeitório?” quando busca o envolvimento de uma teoria, uma proposta curricular, uma questão específica ou relativo à inserção em alguma modalidade de ensino.

Nestes casos parecem comprovar a eficácia da Modelagem como uma alternativa de ensino de Matemática sob o ponto de vista da prática. São situações que buscam validar a Modelagem como uma alternativa pedagógica para o ensino de Matemática na Educação Básica.

As práticas podem oferecer aos docentes respostas específicas que determinam a adoção ou não dessa metodologia. Pois, tanto podem considerar conhecer a possibilidade de cumprir aspectos curriculares da série/ano, quanto podem considerar saber se as situações apresentam ou não dificuldades didáticas, ou de conteúdo, enfim conhecer e avaliar a repercussão da Modelagem Matemática sob distintos aspectos.

3.1.3 Problemas que permitem a suposição de acontecimentos

Este tipo de problema permite através de projeções e estimativas que situações hipotéticas sejam solucionadas e que baseadas neste acontecimento possam auxiliar a programar ações futuras.

Um exemplo deste tipo de problema é (2008:19:2) “[...] a análise do crescimento da população de fêmeas do mosquito *aedes aegypti*, que é o transmissor do vírus da dengue”. No qual, se pretende prever como ocorre o crescimento deste tipo de mosquito se passar determinado tempo.

Em relação a prática em Modelagem, esta situação deixa de ter sentido quando se propõe a trabalhar com situações do cotidiano dos estudantes, pois uma experiência deste tipo poderia ter sido uma pesquisa que se auxiliasse dos dados oficiais, uma vez que o assunto é de relevância e atual, como neste caso a dengue.

3.1.4 Problemas que abordam o conhecimento científico

São problemas que relacionam o conhecimento científico com características das ciências naturais, e deste modo, utilizam da matemática como ferramenta para descobrir uma resposta as indagações surgidas.

Um exemplo deste tipo de problema é (2004:6:10) “determinar qual é a

quantidade de pele que reveste o seu corpo”, no qual, a partir de cálculos matemáticos se deseja responder a uma questão biológica.

Este é o tipo de prática baseado na concepção de Barbosa (2003), onde define como caso 1: O professor descreve a situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.

Neste caso, o professor traz tudo pronto para os alunos, trata-se de uma atividade pontual, pronta e acabada, mas que poderia ser melhor desenvolvida. Talvez não seja o tipo de prática mais desejável, mas depende do encaminhamento das ações para que os estudantes tenham autonomia na pesquisa e nas suas ações.

3.1.5 Problemas que buscam confirmar a Modelagem Matemática como estratégia, metodologia ou alternativa metodológica

Neste caso, houve apenas um problema contido nesta categoria, o qual foi assim descrito: “Quais são as estratégias utilizadas pelos alunos numa atividade de Modelagem Matemática, com ênfase ou não, na construção de um modelo matemático? (2012:8:12)

Este problema deixa evidente as diferentes concepções de Modelagem Matemática, destacando que pode se chegar a um modelo matemático ou não, dependendo do encaminhamento utilizado com os estudantes.

Um problema como este é importante por trazer para o debate questões fundamentais sobre as diferentes vertentes de concepções da Modelagem Matemática, discutindo a questão específica do modelo matemático.

3.1.6 Problemas que envolvem a construção de Modelos Matemáticos

São tipos de problemas que buscam confirmar uma visão de Modelagem Matemática mais próxima da Matemática Aplicada. Estes problemas refletem uma concepção de Modelagem Matemática que se pauta pela perspectiva das Ciências

Naturais em que predominam os aspectos matemáticos envolvidos na construção de um modelo matemático, com o propósito de representar uma situação.

Ocorreu apenas um problema deste tipo, o qual foi assim descrito: “[...] a construção de um modelo matemático que representasse o custo para se alterar um veículo movido a gasolina para álcool.” (2008:17:13).

Essa forma de problema considera uma perspectiva de Modelagem Matemática arraigada à sua origem na Matemática Aplicada Clássica. No sentido clássico conforme as discussões de Pollak (1979) a Matemática Aplicada é constituída pelos ramos da análise clássica nos quais se incluem o cálculo, as equações diferenciais ordinárias e parciais, integrais e, entre outras, teoria de funções. São formas de questões que buscam trabalhar o aspecto mais da construção e análise de modelos, como uma forma de dar vazão a esses campos ou ramos da análise.

Em relação à educação básica esses estudos e práticas não fazem sentido. No entanto, nas disciplinas de formação inicial de professores para a Educação Básica é comum se trabalhar a perspectiva da Modelagem voltada a construção de modelos.

3.1.7 Problemas que tratam sobre o desenvolvimento de conteúdos específicos

São problemas que trazem o conteúdo matemático em primeiro plano e a partir disto se utiliza da Modelagem Matemática como metodologia de ensino.

Um exemplo desta categoria está em (2012:6:5) “discussão do desenvolvimento do conceito, tanto de perímetro como de área.” Deste modo, a partir destes conceitos matemáticos é que se desencadeou a prática em Modelagem Matemática, ou seja, partiu do conteúdo e a metodologia serviu como suporte para a prática.

Este tipo de problema demonstra a preocupação dos professores em relação aos conteúdos determinados para serem cumpridos nas séries escolares, de modo que a metodologia fica em segundo plano.

3.2 Categoria Objetivos

Dos 28 Relatos analisados, em apenas 3 deles os autores não enunciaram explicitamente os objetivos, sendo que um destes artigos continham 2 objetivos. Portanto, efetuamos a categorização dos 26 objetivos presentes nos Relatos que ficaram assim identificados.

Quadro 11: Categorizações dos códigos Objetivos

Citações (<i>quotes</i>)	Principal Significado	Categorias a posteriori
2004:1:14; 2004:3:3; 2004:6:8; 2006:4:1; 2008:7:12; 2010:12:26; 2012:2:11; 2012:3:3; 2012:5:8;	Unidades que se referem aos objetivos que evidenciam a aplicação da Modelagem Matemática;	Objetivos que ensejam aplicação da Modelagem Matemática
2008:4:4; 2008:10:25; 2010:10:19; 2012:1:2; 2012:1:3; 2012:6:2; 2012:9:2;	Unidades que se referem aos objetivos que se referem à utilização da Modelagem Matemática para o trabalho com conteúdos específicos;	Objetivos que tratam sobre conteúdos matemáticos específicos em Modelagem Matemática
2004:6:8	Unidades que se referem aos objetivos que buscam conhecer a opinião dos estudantes sobre o trabalho com a Modelagem Matemática;	Objetivos que buscam conhecer opiniões sobre o trabalho com a Modelagem Matemática
2008:17:14	Unidades que se referem aos objetivos que visam conhecer a Matemática envolvida na construção de um Modelo Matemático;	Objetivos que buscam a construção de um Modelo Matemático
2010:14:3	Unidades que se referem aos objetivos que demonstram a utilização da Modelagem Matemática através da articulação com as TIC's;	Objetivo que envolve a Modelagem Matemática e as TIC's
2008:8:10; 2010:6:7	Unidades que se referem aos objetivos que demonstram a utilização da Modelagem Matemática através do caráter interdisciplinar;	Objetivos que envolvem Modelagem Matemática e Interdisciplinaridade
2010:7:8; 2012:8:14	Unidades que se referem aos objetivos que fomentam discussões acerca da formação de professores, contemplando aspectos internos à Modelagem Matemática;	Objetivos que envolvem os fazeres próprios da Modelagem Matemática

2010:4:6; 2010:15:12; 2012:10:4	Unidades que se referem aos objetivos que evidenciam pesquisas com delineamento meta-analítico em Modelagem Matemática;	Objetivos que abordam o meta-estudo em Modelagem Matemática
------------------------------------	---	---

Fonte: A autora.

A análise e interpretação de cada uma destas 8 categorias de objetivos será apresentada de maneira semelhante ao que foi efetuado com os problemas, ou seja, citando algum exemplo de cada tipo de objetivo após o esclarecimento sobre cada categoria.

3.2.1 Objetivos que ensejam aplicação da Modelagem Matemática

Estes objetivos estão relacionados aos problemas que remetem às situações do cotidiano, nos quais a aplicação da Modelagem Matemática está direcionada aos interesses dos estudantes em resolver questões locais e emergentes. Por exemplo: “[...] a realização de atividades de Modelagem Matemática que permitam explorar conteúdos matemáticos presentes na construção de uma horta” (2008:7:12).

Uma atividade que tem este tipo de objetivo é bastante significativa, pois assim como pode revisar assuntos já estudados, também é uma oportunidade de formar e construir novos conceitos, além de oportunizar a interdisciplinaridade com aspectos relativos às ciências, a Biologia e ao meio ambiente.

Este exemplo de objetivo deposita uma expectativa do professor na Modelagem para a realização de práticas que envolvem situações concretas para o trabalho de fazer emergir problemas ligados a essas situações e, deste modo, explorar os conteúdos matemáticos presentes em um determinado tema pode favorecer aspectos altamente positivos.

Este tipo de objetivo manifesta explicitamente a intencionalidade de conhecer o potencial da Modelagem Matemática, pois, se o professor não buscar novas formas de abordar os conteúdos e estes não tiverem significado aos estudantes pode se constituir em uma prática que apenas visa à reprodução dos conhecimentos matemáticos, e, se estes já são conhecidos torna-se uma mera

aplicação e pode desvirtuar os propósitos da Modelagem como uma metodologia alternativa.

3.2.2 Objetivos que tratam sobre o desenvolvimento de conteúdos matemáticos específicos em Modelagem Matemática

São objetivos que indicam como alguns conteúdos matemáticos específicos foram desenvolvidos através da utilização da Modelagem Matemática como metodologia.

Um exemplo desta categoria de objetivos pode ser observada em (2010:10:19) quando expressa “[...] desenvolver tópicos de matemática financeira utilizando a modelagem matemática como uma metodologia alternativa de ensino-aprendizagem.” Este tipo de objetivo coloca o conteúdo matemático em primeiro plano e a metodologia como suporte ao desenvolvimento das aulas.

Nesse exemplo os números e as operações estão imbricados nas atividades, mas outras áreas do conhecimento, tais como, a administração, a economia, a sociologia, entre outras, não são exploradas.

Nesta categoria a Modelagem Matemática tem a perspectiva de estudar um conteúdo específico de Matemática, então pode se considerar que nesse caso a Modelagem é trabalhada em uma expectativa reducionista, pois converge apenas para um campo da Matemática, desconsiderando que outros campos, mesmo que envolvidos, não emergem nas discussões.

3.2.3 Objetivos que buscam conhecer opiniões sobre o trabalho com a Modelagem Matemática

Esta categoria de objetivos busca conhecer a opinião dos estudantes sobre o trabalho com a Modelagem Matemática. Embora, nos Relatos tenha sido encontrado apenas um objetivo, (2004:6:8) “Descrever e analisar a atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com os alunos, verificando a concepção que o aluno tinham antes de trabalhar com a abordagem da Modelagem Matemática e,

qual a sua concepção após esse trabalho”. Este objetivo busca conhecer a opinião dos estudantes participantes de uma prática de Modelagem, com o propósito de avaliar essa prática no ensino de Matemática.

Essas opiniões refletem elementos que podem auxiliar na decisão de efetivar a Modelagem como uma alternativa para o ensino da Matemática mediada pela Modelagem Matemática. Entretanto, também o professor deve ter clareza e discernimento para avaliar o potencial de uma possível alternativa pedagógica. Para isso, precisa conhecer as bases teóricas que norteiam cada uma das alternativas, buscando conhecer os aspectos epistemológicos, psicológicos, filosóficos e sociológicos contemplados, para conhecer o seu potencial de se constituir ou não em uma tendência metodológica para o ensino de Matemática.

3.2.4 Objetivos que buscam a construção de um Modelo Matemático

Esta categoria de objetivos está relacionada aos problemas que entendem a Modelagem Matemática no âmbito da Matemática Aplicada, buscando única e exclusivamente a obtenção de modelos matemáticos.

Por exemplo: “[...] construção de um modelo matemático que representasse o custo para se alterar um veículo movido a gasolina para álcool.” (2008:17:14). Esse objetivo pode estar em consonância com o nível de ensino em que foi desenvolvido, pois depende do conteúdo empregado na sua construção.

A construção de modelos é um dos objetivos para os praticantes de uma perspectiva de Modelagem cuja finalidade é de se chegar a um modelo, isto é, concebem a Modelagem como uma aplicação da Matemática.

No ensino médio é importante ter objetivos que envolvam um pensar matemático capaz de agregar os conteúdos matemáticos já trabalhados e estabelecer modelos que podem oferecer respostas as questões. Saliente-se que na Educação Básica, a maior parte dos trabalhos envolve modelos já prontos, equações, fórmulas do cálculo de áreas.

Assim, o trabalho com modelos devem ser realizados quando uma determinada situação o exigir, como buscar respostas para a qual não se conheça

um modelo pronto ou na busca de uma resposta mais específica.

3.2.5 Objetivos que envolvem a Modelagem Matemática e as TIC's

Nesta categoria ocorre a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's) na perspectiva da Modelagem Matemática.

Apenas um Relato apresentou objetivo que caracterizou esta categoria, o qual foi assim descrito: “[...] verificar as contribuições para as mudanças no ensino de matemática utilizando como estratégia uma das tendências em educação matemática denominada modelagem matemática interligada com a planilha calc.”(2010:14:3)

Neste caso, fica evidente o uso da tecnologia nas aulas de matemática e também a expectativa do professor em explorar a Modelagem Matemática como uma das tendências da Educação Matemática, o que demonstra o interesse pela atualização da sua prática em sala de aula.

3.2.6 Objetivos que envolvem Modelagem Matemática e Interdisciplinaridade

Esta categoria de objetivos é caracterizada pelo entrosamento da Matemática com outras disciplinas, por uma visão temática e não disciplinar, e ainda, utilizando a Modelagem Matemática como alternativa metodológica.

Um exemplo desta categoria de objetivos está descrita em (2010:6:7) “[...] estimular o estudo da Matemática e a participação dos alunos nos programas relacionados ao meio ambiente desenvolvidos em Iretama.”

Ao se partir do tema meio ambiente pode se afirmar que a interdisciplinaridade busca uma visão mais ampla sobre o assunto em estudo, é a capacidade de olhar um mesmo objeto sob várias formas e enfoques.

O tema meio ambiente, abordado nesse exemplo, pode envolver a matemática na quantificação e também outras áreas do conhecimento que podem subsidiar uma consciência maior sobre o meio ambiente, sua importância para o ser humano e para a própria sobrevivência do homem. Concordamos com Morin (2006)

quando fala que o global é mais do que o contexto,

[...] é o conjunto das diversas partes ligadas a ele, (contexto) de modo inter-retroativo ou organizacional. Nesse sentido o planeta Terra é mais do que um contexto: é o todo ao mesmo tempo organizador e desorganizador de que fazemos parte. (MORIN, 2006, p. 37)

Dessa forma, buscar a interdisciplinaridade é um começo, ainda que seja um primeiro passo, para superar a visão disciplinar tão introjetada no dia a dia de nossas salas de aula.

3.2.7 Objetivos que envolvem os fazeres próprios da Modelagem Matemática

Nesta categoria de objetivos fica evidente a oportunidade de discussões acerca da formação de professores, contemplando aspectos específicos da Modelagem Matemática.

Em relação aos fazeres próprios da Modelagem Matemática as diferentes concepções relativas ao desenvolvimento no âmbito da educação estão diretamente relacionada a prática. Trazemos aqui um exemplo desta categoria que deixa nítida esta preocupação: “[...] analisar possíveis interpretações de situações-problema, no ambiente proporcionado pela Modelagem Matemática, quando se conduz a atividade de modo a obter ou não um modelo neste processo.”(2012:8:14)

Assim, se de um lado há a concepção de Modelagem que se afina com a ideia de que o fim é a produção de um modelo. Logo, as ações empreendidas focam prioritariamente aspectos relacionados a elaboração dos modelos, com técnicas de matematização capazes de produzir e validar o modelo em estudo.

Por outro lado, se a perspectiva de Modelagem estiver mais voltada ao ensino e a aprendizagem, as ações decorrentes dos fazeres próprios podem ser bastante distintos. Desse modo o interesse com os aspectos psicopedagógicos, que envolvem motivação, interesses, diálogo, formas diferenciadas de abordar os conteúdos e preocupação com a formação de conceitos são fundamentais nesta concepção.

Assim sendo, cabe ao professor da Educação Básica ter clareza de qual forma de conceber a Modelagem Matemática seja capaz de envolver seus estudantes em um ensino potencialmente significativo capaz de ensejar uma

aprendizagem também significativa.

3.2.8 Objetivos que abordam o meta-estudo em Modelagem Matemática

Estes objetivos retratam que as práticas desenvolvidas tiveram características meta-analíticas em seu desenvolvimento. Um claro exemplo disto está em (2010:4:6) “Contribuir significativamente para a construção de conhecimento matemático dos alunos, possibilitando um momento de reflexão de forma a contribuir no senso crítico perante uma situação cotidiana dos mesmos.”

Esta categoria de objetivos demonstra a preocupação por parte dos professores em investigar como se processa a aprendizagem, sob uma visão meta-analítica, ou seja, a partir da observação do comportamento de cada estudante, chegar a uma visão geral sobre a aprendizagem a partir da Modelagem Matemática.

3.3 Resultados

Diante da codificação dos Resultados, percebemos que, de modo geral, os Resultados condizem com os Objetivos propostos nas práticas e relatam a satisfação por parte de professores e estudantes em desenvolver a Modelagem Matemática.

Deste modo, optamos por fazer uma análise na relação existente entre os Objetivos e os Resultados dos Relatos em que isto ficou explicitado e consta no Apêndice 1. Optamos por citar alguns exemplos com comentários para o melhor entendimento desta análise.

No relato (2012:5), o autor enuncia que seu objetivo seria “Investigar se o crescimento no consumo de água na cidade de Toledo-PR, nos últimos anos, se deve exclusivamente ao aumento da população ou se as pessoas têm consumido mais água.” Após o desenvolvimento da experiência com a sua turma de estudantes ele chegou ao seguinte resultado: “Com o uso da Modelagem Matemática foi possível inferir que as pessoas têm consumido mais água atualmente do que no passado, no município de Toledo. Por meio da Modelagem, também, desenvolvemos

um modelo matemático para estimar o consumo médio de água por habitante em Toledo ao final do período de um ano, em função deste ano.”

Deste modo, no relato (2012:5) ficou evidente a aplicação da Modelagem Matemática com o enfoque de se encontrar um modelo, conforme uma das concepções de Modelagem Matemática descritas no capítulo 1.

Outro exemplo é o relato (2010:7,) no qual o objetivo consistia em “Mostrar aos alunos, futuros professores dos anos iniciais da Educação Básica, a importância da matemática, sua relação com temas advindos de outras áreas do conhecimento e relembrar conteúdos já estudados por eles, pois se irão ensiná-la devem estar preparados para isto.” Com o desenvolvimento da atividade com Modelagem, o autor apresentou o seguinte resultado: “Por meio da Modelagem foi possível envolver os alunos em atividades que julgavam não ter nenhuma relação com a Matemática, disciplina esta que consideravam abstrata e sem relação com outros temas sociais.”

Neste caso, a Modelagem Matemática parece ter tomado a forma de ambiente de aprendizagem, sem focar o modelo matemático e nenhum conteúdo específico, o que também é outra perspectiva da Modelagem descrita no capítulo 1.

Estes exemplos são um convite ao leitor para consultar o Apêndice A, que se apresenta em forma de quadro, onde constam as informações legítimas, conforme descritas pelos autores.

