

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA

HELAINÉ MARIA DE SOUZA PONTES

**A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA À LUZ DE PRINCÍPIOS DA APRENDIZAGEM
SIGNIFICATIVA E DE SUAS IMPLICAÇÕES NA INTERAÇÃO PROFESSOR-ALUNO-
CONHECIMENTO MATEMÁTICO EM AULA**

PONTA GROSSA

2011

HELAINÉ MARIA DE SOUZA PONTES

**A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA À LUZ DE PRINCÍPIOS DA APRENDIZAGEM
SIGNIFICATIVA E DE SUAS IMPLICAÇÕES NA INTERAÇÃO PROFESSOR-ALUNO-
CONHECIMENTO MATEMÁTICO EM AULA**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Educação, do programa de Pós-Graduação em Educação, da Universidade Estadual de Ponta Grossa. Linha de pesquisa: Ensino-Aprendizagem.

Orientador: Prof. Dr. Dionísio Burak

PONTA GROSSA

2011

Ficha Catalográfica Elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação BICEN/UEPG

P814e Pontes, Helaine Maria de Souza
A Educação Matemática à luz de princípios da aprendizagem significativa e de suas implicações na interação professor-aluno-conhecimento matemático em aula / Helaine Maria de Souza Pontes. Ponta Grossa, 2011. 127f.
Dissertação (Mestrado em Educação- Linha de pesquisa : Ensino-Aprendizagem), Universidade Estadual de Ponta Grossa.
Orientador: Profº. Drº. Dionísio Burak

1.Educacao Matemática. 2. Ensino e Aprendizagem. 3. Aprendizagem Significativa. 4. Interações I.Burak, Dionísio. II. T

CDD: 510.7

TERMO DE APROVAÇÃO

HELAINÉ MARIA DE SOUZA PONTES

**A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA À LUZ DE PRINCÍPIOS DA APRENDIZAGEM
SIGNIFICATIVA E SUAS IMPLICAÇÕES NA INTERAÇÃO PROFESSOR-ALUNO-
CONHECIMENTO MATEMÁTICO EM AULA**

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no
Curso de Pós-Graduação em Educação, Setor de Ciências Humanas, Letras e Artes
da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Orientador


Prof. Dr. Dionísio Burak
UEPG


Profa. Dra. Rosália Maria Ribeiro de Aragão
UFPA


Profa. Dra. Célia Finck Brandt
UEPG


Profa. Dra. Angélica Góis Müller Morales
UEPG

Ponta Grossa, 25 de março de 2011

AGRADECIMENTOS

A Deus pela sua presença constante em minha vida, dando-me condições e motivos de fortalecer minha fé a cada dia.

Aos meus pais, que na simplicidade de suas atitudes, conduziram-me pelo caminho do bem.

Ao meu irmão que em sua fé inabalável, me incluiu nas orações.

Ao meu marido que, preocupado com meu progresso, incentivou-me a prosseguir os estudos.

Aos meus filhos que, mesmo sofrendo minha ausência, demonstraram compreensão.

Aos meus colegas de turma que compartilharam das minhas angústias e me ajudaram a superar.

Aos diretores e diretores auxiliares da Escola Municipal Marcelino Luiz Andrade dos anos de 2009 e 2010: Professora Mara Lucia dos Santos Correa Martins e Professora Sandra da Luz Ribeiro Garrett, Pedagoga Márcia Lisete dos Reis e Professor Ms. Daniel José Gonçalves Pinto, respectivamente, pela compreensão e flexibilidade dispensadas às minhas necessidades e compromissos com o programa de mestrado.

Aos meus alunos, sem os quais não poderia ter realizado esta pesquisa.

A Prefeitura Municipal de Curitiba, que me concedeu licença para participar do programa.

Aos professores e funcionários do Programa de Mestrado em Educação da UEPG, que contribuíram para minha pesquisa.

Às professoras Dra. Célia Finck Brandt, Dra. Angélica Gois Müller Morales e Dra. Rosália Maria Ribeiro de Aragão, que compuseram a banca do exame de qualificação e trouxeram relevantes contribuições.

Ao professor Dr. Dionísio Burak, meu orientador, que sábio, paciente e determinado, deu-me condições de buscar o aprimoramento necessário para concluir a pesquisa.

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo principal conhecer e compreender as implicações dos princípios da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, no contexto da segunda fase do ensino fundamental. A questão que foi posta para a investigação é: O que se evidencia no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática para estudantes do ensino fundamental, se este ensino for conduzido à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa? A pesquisa foi realizada em uma escola do Município de Araucária, localizada na região metropolitana de Curitiba e envolveu estudantes das últimas séries do ensino fundamental. A abordagem da investigação deu-se em função do objeto epistemológico, dos objetivos e da questão levantada, portanto trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa. Os dados coletados para análise foram constituídos a partir de produções dos alunos no desenvolvimento das atividades propostas, relatos espontâneos de suas manifestações e de conversas informais, gravadas em áudio para posterior transcrição, análise e interpretação. Os dados foram analisados de acordo com as proposições de Bogdan e Biklen relativas à análise de conteúdo. Os resultados da investigação indicaram ganhos na aprendizagem dos alunos com a utilização de metodologias de ensino, baseadas nos princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa.

Palavras- chave: Educação Matemática. Ensino e Aprendizagem. Aprendizagem Significativa. Interações.

ABSTRACT

This research had as main focus knowing and understanding implications of the principles of Meaningful Learning of David P. Ausubel in the Mathematics teaching process in the second step of elementary school. The main question was: What is evident in the mathematics teaching and learning for elementary school students, if this teaching process is conducted according to the Meaningful Learning Theory? The survey was conducted in a school in the city of Araucaria, located in the metropolitan region of Curitiba and engaged with students of the last grades of elementary school. The approach took place with epistemological object, objectives, and the question asked, so, this is a qualitative research. The data were collected from students' productions in the development of proposed activities, spontaneous reports of its manifestations and informal conversations, audio-recorded for later transcription, analysis and interpretation. The data were analyzed according to Bogdan and Biklen propositions relating to content analysis. Research results showed gains in student learning with methods based on the principles of the Meaningful Learning Theory.

Keywords: Mathematics Education. Learning and Teaching. Meaningful Learning Interaction.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	10
CAPITULO I – DO OLHAR SOBRE A FORMAÇÃO DO PROFESSOR E O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM PARA ASSUMIR A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	15
1 CONSIDERAÇÕES SOBRE A FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA.....	15
2 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA.....	20
Trajetória da educação matemática.....	28
A educação matemática, aspectos a serem considerados em relação à sua natureza e metodologia.....	29
A questão da metodologia de ensino nas visões da educação matemática	34
A educação matemática no contexto do ensino da Matemática.....	37
CAPITULO II – ASPECTOS FUNDAMENTAIS DA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.....	38
CAPITULO III – METODOLOGIA: ETAPAS E PROCEDIMENTOS.....	51
1 O DELINEAMENTO METODOLÓGICO.....	51
2 PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	52
3 DAS ATIVIDADES, COLETA E ANÁLISE/INTERPRETAÇÃO DOS DADOS.	55
4 DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS PARA TRABALHAR OS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS.....	56
Atividade 1 – Potenciação.....	56
Atividade 2 – Potenciação.....	57
Atividade 3 – Ângulos.....	60
Atividade 4– Ângulos.....	61
CAPITULO IV – ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DE DADOS.....	63
1 ATIVIDADE 1	66
2 ATIVIDADE 2.....	77
3 ATIVIDADE 3.....	92
4 ATIVIDADE 4.....	103
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	113
REFERÊNCIAS.....	117
ANEXOS.....	121

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Tetraedro de Higginson.....	31
Figura 2 – Educação Matemática.....	34
Figura 3 – Estrutura didática e triádica da significância.....	41
Gráfico 1 – Idade dos Alunos da 6ª Série.....	53
Gráfico 2 – Idade dos Alunos da 7ª Série.....	53
Gráfico 3 – Idade dos Alunos da 8ª Série.....	54
Gráfico 4 – Utilização do Computador na Residência dos Alunos.....	55
Figura 4 – Fluxograma – Parte 1.....	60
Figura 5 – Fluxograma – Parte 2.....	60
Gráfico 5 – Percentual de alunos representantes das categorias da atividade 1.....	69
Gráfico 6 – Percentual de alunos representantes das categorias da atividade 2.....	79
Gráfico 7 – Percentual de alunos representantes das categorias da atividade 3.....	94
Gráfico 8 – Percentual de alunos representantes das categorias da atividade 4.....	105

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Sistema de Avaliação da Educação Básica.....	10
Quadro 2 – Renda familiar dos alunos.....	55
Quadro 3 – Fluxograma (Potenciação).....	59
Quadro 4 – Atividades desenvolvidas pelos alunos com os respectivos códigos..	65
Quadro 5 – Categorias da Atividade 1.....	68
Quadro 6 – Categorias da Atividade 2.....	78
Quadro 7 – Categorias da Atividade 3.....	94
Quadro 8 – Categorias da Atividade 4.....	105

INTRODUÇÃO

Enquanto professora de Matemática da educação básica na rede pública de ensino, mais especificamente da segunda fase do ensino fundamental, percebo por meio das manifestações dos alunos, ou seja, conversas paralelas, apatia e indisciplina, a necessidade constante de mudança da prática pedagógica.

A incompreensão e as dúvidas que os estudantes demonstram na abstração dos conceitos matemáticos, são motivos da maior preocupação que tenho, com o processo de ensino e aprendizagem.

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que determina o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), traz valores alarmantes dos Resultados e Metas, que podem ser observados no quadro abaixo.

	Anos Iniciais do Ensino Fundamental						Anos Finais do Ensino Fundamental						Ensino Médio					
	IDEB Observado			Metas			IDEB Observado			Metas			IDEB Observado			Metas		
	2005	2007	2009	2007	2009	2021	2005	2007	2009	2007	2009	2021	2005	2007	2009	2007	2009	2021
TOTAL	3,8	4,2	4,6	3,9	4,2	6,0	3,5	3,8	4,0	3,5	3,7	5,5	3,4	3,5	3,6	3,4	3,5	5,2
Dependência Administrativa																		
Pública	3,6	4,0	4,4	3,6	4,0	5,8	3,2	3,5	3,7	3,3	3,4	5,2	3,1	3,2	3,4	3,1	3,2	4,9
Estadual	3,9	4,3	4,9	4,0	4,3	6,1	3,3	3,6	3,8	3,3	3,5	5,3	3,0	3,2	3,4	3,1	3,2	4,9
Municipal	3,4	4,0	4,4	3,5	3,8	5,7	3,1	3,4	3,6	3,1	3,3	5,1	2,9	3,2	-	3,0	3,1	4,8
Privada	5,9	6,0	6,4	6,0	6,3	7,5	5,8	5,8	5,9	5,8	6,0	7,3	5,6	5,6	5,6	5,6	5,7	7,0

Quadro 1 – Sistema de avaliação da Educação Básica

Fonte: Saeb e Censo Escolar.(2010)

O sentimento de frustração que compartilho com alguns colegas ao observar que, após algumas aulas, trabalhando determinado conteúdo, não houve compreensão desse assunto por alguns alunos, ou até mesmo pela maioria, como apontam as pesquisas, gera tristeza, aborrecimento, mas acima de tudo, inquietação. É como um desafio a ser vencido e por mais que os problemas insistam, o prazer em constatar o entendimento do assunto trabalhado pelos outros alunos, supera o desânimo e faz com que o trabalho docente seja um constante aprendizado. Revendo, refazendo, retomando e principalmente, reafirmando nosso propósito de ensinar. É um exercício de paciência e requer bastante esforço, mas a alegria de acompanhar o progresso dos alunos compensa o empenho e a dedicação.

Essas angústias foram compartilhadas com alguns professores e eu, particularmente, assisti desolada o conformismo de outros que parecem tender a se omitir da responsabilidade de efetuar um ensino digno de suscitar aprendizagem. São essas algumas razões que me fazem refletir sobre a necessidade de constantes mudanças, não somente na prática pedagógica mas, sobretudo, na formação docente.

São muitos os educadores que buscam, por meio de variadas metodologias de ensino e de teorias educacionais, condições de responder a questões que possam orientar o trabalho docente, de forma que se torne possível a aquisição da “essência da educação”, que é a apropriação do saber e do conhecimento científico.

Preferi, então, empenhar-me incessantemente em descobrir estratégias que possam propiciar êxito nos processos de ensino e aprendizagem¹. Isto porque entendo que o prazer dessa conquista é sobremaneira gratificante e diferenciado de qualquer posicionamento cômodo ou indiferente.

A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel expressa grande relevância dentre leituras feitas em busca de concepções que fundamentam a educação, mais particularmente, o ensino e a aprendizagem.