O quadro abaixo, demonstra de maneira sintética todas as citações contidas no Apêndice A. Deste modo, pode-se perceber que poucos Relatos apresentam todos estes elementos de forma explícita.

Quadro 12: Problemas, Objetivos e Resultados das Práticas referentes a Educação Básica do Paraná

Relato	Problema	Objetivo(s)	Resultado(s)
2004:1		2004:1:14	2004:1:15
2004:3		2004:3:3	
2004:6	2004:6:11	2004:6:8	2004:6:12
2006:4	2006:4:12	2006:4:1	2006:4:13
2008:4		2008:4:4	2008:4:9
2008:7		2008:7:12	2008:7:22
2008:8		2008:8:10	2008:8:31; 2008:8:32; 2008:8:33

2008:10		2008:10:25	2008:10:23
2008:17	2008:17:13	2008:17:14	2008:17:12; 2008:17:21
2008:19	2008:19:2		2008:19:14; 2008:19:15
2008:20			
2010:4		2010:4:6	2010:4:11
2010:6		2010:6:7	2010:6:8
2010:7		2010:7:8	2010:7:11
2010:10	2010:10:8	2010:10:19	2010:10:16
2010:12	2010:12:25	2010:12:26	
2010:13			
2010:14		2010:14:3	2010:14:15
2010:15		2010:15:12	
2012:1		2012:1:2; 2012:1:3	2012:1:19
2012:2	2012:2:17	2012:2:11	2012:2:18
2012:3	2012:3:2	2012:3:3	2012:3:22
2012:5	2012:5:13	2012:5:8	2012:5:9
2012:6	2012:6:5	2012:6:2	2012:6:21
2012:8	2012:8:12	2012:8:14	2012:8:15
2012:9	2012:9:26	2012:9:2	2012:9:32; 2012:9:33
2012:10		2012:10:4	2012:10:10
2012:13			2012:13:14

Fonte: A autora.

Após nos depararmos com o quadro acima, ficou evidente a dificuldade de estabelecer uma relação consistente entre Problemas, Objetivos e Resultados, uma vez que os Problemas não são essenciais a um Relato e também ao fato que, em alguns casos, nenhum destes itens foi descrito pelo autor. Porém, de modo geral, fazemos algumas considerações, também chamada de análise horizontal sobre estas três categorias.

Na categoria dos Problemas, assim como na categoria dos Objetivos, ficou evidenciado que as diferentes concepções de Modelagem Matemática foram contempladas, havendo os diferentes enfoques no desenvolvimento das práticas relacionadas.

A parte dos Resultados pareceu ficar mais no senso comum, na qual foram relatadas opiniões de contentamento pelo desenvolvimento da Modelagem

Matemática por parte dos professores e também de satisfação por parte dos estudantes pelo fato de aprenderem matemática de uma maneira diferente da qual estavam acostumados.

Após estas análises, percebemos a necessidade de um aprofundamento no tratamento dos dados para podermos realizar uma investigação mais detalhada dos Relatos e, por conseguinte, ter uma interpretação mais precisa dos artigos e logo das práticas descritas, conforme o objetivo da nossa pesquisa.

Neste momento, retornamos mais uma vez aos dados obtidos na Pré-análise e procuramos organizar as informações gerais de cada Relato, no intento de buscar descortinar o que estas práticas tem a nos revelar.

Os dados coletados na fase da Pré-análise, que consistiu em explorar aspectos dos relatos tais como: quem desenvolve as práticas, quais os âmbitos da Educação Básica, se as práticas são realizadas pelo professor regente ou não, se em período regular ou como uma atividade extraclasse enfim, elementos que permitem aprofundar um pouco mais as discussões sobre quem, como e quando são desenvolvidas as práticas em Modelagem Matemática na Educação Básica no Estado do Paraná.

O Apêndice F, revela que estas práticas ocorreram tanto durante as aulas regulares quanto no contra turno em projetos diversos, destacando também o público-alvo e a duração de algumas práticas relatadas.

As informações organizadas nesse Apêndice, nos mostram que há uma grande variação no desenvolvimento das práticas em Modelagem Matemática relatadas. Podemos observar que a quantidade de participantes oscila bastante, com casos de turmas inteiras, grupo de alunos ou até um caso com apenas 3 estudantes. Essas mesmas informações estão descritas de maneira resumida no quadro a seguir, o que pode facilitar a interpretação de algumas informações por parte do leitor.

Quadro 13: Distribuição das práticas conforme os mediadores

Mediador	Horário Regular	Contra turno	Implementação PDE	Projeto
Professor Regente	11	2	4	
Estagiário de Licenciatura	6	4		
Estudantes do Ensino Médio				1

Fonte: A autora.

Constatamos que das 28 (vinte e oito) práticas analisadas, referentes à Educação Básica, 21 (vinte e uma) delas foram realizadas em horário regular, isto é, nos horários regulares da disciplina de matemática ministradas pelos professores regentes, pelos estagiários ou como implementação do PDE, 6 (seis) ocorreram no período denominado de contra turno e 1(uma) foi relatada como projeto sem especificar o horário.

Se, por um lado, uma primeira olhada nesses dados chamam a atenção por mostrar que as práticas da Modelagem estão ocorrendo predominantemente em período regular, passando a impressão de que a Modelagem Matemática pode ser utilizada em vários ciclos da Educação Básica, no entanto, precisamos detalhar um pouco mais estas informações. Por outro lado, um olhar mais atento mostra que 17 (dezessete) eram professores regentes, dentre os quais 4(quatro) utilizaram suas aulas regulares para implementação do projeto do PDE, 1(uma) ocorreu no horário de outra disciplina, 2(dois) professores regentes utilizaram o período contra turno e as outras 10(dez) ocorreram no horário regular das aulas de matemática. As outras práticas foram desenvolvidas por estagiários de Licenciatura em Matemática, sendo que 6(seis) dessas práticas foram realizadas em período regular e 4 (quatro) delas em período de contra turno. (1)uma única prática foi desenvolvida por estudantes participantes de um projeto sem mencionar o período de realização.

Quando vistas por esses dados, percebe-se que alguns pontos que merecem reflexão. Das 17 práticas relatadas por professores regentes, 10 foram desenvolvidas nas suas aulas regulares, o que significa 58,8%. Isso pode evidenciar que a Modelagem Matemática já começa a se fazer presente de forma efetiva em âmbito escolar no horário regular das aulas.

Estes dados numéricos, contidos no Apêndice F, mostram que o fato das práticas relatadas terem sido realizadas no período regular de aulas, independente de terem sido encaminhadas pelos professores regentes ou por estagiários, é um avanço, pois mostra que estes professores, de alguma forma, tentam incorporar a Modelagem em sua prática de sala de aula.

Embora os elementos não apontem, pode-se, ainda assim, considerar um progresso o professor regente realizar experiências na perspectiva de adquirir maior

segurança e conseguir maiores avanços. No entanto, vale ressaltar que um número significativo dessas práticas não foram realizadas por professores regentes, mas por estudantes de Licenciatura em Matemática em seus estágios supervisionados.

Os dados também apontam que, tanto os professores regentes quanto os estagiários, trabalharam com apenas uma turma, apontando que pode ter sido uma experiência ocasional, fortuita, ou ainda, requisito de implementação de um projeto PDE.

Dessa forma pode-se entender que as práticas, na sua grande maioria, se constituíram, quem sabe, em primeiras experiências ou tentativas de se conhecer as potencialidades da Modelagem Matemática, ou comprovar aquilo que se conforma com as distintas perspectivas de ver e conceber a Modelagem.

A maneira atual de como a Modelagem é trabalhada, ainda parece se realizar como uma atividade secundária, sem atrapalhar as aulas normais destinadas ao desenvolvimento dos conteúdos matemáticos previstos nas estruturas curriculares das escolas, de modo que os conteúdos previstos não sejam prejudicados.

Também é relevante destacar que houve práticas desenvolvidas no período noturno, com alunos detentos em regime semiaberto, em escola do campo e ainda em aulas de ciências. O que demonstra a Modelagem Matemática ser abrangente e estar em expansão entre professores da Educação Básica e acadêmicos dos cursos de Licenciatura em Matemática.

Entretanto, mesmo identificado vários aspectos relacionados com práticas em Modelagem Matemática no Estado do Paraná, mais uma vez, retornamos aos artigos inseridos no Atlas/T.i. e aprofundamos nossa análise examinando com detalhes os seguintes contextos: como os autores encadeiam as práticas, como são tratados os conteúdos, como ocorre o papel dos professores/estagiários e dos estudantes, e por fim, quais as impressões dos sujeitos sobre as práticas relatadas.

Para efetuarmos estas análises foram definidos novos códigos e deste modo planejamos um novo roteiro de análise, o qual inserimos no software e continuamos a investigação, esses códigos estão elencados no quadro a seguir.

Quadro 14: Roteiro de aprofundamento de análise e de codificação dos Relatos

Comentário inserido no Atlas/T.i. (O que se deve ser buscar na análise)	Código
Sobre o modo como as práticas são iniciadas, desenvolvidas e finalizadas.	Encadeamento das práticas
Sobre como os conteúdos matemáticos são abordados.	Abordagem dos Conteúdos
Sobre as impressões iniciais e finais dos sujeitos envolvidos nas práticas, como veem o desenvolvimento como um todo.	Impressões dos sujeitos participantes
Sobre o papel do mediador, professores ou estagiários, e dos estudantes nas práticas, como é a interação entre eles.	Papel e interação dos sujeitos

Fonte: A autora.

A análise sobre cada um destes códigos foi realizada a partir da categorização de cada um deles, de modo que foram agrupados através do núcleo de ideias comuns, procedemos de maneira análoga ao que fizemos com as categorias de Problemas e de Objetivos.

3.4 Encadeamento das Práticas

A categorização dos códigos relacionados ao encadeamento das práticas em Modelagem Matemática está presente no quadro abaixo, no qual estão elencadas as citações, assim como o principal significado, referentes a cada categoria encontrada. Alertamos que alguns Relatos trazem várias citações para descrever como ocorreu o encadeamento das práticas e, em alguns casos, todo o encadeamento está descrito em uma única citação.

Quadro 15: Categorizações dos códigos Encadeamentos das Práticas

Citações (<i>quotes</i>)	Principal Significado	Categorias a posteriori
2004:1:16; 2008:10:17; 2008:10:28; 2008:10:29; 2008:10:30; 2008:10:31; 2008:20:12; 2008:20:14; 2008:20:15; 2008:20:17; 2010:13:6; 2010:13:7; 2010:13:8; 2010:13:9; 2010:13:11; 2010:13:12;	Encadeamento das práticas cujo tema foi escolhido pelos estudantes e, a partir do tema, foram explorados todos os conteúdos matemáticos que se fizeram necessários.	Práticas encadeadas a partir do tema escolhido pelos estudantes

2008:19:24; 2008:19:25; 2008:19:26; 2008:19:27; 2008:19:28; 2010:7:13; 2010:7:14; 2010:14:18; 2010:14:19; 2010:14:20; 2010:14:21; 2010:14:22; 2010:14:23; 2010:14:25; 2012:2:23; 2012:2:24; 2012:2:25; 2012:2:26; 2012:2:27; 2012:2:28; 2012:2:29; 2012:2:30;	Encadeamento das práticas cujo tema foi determinado pelo professor e, no decorrer das aulas, o estudo foi direcionado para um determinado conteúdo matemático pré-determinado pelo professor.	Práticas encadeadas a partir de um tema determinado pelo professor com conteúdos pré-definidos.
2006:4:15; 2006:4:16; 2006:4:18; 2008:4:23; 2008:7:25; 2008:8:26; 2008:8:36; 2008:8:37; 2008:8:38; 2008:8:39; 2008:8:40; 2008:8:42; 2010:4:14; 2010:4:15; 2010:10:20; 2010:10:21; 2010:10:23; 2012:5:15; 2012:5:16; 2012:5:17; 2012:5:18; 2012:9:35; 2012:9:36; 2012:9:37; 2012:10:25; 2012:10:26; 2012:10:27	Encadeamento das práticas cujo tema foi determinado pelo professor e, a partir do tema, foram explorados todos os conteúdos matemáticos que se fizeram necessários.	Práticas encadeadas a partir de um tema determinado pelo professor.
2004:3:14; 2004:6:13; 2008:17:17; 2012:1:22; 2012:1:23; 2012:1:24; 2012:1:25; 2012:1:26; 2012:1:27; 2012:1:28; 2012:1:29; 2012:1:30; 2012:3:24; 2012:3:25; 2012:3:26; 2012:3:27; 2012:3:28; 2012:6:24;	Encadeamento das práticas, cujo desenvolvimento consistiu em mera aplicação de atividade(s) pronta(s) trazidas pelo professor, na intenção de trabalhar conteúdos matemáticos específicos.	Práticas encadeadas com vistas a aplicação de atividades específicas.

Fonte: A autora.

A análise e interpretação de cada uma destas 4 categorias referente ao Encadeamento das Práticas será apresentada separadamente, com exemplos e considerações, além de fazer ligações com as concepções de Modelagem Matemática descritas no capítulo 1.

3.4.1 Práticas encadeadas a partir do tema escolhido pelos estudantes

Estes procedimentos estão relacionados às práticas cujo tema foi escolhido pelos estudantes e, a partir do tema, foram explorados os conteúdos matemáticos

que se fizeram necessários para o desenvolvimento das práticas em Modelagem Matemática relatadas. Nesta categoria houve 16 citações, 2004:1:16; 2008:10:17; 2008:10: 28; 2008:10:29;2008:10:30; 2008:10:31; 2008:20:12; 2008:20:14; 2008:20:15; 2008:20:17; 2010:13:6; 2010:13:7; 2010:13:8; 2010:13:9; 2010:13:11; 2010:13:12, as quais são oriundas de 4 relatos.

Um exemplo bastante esclarecedor é a citação (2004:1:16), onde consta: “O tema escolhido pelos alunos foi o Futebol, sobre o qual foi realizada uma pesquisa histórica sobre o jogo, depois um levantamento dos times preferidos pelos alunos, e a organização dos dados coletados por meio de gráficos e tabelas e num terceiro momento a construção de uma maquete do campo de futebol e a exploração dos conteúdos matemáticos surgidos durante a construção.”

Este exemplo, em que a prática se dá a partir do tema de interesse dos alunos é uma das várias possibilidades de desenvolver a prática utilizando a Modelagem Matemática. Essa categoria mostra que as práticas relatadas nos eventos e que partem do interesse dos estudantes se constituem uma forma de configuração de encarar a Modelagem Matemática e o ensino de Matemática. Essa forma de encaminhar uma prática mediada pela Modelagem Matemática permite ao estudante trabalhar com temas escolhidos por eles e denota uma perspectiva de Modelagem que, implícita ou explicitamente, envolve ações diferenciadas ao encarar o ser do estudante.

As práticas nessa expectativa possibilitam um maior envolvimento dos estudantes, pois ao mesmo tempo em que têm a possibilidade de escolha com aquilo que gostariam de estudar também os torna mais responsáveis pela aprendizagem, ou seja, são também corresponsáveis pela sua aprendizagem.

Constata-se que o número de relatos que adotam essa forma de trabalhar a Modelagem Matemática, ainda é muito pequeno. Essa constatação pode ser explicada pelo fato de que a sua adoção se apresenta como uma alternativa de ruptura com a forma vigente de ensino de Matemática. Essa forma vigente se dá no cumprimento do currículo, todas as ações convergem para o conteúdo matemático proposto ou planejado para determinado ano.

Essa nova forma alternativa decreta a ruptura com o currículo linear, o que

pode colocar o professor em situação de desconforto, pois essa forma de conceber a MM exige uma nova expectativa para o ensino de matemática que desenvolva no estudante ações proativas tais como coletar dados a partir desse interesse, formular problemas a partir dos dados coletados, trabalhar em pequenos grupos e discutir os resultados. Além disso, criar estratégias próprias de resolução para os problemas formulados que são distintos dos problemas do livro texto, isto é, buscar caminhos alternativos na busca de resultados às questões em estudo.

Esta forma de encaminhar uma prática de Modelagem, no âmbito da Educação Básica exige mais do professor que perde seu papel de centralizador e desempenha a função de mediação entre o conhecimento matemático dos estudantes e o conhecimento já construído.

3.4.2 Práticas encadeadas a partir de um tema determinado pelo professor com conteúdos pré-definidos

Estes procedimentos se referem às práticas cujo tema foi determinado pelo professor e, no decorrer das aulas, o estudo foi direcionado para um determinado conteúdo matemático também pré-determinado pelo professor. Nesta categoria foram encontradas 22 citações: 2008:19:24; 2008:19:25; 2008:19:26; 2008:19:27; 2008:19:28; 2010:7:13; 2010:7:14; 2010:14:18; 2010:14:19; 2010:14:20; 2010:14:21; 2010:14:22; 2010:14:23; 2010:14:25; 2012:2:23; 2012:2:24; 2012:2:25; 2012:2:26; 2012:2:27; 2012:2:28; 2012:2:29; 2012:2:30, as quais, assim como a categoria anterior, se referem a 4 Relatos.

Um exemplo desta categoria está na citação (2012:2:27) “entendeu-se ser necessário optar por um tema que envolvesse um conteúdo programático, de forma a motivar o aluno para aprendizagem”, seguida pela citação (2012:2:28) “Posteriormente, foi focalizada a questão norteadora: Quantos m^2 possui o refeitório? Esta questão emergiu depois que a maioria dos alunos não tinha construído e formalizado o conceito de unidade de medida para que pudesse determinar o tamanho do espaço ocupado por um metro quadrado (m^2)” e ,ainda, foi complementada pela citação (2012:2:30) “se elaborou um modelo matemático,

construído pelos alunos, para o cálculo de área”.

Neste caso, podemos observar que o refeitório foi escolhido como tema para se contextualizar o conteúdo referente a área, na ideia de se chegar um modelo matemático, conforme a concepção de Modelagem Matemática de Biembengut (1997).

Essa forma de desenvolver uma prática de Modelagem prevê uma relação muito estreita com determinados conteúdos programados no currículo. É uma prática que se volta basicamente a estudar os conteúdos previstos na grade curricular ou no planejamento das escolas na grande maioria na sequência prevista do planejamento. Podemos considerar essa perspectiva de encadear uma prática de Modelagem como uma visão reducionista, na medida em que foca prioritariamente o trabalho com um determinado conteúdo específico, no caso a área de uma superfície.

Dessa forma, a Modelagem Matemática é utilizada como uma estratégia que visa abordar um determinado conteúdo de forma a tentar motivar o estudante para a aprendizagem. Embora, seja uma prática que privilegia o conteúdo curricular estabelecido para a série/ano, pode em alguns casos proporcionar uma motivação intrínseca ou extrínseca no estudante, caso ele mantenha interesse pelo tema, geralmente nessa perspectiva, escolhido pelo professor e tratando de situações-problema que ofereçam possibilidades de emergir esse conteúdo específico.

Essa forma de prática é encontrada nos relatos analisados dos vários eventos. Isto mostra que se utiliza da Modelagem com vários propósitos e finalidades. Essa prática não pode ser censurada, mesmo porque se admite várias formas de ver e conceber a Modelagem.

Portanto, o que se busca em cada concepção é proporcionar ações para uma aprendizagem que para o estudante seja significativa e que possibilite compreensão para além dos conteúdos matemáticos, mas inclua-os numa perspectiva de totalidade visão interdisciplinar o que, esta configuração pode não proporcionar.

3.4.3 Práticas encadeadas a partir de um tema determinado pelo professor

Esta categoria está relacionada ao procedimento das práticas nas quais o tema foi determinado pelo professor e, a partir do tema, foram explorados todos os conteúdos matemáticos que se fizeram necessários para o desenvolvimento da Modelagem Matemática. Ao todo foram codificadas 27 citações: 2006:4:15; 2006:4:16; 2006:4:18; 2008:4:23; 2008:7:25; 2008:8:26; 2008:8:36; 2008:8:37; 2008:8:38; 2008:8:39; 2008:8:40; 2008:8:42; 2010:4:14; 2010:4:15; 2010:10:20; 2010:10:21; 2010:10:23; 2012:5:15; 2012:5:16; 2012:5:17; 2012:5:18; 2012:9:35; 2012:9:36; 2012:9:37; 2012:10:25; 2012:10:26; 2012:10:27, que estão contidas em 9 relatos.

Um exemplo desta categoria está na citação (2012:10:26), assim descrita: “Inicialmente, apresentamos o projeto à Direção e à Equipe Pedagógica da escola e após, aos alunos. As atividades do projeto envolveram as seguintes etapas:

- Pesquisa sobre a origem da energia elétrica, sua importância para a humanidade e comparação entre os tipos de geração de energia elétrica;
- Discussão em sala de aula sobre a degradação ambiental provocada pela construção de usinas hidrelétricas, utilizando-se de slides e vídeos;
- Pesquisa sobre as consequências do consumo exagerado de energia elétrica para o meio ambiente;
- Pesquisa orientada no laboratório de informática da escola, a qual envolveu temas como: apagão, horário de verão, destruição das Sete Quedas e sobre a polêmica que envolve a construção da Usina de Belo Monte.
- Investigação realizada pelos alunos em suas casas, sobre os hábitos que podem causar consumo desnecessário de energia;
- Realização de cálculos sobre o consumo dos principais eletrodomésticos utilizados e descoberta sobre quais aparelhos consumiam mais energia;
- Utilização de contas de energia elétrica para promover discussões sobre o consumo, tributos, composição de valores da fatura e consumo médio diário;
- Pesquisa sobre a carga tributária na conta de luz;
- Realização de debate sobre a existência ou não da aplicação adequada dos tributos

cobrados;

Realização de debate sobre medidas necessárias para o consumo racional de energia;

Proposição de problemas matemáticos por meio do cálculo do quanto se paga pelo consumo de energia de uma residência;

Experiência de ficar um dia sem utilizar energia elétrica e, elaboração de quadro de sugestões sobre consumo racional de energia;"

Nesta prática, o próprio autor do relato descreve que (2012:10:25)" enquadra no caso 2 proposto por Barbosa (2003). Adotamos a perspectiva de modelagem como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade."

Esta perspectiva de abordagem da Modelagem Matemática teve um número considerável de relatos, ou seja, praticamente um terço dos relatos das práticas se desenvolveu sob esse ponto de vista, o que é um aspecto bastante revelador de como os professores têm entendido esta metodologia.

A descrição dos códigos apontam que a forma de desenvolver as atividades que envolvem a prática de Modelagem Matemática em sala de aula podem ser reconfiguradas pelo interesse seja do professor, seja dos estudantes, enfim pelo ambiente da escola.

Esta perspectiva evidencia uma possibilidade de se realizar a prática com a Modelagem, pois que embora não concordemos ela é legitimada pela comunidade escolar. Como vimos no referencial teórico está também respaldada na literatura que contempla as diferentes formas de conceber a Modelagem Matemática. Essa legitimação ainda se dá mesmo quando o estudante não participando das decisões sobre o que vai estudar ou o que vai pesquisar, mas, a dinâmica imprimida ao assunto pode, ainda assim se envolver de forma significativa.

Essa forma de conceber e desenvolver uma prática com Modelagem Matemática exige que professor seja o mediador em algumas ações e não apenas o transmissor de conhecimentos matemáticos aos estudantes, cumpridor do currículo, essa é uma postura o que é extremamente importante no processo de ensino

visando a aprendizagem.

3.4.4 Práticas encadeadas com vistas a aplicação de atividades específicas

Nesta categoria o procedimento das práticas consistiu em aplicar atividade(s) pronta(s) trazidas pelo professor, na intenção de trabalhar conteúdos matemáticos específicos. Foram codificadas 18 citações: 2004:3:14; 2004:6:13; 2008:17:17; 2012:1:22; 2012:1:23; 2012:1:24; 2012:1:25; 2012:1:26; 2012:1:27; 2012:1:28; 2012:1:29; 2012:1:30; 2012:3:24; 2012:3:25; 2012:3:26; 2012:3:27; 2012:3:28; 2012:6:24; que estavam presentes em 6 relatos.

Um exemplo desta categoria pode ser observado na sequência de citações elencadas a seguir:

(2012:1:22) “A sequência elaborada foi composta de nove atividades, todas relacionadas com embalagens descartáveis possíveis de serem encontradas no dia a dia dos alunos. Cada atividade foi entregue impressa às equipes de 4 alunos e contaram com o desenho de figuras geométricas, planificações, tabelas, definições, diagramas, de modo que pudessem facilitar e agradar visualmente os alunos no decorrer da resolução das situações propostas.”

(2012:1:23) “Atividade 1: Conhecer as embalagens para estudar geometria”

(2012:1:24) “Atividade 2: Identificando as embalagens presentes no seu cotidiano”

(2012:1:25) “Atividade 3: A construção do cubo”

(2012:1:26)” Atividade 4: Construção do paralelepípedo”

(2012:1:27)” Atividade 6: Comparar e analisar áreas e volumes dos três sólidos construídos”

(2012:1:28)” Atividade 7: Medir e calcular áreas e volume da embalagem cilíndrica”

(2012:1:29) “Atividade 8: Medir e calcular área e volume da caixa de leite condensado: paralelepípedo”

(2012:1:30)” Atividade 9: Construir dois modelos de caixas econômicas”

Este caso, assim como os outros que compõem esta categoria, nos apontam para uma concepção de Modelagem Matemática por parte dos professores que de acordo com Barbosa (2003), se refere ao Caso 1, no qual o professor descreve a

situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.

Este tipo de atividade pode ser comparado aos exercícios propostos nos livros didáticos, em que a situação-problema é entregue ao estudante, muitas vezes, sem despertar o interesse pela sua resolução, pois não faz muita ligação com a sua realidade de vida.

Ao professor, cabe ainda o papel de centralizador do conhecimento, conduzindo a atividade da forma como planejou e, talvez, não despertando nos estudantes o gosto pelo estudo da Matemática. Uma prática de Modelagem nessa concepção, embora validada, pode não se constituir na prática mais efetiva para desenvolver nos estudantes características formadoras de atitude, de autonomia, criação de estratégias próprias na busca de dados e soluções das situações em estudo.

3.5 Abordagem dos Conteúdos

A categorização dos códigos relativos a abordagem dos conteúdos pode ser observada no quadro a seguir, no qual estão elencadas as citações, assim como o principal significado, referentes a cada categoria encontrada.

Quadro 16: Categorizações dos códigos Abordagem dos Conteúdos

Citações (<i>quotes</i>)	Principal Significado	Categorias a posteriori
2004:3:15; 2008:4:24; 2008:17:26; 2008:20:16; 2008:20:18; 2012:2:22; 2012:3:23; 2012:6:23; 2012:9:2; 2012:13:16	Conteúdos pré-definidos pelo professor para serem abordados dentro do tema explorado.	Abordagem de conteúdos pré-definidos.
2004:1:19; 2004:1:20; 2006:4:20; 2008:7:26; 2008:7:28; 2010:13:10; 2012:5:19; 2012:5:21; 2012:5:22; 2012:10:24	Conteúdos estudados conforme a necessidade encontrada na abordagem do tema explorado.	Abordagem de conteúdos conforme a necessidade da prática.
2004:6:14; 2004:6:16; 2008:8:41; 2010:10:22; 2012:1:2; 2012:1:20; 2012:1:21	Conteúdos estudados conforme a atividade pronta levada pelo professor aos alunos.	Abordagem de conteúdos elencados em atividade proposta.

Fonte: A autora.

A análise e interpretação de cada uma destas 3 categorias referente a Abordagem dos Conteúdos será apresentada separadamente, com exemplos e

considerações relativas às categorias elencadas no Encadeamento das Práticas.

Das 28 práticas analisadas, 19 práticas têm relatadas como ocorreu a abordagem dos conteúdos, algumas com mais de uma citação, ou seja, aproximadamente 68% dos relatos contém esta descrição.

3.5.1 Abordagem de conteúdos pré-definidos

Esta categoria está relacionada às práticas nas quais a abordagem dos conteúdos foram pré-definidos pelo professor para serem abordados dentro do tema explorado. Ao todo foram codificadas 10 citações: 2004:3:15; 2008:4:24; 2008:17:26; 2008:20:16; 2008:20:18; 2012:2:22; 2012:3:23; 2012:6:23; 2012:9:2; 2012:13:16, que estão contidas em 9 relatos.

A análise desta categoria é análoga ao que discorremos no item 3.4.2. No entanto, quando tratamos do Encadeamento das Práticas 4 relatos foram detectados e em relação a Abordagem dos Conteúdos, são 9 práticas que demonstram esta ação. Isto reforça este tipo de procedimento em relação a M M totalizando praticamente um terço das práticas analisadas nesta investigação.

Um exemplo está em (2012:6:23) “propusemos trabalhar com os alunos dos nonos anos o conteúdo de perímetro e área, utilizando uma das tendências da educação matemática: a Modelagem Matemática”. Neste caso fica explícito que o conteúdo veio em primeiro plano e a tendência metodológica foi apenas um suporte.

Isso demonstra que a preocupação com o conteúdo matemático se torna a prioridade para o professor pois mostra uma preocupação acentuada com o cumprimento do currículo.

Em algumas formas de conceber a MM isso se faz quando a preocupação está centrada mais na realização e fixação de conteúdos como uma forma de buscar garantir a aprendizagem.

Entretanto, em outras perspectivas essa forma de proceder encaminha para um ensino cuja preocupação maior não é a aprendizagem, mas as estratégias e métodos de ensino como uma forma de viabilizar o cumprimento de um currículo, de acordo com o planejado.

Para essas formas de conceber a Modelagem trata-se de um trabalho reducionista, no sentido metodológico que reduz a realidade estudada, como no caso exemplificado, o estudo se reduz em alguns aspectos sobre área e perímetro. Ainda que uns poucos avanços possam ocorrer com a adoção dessa metodologia reducionista se suscitou um avanço do conhecimento e que, portanto, segundo seus adeptos ela tem valor epistemológico.

Uma prática nessa concepção precisa ser revista, pois uma metodologia por si só não é suficiente para garantir avanços, seja no aspecto de ensino e principalmente em relação à aprendizagem.

3.5.2 Abordagem de conteúdos conforme a necessidade da prática

Esta categoria se refere às práticas nas quais os conteúdos foram estudados conforme a necessidade encontrada na abordagem do tema explorado. Foram codificadas 10 citações: 2004:1:19; 2004:1:20; 2006:4:20; 2008:7:26; 2008:7:28; 2010:13:10; 2012:5:19; 2012:5:21; 2012:5:22; 2012:10:24, contidas em 6 práticas relatadas.

De maneira semelhante a análise realizada ao item 3.4.3 onde 9 relatos haviam sido detectados, nesta categoria relacionada a Abordagem dos Conteúdos 6 práticas reforçam a mesma ideia.

Fica evidente a maneira como os conteúdos foram abordados, nesta categoria, a partir da citação (2008:7:26) “Após a escolha da planta, convidamos os alunos a fazerem os cálculos das áreas e perímetros dos seis canteiros que constavam na planta. Percebemos grandes dificuldades na realização da atividade. E por isto, os dois próximos encontros foram dedicados às figuras geométricas”.

Este tipo de prática exige que o professor seja o mediador do conhecimento, a partir de um tema que talvez não seja de interesse dos estudantes, visto que o tema foi proposto pelo professor. Deste modo, permanece na postura do professor as preocupações com os conteúdos matemáticos e também com as dificuldades dos estudantes em relação aos conteúdos básicos, neste caso, pertinentes a geometria.

Uma prática nessa perspectiva evidencia que muitos aspectos em relação à

Modelagem Matemática precisam ser estudados, refletidos, trazidos às discussões seja na formação inicial seja na formação continuada dos professores. A simples adoção da Modelagem para realizar os cálculos trazidos pelo professor, ou no caso, a partir da planta baixa, precisa ser revista, pois a realização pura e simples dos cálculos em nada tem a ver com a Modelagem Matemática em nenhuma das concepções presentes.

3.5.3 Abordagem de conteúdos elencados em atividade proposta

Nesta categoria os conteúdos foram estudados conforme estava proposto na atividade pronta levada pelo professor aos alunos. Ao todo, foram codificadas 7 citações: 2004:6:14; 2004:6:16; 2008:8:41; 2010:10:22; 2012:1:2; 2012:1:20; 2012:1:21, as quais estão contidas em 4 relatos.

Esta categoria tem relação direta com a análise apresentada no item 3.4.4, onde haviam sido encontrados 6 relatos. Nesta categoria, relacionada a Abordagem dos Conteúdos, foram encontradas citações de 4 destes relatos.

Como exemplo desta categoria trazemos a citação (2004:6:14) “Os alunos trabalharam em grupos, onde deveriam tirar as medidas da largura e do comprimento de cada parte do corpo e anotar os dados em uma tabela. Para encontrar a quantidade de pele de cada parte do corpo, calculavam a área de cada parte multiplicando comprimento pela largura. Assim, fazendo $Q_i = c_i \times l_i$, obtemos a quantidade de pele da parte i . Levando em consideração que a quantidade de pele do corpo é a soma da quantidade de pele de cada parte do seu corpo, podemos obter a quantidade de pele do corpo somando a área da parte, obtendo o “modelo”: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 + Q_7$ ”. Este exemplo é característico de uma atividade semelhante as que são propostas em livros didáticos, na qual os alunos trabalham em grupos até chegarem ao resultado esperado pelo proponente.

Essa prática, de alguma forma, envolve os estudantes nas atividades, os mantém ocupados e, em algumas circunstâncias pode manter os estudantes atraídos pelos cálculos. Pode também, conforme a maneira de condução da atividade rever conteúdos já trabalhados, agora de forma contextualizada, dando

mais sentido àqueles conteúdos utilizados e podem também favorecer a aprendizagem de conteúdos novos, assim como a formação de novos conceitos.

Portanto, para cumprir alguns objetivos da educação, o envolvimento dos estudantes em todas as etapas da atividade fornecerá elementos formativos capazes de prepará-los para situações novas e distintas.

3.6 Impressões dos Sujeitos Participantes

A categorização dos códigos relativos às Impressões dos Sujeitos Participantes das práticas em Modelagem pode ser observada no quadro a seguir, no qual estão elencadas as citações, assim como o principal significado, referentes a cada categoria encontrada, tanto a respeito dos estudantes, quanto dos professores.

Estas categorias trazem o reflexo das práticas ocorridas em sala de aula, pois demonstram como os sujeitos se sentem ao participarem de ações que provavelmente não sejam comuns no cotidiano escolar.

Quadro 17: Categorizações dos códigos Impressões dos sujeitos participantes

Citações (<i>quotes</i>)	Principal Significado	Categorias a posteriori
2004:1:17; 2004:1:18; 2004:6:15; 2004:6:17; 2004:6:18; 2004:6:24; 2008:4:21; 2008:4:22; 2008:4:25; 2008:7:27; 2010:7:15; 2010:10:25; 2010:12:28; 2010:13:13; 2010:14: 24; 2012:5:23; 2012:6:25; 2012:6:26; 2012:10:29	Impressões nas quais os estudantes demonstraram todos os seus sentimentos em relação as práticas realizadas.	Impressões dos estudantes sobre as práticas de Modelagem Matemática realizadas.
2004:1:21;2004:6:26; 2006:4:19; 2008:8:35; 2008:8:43; 2008:8:44; 2008:17:25; 2008:17:27; 2008:17:28; 2008:17:29; 2008:19:29; 2008:19:30; 2008:20:19; 2010:4:16; 2010:13:14; 2012:2:31; 2012:3:29; 2012:3:30; 2012:8:22 2012:9:39; 2012:9:40 2012:10:28; 2012:13:26	Impressões nas quais os professores demonstraram todos os seus sentimentos em relação as práticas realizadas.	Impressões dos professores sobre as práticas de Modelagem Matemática realizadas.

Fonte: A autora.

A análise e interpretação das 2 categorias referentes as impressões dos

professores e estudantes, que consideramos serem os sujeitos participantes das práticas relatadas, será apresentada separadamente, com exemplos e considerações. Alertamos que estas impressões revelam muito mais do que imaginávamos num primeiro momento, pois trazem todo o significado e a importância de se realizar uma prática em Modelagem Matemática na Educação Básica.

3.6.1 Impressões dos estudantes sobre as práticas de Modelagem Matemática realizadas

Nesta categoria estão relatadas todas as impressões demonstradas pelos estudantes a respeito das práticas realizadas. Para melhor encaminhamento das nossas análises, agrupamos essas impressões conforme as suas afinidades e características. Deste modo temos três categorias: 1) as manifestações de resistência inicial, 2) as considerações de aprovação do desenvolvimento das aulas, 3) as evidências de participação e envolvimento durante as práticas.

Inicialmente, elencamos as manifestações nas quais os estudantes demonstraram resistência inicial ao desenvolver as atividades a partir da Modelagem Matemática. Ao todo foram codificadas 4 citações, 2004:1:17; 2004:1:18; 2008:4:22; 2012:10:29, constantes em 3 relatos.

Na citação (2004:1:17) “Diante da proposta ficaram sem saber como participar ou propor algum assunto alegando que a responsabilidade do que deveriam aprender seria da professora que escolhe e ensina o conteúdo”, podemos perceber que os estudantes acreditam não ser normal o professor fazer uma proposta de estudo diferente do modo como estão acostumados a aprender, ou seja, a relação professor-aluno presente nas nossas escolas ainda é aquela na qual o professor dita as regras e os estudantes apenas obedecem, sem questionar.

A Modelagem pode representar a quebra de um paradigma instalado culturalmente em nossas escolas. O fato de uma prática de Modelagem romper com a forma mais usual de se fazer o ensino de Matemática é de se esperar reações como as apontadas na experiência, pois sempre a responsabilidade de condução do

processo de ensino tem cabido ao professor, isso em parte contribui para tornar o estudante heterônomo, passivo, em algumas poucas vezes, reativos.

A Modelagem, em alguma de suas abordagens envolve integralmente os estudantes, seja na escolha do tema, na liberdade para as ações, nas tomadas de decisões e na utilização de estratégias próprias.

De início, acaba deixando o estudante um pouco perplexo, mas que na continuidade dos trabalhos desenvolvidos vai se tornando mais autônomo. Essa é a responsabilidade que deve permear uma prática pedagógica de modo a preparar o estudante para ser protagonista e não apenas um seguidor.

Neste momento trazemos as impressões nas quais os estudantes demonstraram aprovação do desenvolvimento das aulas na perspectiva da Modelagem Matemática. Ao todo foram codificadas 10 citações, 2004:6:17; 2004:6:18; 2004:6:24; 2008:4:25; 2008:7:27; 2010:10:25; 2010:13:13; 2012:5:23; 2012:6:25; 2012:6:26, referentes a 7 relatos.

Independentemente da forma de se conceber a Modelagem Matemática, os estudantes legitimam essa prática. Os depoimentos dos estudantes que em muitos casos mesmo se tratando de uma revisão de conteúdos essa passa a ter mais significado pelos estudantes como em (2012:6:26). As formas de organizar as atividades com a Modelagem Matemática possibilita uma maior interação. Essa forma de interação é proposta por Vygotsky.