Ao considerar alguns princípios desta Teoria, pareceu-me, de imediato, envolvente, a proposição de realizar os processos de ensino e de aprendizagem trabalhando novas ideias a partir de conceitos que o aluno, pela experiência de viver no mundo, já traz em sua estrutura cognitiva. Na organização mental, os conhecimentos que já adquiriu, tem um importante papel porque servem de subsunção, de ancoragem, de relação cognitiva efetiva que o estudante precisa estabelecer, *de forma compreensiva*, quais sejam, os conceitos denominados *subsunçores*. Além disso, compreendi que a dinâmica processual do ensino e da aprendizagem, em um movimento de “ir-e-vir” se evidencia, na proposição teórica ausubeliana, pelos *princípios de diferenciação progressiva* e de *reconciliação integrativa* que podem e devem ser deflagrados no curso do ensino e da aprendizagem de conteúdos matemáticos. Para tanto, busquei utilizá-los como recurso pedagógico, em função de *organizadores prévios* quer dizer, da organização

¹ Serão considerados neste estudo os processos de ensino e aprendizagem pelo entendimento de que existem dois processos: o de ensino e o de aprendizagem.

do conhecimento que o aluno já possui, – adquiridos em nível escolar ou não – que são mobilizados quando for necessário ou conveniente no curso da aprendizagem.

A educação matemática, na perspectiva das Ciências Humanas e Sociais, teve lugar de destaque nesta pesquisa. Nesse sentido, Rius (1989a, 1989b), Kilpatrick (1996), Burak e Klüber (2010) entendem que seu objeto de estudo é o ensino e a aprendizagem da Matemática, que se constrói por meio de relações sociais, considerando as outras áreas de conhecimento que contribuem de diversas formas para a compreensão da Educação, quais sejam, Psicologia, Sociologia, Filosofia, Antropologia, dentre outras. As contribuições para o processo de formação do professor que a Educação Matemática ensina foram, assim, invocadas e evocadas.

As minhas inquietações, explicitadas de início, bem como os estudos intensos que empreendi em relação ao ensino e a aprendizagem suscitaram o seguinte questionamento:

- O que se evidencia nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, especialmente no ensino fundamental, se as ações de ensino forem conduzidas à luz de princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa?

A compreensão das implicações da Aprendizagem Significativa, de acordo com a teoria de David Ausubel, para os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, no ensino fundamental, constitui o objeto desta pesquisa.

Nessa perspectiva, a pesquisa tem como objetivos:

- Conduzir ao conhecimento e compreensão das implicações dos princípios da Aprendizagem Significativa de Ausubel, nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática no ensino fundamental.
- Explicitar a natureza das interações entre os alunos, com o professor e com o objeto de conhecimento.

Para coleta de dados foram considerados o seguinte:

- Produções dos alunos nas atividades desenvolvidas considerando as concepções da Teoria da Aprendizagem Significativa.
- Relatórios das observações participantes, das conversas informais e das manifestações dos alunos, sendo estes últimos transcritos a partir de gravações em áudio.

- Questionário para investigar a condição socioeconômica e cultural dos alunos.

Esta pesquisa é de abordagem qualitativa e centra-se na análise de conteúdos dos dados coletados.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), os dados da pesquisa devem ser analisados conforme as seguintes orientações:

1. Organizar todo o material coletado numerando suas páginas;
2. Providenciar uma relação em que constem as categorias preliminares de codificação;
3. Anotar os códigos conforme forem surgindo;
4. Registrar as relações julgadas importantes e dar a cada categoria um número ou uma abreviatura que possa identificá-la.

Tal procedimento exige concentração e necessita que aconteça sem interrupções para evitar equívocos. Exige também revisão, pois uma observação mais apurada pode permitir a redução dessas categorias, que facilitará sua análise.

Assim que estiverem definidas, o autor sugere que se volte aos dados, para identificar cada um deles com a categoria adequada.

As proposições acima mencionadas serviram de inspiração para a análise dos dados desta pesquisa.

É meu propósito que esta pesquisa venha a contribuir para a educação de modo geral, para a compreensão da relação ensino-aprendizagem, assim como para a própria educação matemática, pois tem como foco uma alternativa de ensino que se preocupa com a efetivação da aprendizagem matemática, considerando as interações entre os sujeitos/alunos.

Para cumprir com os propósitos buscados na investigação, este trabalho se estrutura da seguinte maneira:

O Capítulo 1 contempla um olhar sobre a formação inicial e continuada de professores, as considerações gerais sobre os processos do ensino e da aprendizagem da Matemática, bem como uma breve trajetória da Educação Matemática. Trata também de aspectos a serem considerados em relação à natureza e à metodologia da Educação Matemática.

O Capítulo 2 enfoca a Teoria da Aprendizagem Significativa e explicita aspectos e princípios que sustentam a teoria ausubeliana e que podem contribuir para os processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

O Capítulo 3 trata da metodologia, das etapas e procedimentos utilizados na investigação. Aborda o delineamento metodológico, caracteriza os participantes da pesquisa e as atividades que constituem a base para a coleta de dados. Traz também as diversas manifestações dos estudantes e menciona a forma do tratamento dos dados.

O quarto capítulo trata das análises e interpretações dos dados.

CAPITULO I – DO OLHAR SOBRE A FORMAÇÃO DO PROFESSOR E O PROCESSO DE ENSINO-APENDIZAGEM PARA ASSUMIR A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo inicial, pretendo abordar alguns aspectos sobre a formação do professor, explicitar dificuldades observadas no ensino e na aprendizagem da Matemática, bem como as contribuições da educação matemática para amenizá-las ou superá-las.

1. CONSIDERAÇÕES SOBRE A FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Como aluna graduanda, apesar de ter grande afinidade com a área da Matemática, a meu ver, ficou vaga sua verdadeira utilidade. Eram fórmulas decoradas, propriedades demonstradas e um amontoado de cálculos que tiveram fim em si mesmos, não permitindo, muitas vezes, que esses, de alguma forma, pudessem ser relacionados à realidade, quer fazendo conjecturas quer dando a determinados assuntos estudados alguma finalidade prática.

Para mim, parecia crucial a ausência de oportunidades da aplicação dos conteúdos estudados em situações do cotidiano.

Contudo, na condição de professora dessa disciplina, eu não desejei usar a “curvatura da vara”, pois jamais pretendi priorizar a Matemática utilitária, mas dar a esta ciência uma percepção mais atual. Nessa perspectiva, D'Ambrosio (2009, p. 31) esclarece:

Para um aprendiz com vistas numa tarefa, um enfoque imediatista é essencial. Mas obviamente a educação matemática não se esgota aí. É quando se apela para o histórico, cultural, que provavelmente não interessará ao aprendiz com objetivos mais imediatos. Assim como a matemática utilitária não interessará ao aprendiz com um desafio intelectual. Está claro que é fundamental um equilíbrio entre esses dois aspectos. Esse equilíbrio não significa metade de um e metade do outro para todos os alunos. Será sim, a resposta ao tipo de aluno – o indivíduo com quem estamos lidando. É possível individualizar a instrução e essa é uma das melhores estratégias para recuperar a importância e o interesse na educação matemática.