As atividades de Modelagem desenvolvidas durante a realização de uma prática trazem a perspectiva da Psicologia sócio-histórica de Vygotsky que concebe o desenvolvimento humano a partir das relações sociais que as pessoas desenvolvem ao longo da vida. O processo de ensino e aprendizagem é um desses contextos sociais no qual se dá as interações sociais. Mais particularmente no desenvolvimento de uma prática de Modelagem na qual geralmente os estudantes estão divididos em pequenos grupos.

Para Oliveira (1993, p. 99), “a interação social é fundamental para o desenvolvimento das formas de cada grupo cultural: o indivíduo internaliza os elementos de sua cultura construindo seu universo intrapsicológico a partir do mundo externo”. A prática de Modelagem Matemática ao envolver os pequenos

grupos de estudantes que estabelecem vinculação, ou estreitamento de relações em que coexistem semelhanças e diferenças, o indivíduo vivencia situações coletivas, intersubjetivamente.

Esse processo de internalização da realização externa desencadeia o desenvolvimento de funções psíquicas elementares, tais como: percepção, atenção e memória, transformando-as em superiores, conforme Camargo (1999, p. 68). Ao tornarem-se superiores por intervenção do grupo, assumem segundo Vygotsky (1991), um caráter social e o sujeito pode utilizá-las a fim de atuar no coletivo.

Para uma melhor compreensão sobre essa dinâmica entre as relações sociais e a aprendizagem e, em consequência o desenvolvimento humano, Vigotsky propõe o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal. Nos trabalhos em grupo, durante a realização das práticas de Modelagem isso significa a distância entre o desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial.

O nível real pode ser analisado e avaliado a partir das atividades que o sujeito consegue realizar de forma independente e o nível de desenvolvimento potencial é aquilo que o estudante pode realizar com a ajuda de outros membros do grupo ou do professor. Dessa forma, quando se trata da aprendizagem escolar, o nível de potencial pode ser atualizado com o auxílio de um colega considerado mais capaz ou, no caso, o professor.

Um exemplo desta categoria está na citação (2012:6:26) “Ao final do trabalho, os alunos, na maioria, deram depoimento de que, além de aprenderem a conceituar perímetro e área de estudarem matemática de outra forma, aprenderam também o valor de se trabalhar em grupo, dividir responsabilidades, e, principalmente entenderam a importância de se fazer um projeto para executar um bom trabalho.” Esta citação, apesar de não trazer os depoimentos dos estudantes, evidencia que houve aprovação da prática desenvolvida e que além dos conteúdos curriculares também ficou o aprendizado de trabalhar em grupo e dividir responsabilidades, o que é bastante difícil de ocorrer nas aulas tradicionais de matemática.

Essa prática evidencia que a Modelagem vai para além de se trabalhar com o ensino de Matemática, pois como aponta as considerações do professor sobre a atuação dos estudantes eles ampliaram alguns aspectos desejáveis em tempos

educacionais atuais como trabalhar em grupo, assumir responsabilidades individuais e em relação ao grupo, discutir as ações e os resultados.

Estes aspectos, na continuidade do trabalho começa a gerar um comportamento em relação a si mesmo, em relação ao grupo, em relação à escola e em relação à sociedade. Enfim, são valores formativos que superam os objetivos mais imediatos de como saber matemática, pois que são valores para uma vida toda.

Trazemos neste momento as impressões relatadas pelos professores autores dos Relatos sobre a participação e envolvimento dos estudantes nas práticas de Modelagem Matemática. Foram codificadas 5 citações, 2004:6:15; 2008:4:21; 2010:7:15; 2010:12:28; 2010:14:24, as quais dizem respeito a 5 práticas relatadas.

Percebemos que, independente da concepção de Modelagem do professor, uma atividade que sai da rotina usual da sala de aula, quando o professor define e apresenta o conteúdo, desenvolve alguns exemplos e propõe uma lista de exercícios, desperta algum interesse nos estudantes.

Na citação (2004:6:15), constatada pela manifestação do professor: “A participação dos alunos no desenvolvimento das tarefas foi espontânea e voluntária. Tiveram muita responsabilidade para com a coleta dos dados”, mostra o senso de responsabilidade na realização das atividades de coleta de dados e, ainda, segundo a manifestação do professor em (2004:6:15) quando afirma que “Todos se envolveram muito na atividade, e depois do modelo pronto, compararam entre si, para saber quem tinha maior área corpórea.”

No relato (2010:14:24) o professor expressa o interesse dos estudantes na realização dos cálculos, “pois tinham consciência que precisavam de uma expressão matemática para programar a planilha eletrônica.” Ou ainda como em (2010:12:28) quando o professor afirma que “os alunos do grupo se dispuseram a investigar a viabilidade ou não da substituição do sistema de aquecimento de água do colégio.”

Essas manifestações mostram que as práticas de Modelagem que se mostram diferenciadas da forma usual podem proporcionar um envolvimento seja a partir da proposta, mesmo não sendo dos estudantes, ou mesmo uma inclusão satisfatória na realização das atividades propostas.

3.6.2 Impressões dos professores sobre as práticas de Modelagem Matemática realizadas

Nesta categoria estão relatadas todas as impressões demonstradas pelos professores a respeito das práticas realizadas. Para melhor encaminhamento das nossas análises, procedemos de forma semelhante à categoria anterior e agrupamos essas impressões conforme as suas afinidades e características. Deste modo temos três categorias: 1) as manifestações de insegurança e ou dificuldades para o encaminhamento das atividades com Modelagem Matemática, 2) demonstrações de satisfação das expectativas após o desenvolvimento da prática em Modelagem Matemática, 3) demonstrações de insatisfação e descontentamento após o desenvolvimento da prática em Modelagem Matemática.

Inicialmente relatamos as impressões nas quais os professores demonstraram insegurança e ou dificuldades para o encaminhamento das atividades conforme as concepções de Modelagem Matemática. Foram codificadas 2 citações, 2004:1:21; 2012:9:40, presentes em 2 relatos.

A citação (2004:1:21) “A dificuldade em ensinar Matemática dessa forma também é grande e desafiadora ao professor, pois o conhecimento é construído simultaneamente com o aluno, e em muitas ocasiões ambos sentem-se perdidos na hora de tomar a decisão certa que solucionará o problema a ser estudado, além de romper com padrões estabelecidos no processo de ensino aprendizagem em que o professor é um mero transmissor do conhecimento e o aluno é um ser passivo e receptivo”. A citação evidencia que uma prática utilizando uma metodologia diferente da usualmente utilizada causa insegurança no professor que assume uma perspectiva distinta de conduzir o ensino, o que pode se constituir em barreira para ousar modificar o desenvolvimento de suas aulas.

Portanto, essa categoria evidencia a necessidade de também preparar melhor o professor, seja na formação inicial, seja na formação continuada para que ele possa desenvolver as suas práticas com mais segurança. Isso parece ensejar à necessidade de prover e reconfigurar a formação inicial, com a formação continuada

dos professores. Como afirma Mello (2000), o que se busca é a coerência entre a formação e o que se espera de sua atuação. Dessa forma, se o professor não vivencia em sua formação inicial ou continuada experiências de práticas com a Modelagem Matemática não se pode esperar que haja consistência na sua prática atual e, portanto, pode-se entender a manifestação expressa em (2004:1:21).

Ainda valendo-se de Mello, em relação a insegurança manifestada pelo professor diante de uma metodologia mais aberta, concordamos que:

Ninguém facilita o desenvolvimento daquilo que não teve oportunidade de aprimorar em si mesmo. Ninguém promove a aprendizagem de conteúdos que não domina, a constituição de significados que não compreende nem a autonomia que não pôde construir. (MELLO, 2000, p. 102)

Superar a forma usual de conceber o ensino de matemática requer um esforço por parte do professor, exige mais estudos sobre as novas teorias da educação, necessitando de aprofundamento nos conhecimentos da área específica, ou seja, da matemática. Enfim, um conjunto de ações intencionais do professor para se tornar melhor preparado na realização de uma prática educativa conforme as necessidades do atual momento de desenvolvimento humano, tecnológico e social cultural.

Seguindo a mesma linha de pensamento, a citação (2012:9:40) “Apesar dos argumentos positivos em utilizar Modelagem Matemática na prática docente, destacamos algumas dificuldades, tais como: o grande número de alunos na turma, a falta de compreensão dos pais quanto à proposta não liberando seus filhos para a realização da pesquisa de campo e a incerteza diante do novo, que gerou insegurança e preocupação, do planejamento das aulas à conclusão do trabalho” também deixa claro que a maneira tradicional de ensino, ainda é vigente e tem raízes fortes no sistema de ensino atual.

Essas dificuldades apontadas quando da realização de práticas envolvendo a Modelagem são naturais quando se busca uma mudança de estilo de trabalho, quando o professor que centraliza o processo de ensino se propõe a compartilhá-lo com seus estudantes. Também quando o professor conduzia/conduz todas as ações, mas agora deseja possibilitar que essas ações sejam desenvolvidas pelos seus estudantes que, ainda, não estão preparados para elas. Ainda estão presentes quando o professor tenta romper com uma perspectiva curricular consolidada

através de muitas décadas e, ainda a insegurança sentida decorrente do seu despreparo, muitas vezes, para fazer frente a um ensino de Matemática trabalhada em contexto que foge ao usual de uma sala de aula, atualmente.

Para isso, o professor precisa ter a segurança capaz de proporcionar e incitar seus estudantes à ações pedagógicas diferenciadas. Há que se encontrar um ambiente propício para que o professor tenha essa segurança. Uma das formas é a participação nos grupos de estudos e pesquisas, visando a realização de mais experiências, pois muitas vezes estas são de pequena duração e se tenta desenvolvê-las como uma forma de aplicação, mostrando, então um desconhecimento de outros fatores importantes para seu sucesso e a incorporação da Modelagem como uma prática desejável em salas de aulas.

Referente as impressões relatadas nas quais os professores demonstraram satisfação das expectativas após o desenvolvimento da prática em Modelagem Matemática. Neste caso foram codificadas 19 citações, 2004:6:26; 2006:4:19; 2008:8:35; 2008:8:43; 2008:8:44; 2008:17:25; 2008:17:27; 2008:17:28; 2008:17:29; 2008:19:29; 2008:19:30; 2008:20:19; 2010:4:16; 2010:13:14; 2012:2:31; 2012:3:30; 2012:9:39; 2012:10:28; 2012:13:26, as quais dizem respeito a 14 relatos, ou seja, a 50% dos 28 relatos investigados.

Na citação (2012:2:31) “o encaminhamento com a modelagem matemática faz aproximar o trabalho da escola às necessidades reais dos sujeitos que dela participam, ao interligar o ensino e a aprendizagem num processo que busca reverter os mitos que envolvem a matemática escolar”, é bem esclarecedora para mostrar que os professores entendem a necessidade de modificar a prática pedagógica, se preocupando cada vez mais com o real interesse dos estudantes.

Outro exemplo esclarecedor está na citação (2008:17:27) “Além de desenvolver a capacidade do aluno em resolver problemas, tomar decisões, raciocinar logicamente bem como pesquisar, esta atividade possibilitou ao educando uma formação mais crítica quanto ao mundo em que o rodeia, um primeiro passo para a constituição de um pensamento crítico.” Neste caso a preocupação com o cidadão crítico, tão discutido nas reuniões pedagógicas das nossas escolas, está em evidência e o professor entende, assim como nós, que a Modelagem Matemática é o

caminho a ser trilhado.

Como se constata pelos depoimentos dos professores participantes, a mudança em uma prática pedagógica pode proporcionar o desenvolvimento de atitudes, ações que constituem um objetivo educacional, no preparo do estudante de hoje, cidadão do amanhã a fazer diferença no meio em que atua.

O fato de tomar decisões, normalmente compartilhadas com outros estudantes, ter que tomar decisões evidencia que o estudante está formando um espírito mais crítico, pensando sobre a situação, comparando resultados, discutindo outras possibilidades, mostram que é possível uma forma de ensino diferenciada, capaz de proporcionar ou possibilitar aos estudantes os atributos desejados a uma educação escolar, consciência cidadã, espírito crítico, capacidade de tomar decisões, de conviver em grupo, ter olhares outros para uma mesma situação, enfim possibilitar o desenvolvimento pleno do estudante.

A Modelagem pode possibilitar isso, mas é preciso assumir que, uma metodologia por si só não é suficiente para isso. É indispensável o preparo do professor, do corpo diretivo da escola, do entendimento dos professores sobre a necessidade de superação de um currículo linear, capaz de promover a oportunidade de adoção de metodologias mais abertas em âmbito escolar.

A respeito das impressões nas quais os professores demonstraram insatisfação e descontentamento após o desenvolvimento da prática em Modelagem Matemática. Apenas 2 citações, 2012:3:29; 2012:8:22, referentes a 2 relatos foram codificadas.

Na citação (2012:3:29) “Percebemos no desenvolvimento da atividade que ao não evidenciarmos o conceito de coeficiente angular e linear e a representação gráfica da função do primeiro grau como outra possibilidade de resolução desta situação-problema deixamos de lado um aspecto importante que poderia contribuir para a compreensão dos alunos e, dessa forma, enriquecer nossos resultados.” ficou evidenciado que o professor tinha uma preocupação grande em relação ao conteúdo curricular e como os estudantes não chegaram ao ponto planejado houve a insatisfação em relação à realização da prática.

No caso da citação (2012:8:22) “Devido às dificuldades das alunas em

relação aos conteúdos matemáticos básicos que poderiam ser utilizados na interpretação dos problemas, a etapa da matematização do problema, não fluiu como gostaríamos e imaginávamos. Acreditamos que se as alunas tivessem um tempo maior e maior familiaridade com a Modelagem Matemática, o processo seria mais rico.” também demonstra que houve maior foco no conteúdo que se queria trabalhar, perdendo a oportunidade de reforçar os assuntos matemáticos que os estudantes tinham ainda dificuldades.

Podemos concluir que, nestes dois casos, os conteúdos curriculares ficaram em primeiro plano e deste modo os professores não conseguiram se satisfazer plenamente no desenvolvimento da prática com a Modelagem Matemática.

3.7 Papel e Interação dos Sujeitos

Não efetuamos a categorização dos códigos relativos ao Papel e a Interação dos Sujeitos que participaram da prática em Modelagem Matemática pelo fato de termos encontrado poucos códigos referentes a esta categoria e, deste modo, optamos por elencar todos estes códigos, fazendo os comentários pertinentes.

Na citação (2006:4:14) “Ao iniciar o ano letivo propus aos alunos uma forma diferenciada de trabalho. Falei da minha intenção de verificar os saberes relativos à Matemática por eles adquiridos na sua vida profissional e cotidiana, na área da construção civil. A princípio sentiram-se inseguros e curiosos. A pergunta mais ouvida foi: como vamos fazer?” Percebemos que o professor relatou as conversas iniciais realizadas com seus estudantes sobre como seria o desenvolvimento da prática envolvendo Modelagem Matemática, como uma espécie de motivação para o estudo que se iniciaria.

Neste caso, nos valem de Freire (1999), o qual afirma que:

Ditamos ideias. Não trocamos ideias. Discursamos aulas. Não debatemos ou discutimos temas. Trabalhamos sobre o educando. Não trabalhamos com ele. Impomos-lhe uma ordem a que ele não adere, mas se acomoda. Não lhe propiciamos meios para o pensar autêntico, porque recebendo as fórmulas que lhes damos, simplesmente as guardam. Não as incorpora porque a incorporação é o resultado de busca de algo que exige, de quem o tenta, esforço de recriação e de procura. Exige reinvenção. (FREIRE, 1999c, p.97)

Porém, quando o professor propõe um trabalho diferenciado, os estudantes demonstram curiosidade e ao mesmo tempo insegurança, pois não estão acostumados a desenvolver o pensamento autêntico e isso tem uma forte relação com atividades realizadas a partir da Modelagem Matemática.

Essa relação de troca de ideias, na qual professores e estudantes tem a oportunidade de interagir e opinar sobre os rumos das atividades que serão realizadas é de extrema importância no cotidiano da escola e a metodologia da Modelagem Matemática abre espaço para este tipo de atitude, tornando o trabalho em sala de aula mais agradável e eficiente, tendo o compromisso de todos os sujeitos envolvidos.

Nos exemplos das citações (2008:10:27) “os alunos são os responsáveis pela definição do problema e todo o processo de construção e validação do modelo.” e (2008:19:23) “O tema escolhido pelo grupo para discussão”, demonstram que o grupo de estudantes foi o responsável pela escolha do tema a ser discutido para o início da realização da prática com Modelagem.

Aqui, mais uma vez nos valem de Freire (1996, p. 25), “o respeito à autonomia e à dignidade de cada um é um imperativo ético e não um favor que podemos ou não conceder uns aos outros”. Deste modo, concordamos que a autonomia é essencial ao trabalho com Modelagem Matemática, pois os estudantes tem a liberdade de escolha de um tema de interesse a partir do qual todo o estudo será realizado.

Também ficou evidente, neste exemplo a concepção de Modelagem Matemática defendida por Biembengut (1997), que defende a construção e validação de um modelo, a qual foi tratada com mais detalhes no capítulo 1 dessa dissertação.

Diferentemente dos exemplos acima, nas codificações (2008:17:24) “os alunos foram informados sobre uma tarefa diferente que seria trabalhada em sala” e (2012:9:38) “a preocupação da escola, em particular da disciplina de Matemática, a fim de que os estudantes reflitam sobre a necessidade de se poupar e adquiram hábitos saudáveis no que concerne a gastos e economia”, o trabalho foi encaminhamento, conforme a proposta do professor, que deixou claro como seria o

encaminhamento da prática.

Independente da forma como a Modelagem Matemática foi abordada, que aqui mais pareceu ser uma atividade pronta sugerida pelo professor, a proposta de trabalho está de acordo com Carraher (1989) quando trata da importância da matemática contida no cotidiano dos estudantes, que muitas vezes é ignorado pelos professores, desprezando o seu contexto cultural e impondo programas de conteúdos elencados para o trabalho em sala de aula.

É comum que alguns estudantes sejam filhos de comerciantes, formais ou informais e assim sendo, muitas vezes eles tem conhecimentos, principalmente relacionados a matemática financeira do cotidiano, que não são tratados e nem mesmo valorizados pelos conteúdos escolares. Mais uma vez, a Modelagem Matemática é excelente para resgatar e também aprofundar estes conhecimentos e conteúdos matemáticos.

Esta etapa da investigação tratou das análises e interpretações das categorias a posteriori surgidas a partir das categorias a priori. Buscamos interpretar a partir do conjunto de categorias a priori obtidas a partir das reduções realizadas em cada conjunto de códigos que denominamos de categorias a priori, pois a escolhemos em função dos interesses manifestos na questão e objetivo principal da investigação. As análises e interpretações permitem e favorecem um olhar para outros pontos, para além do que foi dito a partir dos dados coletados, os quais elencamos nas discussões e considerações gerais.

DISCUSSÕES E CONSIDERAÇÕES GERAIS

Ao encerrarmos a análise dos dados coletados nessa investigação, neste momento, temos algumas considerações que entendemos serem importantes de divulgação aos interessados pelos estudos relacionados à Modelagem Matemática na Educação Básica.

Consideramos que nesta investigação conseguimos atingir o nosso objetivo geral de pesquisa, o qual consistiu em colocar à vista aspectos relativos às práticas de Modelagem Matemática no âmbito da Educação Básica do Estado do Paraná. Sustentamos esta afirmação devido a riqueza de informações contidas nos relatos analisados, os quais revelaram particularidades dessas práticas, conforme comentamos no capítulo 3.

Percebemos que ainda existem resquícios do Movimento Matemática Moderna sobre as práticas de Modelagem Matemática, pois apesar de toda a discussão no âmbito da Educação Matemática, alguns relatos apontaram para a excessiva centralização por parte de alguns professores, que mesmo tentando inovar metodologicamente, aplicam atividades prontas aos seus estudantes tentando fazer uso da Modelagem como alternativa de motivação.

Em relação aos aspectos metodológicos desta investigação, a meta-análise mostrou-se como uma opção de aprofundamento e releitura das informações contidas nos relatos que nos possibilitaram buscar em outros autores o auxílio necessário para desvendar as manifestações descritas pelos autores.

Enfim, a partir das análises e interpretações realizadas nesta investigação, temos condições de fazer algumas considerações relativas às práticas em Modelagem Matemática ocorridas na Educação Básica do Estado do Paraná e que foram relatadas nos EPMEM de 2004 a 2012, as quais podem servir de suporte para pesquisas futuras nesta área.

Elencamos, na sequência, as características que consideramos mais relevantes nos relatos analisados, de modo a dar uma visão geral das interpretações realizadas.

Os dados contidos nos relatos mostram que as práticas de Modelagem,

conduzidas tanto por professores regentes quanto por estagiários, foram desenvolvidas, na sua maioria, com o propósito de se trabalhar determinados conteúdos específicos, de modo a não prejudicar o currículo previsto para ser cumprido. Isso se justifica nas análises e interpretações realizadas sobre as categorias que mostravam que as práticas realizadas visavam o cumprimento do currículo para determinada série/ano.

O fato de certas práticas terem sido relatadas por estagiários dos cursos de Licenciatura em Matemática demonstram que a Modelagem Matemática está difundida nesses cursos e vem ganhando espaço entre os acadêmicos, os quais poderão ser futuros professores da Educação Básica.

Houve um grupo de professores que desenvolveu práticas de Modelagem Matemática no âmbito da Educação Básica que pertenciam ao PDE, durante a fase que previa a implementação do projeto em sala de aula. Vale ressaltar que este programa visa a elevação de nível na carreira e os participantes tem a preocupação em cumprir o programa da disciplina utilizando de uma metodologia diferenciada da comumente utilizada em sala de aula. Esse grupo de professores participantes do PDE, geralmente direcionam de forma excessiva suas atividades, faltando-lhe o conhecimento de Simetria Invertida possivelmente não vivenciado durante sua formação, pois conforme Oliveira e Bueno (2013), os professores em serviço durante a formação continuada devem experienciar uma aprendizagem de forma análoga a que seus estudantes da Educação Básica vivenciarão.

De qualquer modo, o fato da Modelagem Matemática constar como uma das metodologias sugeridas pelas Diretrizes Curriculares Estaduais de Matemática, certamente serve de incentivo a disseminação desta forma diferenciada de ensinar entre os professores da Rede Estadual que sempre estão se atualizando e tentando progredir metodologicamente.

A respeito do encadeamento das práticas, em geral, ocorreu de diferentes modos: a) a partir de temas escolhidos pelos estudantes; b) a partir de tema sugerido pelo professor/estagiário; c) a partir de um conteúdo que tivesse relação com algum tema específico; d) a partir de uma atividade pronta aplicada pelo professor. Mas, em todos os casos as experiências podem ser consideradas de valia

para a mudança metodológica tão necessária para a superação dos baixos índices apresentados pelos estudantes, em matemática, nas avaliações externas.

Conforme os dados empíricos dos relatos, constatamos que a interação e o papel dos sujeitos dependeram do encaminhamento dado, o que tem relação com o perfil do professor que mediu a prática, em alguns casos os estudantes tiveram mais liberdade de pesquisar temas e assuntos, mas em outros casos o professor tomou o controle da situação e encaminhou o trabalho do início ao fim.

Observamos que as impressões relatadas pelos participantes, tanto professores quanto estudantes, em geral, foram muito boas. Em nenhum dos casos relatados, houve total descontentamento em relação a realização da prática, apesar de alguns estudantes terem apresentado uma certa resistência inicial pela maneira de trabalhar diferente da convencional a qual estavam acostumados.

Conforme constatamos pelos dados obtidos nesta investigação, de modo geral, as impressões sobre as práticas foram positivas. Isso mostra que há necessidade do professor ousar, sair da inércia que geralmente o impede de realizar ou pensar em uma prática diferenciada. Aqueles que tentam, ainda que nem sempre plenamente conscientes das diferentes concepções de Modelagem Matemática, se sentem recompensados.

Porém, o descontentamento por parte de alguns estudantes deve ser encarado pelo fato de que essa forma de trabalho exige uma postura distinta da exigida nas aulas usuais de matemática. Pois, na forma usual de trabalho o estudante somente olha, escuta e responde. Conforme a concepção de Modelagem Matemática do professor, o estudante é protagonista, isto é, desenvolve autonomia quando é solicitado a discutir, avaliar e tomar decisões. Essa mudança de comportamento, sem dúvida, não se dá em uma única experiência vivida, mas com a continuidade, pois precisa desenvolver atitudes que são pouco utilizadas em aulas tradicionais de matemática.

Constatamos também que os autores dos relatos apresentam as diferentes concepções de Modelagem Matemática na fundamentação teórica e, algumas vezes, parecem não deixar claro qual é a mais adequada para a sua prática, pois trazem em seus referenciais vários autores, mas não mostram ou evidenciam a

adoção de nenhum em específico. Este aspecto revela que ainda não há clareza sobre a diferença entre as concepções de Modelagem por parte dos professores e dos estagiários, o que pode estar relacionado à maneira como esta tendência metodológica é abordada nos cursos de Licenciatura em Matemática ou na formação continuada.

O fato de ainda existir uma diversidade de concepções de Modelagem permeando as práticas no âmbito da Educação Matemática também se deve ao fato de que as práticas são reflexos das formas de se conceber e realizar as pesquisas no Brasil.

Um ponto que vale salientar foram as dificuldades em analisar algumas práticas, nas quais a descrição dos elementos fundamentais de um relato se apresentava de maneira frágil e confusa o que confirma a necessidade de mais aprofundamentos de metodologia científica, formas de escrever relatos e que no âmbito das licenciaturas os estudantes sejam incentivados a escreverem trabalhos acadêmicos. Esta deficiência constatada na análise de algumas práticas pode ser considerada como um alerta às comissões de pareceristas, que envolvem a Educação Matemática, na avaliação dos trabalhos submetidos.

O incentivo dado às Pós-graduações, no que diz respeito as pesquisas que têm impulsionado as práticas que envolvem Modelagem Matemática como experiências ou como propostas para o desenvolvimento de atividades futuras, serve como sugestão para os professores da Educação Básica, como mais uma alternativa metodológica para o ensino de Matemática

Entendemos a necessidade de difundir nos cursos de Licenciatura em Matemática e nos cursos de Formação Continuada de professores em exercício as diferentes concepções de Modelagem Matemática, para que, cada vez mais, a Modelagem seja parte integrante da prática diária em sala de aula. Deste modo, esse conhecimento epistemológico será capaz de oferecer a possibilidade de assumir uma ou outra forma de conceber a Modelagem, pois qualquer que seja a concepção acatada ela traz implicações e consequências esteja o professor consciente disso ou não.

Diante do exposto, podemos inferir que as práticas de Modelagem

Matemática ainda não se constituem em práticas efetivas no ensino de Matemática no âmbito considerado da Educação Básica, mas que, já começam a se fazer presente, ainda que timidamente no cotidiano escolar, mesmo ocorrendo em alguns casos, no período regular das aulas dos professores e estagiários, com propósitos diversos. Deste modo, esses relatos podem ser considerados um indicativo para a efetivação futura das práticas de Modelagem Matemática no âmbito da Educação Básica.

Portanto, o fato de que em alguma medida as práticas principiarem a se fazer presentes no âmbito da Educação Básica pode se constituir em pretexto para que aconteçam mais discussões em relação a Modelagem Matemática como uma tendência metodológica para o ensino de Matemática.

Finalizamos nossas considerações nos remetemos novamente ao nosso problema de pesquisa, o qual indagou sobre **O que se evidencia das práticas em Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação Básica do Estado do Paraná, a partir dos relatos apresentados nos EPMEM?** Afirmamos que as considerações apontadas acima respondem a problemática inicial desta pesquisa e também correspondem ao objetivo geral desta investigação, pois mostram as evidências das práticas em Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação Básica do Estado do Paraná, a partir dos relatos apresentados nos EPMEM, colocando à vista os aspectos relativos a essas práticas.

Consideramos que os dados coletados nessa investigação são muito ricos de informações relativos as práticas em Modelagem Matemática, as quais apontam para a importância de pesquisas semelhantes com outros eventos. No entanto, essa investigação não fica concluída neste momento, o que aponta como possibilidade a continuação da análise meta-analítica aqui iniciada, a qual merece aprofundamento em termos teóricos, mas que encontra nos dados aqui analisados um grande potencial de aprofundamento, o qual, possivelmente, poderá ser realizado em oportunidade futura.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L.W.; SILVA, K. P. ; VERTUAN, R. E.. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira, 2004.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática**: contribuições para o debate teórico. IN: Anais da Reunião Anual da ANPED, 24, 1-CDROM, Caxambu, 2001-a.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática na sala de aula**. Perspectiva, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BASSANEZZI, R. C. **Ensino – aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 3 ed., São Paulo: Contexto, 2009.

BICUDO, M. A. V. Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa. **REVEMAT**. Florianópolis, v. 9, Ed. Temática junho 2014, p. 07-20.

BIEMBENGUT, M. S. **Qualidade de Ensino de Matemática na Engenharia**: uma proposta metodológica e curricular. 1997. 175 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. Editora Contexto, São Paulo 2000.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese de Doutorado. Campinas: FE/UNICAMP, 1992.

BURAK, D.; ARAGÃO, R.M.R de. **Modelagem Matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Curitiba: Editora CRV, 2012.

BURAK, D. ; KLÜBER, T. E. **Educação matemática**: contribuições para a compreensão de sua natureza . Acta Scientiae (ULBRA), v.10, p.93-106, jul-dez, 2008.

_____. **Modelagem Matemática na Educação Básica numa perspectiva de Educação Matemática**. In: BURAK, D.; PACHECO, R.P.; KLÜBER, T.E (Org). Educação Matemática: reflexões e ações. Curitiba: CRV, 2010, p.145-166.

CALDEIRA, A. D. **A Modelagem Matemática e suas relações com o currículo**. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2005, Feira de Santana. *Anais...* Feira de Santana: UEFS, 2005. 1 CD-ROM.

CAMARGO, Janira Siqueira. A Interação Professor aluno: A Escola como Espaço Interativo. In: MARTINS, João Batista (org.). **Na perspectiva de Vygotsky**. São Paulo: Quebra Nozes/ Londrina CEFIL, 1999. p.67-79.

CARRAHER, T. N. et al. **Na vida dez, na escola zero**. 13 ed. São Paulo: Cortez, 1989.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. p. 15-19

D'AMBROSIO, U. et al.. Algumas notas históricas sobre a emergência e a organização da pesquisa em educação matemática nos Estados Unidos e no Brasil. In: MIGUEL, A et al., Educação Matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, nº27, Set/Out/Nov/Dez.2004, p.70-73.

DELL'ISOLA, R. L. P. **Leitura**: inferências e contexto sociocultural. Belo Horizonte: Formato, 2001.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática. Campinas: **Zetetiké**, Ano 3, n.4, 1995, p.1-16.

FRANCO, M. L. P. B.. **Análise de Conteúdo**. 2ª edição. Brasília: Líber livro, 2005. Série Pesquisa. 78p.

FREIRE, P. **Educação como prática da liberdade**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1999.

_____. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1996.

GIBBS, G. **Análise de dados qualitativos**. São Paulo: Artmed, 2009.

GOMES, M. L. M. **História do ensino da matemática**: uma introdução. Belo Horizonte: CAED – UFMG, 2012.

KILPATRICK, J. Fincando estacas: Uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. Campinas: **Zetetiké**. v.4, n.5, 1996.

KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática**: uma perspectiva para a Educação Básica. Ponta Grossa, Editora UEPG, 2010.

KLÜBER, T.E.. BURAK, D. Bases epistemológicas e implicações para práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática em sala de aula. **Cadernos de Pesquisa: Pensamento Educacional**, Curitiba, v. 8, n. 20, p.278-294 set./dez. 2013.

_____. Concepções de Modelagem Matemática: Contribuições Teóricas. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008.

_____. Sobre os objetivos, objetos e problemas da pesquisa brasileira em Modelagem Matemática. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 467-488, jul./dez. 2012.

LAROCCA, P. ; ROSSO, A. J.; SOUZA, P. A. A formulação dos objetivos de pesquisa na pós-graduação em Educação: uma discussão necessária. In: **Revista Brasileira de Pós-Graduação**, v. 2, n.º 3. p. 118-133, mar. 2005.

MELLO, G. N. de. Formação inicial de professores para a educação básica: uma (re)visão radical. **Perspectiva**, v.14, n.1, p. 98-110, 2000.

MIGUEL, A. et al. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**. n. 27, p. 70-93, 2004.

MORIN, Edgar. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. 11.ed. São Paulo: Cortez, 2006.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky**: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico. SP: Ed. Scipiano, 1993.

OLIVEIRA, A. S.; BUENO, B. O. Formação as avessas: problematizando a simetria invertida na educação continuada de professores. **Educação e Pesquisa**, p. 1-16, São Paulo, 2013.

PARANÁ. Secretaria de Educação do Estado do Paraná. Departamento de Educação Básica. **Diretrizes curriculares da educação básica: matemática**. Curitiba: SEED, 2008.

POLLAK, H.O.. La interaccion entre la matematica y otras disciplinas escolares. In: Nuevas tendencias em la enseñanza de la matemática. **UNESCO**, cap.XII, v.IV, 1979, p 265-278.

RIUS, E. B. Educación Matemática: Reflexión sobre su naturaleza y su metodologia. Educación Matemática, México: **Iberoamérica**, v.1, nº 2, p. 28-42, Agosto de 1989a.

SANTOS, B. V. S. **Um discurso sobre as ciências**. São Paulo, Cortez, 2006.

VYGOTSKY, L.S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

WALTER, S. A.; BACH, T. M.. **Adeus papel, marca-textos, tesoura e cola:** Inovando o processo de análise de conteúdo por meio do Atlas/T.i. Seminários de Empreendedorismo e Educação, XII SEMEAD, 2009. In: Anais..., Universidade de São Paulo, São Paulo, USP: 2009, p.1-17.

Apêndice A - Comparativo dos resultados do Brasil no PISA de 2000 a 2012

Edição	Número de alunos participantes	Desempenho		
		Leitura	Matemática	Ciências
PISA 2000	4983	396	334	375
PISA 2003	4452	403	356	390
PISA 2006	9285	393	370	390
PISA 2009	20127	412	386	391
PISA 2012	18589	410	391	405

Fonte: A autora, adaptado do site INEP.

Apêndice B - Escala de notas do ENEM 2014

Prova	Nota Mínima	Nota Máxima	Média
Ciências humanas e suas tecnologias	324,8	862,1	546,5
Ciências da natureza e suas tecnologias	330,6	876,4	482,2
Linguagens e códigos e suas tecnologias	306,2	814,2	507,9
Matemática e suas tecnologias	318,5	973,6	473,5
Redação	0	1.000	Não divulgado

Fonte: A autora, adaptado do site do INEP/MEC.

Apêndice C - 4ª série/5º ano - Proficiência em Matemática – SAEB/Prova Brasil

Ano	Regiões Geográficas do Brasil						Estados da Região Sul		
	Norte	Nordeste	Sudeste	Sul	Centro-oeste	Distrito Federal	Paraná	Santa Catarina	Rio Grande do Sul
2005	166,97	162,46	195,75	194,86	186,59	207,56	201,96	189,97	190,41
2007	179,17	179,19	202,31	203,46	196,08	213,20	208,35	203,71	200,73
2009	188,25	184,04	219,32	214,35	208,55	227,95	222,68	212,31	211,16
2011	191,53	190,83	223,01	221,12	215,93	229,32	225,84	226,00	214,07

Fonte: A autora, adaptado do site do INEP/MEC.

Apêndice D - 8ª série/9º ano - Proficiência em Matemática – SAEB/Prova Brasil

Ano	Regiões Geográficas do Brasil						Estados da Região Sul		
	Norte	Nordeste	Sudeste	Sul	Centro-oeste	Distrito Federal	Paraná	Santa Catarina	Rio Grande do Sul
2005	226,8	225,21	246,17	251,54	239,72	260,81	245,03	252,47	258,06
2007	235,82	233,28	252,86	256,85	249,55	263,59	258,37	256,59	255,27
2009	236,33	235,86	254,55	258,91	250,64	262,47	257,35	260,37	260,92
2011	240,46	239,13	259,36	261,20	254,20	265,01	258,18	264,33	262,98

Fonte: A autora, adaptado do site do INEP/MEC.

Apêndice E - Ensino Médio - Proficiência em Matemática – SAEB

Ano	Regiões Geográficas do Brasil						Estados da Região Sul		
	Norte	Nordeste	Sudeste	Sul	Centro-oeste	Distrito Federal	Paraná	Santa Catarina	Rio Grande do Sul
2005	250,25	258,16	276,74	292,52	274,53	297,83	284,77	286,55	306,12
2007	253,24	258,15	280,42	291,89	275,39	300,31	290,15	287,77	296,83
2009	261,36	261,30	280,23	294,47	274,62	285,65	290,77	286,99	304,81
2011	255,36	257,85	285,22	290,14	279,53	290,16	283,77	294,97	295,26

Fonte: A autora, adaptado do site do INEP/MEC.

Apêndice F - Sujeitos e contextos dos Relatos

Relato	Mediador	Série ou Ano / Nível de Ensino	Características
2004:1	Professor Regente	4 ^a / E. F.	Sala de apoio no contra turno.
2004:3	Estagiário	8 ^a / E. F.	1 turma, nas aulas regulares.
2004:6	Professor Regente	5 ^a / E. F.	Grupos de alunos na disciplina de Laboratório de Matemática.
2006:4	Professor Regente	EJA / E. F.	Alunos detentos em regime semiaberto.
2008:4	Estagiário	E. F.	3 alunos, de diferentes séries, premiados na OBMEP, no contra turno.
2008:7	Estagiário	7 ^{as} / E. F.	1 turma, nas aulas regulares.
2008:8	Professor Regente	8 ^{as} / E. F.	Na disciplina de ciências, durante o conteúdo de física.
2008:10	Professor Regente	1 ^a / E. M.	1 turma, nas aulas regulares.
2008:17	Estagiário	3 ^a / E. M.	1 turma, nas aulas regulares, período noturno.
2008:19	Professor Regente	1 ^a / E. M.	1 turma, nas aulas regulares.
2008: 20	Professor Regente	1 ^a / E. M.	2 turmas, nas aulas regulares.
2010:4	Estagiário	8 ^a / E. F.	1 turma, com 3 encontros no contra turno.
2010:6	Estagiário	2 ^a / E. M.	1 turma, no contra turno durante 6 semanas.
2010:7	Estagiário	3 ^a / E. M.	10 alunos do curso de Formação de Docentes, com 10 encontros no contra turno.
2010:10	Estagiário	1 ^a / E. M.	1 turma, nas aulas regulares.
2010:12	Professor Regente	2 ^a / E. M.	1 turma, nas aulas regulares.
2010:13	Estagiários	5 ^a , 6 ^a , 7 ^a e 8 ^a / E. F.	Várias turmas, nas aulas regulares
2010:14	Professor Regente	1 ^a / E. M.	Implementação do projeto PDE, durante as aulas regulares de 1 turma.
2010:15	Professor Regente	7 ^a e 8 ^a / E. F.	Implementação do projeto PDE, durante as aulas regulares de 1 turma.
2012:1	Professor Regente	9 ^o / E. F.	Implementação do projeto PDE, durante as aulas regulares de 1 turma.
2012:2	Professor Regente	7 ^o / E. F.	1 turma de escola do campo, nas as aulas regulares.