Os cursos de Matemática ou de Licenciatura em Matemática, muitas vezes, mostram-se deficientes ao oferecer as ditas “disciplinas pedagógicas” com carga horária reduzida ou por não proporcionar relação entre elas e as “de conteúdos matemáticos”. Essa deficiência exige que os professores se empenhem em buscar aperfeiçoamento em cursos de formação continuada que lhes permitam suprir as dificuldades encontradas na graduação. No entanto, seria importante que o professor concluísse a licenciatura com um claro entendimento das bases epistemológicas que fundamentam a sua prática, assim como das teorias do conhecimento, necessárias à compreensão do processo de ensino-aprendizagem. D’Ambrósio (2009, p. 83), expressa com bastante propriedade seu entendimento sobre o descrito acima:

Há inúmeros pontos críticos na atuação do professor, que se prendem à deficiência na sua formação. Esses pontos são essencialmente concentrados em dois setores: falta de capacitação para conhecer o aluno e obsolescência dos conteúdos adquiridos nas licenciaturas.²

A obsolescência referida aos conteúdos de Matemática ultrapassados são reforçados por este autor, no momento em que trata do surgimento da calculadora e do computador, vendo a necessidade da existência de “outra matemática” que permita “integrar o aluno no pensar e no fazer modernos.” (D’Ambrósio, 1999, p. 6-7).

D’Ambrósio (2009) ainda aborda a dicotomia existente no trabalho docente, considerando o comportamento na sala de aula e o desempenho futuro do aluno. Nessa perspectiva, existe tanto o professor querido quanto o professor temido pelo estudante. No futuro, muito provavelmente, o estudante perceberá que o professor que era “querido” pouco contribuiu com seu crescimento intelectual e que, ao invés, o professor tido como “temido” teve grande influência na sua empreitada. Foi, em grande parte, responsável pelo conhecimento que o aluno adquiriu, apesar do sofrimento causado pela cobrança rígida em sala de aula, num ambiente onde a coação prevaleceu.

² Em entrevista para a *Revista Educação Matemática*, Volume 6, Julho 1999.

Esse tipo de relação professor-aluno implica numa contradição entre afetividade e conteúdo, que emerge de uma visão equivocada justamente quando se defende a idéia de “aprender com prazer”.

D'Ambrosio (2009, p. 84) resume as qualidades docentes em três categorias: 1. relativa à relação emocional/afetiva; 2. relativa à política; 3. relativa aos conhecimentos.

Para que o trabalho docente tenha êxito, é preciso que o professor se doe com amor ao ato de ensinar, oportunize discussões de assuntos variados sobre os quais os alunos tenham domínio, para promover maior proximidade com eles, vindo a conhecê-los melhor e a valorizar o que sabem. O professor deve reconhecer que não é o detentor do conhecimento e não pode se sentir ameaçado, mesmo que tenha alunos que demonstrem saber mais sobre a sua especialidade.

Na mesma forma, é importante que o ato de ensinar não seja politicamente nulo, para que, os alunos sintam-se aptos a exercitar plenamente a sua cidadania. Isto porque a educação não pode se restringir ao preparo para o mercado de trabalho, mas deve dar condições aos que estão e se tornam egressos da escola

É notório que os cursos de formação de professores se apresentam de forma sobremaneira deficiente e faltosos na preparação de profissionais com as características consideradas desejáveis neste século. A formação do professor de matemática que acontecia até a década de 80 priorizava demasiadamente o conhecimento matemático, o que pode ser evidenciado pelo modelo conhecido como **3 + 1**, que é referente ao fato de se estudar - numa licenciatura com a duração de 4 anos - por três anos integrais conteúdos matemáticos e somente o último ano ser destinado as chamadas “disciplinas pedagógicas”. Nesse modelo, inexistia preocupação com a metodologia de ensino propriamente dita. Isso se dava em função de os primeiros professores do curso de formação docente serem, na sua maioria, oriundos dos cursos de engenharia. A partir da década de 80, nos cursos de pós-graduação e nos eventos de Matemática, começou-se a discutir a necessidade de mudança da situação vigente. (CURY, 2001).

No fim da década de 80, eu ingressei em uma modalidade de curso de *Licenciatura em Ciências*, que abrangia as disciplinas de Biologia, Química, Física e Matemática, entre outras, desenvolvida de forma intensiva, com duração de dois anos. Essa modalidade denominada ‘Licenciatura Curta’, buscava suprir rapidamente a demanda de professores da área das ciências de que o País tanto

necessitava. Contudo, esta modalidade não configurava terminalidade de formação. O licenciando advindo da modalidade “curta”, isto é, cumprida com a duração de 2 anos, poderia optar por continuar seus estudos, em termos mais específicos de “habilitação” em qualquer uma dessas áreas. No meu caso, eu prossegui cursando a **Habilitação em Matemática** por mais um ano, obtendo o diploma da Licenciatura Plena, que era a referência à **licenciatura curta+habilitação específica**. Dentre as disciplinas que eu cursei ainda na graduação, havia as de “formação pedagógica”, quais sejam, Psicologia Geral, Filosofia, Didática e Psicologia da Educação, cada uma com carga de 30 horas. Sem dúvida, a carga horária de disciplinas dessa natureza era muito reduzida, dada a importância dessas disciplinas para a prática docente. Além disso, cursei nesse período, as disciplinas de Prática de Ensino de Ciências, Matemática e Desenho na forma de Estágio Supervisionado, totalizando 285 horas.

Atualmente, os currículos de Licenciatura em Matemática das instituições de ensino superior são compostos também por disciplinas direcionadas à prática pedagógica, como Didática, Psicologia, Filosofia, Práticas de Ensino e Educação Matemática, entre outras, com carga horária mínima de 60 horas cada uma, havendo, contudo, variação de disciplina e carga horária entre instituições³.

Entretanto, Cury (2001) expressa grande preocupação quanto à compartimentalização dessas disciplinas, uma vez que os alunos licenciandos atendem às disciplinas de “conteúdo e de método” separadamente, mais ainda, dissociadamente. Os professores não propiciam relação entre os conteúdos matemáticos e o ensino destes na educação básica, nem demonstram domínio das metodologias de ensino, que auxiliariam grandemente na escolha de uma, dentre as várias, que mais se adaptasse a um ou outro determinado conteúdo.