2012:3	Estagiário	1ª / E. M.	1 turma, nas aulas regulares.
2012:5	Estudantes	E. M.	Curso Técnico Integrado em Informática, dentro de um curso de Modelagem Matemática, com projetos desenvolvidos pelos estudantes.
2012:6	Professor Regente	9º / E. F.	2 turmas, nas aulas regulares.
2012:8	Professor Regente	4ª / E. M.	13 alunas do Curso Formação de Docentes, nas aulas regulares.
2012:9	Professor Regente	1ª / E. M.	1 turma, nas aulas regulares.
2012:10	Professor Regente	9º / E. F.	Implementação do projeto PDE, durante as aulas regulares de 1 turma.
2012:13	Professor Regente	6º / E. F.	Sala de apoio no contra turno.

Fonte: A autora.

Apêndice G – Problemas, Objetivos e Resultados contidos nos Relatos

Ano/Relato	Problema	Objetivo	Resultados
2004/1		Tornar a aprendizagem mais significativa e o ensino mais atraente	O estudo da Matemática através da Modelagem Matemática trouxe a esses alunos um interesse maior em aprender, despertando em cada um a confiança em suas potencialidades
2004/3		Calcular a área foliar	
2004/6	determinar qual é a quantidade de pele que reveste o seu corpo determinar qual é a massa ideal de uma mochila escolar	Descrever e analisar a atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com os alunos, verificando a concepção que o aluno tinham antes de trabalhar com a abordagem da Modelagem Matemática e, qual a sua concepção após esse trabalho	Podemos afirmar que houve a construção de um novo sentido na aprendizagem matemática para esses alunos, compreendendo, inclusive, uma inversão de valores a respeito dessa disciplina
2006/4	Projetar uma residência unifamiliar de até 70 (setenta) metros quadrados em conformidade com as leis estudadas	Verificar a possibilidade de trabalhar Modelagem Matemática junto aos alunos detentos do Sistema Penitenciário do Paraná, na cidade de Curitiba e região metropolitana	Diante dos resultados apresentados pelos alunos detentos, podemos considerar que a pesquisa nos mostrou que é perfeitamente possível a inserção da Modelagem Matemática no sistema carcerário de ensino
2008/4		Construção do conceito de função por meio de uma atividade de Modelagem Matemática.	contribuiu para o desenvolvimento destes alunos para outras olimpíadas contribuiu com a formação escolar destes alunos
2008/7		A realização de atividades de Modelagem Matemática que permitam explorar conteúdos matemáticos presentes na construção de uma horta	Ao término do projeto pretende-se despertar nos alunos o gosto pela disciplina de Matemática, o incentivo pelo estudo, a facilidade e motivação no aprendizado. Além de contribuir para que atuem como cidadãos mais críticos na sociedade, mais ativos, questionadores, capazes de utilizar seus conhecimentos adquiridos no ambiente escolar para solucionar situações de seu cotidiano.
2008/8		A participação ativa do aluno no processo de ensino-aprendizagem por meio da investigação de situações inclusive de outras áreas do conhecimento	A conclusão desta atividade pelos alunos mostrou que eles elaboraram uma “nova” forma de ver o mundo, em que a Ciência foi concebida como um recurso por meio do qual foi possível descrever um fenômeno e esclarecer alguns aspectos relevantes para a construção

			dos conceitos envolvidos e a conscientização social acerca do problema As atividades experimentais promovem o interesse dos alunos por situações problematizadoras do seu cotidiano e que até então não lhe haviam despertado curiosidade, ou não haviam formulado alguma justificativa.
2008/10		Verificar se o fato das conversões realizadas nas atividades de Modelagem Matemática serem congruentes ou não-congruentes influencia na apreensão do objeto matemático em estudo, no caso, “função”.	Podemos concluir que o envolvimento do aluno com atividades que oportunizam uma diversidade de registros e a coordenação entre eles é fundamental para a aprendizagem dos conceitos envolvidos
2008/17	a construção de um modelo matemático que representasse o custo para se alterar um veículo movido a gasolina para álcool, na perspectiva da Educação Matemática Crítica.	Relatar uma experiência desenvolvida com alunos do 3º ano do Ensino Médio na execução de uma tarefa que envolvia a construção de um modelo matemático que representasse o custo para se alterar um veículo movido a gasolina para álcool, na perspectiva da Educação Matemática Crítica.	Acreditamos que a Modelagem na perspectiva de uma Educação Matemática crítica se apresenta como uma alternativa muito promissora no Ensino de Matemática. O ensino de Matemática precisa ser permeável e estar de acordo com o contexto social e com o fenômeno educacional no qual os alunos estão inseridos. Embora os alunos não tenham chegado a representação matemática esperada para Função de 1º grau, que era um dos objetivos da tarefa, eles conseguiram construir argumentos matemáticos consistentes que fundamentavam a opinião que defendiam
2008/19	a análise do crescimento da população de fêmeas do mosquito aedes aegypti, que é o transmissor do vírus da dengue.		a Modelagem Matemática exibiu mais uma forma de linguagem para representar o problema o que, consequentemente, contribuiu para o posicionamento crítico dos alunos quanto ao crescimento da população de fêmeas do mosquito. que o modelo matemático, embora não contemple todas as variáveis determinantes da situação-problema, cumpre satisfatoriamente o papel de formar nos alunos uma consciência crítica sobre a situação-problema estudada a ponto de levá-los a um posicionamento crítico quanto a esta

			situação.
2008/20			
2010/4		Contribuir significativamente para a construção de conhecimento matemático dos alunos, possibilitando um momento de reflexão de forma a contribuir no senso crítico perante uma situação cotidiana dos mesmos	podemos concluir que o objetivo principal desta pequena inserção em sala de aula foi alcançado, ou seja, os alunos chegaram às próprias conclusões em relação à utilidade da impressora e o que seria mais vantajoso em cada situação.
2010/6		Estimular o estudo da Matemática e a participação dos alunos nos programas relacionados ao meio ambiente desenvolvidos em Iretama	Na realização das atividades propostas tiveram que discutir, formular hipóteses, fazer aproximações, analisar informações para que pudessem elaborar possíveis soluções para os problemas propostos, quebrando o paradigma de que a Matemática seja uma ciência imparcial e estática
2010/7		Mostrar aos alunos, futuros professores dos anos iniciais da Educação Básica, a importância da Matemática, sua relação com temas advindos de outras áreas do conhecimento e relembrar conteúdos já estudados por eles, pois se irão ensiná-la devem estar preparados para isto.	Por meio da Modelagem foi possível envolver os alunos em atividades que julgavam não ter nenhuma relação com a Matemática, disciplina esta que consideravam abstrata e sem relação com outros temas sociais.
2010/10	a dificuldade de tratamento para as funções contínuas e discretas, a exploração dos conceitos de domínio e imagem e o significado bem como a abstração das diferentes notações utilizadas em funções.	Investigar como o estudante interage com os diversos aspectos que constituem o conceito de função	Os alunos identificaram-se com o problema tomando para si a investigação sobre o assunto. Dessa forma, o conteúdo matemático, necessário para a investigação, foi desenvolvido naturalmente conforme surgiam os questionamentos. a maneira com que a atividade desenvolveu o conteúdo de função, proporcionou aos alunos, uma familiaridade com este conceito, além de significados concretos e bem esclarecidos de algumas das principais notações usadas para se estudar este conteúdo.
2010/12	a Substituição do Sistema de Aquecimento de Água do Colégio de Gás para	Investigarem se foi vantajoso ou não a mudança no sistema de aquecimento de água de um colégio onde estudam	

	Lenha	e residem	
2010/13			
2010/14		Verificar as contribuições para as mudanças no ensino da Matemática utilizando como estratégia uma das tendências em Educação Matemática denominada Modelagem Matemática interligada com a Planilha Calc.	fica nítido a necessidade de trabalhar a Matemática aproximando do mundo do aluno e com práticas de adaptação para a melhoria da qualidade de vida de nossa sociedade
2010/15		A conscientização quanto as medidas de prevenção, proteção e cuidados com o uso do nosso aparelho auditivo, uma vez que a surdez é irreversível e a audição é um fator importante para o nosso relacionamento.	
2012/1		Elaborar e aplicar uma sequência de atividades relacionadas a alguns conceitos de geometria plana e espacial Explorar conceitos de geometria espacial e de geometria plana por meio de embalagens	Por meio deste trabalho, foi possível observar diversos benefícios de se trabalhar com um material concreto e manipulável, a motivação dos alunos é um deles, pois o conteúdo matemático passa a ser significativo na medida em que é possível percebê-lo para além da sala de aula.
2012/2	Quantos m ² possui o refeitório?"	A compreensão, por parte dos alunos, do conceito de área e capacidade de resolver os respectivos cálculos de área de figuras planas, a partir de uma problemática da sua realidade.	Possibilitou, também, aos alunos atribuir significado para a Matemática escolar, durante o processo de Modelação Matemática, de modo interativo, problematizado, em que matematicamente buscou-se uma solução ideal que respondesse à prática inicialmente contextualizada e problematizada.
2012/3	colocação de um forro em uma residência, por meio da obtenção de modelos matemáticos, no qual se aplicou o conceito de função para determinação do custo total e da área de forração.	Identificar aos alunos a aplicação dos conhecimentos matemáticos adquiridos no dia a dia escolar, a representação na resolução de situações-problema de sua realidade, por meio da Modelagem Matemática.	A realização deste trabalho foi gratificante tendo em vista que conseguimos alcançar nosso objetivo e assim articular os conhecimentos teóricos adquiridos com a prática na sala de aula.

2012/5	crescimento no consumo de água na cidade de Toledo	Investigar se o crescimento no consumo de água na cidade de Toledo-PR, nos últimos anos, se deve exclusivamente ao aumento da população ou se as pessoas têm consumido mais água	Com o uso da Modelagem Matemática foi possível inferir que as pessoas têm consumido mais água atualmente do que no passado, no município de Toledo. Por meio da Modelagem, também, desenvolvemos um modelo matemático para estimar o consumo médio de água por habitante em Toledo ao final do período de um ano, em função deste ano.
2012/6	discussão do desenvolvimento do conceito, tanto de perímetro como de área,	Ensinar Matemática para alunos do Ensino Fundamental, utilizando-se das aplicações de perímetro e área nos projetos de plantas baixas e móveis planejados para tornar a aprendizagem mais interessante, realista e mais significativa.	Foi possível diagnosticar o aproveitamento dos alunos em relação ao uso de escalas de medidas e aos conceitos de perímetro e área. Tal avaliação foi verificada no momento da construção das maquetes e na apresentação do trabalho na escola em que cada aluno explicou de modo familiar o seu real aprendizado.
2012/8	Quais são as estratégias utilizadas pelos alunos numa atividade de Modelagem Matemática, com ênfase ou não, na construção de um modelo matemático?	Analisar possíveis interpretações de situações problema, no ambiente proporcionado pela Modelagem Matemática, quando se conduz a atividade de modo a obter ou não um modelo neste processo.	Devido às dificuldades das alunas em relação aos conteúdos matemáticos básicos que poderiam ser utilizados na interpretação dos problemas, a etapa da matematização do problema, não fluiu como gostaríamos e imaginávamos. Acreditamos que se as alunas tivessem um tempo maior e maior familiaridade com a Modelagem Matemática, o processo seria mais rico.
2012/9	Nos últimos tempos, Maria economizou R\$ 1000,00 e, como não vai usar o dinheiro nos próximos nove meses, deseja abrir uma conta poupança. Ao escolher uma agência bancária, ela teve algumas dúvidas: Será que há diferenças nos rendimentos de uma agência para a outra? Qual a melhor agência? Qual será o juro após esse tempo?	Analisar as possíveis contribuições que atividades organizadas na perspectiva da Modelagem Matemática podem oferecer para a ampliação dos conhecimentos dos estudantes quanto à Matemática Financeira	Apesar dos argumentos positivos em utilizar Modelagem Matemática na prática docente, destacamos algumas dificuldades, tais como: o grande número de alunos na turma, a falta de compreensão dos pais quanto à proposta não liberando seus filhos para a realização da pesquisa de campo e a incerteza diante do novo, que gerou insegurança e preocupação, do planejamento das aulas à conclusão do trabalho. Os resultados do estudo constituem um indicativo de que pela Modelagem Matemática outros assuntos relacionados à Educação Financeira como PIB, inflação e seus diferentes índices, IOF, IR, taxa SELIC, dentre outros, podem e devem ser abordados, abrindo perspectivas de novos estudos

2012/10		Fomentar discussões entre os alunos e despertar seus interesses para os malefícios do consumo exagerado de energia elétrica e envolvê-los, por meio da pesquisa com os aparelhos elétricos de suas próprias residências, no estudo de funções afim	Apesar de algumas dificuldades, como a que apresentaram com relação aos conjuntos numéricos, acreditamos que boa parte dos alunos adquiriu conhecimentos a respeito de funções afim, como se pode perceber por alguns dos relatos.
2012/13			Nessa experiência, percebi que os alunos já tinham conhecimentos elementares de gráficos e tabelas, porém não sabiam sistematizá-los a partir de uma situação real significativa. Esse diagnóstico foi percebido por intermédio do trabalho com essa metodologia e, os conhecimentos, que a princípio eram elementares, foram sistematizados e compreendidos pelos alunos.

Fonte: A autora.

Apêndice H – Descrição das citações referentes ao Encadeamento das práticas

2004:1:16 O tema escolhido pelos alunos foi o Futebol, sobre o qual foi realizada uma pesquisa histórica sobre o jogo, depois um levantamento dos times preferidos pelos alunos, e a organização dos dados coletados por meio de gráficos e tabelas e num terceiro momento a construção de uma maquete do campo de futebol e a exploração dos conteúdos matemáticos surgidos durante a construção.

2004:3:14 foi desenvolvido em duas etapas: a primeira com um grupo de alunos do Ensino Fundamental (8ª série) e a segunda com alunos do curso de Licenciatura em Matemática. O desafio proposto aos alunos da 8ª série foi o de calcular a área foliar de 46 folhas, os mesmos desenharam as folhas em papel milimetrado e com o auxílio da Geometria Plana e orientação dos licenciandos determinaram a área foliar de todas as folhas. Os licenciandos determinaram a área foliar das mesmas folhas, com o auxílio de uma mesa digitalizadora, e compararam com a determinação efetuada pelos alunos através de análise de regressão, obtiveram uma função de 1º grau, cujo coeficiente de determinação (r^2) foi 0,99. Relacionaram a área foliar, estimada pelos alunos do Ensino Fundamental, de cada uma das folhas com o comprimento (C), com a largura (L) e com o produto do comprimento pela largura (CxL), obtiveram modelos matemáticos para a estimativa da área foliar, os modelos resultaram em funções de 1º grau; as quais puderam ser apresentadas aos alunos do Ensino Fundamental, demonstrando a aplicabilidade da Matemática.

2004:6:13 Para o desenvolvimento deste trabalho, planejamos e aplicamos uma proposta de ensino, dentro da abordagem da modelagem matemática, em três turmas da 5ª série, do Ensino Fundamental numa escola pública de Jacarezinho. Escolhemos algumas atividades de modelagem que achamos que era mais apropriada para a faixa etária da turma, e que pelo tema, mais despertaria a atenção e o interesse dos mesmos.

2006: 4:15 pedi a cada um dos alunos que respondessem a um questionário e em seguida entreguei a cada um deles uma cópia das leis que regem o zoneamento de Curitiba e normas de CREA-PR.

2006: 4:16 distribui a cada um o seguinte material: papel sulfite, lápis preto, lápis de cor, borracha e régua. Propus a seguinte atividade: *projetar uma residência unifamiliar de até 70 (setenta) metros quadrados em conformidade com as leis estudadas.*

2006:4:18 após 15 (quinze) horas de aula e depois de recorrerem às anotações das aulas da disciplina e Educação Artística, para escolherem as cores que melhor gostariam de pintar suas casas, entregaram-me orgulhosos os seus projetos

2008:4:23 O trabalho foi dividido em três partes. A primeira parte envolveria a leitura do texto informativo sobre a energia elétrica no Brasil e no Paraná e as várias formas de obtenção de energia elétrica; a segunda parte englobaria a retirada das hipóteses do texto informativo e, por fim, a terceira parte analisaria os resultados obtidos.

2008:7:25 No primeiro contato que tivemos com os alunos, apresentamos nossos objetivos: que era construir uma horta junto com eles, e desenvolver atividades nas aulas de matemática cujos temas estariam relacionados à construção da horta

2008:8:26 o professor propõe que, com base na atividade experimental realizada, os alunos entrevistem algum profissional da área de eletricidade com o intuito de descobrir qual a influência das emendas em uma residência.

2008:8:36 Primeiramente foi realizada a atividade com uma turma da oitava série do ensino fundamental nas aulas de Ciências, que se constituiu em fazer emendas em fios rígidos e fios flexíveis utilizando corretamente as ferramentas (alicate de corte e universal) e a fita isolante no momento de dar o acabamento na emenda. Essas atividades conduziram os estudantes a diversos

questionamentos e indagações relacionados ao tema eletricidade. Estes questionamentos motivaram a utilização da modelagem matemática como estratégia norteadora para a condução do processo de construção de diversos conceitos relacionados ao tema, uma vez que esta discussão promoveu a criação de um ambiente de aprendizagem no qual todos os estudantes estavam motivados a participar

2008:8:37 o professor responsável pela turma propõe uma produção de texto sobre o tema eletricidade, para verificar quais as concepções iniciais dos alunos em relação ao tema.

2008:8:38 o docente propôs agora um estudo mais detalhado sobre consumo de energia elétrica para isso, cada estudante leva à aula uma fatura de energia elétrica

2008:8:39 O trabalho com a fatura da energia elétrica, e a construção de um modelo matemático para expressar a conta de energia elétrica levou a uma conscientização política acerca das tarifas e a real necessidade de geração de fontes alternativas

2008:8:40 o docente propôs aos alunos a produção de um vídeo sobre o tema energia elétrica. Juntamente com a atividade do vídeo, uma segunda produção de texto é feita pelos alunos e nesse momento percebe-se uma postura crítica por parte dos alunos, pois agora além de associar energia elétrica com conforto e bem estar também enfatizaram a importância de economizar energia e buscar outras fontes de energia.

2008:8:42 se elaborou um questionário, ao final desta atividade, envolvendo outras atividades, em contextos diferentes, cuja representação matemática seria análoga. Todos os participantes identificaram com facilidade a função afim que descrevia o problema e também conseguiram formalizar este conceito avançando nas questões relacionadas ao gráfico, domínio e imagem.

2008:10:17 Para investigar o problema, o grupo usou registros monofuncionais ou multifuncionais e representações discursivas ou não-discursivas,

2008:10:28 o grupo de estudantes buscou um tema de seu interesse.

2008:10:29 Diante do problema, o grupo definiu as variáveis, usando V (valor em reais) para variável dependente e n (número de cópias) para a variável independente. Essa etapa é fundamental para obtenção do modelo, pois é nela que acontece a interpretação dos dados.