Outro problema relacionado à formação inicial de professores de matemática é a ausência de um direcionamento para as questões emergentes em sala de aula que correspondem ao desinteresse, apatia, indisciplina e violência por parte do alunado. Demonstrando preocupação com essa realidade, D’Ambrósio (1999) propõe, para a reformulação dos currículos de Licenciatura, uma disciplina de apoio

³ As Instituições de Ensino Superior referidas são: UEPG (Universidade Estadual de Ponta Grossa), UFPR (Universidade Federal do Paraná) e UNICENTRO (Universidade do Centro-Oeste).

denominada Cultura da Paz e da Não Violência, dando enfoque à conquista da paz no mundo, com vistas ao desenvolvimento espiritual do ser humano.

A inclusão de uma disciplina no currículo de formação do professor não dá conta de resolver as questões cruciais comentadas acima, pode dar a estes profissionais condições de amenizar estas situações, pois a solução demanda empreendimentos muito complexos, que vão além das dependências escolares.

Para suprir carências encontradas nos cursos de graduação e para aperfeiçoamento constante, fazem-se necessárias a existência e a manutenção dos cursos de formação continuada. Esse tipo de formação está previsto nas Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. O documento traz em seu corpo a informação de que os currículos desses cursos devem ser elaborados de forma tal que se permita desenvolver algumas competências e habilidades, das quais se destaca o disposto nas alíneas d, i e j, como segue:

- d) capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua prática profissional também fonte de produção de conhecimento.
- i) participar de programas de formação continuada.
- j) realizar estudos de pós-graduação. (BRASIL, 2001, p. 4).

Para tanto, a meu ver, é fundamental expor o entendimento de D'Ambrósio (2009, p. 97-98) a esse respeito.

Como simples alternativa, o autor ressalta ser imprescindível que se deixe de pensar no professor como “já formado” logo ao final da formação inicial, quando este recebe um “diploma de professor”. D'Ambrosio apresenta, pois, em contrapartida, a ideia que tem sido aceita como mais adequada sobre a formação universitária, que consiste numa formação básica de dois anos, com retornos periódicos durante toda a vida profissional à universidade. Considera que a formação de hoje permite que o professor receba um “credenciamento permanente”, que lhe dá o direito de exercer sua profissão por décadas da mesma maneira, reforçando a obsolescência, causando um enorme prejuízo social, manifestado pela evasão e pelo fracasso escolar.

2 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Tanto a **aula** quanto o **ambiente de sala de aula** de um professor que teve a oportunidade de uma formação de qualidade, certamente refletem o resultado desse processo, assim como sua preocupação com uma prática pedagógica que possibilite ao estudante compreensão efetiva do conteúdo tratado. Neste propósito, a contextualização⁴ das situações de ensino e aprendizagem, pode permitir que o aluno entenda o conteúdo estudado.

A contextualização no âmbito do ensino é imprescindível para tornar os conteúdos matemáticos mais acessíveis aos alunos, dada a percepção das relações da matemática com a realidade que propicia. No entanto, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática de 5.^a a 8.^a séries, é preciso cuidar para não entender como contexto⁵ apenas o que faz parte do cotidiano⁶ do aluno, limitando-se a trabalhar somente os conteúdos relacionados à sua realidade imediata, o que permitiria correspondentemente “uma aplicação prática imediata”. Isso porque o conhecimento científico, ao se transformar em saber escolar, passa por transformações de ordem epistemológica, social e cultural. Portanto, o conhecimento só alcançará a sua plenitude se tiver a flexibilidade de se apresentar em situações diversas daquelas que lhe deram origem.

Para que seja possível essa transferência de uma situação para outra, o conhecimento precisa ser descontextualizado, para que possa novamente se contextualizar em outras situações. Propõe-se, então, que os conteúdos matemáticos sejam trabalhados por meio de questões de urgência social, contempladas nos Temas Transversais que correspondem à Ética, à Orientação

⁴ De acordo com o Dicionário Interativo da Educação Brasileira, a idéia de contextualização teve início com a reforma do ensino médio, a partir de 1996, com o surgimento da LDB (Lei de Diretrizes e Bases) que estão definidas nos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais). Seu significado representa o ato de vincular o conhecimento ao que lhe deu origem e à sua aplicação, considerando a experiência do aluno, o contexto em que está inserido e onde se dará sua atuação enquanto trabalhador e cidadão.

⁵ O termo contexto está relacionado à idéia de *contexto situacional* defendido por Souza e Roseira (2010) ao citar Valero (2002), que compreende uma visão mais ampla, defendida pelos teóricos sócio-culturais, pois refere-se às relações sociais, históricas, culturais e psicológicas que são estabelecidas com o conhecimento matemático, por meio das quais se dá a aprendizagem.

⁶ O termo cotidiano refere-se ao conjunto de ações da vida cotidiana. Maia (2006) se apóia em (1972-1977) para definir que “a vida cotidiana se baseia na assimilação da realidade dada e nas necessidades particulares do eu, isto é, ela é orientada para necessidades práticas e interesses particulares.” (Maia, 2006, p.117)

Sexual, ao Meio Ambiente, à Saúde, à Pluralidade Cultural, assim como ao Trabalho e Consumo. (BRASIL, 2001).

Caso o assunto trabalhado não seja um conteúdo matemático puro e apresente dificuldade de ser contextualizado, o professor pode sugerir a reconstrução da história da Matemática no que se refere a tal conteúdo, ou seja, dar, de alguma maneira, sentido para o que está sendo estudado. Para Freitas (1999, p. 66), “quando o conteúdo matemático é apresentado isoladamente do mundo do aluno torna-se desprovido da verdadeira expressão educativa.”

Algumas considerações de Miguel e Miorim (2008) expressam críticas a alguns argumentos questionadores das potencialidades pedagógicas da História. Alegam que nem todos os autores são adeptos à utilização da História no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. A objeção está relacionada, sobretudo, aos argumentos apresentados a seguir.

A quantidade escassa de literatura adequada sobre a História da Matemática, anterior aos dois últimos séculos, é um argumento atribuído a Guinnerss (1973) e Byers (1982), citados por Miguel e Miorim. Esses últimos rebatem afirmando que, ao invés de ser considerado como um problema entre História e Pedagogia, poderia servir de apelo à necessidade do envolvimento de matemáticos, educadores matemáticos, historiadores e outros profissionais em pesquisas relacionadas à História da Matemática, que “possam contribuir para a elaboração de reconstituições esclarecedoras de épocas, temas, situações e biografias” (MIGUEL; MIORIM, 2008, p. 63).

Outro argumento apresentado por Byers (1982), que Miguel e Miorim (2008) citam, refere-se à natureza da literatura histórica disponível que a torna imprópria para utilização pedagógica. No entanto, apesar de Miguel e Miorim (2008) considerarem a legitimidade desse argumento, discordam que esse deva ser considerado razão de impedimento de iniciativas pedagógicas que procuram vincular a História e a Educação Matemática, mas constitui-se incentivo a uma contínua investigação nesse sentido.

Nos argumentos defendidos por Grattann-Guinness (1973), citados por Miguel e Miorim, aqueles insistem em afirmar que a história no ensino da Matemática pode complicar o entendimento ao invés de facilitar, pois demanda muito tempo e esforço do aluno “tentando reconstruir um contexto que não lhe é familiar.” Em contrapartida, esse mesmo autor acrescenta que “o que se perde em

tempo e energia se ganha em significado, sentido e criatividade.” (MIGUEL; MIORIM, 2008, p. 64). Percebe-se, então, com essa análise, que há divergência de opiniões entre os autores. Não se tem a pretensão de colocar a História da Matemática como alternativa para o trabalho de todos os conteúdos matemáticos, mas imagina-se que seja útil se utilizada nos casos em que a contextualização torna-se uma tarefa difícil. Rever a história pode facilitar o entendimento do assunto trabalhado.

O simbolismo matemático, usado muitas vezes para economizar palavras da língua materna, deixa de ter sentido, pode confundir e causar grande incompreensão.

A polêmica quanto ao uso exagerado de símbolos provocou calorosos debates a partir do Movimento da Matemática Moderna.

Nessa perspectiva, Pinto (2008) faz, em um de seus trabalhos, relevantes considerações. Esse movimento atribuiu grande importância à teoria dos conjuntos que, carregada de símbolos e priorizando uma nova linguagem, se inseriu nas instituições escolares brasileiras, nas décadas de 1960 e 1970. A autora faz referência ao livro de Kline, intitulado *O fracasso da Matemática Moderna* que, no final dos anos 70, provocou grande repercussão no meio acadêmico por criticar o exagero do formalismo e do simbolismo utilizados na linguagem da Matemática Moderna.

Nos tempos atuais, ainda se observa que a linguagem matemática apresenta caracteres sobremaneira diferentes dos utilizados na língua materna. Isso pode causar confusão no entendimento do conteúdo matemático, fazendo com que o aluno tenha a impressão de estar em contato com um idioma diferente do seu, que não domina. O diálogo entre professor e aluno nessa situação se torna inviável. Há que se ter boa compreensão dos significados desses símbolos para que seja possível a “conversão” da língua materna para a linguagem matemática e vice-versa.

O ideal é que se promovam situações em sala de aula, no estudo de um conteúdo, em que os alunos consigam representar um mesmo objeto de estudo por meio de variadas formas de representação. Apesar de as pesquisas constatarem que existe grande dificuldade em passar de uma representação a outra, Damm (1999, p.136) afirma:

[...] o aluno [...] consegue fazer tratamentos em diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático, porém é incapaz de fazer as conversões necessárias para a apreensão desse objeto. Essa apreensão é significativa a partir do momento em que o aluno consegue representar tratamentos em diferentes registros de representação e ‘passar’ de um a outro o mais naturalmente possível.

A mesma autora se apropria do pensamento de Raymond Duval⁷, para justificar a razão da “necessidade da diversidade de registros para o funcionamento do pensamento humano”. Assim, ressalta, entre outros aspectos, a importância da economia de tratamento permitida pela troca de registros e as “limitações representativas específicas a cada registro com comparação entre diferentes modos de representação donde há necessidade de complementaridade de registros.” (DAMM, 1999, p.148 - 149).

A título de exemplo, vale ser usado o número racional, que pode ser escrito de diferentes formas:

$$0,5 = \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12} = 1:2 = (2)^{-1} = \sqrt{0,25} = \text{cinco décimos} =$$

Um meio = Três sextos = Seis doze avos = Um dividido por dois = Dois elevado a menos um = Raiz quadrada de vinte e cinco centésimos. etc.

Fonte: A autora

É importante, portanto, que o professor trabalhe com vários registros, sendo que cada um venha ter caráter parcial e especificação própria. Perceber essas características pode direcionar para a compreensão do objeto como um todo, desde que, de acordo com Duval (2004), o aluno seja capaz de fazer as devidas conversões.

Para o autor em questão, “a conversão é a transformação da representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada em um registro, em uma representação deste mesmo objeto, esta mesma situação ou da mesma informação em outro registro.” (DUVAL, 2004, trad. pela autora).

Outra dificuldade observada em sala de aula corresponde à falta de oportunidade de desenvolver o raciocínio e a criatividade. Há situações em que o

⁷ Autor da Teoria da Representação Semiótica.

assunto é trabalhado numa aula expositiva, na qual é apresentado um modelo, com o propósito de exemplificar, ilustrar ou servir de matriz, mas que deve servir de base para a realização de exercícios posteriores que exijam o mesmo tipo de raciocínio. Em outras ocasiões, o professor apresenta um exercício como exemplo e “cobra” dos alunos a resolução de outros com o mesmo enunciado, mas com valores diferentes. Nos dois casos, fica apenas estabelecido o automatismo, pois a prioridade centra-se na utilização da fórmula adequada para a solução da atividade proposta. Situações como essas impedem que os alunos sejam estimulados a encontrar diferentes estratégias de solução para o mesmo problema e, conseqüentemente, restringem ou limitam sua criatividade.

Para Pais (1999, p. 30):

É preciso sempre buscar problemas que permitam mais de uma solução, que valorizem a criatividade e admitam estratégias pessoais. Essa valorização didática do problema fundamenta-se na crença de que seja possível, mesmo através de uma modesta solução o aluno sentir uma verdadeira motivação pela busca do conhecimento.

Ao se trabalhar os conteúdos mecanicamente, estes são repassados de uma mesma forma a todos os alunos, como se todos aprendessem do mesmo jeito e ao mesmo tempo, desconsiderando os diferentes ritmos de aprendizagem. Não há, nesse caso, um direcionamento da aula que permita respeitar as dificuldades apresentadas por alguns de forma que sejam superadas, para que, a partir de então, possa haver condições de avanço. Nesses termos, como diz Pais (1999, p. 31), o compromisso do professor “está mais voltado para o texto do saber e para o cumprimento do programa do que para a aprendizagem em si.”

Essa situação é comumente vivida em âmbito escolar por não existir a preocupação de reorganizar os encaminhamentos metodológicos de ensino, para que seja possível a verificação dos conhecimentos que os alunos já possuem e que servirão de base para o objetivo proposto. Pais (1999) entende que é necessário se ater para a complexidade dos aspectos cognitivos, posto que são esses fundamentais para o processo de aprendizagem.