2008:10:30 A próxima etapa da atividade de Modelagem Matemática é a formulação das hipóteses. Neste sentido, os alunos consideraram que fariam duas funções, uma para representar cada copiadora. Em seguida tinham que descobrir o número de cópias que igualaria o preço cobrado pelas duas copiadoras.

2008:10:31 Definidas as funções que representam a situação da copiadora E e a situação da copiadora B, o grupo passou a etapa seguinte, a validação dos modelos. Para tanto foram utilizados registros numéricos, obtidos com o desenvolvimento dos modelos e apresentados os resultados na forma de registros tabular.

2008:17:17 foi entregue uma folha com a tarefa de Modelagem, que consideramos pertencer ao “Caso 1”, segundo a classificação de Barbosa (2003).

2008:19:24 No primeiro momento, a atividade iniciou pela solicitação de um texto que abordasse a seguinte questão: “O que você sabe sobre a dengue?”

2008:19:25 O segundo momento iniciou com a apresentação de um texto informativo, do programa Rio Contra a Dengue,

2008:19:26 Esgotadas as discussões, convidamos os alunos a construir um mapa conceitual que

respondesse à questão: “O que você sabe sobre a dengue?”

2008:19:27 No terceiro momento desta atividade direcionamos a discussão com os alunos para a elaboração do modelo matemático, para isso propomos a seguinte questão: “Será possível estimar a quantidade de fêmeas do mosquito *aedes aegypti*”? Para dar subsídios a discussão dos alunos entre si, entregamos-lhes um texto pré-elaborado por nós, que apresenta dados matemáticos relativos ao ciclo de vida e reprodução do mosquito, retirados de pesquisas científicas e manuais de divulgação desta doença.

2008:19:28 Por meio de indagações fomos conduzindo os alunos para a re-elaboração de um modelo já conhecido por nós, usado para estudar a dinâmica populacional de vários tipos de insetos, que é demonstrado por Edelstein

2008:20:12 iniciou-se com um diálogo com idéias referentes a projetos, o qual representa uma forma diferenciada do ensino tradicional. Dentre as citações e sugestões para a escolha do objeto de estudo a ser abordado, na qual a maioria dos alunos, optou pela construção da maquete do colégio.

2008:20:14 Escolhido o assunto “maquete do colégio”, procedeu-se a elaboração de um conjunto de questões.

2008:20:15 Na realização deste questionário pretende-se fazer um levantamento prévio dos pensamentos e concepções dos estudantes, além de avaliar o grau de compreensão e de habilidade dos alunos nas questões envolvidas com a representação matemática de alguns fenômenos.

2008:20:17 O projeto encontra-se em fase de desenvolvimento, e consiste de várias etapas da construção da maquete e dos conceitos e conteúdos nela envolvidos, dessa forma, pretende-se ainda trabalhar a teoria aliado com o concreto

2010:4:14 A atividade desenvolvida foi contemplada por três momentos: (i) Conversa inicial sobre qual seria o líquido mais caro na opinião dos alunos; (ii) Resolução da tarefa; (iii) Apresentação das conjecturas levantadas pelos grupos ao resolverem o problema proposto.

2010:4:15 A atividade trabalhada teve como duração três encontros

2010:7:13 No primeiro encontro, conversamos sobre os problemas ambientais ocasionados e enfrentados pela humanidade e discutimos um texto sobre o desperdício de água.

2010:7:14 Na aula seguinte, discutimos o conceito de função matemática

2010:10:20 A atividade tratou do tema: padronização da numeração dos calçados. O convite a atividade foi feito por meio de uma apresentação sobre a história dos calçados, o que motivou os alunos à busca de um modelo matemático que melhor representasse a relação existente entre a numeração dos calçados e os pés das pessoas.

2010:10:21 Após discussão e coleta dos dados (Tabela 1), necessários para a formulação do problema, os alunos identificaram as variáveis que definiriam o modelo, a saber, o comprimento do pé, em centímetros, e o número do calçado de todos os membros do grupo. Em seguida, buscando compreender como essas duas variáveis estavam relacionadas, sugeriram a ideia de construir um gráfico representando os dados coletados.

2010:10:23 A próxima etapa consistiu em validar o modelo

2010:13:6 Durante o primeiro encontro com os alunos do Ensino Básico (5ª a 8ª séries ou Ensino Médio), os acadêmicos explicaram aos estudantes como funcionaria o Projeto de Modelagem Matemática e basicamente do que se tratava. Nossos acadêmicos já levavam consigo algumas idéias de pesquisa para promover a discussão das temáticas que seriam abordadas. Após essa

conversa com os alunos, decidiam em conjunto sobre o que iriam pesquisar.

2010:13:7 no segundo encontro com os estudantes convidados, tiveram de elaborar um pequeno questionário ou entrevista para utilizarem na primeira pesquisa que fizeram in loco, no local escolhido por eles.

2010:13:8 no terceiro encontro, os alunos e acadêmicos foram até o local escolhido para aplicar o questionário ou entrevista. Além de conversar com pessoas ligadas à temática, eles fotografaram o que era de interesse da pesquisa em modelagem e discutiram as primeiras impressões, não deixando de lado o conhecimento matemático.

2010:13:9 No quarto encontro, tabularam a pesquisa.

2010:13:11 Os encontros seguintes seguiram de acordo com a necessidade de cada grupo para validarem, ou não, os modelos matemáticos formulados.

2010:13:12 os passos percorridos em cada um dos encontros correspondem, de modo semelhante, às etapas indicadas por Burak e Klüber (2010) no desenvolvimento da Modelagem Matemática

2010:14:18 Na primeira etapa com os alunos foi realizado a familiarização com o tema e os alunos responderam um questionário visando saber as atitudes de sua família quanto ao uso da água em suas residências

2010:14:19 De posse dos dados foi utilizado Planilha Calc para montagem dos gráficos este momento foi o primeiro contato com a Planilha Calc a turma mostrou-se muito interessado

2010:14:20 Uma vez delineada a situação que se pretendia estudar, os alunos organizados em grupos e por sorteio das fontes, buscaram informações em livros, jornais, internet, revistas especializados sobre água, registrando o que acharam de relevante sobre assunto e na sequência cada grupo apresentou para os demais, as informações

2010:14:21 Dando continuidade ao projeto foi observado os dados da fatura de água referente ao mês de abril/2009 de cada residência, os alunos em seus grupos firmaram compromissos em reduzir o consumo

2010:14:22 Após conclusão destas atividades, os alunos programaram a tabela na planilha eletrônica e conferiram os resultados.

2010:14:23 Durante as apresentações, nenhum grupo apresentou as expressões matemáticas pedidas, mas o entendimento de valor constante e mudança de valor a pagar de acordo com a faixa de consumo, todos os grupos apresentaram com clareza. Assim, a partir desta atividade foi iniciado a busca pelo modelo desejado, desenvolvendo as atividades que visavam analisar o valor pago pelo consumo de água segundo a tabela de tarifas da Sanepar.

2010:14:25 Na sequência os alunos programaram a planilha eletrônica com os modelos matemáticos definidos que representava a relação entre o consumo de água e o valor a pagar por este consumo das atividades 1 e 2 e fizeram a representação gráfica

2012:1:22 A sequência elaborada foi composta de nove atividades, todas relacionadas com embalagens descartáveis possíveis de serem encontradas no dia a dia dos alunos. Cada atividade foi entregue impressa às equipes de 4 alunos e contaram com o desenho de figuras geométricas, planificações, tabelas, definições, diagramas, de modo que pudessem facilitar e agradar visualmente os alunos no decorrer da resolução das situações propostas.

2012:1:23 Atividade 1: Conhecer as embalagens para estudar geometria

2012:1:24Atividade 2: Identificando as embalagens presentes no seu cotidiano

2012:1:25Atividade 3: A construção do cubo

2012:1:26Atividade 4: Construção do paralelepípedo

2012:1:27Atividade 6: Comparar e analisar áreas e volumes dos três sólidos construídos

2012:1:28Atividade 7: Medir e calcular áreas e volume da embalagem cilíndrica

2012:1:29Atividade 8: Medir e calcular área e volume da caixa de leite condensado: paralelepípedo

2012:1:30Atividade 9: Construir dois modelos de caixas econômicas

2012:2:23 Foi solicitado que observassem o refeitório em relação às suas formas. Feito isso, a sugestão era de que elaborassem diversas questões sobre a construção daquele espaço, desde o planejamento até a conclusão da obra.

2012:2:24de maneira investigativa e questionadora, foram feitas algumas indagações: “Quantos metros cúbicos (m^3) de água foram gastos para construir todo o refeitório – do início à conclusão da obra?

Quantas peças de tijolo foram utilizadas para levantar as quatro paredes? Quantas colunas de ferro são necessárias para dar sustentabilidade a essa estrutura? Quantas peças de cerâmica têm o pátio do refeitório?”.

2012:2:25houve várias interrogações com a intenção de fazer os alunos pensarem, enquanto formulavam as questões e as colocavam no papel

2012:2:26foi realizada análise das questões formuladas por eles, que evidenciavam conhecimento razoável sobre o procedimento de medir e quais unidades eram exigidas para realizar tal tarefa, pois revelavam saber conceitos de medidas como: colheres, sacos de cimento, metros de cano, latas de tinta, metros de areia, entre outras.

2012:2:27entendeu-se ser necessário optar por um tema que envolvesse um conteúdo programático, de forma a motivar o aluno para aprendizagem

2012:2:28Posteriormente, foi focalizada a questão norteadora “Quantos m^2 possui o refeitório?”, pois a maioria dos alunos não tinha construído e formalizado o conceito de unidade de medida para que pudesse determinar o tamanho do espaço ocupado por um metro quadrado (m^2)

2012:2:29Diante da construção do conceito de m^2 como unidade de medida, eles foram orientados a medir a quantidade de m^2 do refeitório utilizando os metros confeccionados. Porém, antes da prática, foi solicitado que estimassem quantos m^2 cabiam no piso do refeitório e registrassem a previsão no caderno.

2012:2:30se elaborou um modelo matemático, construído pelos alunos, para o cálculo de área

2012:3:24 elaborou-se um texto com o título “A CASA” onde abordou-se alguns aspectos relevantes para a atividade, além de fornecer a planta baixa da casa, para poder exemplificar o trabalho de Modelagem

2012:3:25além de apresentar a questão a ser desenvolvida, uma tabela com alguns valores foi apresentada no decorrer do processo

2012:3:26A partir da necessidade de se colocar o forro na residência foram realizadas pesquisas nas

lojas da cidade para saber o custo da colocação do forro em uma residência

2012:3:27 iniciou-se o processo de obtenção do modelo matemático da situação.

2012:3:28 Depois do levantamento das hipóteses apresentadas estipulou-se as incógnitas a ser utilizada

2012:5:12 modelo

2012:5:15 coletamos dados referentes ao consumo de água no município nos últimos onze anos junto à Companhia de Saneamento do Paraná - Sanepar

2012:5:16 uma primeira necessidade do grupo, consistiu em estimar o número de pessoas que viviam na cidade nos últimos onze anos, tendo como referência apenas os dados da Tabela 1 – referente às contagens oficiais. Tal estimativa justifica-se diante do anseio do grupo em verificar se a razão entre a quantidade de água consumida em determinado ano pela quantidade de pessoas naquele ano tem aumentado ou se mantido constante nos últimos anos.

2012:5:17 Diante da hipótese de que o crescimento populacional no município é constante, associamos aos dados uma função do primeiro grau, visando encontrar o número aproximado de habitantes da cidade nos anos em que não houve censo populacional.

2012:5:18 calculou-se o consumo médio de água por habitante em cada ano

2012:5:20 verificação

2012:6:24 Foi trabalhado primeiramente com planta baixa da casa de cada aluno. Eles escolheram um dos cômodos da casa para desenhar as mobílias. Num segundo momento, os alunos tiveram a autonomia para desenharem uma nova planta baixa, escolheram uma escala, organizaram os móveis em cada cômodo e construíram a maquete da casa. Ao final das atividades propostas, foi possível diagnosticar o aproveitamento dos alunos em relação ao uso de escalas de medidas e aos conceitos de perímetro e área.

2012:8:19 Num primeiro momento, as atividades desenvolvidas pelos grupos foram diferentes, já no segundo momento, uma mesma atividade foi proposta a ambos os grupos. Optamos por desenvolver o trabalho em salas de aula diferentes pelo fato de que, enquanto que o grupo 1, teve as atividades conduzidas levando-se em conta as etapas sugeridas por Biembengut e Hein (2005), o grupo 2 foi orientado tendo como base a concepção de Modelagem Matemática de Barbosa (2001). Por fim, propusemos um questionário referente às impressões das alunas acerca das atividades desenvolvidas e analisamos as diferentes estratégias mobilizadas pelos grupos na resolução da segunda atividade de Modelagem Matemática proposta, a fim de procurar entender as implicações da existência, ou não de um modelo matemático, nas interpretações de uma situação problema.

2012:8:20 As atividades foram desenvolvidas em 3 horas aula, durante dois dias da mesma semana. A turma escolhida tem 14 alunas. Destas 14 alunas, 13 participaram da atividade. A turma foi dividida em 2 grupos, um com 7 alunas (grupo 1) e outro com 6 alunas (grupo 2). Os 2 grupos de alunas realizaram as atividades simultaneamente, em ambientes físicos diferentes. Cada grupo foi orientado por um dos professores investigadores. Das 13 alunas que participaram do desenvolvimento das atividades, 12 atuam ou já atuaram nos anos iniciais da Educação Básica, ou na Educação Infantil.

2012:8:21) Aplicação de uma atividade piloto: A aplicação desta atividade teve duração de duas horas aula, sendo que neste primeiro momento as atividades desenvolvidas com os dois grupos foram diferentes. O objetivo desta etapa foi proporcionar um ambiente de familiarização das alunas com a Modelagem Matemática e, orientá-las com base nas concepções e passos sugeridos por Biembengut e Hein (grupo 1), e Barbosa (grupo 2);

2) Aplicação de uma atividade em comum, para ambos os grupos: Neste segundo momento, os dois grupos desenvolveram a mesma atividade de Modelagem, mas ainda em ambiente físicos diferentes;
3) Aplicação de um questionário referente à realização da atividade de Modelagem: realizado num momento posterior a aplicação das atividades.

2012:9:35 Para a coleta de dados, a turma foi subdividida em grupos de até seis membros e lhes foi dada a tarefa de investigar, nas agências bancárias da região, dados sobre a caderneta de poupança

2012:9:36 Aos grupos foi estabelecido um tempo de duas semanas para coletar os dados nas agências bancárias, a partir de um questionário semi-estruturado, elaborado pela turma juntamente com a professora

2012:9:37 Depois de duas semanas, a partir dos dados coletados, os grupos deram continuidade ao trabalho em sala de aula, quando foi apresentada a eles a seguinte questão: Nos últimos tempos, Maria economizou R\$ 1000,00 e, como não vai usar o dinheiro nos próximos nove meses, deseja abrir uma conta poupança. Ao escolher uma agência bancária, ela teve algumas dúvidas: Será que há diferenças nos rendimentos de uma agência para a outra? Qual a melhor agência? Qual será o juro após esse tempo? A partir de então, os grupos passaram a discutir, analisar e organizar os dados, buscando respostas à questão supracitada.

2012:10:25 enquadra no caso 2 proposto por Barbosa (2003). Adotamos a perspectiva de modelagem como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade

2012:10:26 Inicialmente, apresentamos o projeto à Direção e à Equipe Pedagógica da escola e após, aos alunos. As atividades do projeto envolveram as seguintes etapas:

- Pesquisa sobre a origem da energia elétrica, sua importância para a humanidade e comparação entre os tipos de geração de energia elétrica;
- Discussão em sala de aula sobre a degradação ambiental provocada pela construção de usinas hidrelétricas, utilizando-se de slides e vídeos;
- Pesquisa sobre as consequências do consumo exagerado de energia elétrica para o meio ambiente;
- Pesquisa orientada no laboratório de informática da escola, a qual envolveu temas como: apagão, horário de verão, destruição das Sete Quedas e sobre a polêmica que envolve a construção da Usina de Belo Monte.
- Investigação realizada pelos alunos em suas casas, sobre os hábitos que podem causar consumo desnecessário de energia;
- Realização de cálculos sobre o consumo dos principais eletrodomésticos utilizados e descoberta sobre quais aparelhos consumiam mais energia;
- Utilização de contas de energia elétrica para promover discussões sobre o consumo, tributos, composição de valores da fatura e consumo médio diário;
- Pesquisa sobre a carga tributária na conta de luz;
- Realização de debate sobre a existência ou não da aplicação adequada dos tributos cobrados;
- Realização de debate sobre medidas necessárias para o consumo racional de energia;
- Proposição de problemas matemáticos por meio do cálculo do quanto se paga pelo consumo de energia de uma residência;
- Experiência de ficar um dia sem utilizar energia elétrica e elaboração de quadro de sugestões sobre consumo racional de energia;

2012:10:27 Para finalizar as atividades, solicitamos aos alunos que fizessem um relatório a respeito de todas as atividades realizadas

2012:13:15 Para iniciar o trabalho com modelagem foram considerados os três momentos do trabalho proposto por Bienbengut e Hein (2005)

2012:13:17 levei para a sala de aula alguns exemplos de assuntos, procurados em revistas, jornais e

entrevistas pessoais, explicando aos estudantes como poderia ser feita a busca pelo tema.

2012:13:18O primeiro grupo trouxe material sobre desmatamento

2012:13:19O segundo grupo trouxe material sobre a própria agricultura

2012:13:20O terceiro grupo trouxe material sobre tecnologia,

2012:13:21minha intenção era escolher um dos conteúdos para trabalhar, mas como os grupos se mostraram interessados, resolvi trabalhar separadamente porque assim estaria valorizando o trabalho de todos.

2012:13:22Como os conteúdos matemáticos propostos foram gráficos e tabelas, explanei esses conteúdos, em seguida sugeri aos alunos que procurassem dados nas revistas que haviam levado, para que pudessemos construir algumas tabelas e seus respectivos gráficos os quais, posteriormente, serviram de modelo para o prosseguimento do trabalho, que se desenvolveria durante quatro aulas.

2012:13:24Como os alunos tinham produzido gráficos e tabelas, propus a criação de um jornal impresso em cuja edição houvesse todos os temas levantados e apresentados por eles. Assim, os conteúdos foram abordados, pesquisados, discutidos e expostos na forma de tabelas e gráficos

2012:13:25Concluídas as atividades, os trabalhos foram expostos na biblioteca para que os demais alunos da escola tivessem a oportunidade de conhecê-los e, como meio de divulgar e incentivar a outros professores a desenvolverem atividades, a partir do interesse e do cotidiano dos alunos, visando a uma aprendizagem mais significativa

Fonte: A autora.

Apêndice I – Descrição das citações que tratam da Abordagem dos Conteúdos

2004:1:19 iniciou-se a construção da maquete de um campo de futebol e na sequência realizou-se todo o estudo de sistemas de medidas lineares, medindo a quadra da escola e o campo de saibro que fica na praça em frente a escola, bem como objetos encontrados na sala de aula

2004:1:20 A próxima etapa da pesquisa dar-se-á pela continuidade do estudo das figuras planas, reconhecendo-as no campo de futebol e depois ampliando o estudo para outras figuras que encontramos ao nosso redor bem como o cálculo de perímetro e área das figuras planas.

2004:3:15 O trabalho desenvolvido foi excelente instrumento em sala de aula para trabalhar Geometria, Função de 1º grau, Estatística e Gráficos.

2004:6:14 Os alunos trabalharam em grupos, onde deveriam tirar as medidas da largura e do comprimento de cada parte do corpo e anotar os dados em uma tabela. Para encontrar a quantidade de pele de cada parte do corpo, calculavam a área de cada parte multiplicando comprimento pela largura. Assim, fazendo $Q_i = c_i \times l_i$, obtemos a quantidade de pele da parte i . Levando em consideração que a quantidade de pele do corpo é a soma da quantidade de pele de cada parte do seu corpo, podemos obter a quantidade de pele do corpo somando a área da parte, obtendo o “modelo”: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 + Q_7$

2004:6:16 a área de uma folha de papel é dada multiplicando-se sua largura por seu comprimento. Começaram achando a área de uma folha de caderno e multiplicando pelo número de folhas. Em seguida, utilizando a mesma idéia, pudemos encontrar a massa das capas, dos cadernos de brochuras e dos livros.

2006:4:20 Diante dos trabalhos realizados pelos alunos detentos, decorrente da atividade solicitada, e a comparação dos mesmos junto aos saberes institucionais sugeridos pelo DEJA/2003, encontráramos quatro módulos didáticos distribuídos pelo Departamento de Educação de Jovens e Adultos da Secretaria de Estado da Educação, evidenciavam-se conteúdos relativos a sólidos geométricos e medidas de massa que não haviam sido trabalhados em sala de aula, entretanto, 83% deles usaram em seus desenhos figuras planas e espaciais, ângulos, relação de posição entre duas retas, triângulos e quadriláteros. O mesmo percentual aparece sobre medidas de comprimento, medidas de superfície e medidas de volume. Uma pequena parte utilizou em seu trabalho a figura do triângulo, porém 17% deles utilizaram medidas de superfície e de volume.

2008:4:24 A atividade proposta ajudou consideravelmente na generalização do conceito de função. Notou-se que cada aluno construiu individualmente este conceito tão importante para a matemática

2008:7:26 Após a escolha da planta, convidamos os alunos a fazerem os cálculos das áreas e perímetros dos seis canteiros que constavam na planta. Percebemos grandes dificuldades na realização da atividade. E por isto, os dois próximos encontros foram dedicados às figuras geométricas.

2008:7:28 Outra atividade realizada que exploramos figuras geométricas foi realizada por meio de dobraduras. A classe, dividida em seis grupos, fizeram dobraduras em cartolinas, obtendo várias figuras geométricas.

2008:8:41 os alunos construíram um modelo matemático, descrito por uma função afim, para descrever as características essenciais envolvidas na conta de energia elétrica

2008:17:26 Esperávamos que ao final da tarefa os alunos chegassem a uma função de primeiro grau para cada um dos combustíveis e as igualassem, apresentando o chamado ponto de equilíbrio, ponto a partir do qual o álcool se tornaria mais viável que a gasolina. No entanto isso não ocorreu. Então, fomos até a lousa e esboçamos as retas das duas funções em um mesmo plano cartesiano, apresentando em qual ponto tais retas se cruzavam. Explicamos que a partir desse ponto o álcool

seria mais viável economicamente, ou seja, o valor investido na conversão do veículo estaria pago.

2008:20:16 Desenhou-se uma planta de uma casa no quadro para identificar figuras geométricas como: retângulo, quadrado, triângulo, paralelogramo, trapézio. Conceitos de reta: o que é reta, semi reta, segmento de reta, ponto e como nominamos estes. Foi realizado exercícios referentes para reforçar os conteúdos.

2008:20:18 Os conteúdos que serão abordados durante a execução deste projeto são: escala, unidades de medidas, figuras geométricas, conceitos de retas, plano, ponto, ângulo, regra de três simples, semelhança de área, semelhança de volume, trigonometria no triângulo retângulo, máximo e mínimo de uma função quadrática, entre outros.

2010:10:22 No plano cartesiano, os alunos, associaram, por meio de pontos discretos, o comprimento dos pés com os respectivos números do calçado, escolhendo uma dessas duas variáveis como independente e a outra como dependente.

A partir desse gráfico discreto os alunos foram interrogados sobre qual curva, contínua, seria mais adequada para representar esses dados (Figura 1). De maneira geral, os alunos definiram uma relação em que o número do calçado dependia do comprimento do pé, e esta relação foi modelada por meio de uma função afim, cada uma com coeficientes lineares distintos.

2010:13:10 nossos acadêmicos acompanharam os conceitos matemáticos levantados pelos alunos e, principalmente, retomaram aqueles necessários para solucionar parte da pesquisa proposta. Certos conteúdos, inclusive, os estudantes ainda não haviam tido contato na escola/série em que estudavam.

2012:1:2 elaborar e aplicar uma sequência de atividades relacionadas a alguns conceitos de geometria plana e espacial

2012:1:20 além de conceitos de geometria, almejava-se relacionar os estudos matemáticos com um tema do cotidiano dos alunos,

2012:1:21 optou-se pelo tema embalagens, que favorece o estudo de conceitos geométricos, para estruturar a sequência de atividades.

2012:2:22 Buscou-se oportunizar aos alunos a apropriação do conceito de área, assim como da competência para resolução do cálculo algébrico. Partiu-se da consideração de questões reais propostas pelos estudantes, com a crença de que, ao final da experiência vivenciada, eles sistematizassem e generalizassem tais conceitos, além de os transpor para outras situações

2012:3:23 A situação modelada foi referente ao custo de colocação de um forro em uma residência, no qual a escolha se deu pelo fato de os alunos estarem estudando o conteúdo de funções e apresentarem certa dificuldade em compreender tal conceito matemático.

A demonstração do entendimento deu-se por mostrar uma variável independente e uma variável dependente. Deste modo, por intermédio desta atividade, buscou-se mostrar aos alunos uma representação que abordasse uma situação real.

Desse modo, foi possível esclarecer a relação de dependência entre as duas variáveis da função, que neste caso específico estava relacionada à área e ao custo final para aplicação do forro.

2012:5:19 Aplicamos a lei da função do primeiro grau ($b + ax + f = 0$) ao problema, em que x é a variável independente que representa o tempo e f é a variável dependente que representa a quantidade de habitantes na cidade em um tempo x .

2012:5:21 Utilizar uma função exponencial, neste caso, foi ideia complementada pela investigação da existência de uma constante k na razão entre o consumo médio por habitante em certo ano (C) pelo consumo do ano imediatamente anterior (C_1) $(C = k \cdot C_1)$

2012:5:22 No desenvolvimento da atividade de Modelagem utilizamos conceitos de Matemática presentes no Ensino Médio, mas de forma integrada à situação de interesse do nosso grupo

2012:6:23 propusemos trabalhar com os alunos dos nonos anos o conteúdo de perímetro e área, utilizando uma das tendências da educação matemática; a Modelagem Matemática

2012:9:2 analisar as possíveis contribuições que atividades organizadas na perspectiva da Modelagem Matemática podem oferecer para a ampliação dos conhecimentos dos estudantes quanto à Matemática Financeira

2012:10:24 integrar os conteúdos matemáticos por meio de atividades de Modelagem Matemática à realidade dos alunos de modo a contribuir para a aprendizagem dos alunos

2012:13:16 fazer coincidir os problemas de interesse dos alunos com os conteúdos planejados, especialmente para alunos da SAA, pois já foram encaminhados para o programa com diagnóstico específico

Fonte: A autora.

Apêndice J – Descrição das citações que correspondem as Impressões dos Sujeitos Participantes

2004:1:17 Diante da proposta ficaram sem saber como participar ou propor algum assunto alegando que a responsabilidade do que deveriam aprender seria da professora que escolhe e ensina o conteúdo.

2004:1:18 Nessa etapa o poder de reflexão e questionamento dos alunos foi pequena, pois não estão acostumados em refletir sobre o que lhes é apresentado, mas o interesse e a alegria em sentir-se parte das informações coletadas foi grande e conseqüentemente a aprendizagem foi maior e mais significativa

2004:1:21 A dificuldade em ensinar Matemática dessa forma também é grande e desafiadora ao professor, pois o conhecimento é construído simultaneamente com o aluno, e em muitas ocasiões ambos sentem-se perdidos na hora de tomar a decisão certa que solucionará o problema a ser estudado, além de romper com padrões estabelecidos no processo de ensino aprendizagem em que o professor é um mero transmissor do conhecimento e o aluno é um ser passivo e receptivo

2004:6:17 Eu achei interessante, porque nós usamos mais a matemática. Porque eu pude aprender, sobre peso, medida e também, porque os materiais que eu carrego na mochila, não me prejudica.

2004:6:18 Eu achei interessante a criatividade de pela área do papel, saber o peso da folha do caderno, do livro, além de aprender mais.

2004:6:24 O trabalho é muito interessante, fazendo contas, medindo áreas, perímetro. Espero que o ano que vem a professora passe mais, porque foi interessante saber o que aprendemos com a modelagem

2004:6:26 A análise dos resultados permitiu considerar que uma proposta que considera a Modelagem Matemática como uma nova abordagem para o ensino da Matemática, favorece um ambiente de aprendizagem significativa, levando o aluno a dar um sentido pessoal e positivo àquilo que aprende.

2006:4:19 Trabalhando com a planta baixa, os alunos não aprenderam somente matemática, pois levou a estes a refletir sobre questões tecnológicas, físicas, geológicas, familiares, ambientais, sociais, o que possibilita outros caminhos para a construção do conhecimento, da preservação da humanidade, da paz, do elo familiar, do convívio em sociedade, da solidariedade, da amizade, do respeito, da ética, o que contribui sobremaneira na sua formação, voltada para a cidadania, tendo consciência dos seus direitos e deveres, vislumbrando uma nova experiência de vida quando de sua liberdade.

2008:4:22 No primeiro dia da atividade estava estampado nos rostos dos alunos o nervosismo em começar e o receio de uma atividade difícil. Apesar de serem alunos premiados das Olimpíadas, o fato de desenvolver uma atividade onde suas conclusões obtidas seriam levadas em consideração, não traziam a confiança necessária para ter uma plena tranquilidade para a realização da atividade.

2008:4:25 Ao final das atividades pediu-se que os alunos dessem sua opinião em um questionário, a fim de avaliarmos como este trabalho foi recebido. Ao perguntar o que eles tinham achado de mais interessante tivemos a seguinte indagação: “O mais interessante foi que aprendi um novo conteúdo facilmente”. Por sua vez a quando perguntado se gostaria de trabalhar outros temas desta forma, a resposta mais impressionante foi “... gostaria de trabalhar outros temas desta forma, porque é um modo divertido e diferente, além de ser dinâmico e estimulante.”

2008:7:24 pensamos que envolver os alunos na construção de uma horta, poderia incentivá-los pela disciplina de matemática, pois é um tema que condiz com a realidade em que vivem, uma vez que a

maioria dos moradores daquela região são pequenos agricultores.

2008:7:27 Essa aula foi de grande proveito, pois percebemos os alunos motivados e interessados pela matemática. Foi surpreendente, entretanto, notar que a maioria da classe não conhecia a maior parte das figuras geométricas, conhecimento que já deveria ter sido adquirido anteriormente

2008:8:35 A modelagem nas aulas de Física dos estudantes do ensino fundamental, neste trabalho, foi assumida como um ambiente de aprendizagem, diferente do tradicional, oportunizando ao professor utilizar-se de recursos didáticos de tal maneira que os alunos sintam-se participantes do processo, indagando e investigando e não simplesmente memorizando.

2008:8:43 A realização de uma atividade experimental no ensino de Ciências, utilizando a modelagem matemática como ambiente de aprendizagem possibilitou, aos alunos, a construção do conceito científico que pôde ser verificada por meio da articulação entre a experimentação e a expressão oral/escrita e ao professor a oportunidade de um maior envolvimento com a turma fazendo com que as aulas pudessem sair do sistema tradicional, e provocando uma reflexão quanto à sua metodologia.

2008:8:44 A conclusão desta atividade pelos alunos mostrou que eles elaboraram uma “nova” forma de ver o mundo, em que a Ciência foi concebida como um recurso por meio do qual foi possível descrever um fenômeno e esclarecer alguns aspectos relevantes para a construção dos conceitos envolvidos e a conscientização social acerca do problema.

2008:17:25 os alunos nos surpreenderam em sala pela dedicação e empenho para tentar resolver a tarefa.

2008:17:27 Além de desenvolver a capacidade do aluno em resolver problemas, tomar decisões, raciocinar logicamente bem como pesquisar, esta atividade possibilitou ao educando uma formação mais crítica quanto ao mundo em que o rodeia, um primeiro passo para a constituição de um pensamento crítico.

2008:17:28 A partir do momento em que o professor propõe trabalhar a Matemática, contextualizando situações oriundas da realidade e do meio onde vivem os alunos, isto exige muito empenho e dedicação de sua parte, pois a preparação destas aulas consome muito mais tempo e exige uma maior disponibilidade e comprometimento

2008:17:29 Acreditamos que a Modelagem na perspectiva de uma educação matemática crítica se apresenta como uma alternativa muito promissora no Ensino de Matemática. O ensino de Matemática precisa ser permeável e estar de acordo com o contexto social e com o fenômeno educacional no qual os alunos estão inseridos.

2008:19:29 É evidente que a conscientização sobre um novo assunto, é um processo que não se esgota em uma única atividade, porém, percebemos que a modelagem matemática é útil para desencadear e acelerar este processo devido a sua capacidade de sistematização da situação-problema em um modelo matemático

2008:19:30 Concluimos então, que o modelo matemático, embora não contemple todas as variáveis determinantes da situação-problema, cumpre satisfatoriamente o papel de formar nos alunos uma consciência crítica sobre a situação-problema estudada a ponto de levá-los a um posicionamento crítico quanto a esta situação.

2008:20:19 acredita-se que a combinação de atividades experimentais com a Modelagem Matemática possui um grande potencial para o aprendizado dos conceitos de Matemática, especialmente no ensino médio onde os alunos começam a ter contato com a representação dos fenômenos físicos através da geometria, gráficos, tabelas e funções matemáticas

2010:4:16 Desde o primeiro encontro percebeu-se uma mudança referente à opinião dos alunos sobre a atividade, a curiosidade em chegar a uma resposta correta, deixou os alunos ansiosos para chegar o último encontro.

2010:10:25 Os alunos buscaram, diante das dificuldades, alternativas, como gráficos, diagramas, figuras, que pudessem conduzi-los a resposta. Essas ações nos dão indícios de elaboração de uma aprendizagem significativa que provoca mudança deste conceito na sua estrutura cognitiva

2010:13:13 As acadêmicas concluíram que “a Modelagem abre possibilidades de mudança dentro do próprio conhecimento e, nesse sentido, pode ser considerada uma tentativa de superar problemas existentes no ensino tradicional”.

2010:13:14 Consideramos que é preciso encontrar o ponto de equilíbrio entre os conceitos matemáticos construídos cientificamente e a vida que cerca nossos alunos. Acreditamos que partindo de situações que estejam presentes em suas vidas, sejam elas práticas cotidianas ou de teor teórico, podemos fazer uma melhor aproximação com os conceitos matemáticos, instigando a curiosidade para cada aluno continuar investigando. Desta forma, trabalhar com os acadêmicos a proposta da Modelagem Matemática abriu um campo de pesquisa no qual é possível verificar in loco que a Matemática pode fazer sentido a quem aprende e a quem ensina.

2012:1:31 Tomando como referência um dos pressupostos da Modelagem Matemática, o tema embalagens foi escolhido para nortear as atividades por fazer parte do cotidiano dos alunos e pelo fato de poderem manusear, visualizar, comparar, planificar, desenhar, medir, calcular, construir tomando decisões e compartilhando suas diferentes ideias com seus colegas em equipes. Por meio deste trabalho, foi possível observar diversos benefícios de se trabalhar com um material concreto e manipulável, a motivação dos alunos é um deles, pois o conteúdo matemático passa a ser significativo na medida em que é possível percebê-lo para além da sala de aula. O interesse e o entusiasmo na sequência de atividades propostas eram percebidos claramente em todos os grupos, desta forma ficou evidente a importância de se trabalhar em equipes para que compartilhem mais suas ideias, interagindo e relacionando, discutindo formas diferentes de pensar relacionadas a cada atividade proposta pelo professor.

2012:2:31 o encaminhamento com a modelagem matemática faz aproximar o trabalho da escola às necessidades reais dos sujeitos que dela participam, ao interligar o ensino e a aprendizagem num processo que busca reverter os mitos que envolvem a matemática escolar.

2012:3:29 Percebemos no desenvolvimento da atividade que ao não evidenciarmos o conceito de coeficiente angular e linear e a representação gráfica da função do primeiro grau como outra possibilidade de resolução desta situação-problema deixamos de lado um aspecto importante que poderia contribuir para a compreensão dos alunos e, dessa forma, enriquecer nossos resultados.

2012:3:30 percebemos que ao relacionar o conteúdo matemático com a realidade este se torna mais compreensível uma vez que possibilita aos alunos a criação de elos entre os conteúdos formais da sala de aula e as situações presente no seu cotidiano.

2012:5:23 Na condição de alunos do Ensino Médio, consideramos que as informações obtidas neste estudo são importantes, pois permitem que previsões de consumo sejam feitas para os próximos anos se os padrões de crescimento se mantiverem

2012:6:25 Pelo envolvimento, comprometimento na execução da atividade em todas os momentos, pelo depoimento na apresentação do trabalho e no relato final descrito pelos alunos, percebemos que esta atividade teve real significado para aprendizagem da construção do conceito de perímetro e área

2012:6:26 Ao final do trabalho, os alunos, na maioria, deram depoimento de que, além de aprenderem a conceituar perímetro e área de estudarem matemática de outra forma, aprenderam

também o valor de se trabalhar em grupo, dividir responsabilidades, e, principalmente entenderam a importância de se fazer um projeto para executar um bom trabalho.

2012:8:22 Devido às dificuldades das alunas em relação aos conteúdos matemáticos básicos que poderiam ser utilizados na interpretação dos problemas, a etapa da matematização do problema, não fluiu como gostaríamos e imaginávamos. Acreditamos que se as alunas tivessem um tempo maior e maior familiaridade com a Modelagem Matemática, o processo seria mais rico.

2012:9:39 Acreditamos, assim, termos contribuído para a Educação Financeira dos alunos e confirmamos que por meio da Modelagem Matemática o ensino é realmente mais vivo e ativo e a Matemática é mais significativa

2012:9:40 Apesar dos argumentos positivos em utilizar Modelagem Matemática na prática docente, destacamos algumas dificuldades, tais como: o grande número de alunos na turma, a falta de compreensão dos pais quanto à proposta não liberando seus filhos para a realização da pesquisa de campo e a incerteza diante do novo, que gerou insegurança e preocupação, do planejamento das aulas à conclusão do trabalho

2012:10:28 m anos ensinando matemática nunca vi meus alunos aprenderem funções afim desta forma!

2012:10:29 Neste trabalho, fizemos um percurso que passou, em um primeiro momento, pela falta de envolvimento dos alunos, já que muitos não realizaram as pesquisas sugeridas, porém, com o desenrolar de nosso projeto, os alunos foram se envolvendo cada vez mais nas atividades.

2012:13:26 a experiência ora apresentada mostrou que os três grupos se envolveram plenamente e se superaram na produção dos trabalhos, no sentido de execução e análise dos resultados, pois todos mostraram, com clareza, a compreensão do conteúdo e das situações a que se propuseram analisar. Foi um trabalho bastante gratificante em que houve a oportunidade de conhecer a realidade daqueles alunos e de demonstrar que, como professora, eu estava interessada pelas questões, pelos problemas e necessidades deles. Além disso, ficou evidente que eles perceberam que a matemática pode ser instrumento de compreensão da realidade. Sem contar que esta experiência propiciou maior interação, confiança, respeito e diálogo entre educador e educandos

Fonte: A autora.