A experiência tem mostrado que o tempo de aprendizagem não é igual para todos os estudantes, *cada um tem seu tempo próprio*. De uma coisa os professores precisam ter clareza, o tempo dos estudantes não é o mesmo tempo da escola. Enquanto uns têm mais agilidade de raciocínio, possibilitando-lhes uma

aprendizagem mais rápida, outros precisam organizar suas ideias por meio de registros e esquemas que exigem um tempo maior. Essa diferença (entre o tempo do aluno e o tempo da escola) precisa ser respeitada. A esse respeito, o autor em pauta afirma o seguinte:

O tempo de aprendizagem é aquele que está mais vinculado com rupturas e conflitos do conhecimento, exigindo uma permanente reorganização de informações, e que caracteriza toda a complexidade do ato de aprender. É o tempo necessário para o aluno superar os bloqueios e atingir uma nova posição de equilíbrio. (PAIS, 1999, p. 31).

Nessa perspectiva, a intervenção do professor no processo de ensino-aprendizagem merece uma atenção especial. Quando o aluno apresenta dúvida sobre determinado assunto, é comum observar o professor como facilitador, aquele que direciona os passos a serem seguidos para o esclarecimento dessa dúvida ou que responde à questão levantada sem permitir que o aluno exercite o raciocínio para a compreensão do assunto referido. Em casos como esses, Silva (1999) afirma que o fato de o professor ceder ao que o aluno solicita informando com precisão o que deve ser feito coloca em risco as possibilidades de se constatar se houve ou não aprendizagem.

O esforço do aluno na busca de solução é uma manifestação de exercício de autonomia, que significa iniciativa e independência, e que traz grande benefício para o seu desenvolvimento intelectual. Não se trata, evidentemente, de abandonar o ato de ensinar, mas de oferecer meios que permitam a construção do conhecimento, instigando o raciocínio e propondo desafios que motivem o ato de aprender. O professor assume, assim, o papel de *mediador*.

Em contrapartida, esse é o momento em que o aluno age independentemente do professor, que, ao propor a solução de determinado problema, estimula o aluno a elaborar hipóteses, fazer conjecturas e utilizar estratégias próprias.

O sucesso do aluno no desempenho dessa atividade permite o reconhecimento de seu mérito, pois se refere ao resultado de sua dedicação quase exclusiva, uma vez que o professor limita-se a desafiar, instigar e motivar.

A solução de um problema é uma prática que provoca no estudante a necessidade de leitura atenta para que possa haver interpretação adequada, desenvolvimento do raciocínio na elaboração de hipóteses e adequação do(s)

conteúdo(s) matemático(s) a ser(em) utilizado(s), bem como o encaminhamento do processo de resolução para obtenção dos consequentes resultado(s) provenientes da(s) questão(ões) proposta(s).

Para que uma atividade como essa tenha êxito, é preciso primeiramente que o aluno se aproprie do problema como se ele fosse seu e considere-o um desafio a ser vencido. No entendimento de Freitas (1999), o processo de aprendizagem tem início no momento em que o aluno aceita participar do desafio intelectual que a resolução de problemas proporciona e obtém sucesso no seu empreendimento.

O professor expressa a característica de *facilitador*, quando direciona o caminho a ser seguido ou esclarece a dúvida sem instigar o aluno ao raciocínio, expressa também a característica de *incentivador* quando se presta a motivar o aluno a aprender. Sugere-se, no entanto, que o professor assuma uma postura de *mediador*, isto é, poste-se como aquele que dá oportunidades para a construção do raciocínio favorecendo o aluno para a superação de entraves especialmente cognitivos. Ele pode oferecer situações que incentivem o estudante a pensar e o estimulem a encarar circunstâncias que constituem desafios. Deve cuidar de oferecer informações aos alunos, de forma equilibrada, evitando ser restrito por oferecer informações insuficientes, que impediriam o desenvolvimento dos aspectos cognitivos necessários à solução do problema, ou fornecer informações demasiadas ou exageradas, que corresse o risco de adiantar o essencial do raciocínio, “dando a resposta ou seus elementos”, ao invés de auxiliar o aluno a conquistá-los. Nas palavras de Freitas (1999, p. 75):

Esboçam-se duas posições didáticas extremadas e igualmente ingênuas: numa delas o professor se ausenta do quadro pedagógico e deixa o aluno em busca de tentativas aleatórias, o que, certamente, descaracteriza a atividade escolar; na outra, o essencial do raciocínio é repassado precipitadamente ao aluno.

Busquei apresentar, de forma analítica, exemplos de problemas encontrados no ensino da Matemática. As considerações feitas têm o propósito de atenuar ou minimizar o risco de manutenção da ideia de que a Matemática é algo praticamente inatingível e que apenas a minoria se apropria de tais conhecimentos, tidos como incompreensíveis ou de difícil compreensão. Para Medeiros (década de 90), a manutenção dessa ideia implica em se admitir – e cultivar - alunos passivos que reproduzem a realidade de uma escola que “cobra” a falta de base que,

supostamente, eles apresentam. Sentindo-se culpados por não dominar o mínimo necessário, os alunos vão, geralmente, acumulando dúvidas e vendo novos conteúdos que se somam aos já vistos e não compreendidos. Essa sensação de impotência provoca inércia perante o não entendimento de conteúdos que se apresentam como “verdades inquestionáveis” de origem desconhecida.

Esta “falta de base” dos alunos, comumente alegada por muitos professores não significa necessariamente alguma limitação para compreender os conteúdos matemáticos, pode ser razão da dificuldade de comunicação que muitos professores das ciências exatas têm, para expressar, de forma adequada, a explicação do assunto trabalhado.

Oliveira (2006) comenta sobre o trabalho do matemático Don Cohen, autor de inúmeros livros, dentre os quais se destaca *Calculus By and For Young People*, no qual propõe ensinar cálculo diferencial e integral a crianças de 7 anos. Estas crianças têm apenas noções básicas de aritmética e álgebra, no entanto o propósito de Cohen tem resultados animadores. Oliveira (2006) reforça que “A filosofia adotada por Cohen é a de que os assuntos não são realmente difíceis; a linguagem escolhida é que não tem sido a melhor.”

Para que haja entendimento é fundamental também que ocorra o diálogo. O posicionamento unilateral do professor, ou seja, em que não se permite a participação do aluno, situação em que somente o professor domina a palavra, ditando regras e impossibilitando uma discussão a respeito do assunto em questão, gera um clima de coação. De acordo com Medeiro (década de 90), o diálogo é de extrema importância desde que sejam respeitados o pensamento e a palavra do aluno e do professor. É necessário que o aluno também possa se expressar, visto que pode pensar diferentemente do professor, ou seja, é natural que um objeto de estudo não seja apreendido imediatamente em sua plenitude, é preciso, portanto, que ambos estejam disponíveis ao diálogo.

A meu ver, torna-se imprescindível reforçar-se a necessidade e a importância de tais considerações serem analisadas, para que o professor assuma de fato o compromisso docente com o processo de ensino e de aprendizagem, questionando os procedimentos adotados com seus alunos e a sua classe, para que a aprendizagem se efetive de forma satisfatória.

Serão feitas, subseqüentemente, considerações em relação ao surgimento da Educação Matemática quando busco traçar uma breve trajetória dessa Educação.

Trajetoária da educação matemática

O lançamento do s t lite artificial Sputnik, que ocorreu na União Soviética no ano de 1957, teve forte repercussão na população dos Estados Unidos. De acordo com Rius (1989), tal acontecimento exerceu grande pressão para que o currículo escolar de Matemática se modificasse. Dessa forma, passou a ser possível e desejável uma proximidade maior dos conteúdos escolares com as pesquisas científicas, o que viria, supostamente, provocar contribuições relevantes para a sociedade.

Sendo assim, surgiu na década de 1960, o Movimento da Matemática Moderna – MMM. Este “movimento” tinha como objetivo principal, de acordo com Burak (2010, p. 2) “tentar transferir as ideias gerais e unificadoras da Matemática a níveis cada vez mais elementares”. Carregado de simbolismo e tendo como importância fundamental a teoria de conjuntos, os axiomas, as estruturas algébricas e a lógica, provocou grande confusão cognitiva e gerou grande dificuldade aos pais que assumiam tentativas de auxiliar seus filhos em suas tarefas escolares.

Burak (2010) afirma que esse descontentamento provocou duras críticas e no Brasil, o movimento começou a dar sinais de enfraquecimento. As críticas contidas na obra de Morris Kline - intitulada *O Fracasso da Matemática Moderna* e publicado no país poucos anos depois de sua publicação nos Estados Unidos - provocaram, tanto aqui como l , grande repercussão, contribuindo grandemente para o colapso desse movimento no fim da década de 1970. A contrapartida argumentativa para a derrocada do MMM foi o surgimento do **Movimento da Educação Matemática**, que teve como precursores entre outros: Courant (1934) Kline (1973)

Esses eminentes matemáticos tinham o compromisso e a preocupação com o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, assim como com seus aspectos filosóficos.

Pelo fato de alguns autores considerarem o Movimento da Matemática Moderna como um movimento de ‘Educação Matemática’, é importante ressaltar que

essa posição assume uma visão da Matemática relacionada com as Ciências Naturais, conforme mencionado antes, preocupado com as suas estruturas internas, como a lógica, a teoria dos conjuntos, a álgebra, os axiomas, entre outros. Além disso, outra visão dessa ciência contempla uma perspectiva das Ciências Humanas e Sociais.

É o que busco tratar na sequência.

A educação matemática: aspectos a serem considerados em relação à sua natureza e metodologia

A Educação Matemática é concebida de diferentes maneiras pelos profissionais da área de Matemática. Dentre eles, destacam-se: Wain (1978), Kilpatrick (1996), Rius (1989a, 1989b) e Fiorentini (2006). Defini-la seria, certamente, restringi-la. O que vale a pena fazer é abordar as considerações mais importantes sobre esse tema, tomando por base os pressupostos de autores consagrados.

Rius (1989a), em um de seus trabalhos, faz a análise comparativa das concepções de Freudenthal (1978) sobre a Educação Matemática com as de Wain (1978 e Higginson (1980). Segundo a autora, Freudenthal (1978) coloca-se contrário ao entendimento da Educação Matemática como uma ciência, denominando-a “Engenharia da Educação Matemática”. A autora alerta que não há “uma definição universal de ciência, nem tampouco existe acordo geral sobre como se produz o conhecimento científico, ou qualquer outro tipo de conhecimento.” (RIUS, 1989a, p. 29).

Antes de prosseguir com a comparação proposta por Rius, já referida, é importante analisar o entendimento de Kilpatrick (1996) sobre os critérios que poderiam definir a Educação Matemática como ciência. Para tanto, ele faz uma relação entre a apresentação de dois trabalhos, em eventos distintos, que trataram desses critérios⁸. Um dos trabalhos é de sua autoria juntamente com Sierpinska

⁸ Não serão analisados os critérios apresentados nesses trabalhos por não se tratar do enfoque desta pesquisa, apenas cada um deles será citado. Uma análise aprofundada a esse respeito pode ser obtida em “Fincando estacas: Uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico”, de autoria de Jeremy Kilpatrick (1996).

(1993), apresentado no evento “Critérios para a qualidade científica e relevância na didática da Matemática”, no ano de 1993, em Gilleleje, na Dinamarca. O outro foi apresentado em uma das sessões plenárias do encontro anual do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), no ano de 1994, sob o título “Normas emergentes para julgar a qualidade de relatos de pesquisa”, de autoria de Lester e Lambdin. O primeiro trabalho apresentou os critérios que se consideravam necessários para que fosse possível julgar a pesquisa em Educação Matemática, como Relevância, Validade, Objetividade, Originalidade, Rigor e Precisão, Prognóstico, Reprodutibilidade e Relacionamento. Já o segundo trabalho propôs os seguintes critérios: Vantagem, Coerência, Competência, Abertura, Ética, Credibilidade e Qualidades inatingíveis.

Kilpatrick (1996) admite a necessidade de revisão dos critérios colocados no trabalho de sua autoria e argumenta que, apesar dos termos de um trabalho não corresponderem aos de outro, existem conexões entre eles. Salienta também que qualquer lista dessas não tem caráter fixo nem definitivo e coloca com muita propriedade que tem a função principal de ensejar discussões e intercâmbios de ideias. Reforça que o exame desses critérios permite avaliar a qualidade da pesquisa em Educação Matemática e repensar o trabalho enquanto pesquisa científica.

Volta-se agora à comparação proposta por Rius (1989a). Essa autora coloca que a primeira consideração a se fazer sobre a Educação Matemática é que as primeiras discussões englobavam enfoques diversos com ênfase em alguns aspectos particulares quando se tratava da natureza de sua natureza. Mas, apesar dessas diferenças, Rius (1989a) apropria-se das ideias de Wain (1978), para ressaltar o ponto em que as opiniões coincidem, ou seja, “é uma atividade que se fundamenta em variadas áreas de estudo com o objetivo de analisar a comunicação na Matemática”. (RIUS, 1989a, p. 30).

Com o propósito de melhor entendimento, Rius (1989 a) coloca a visão de Higginson (1980) sobre essa disciplina, afirmando que esse autor está convencido de que não haverá grandes progressos quanto ao problema das dificuldades de aprendizagem de Matemática até que se tenha um reconhecimento amplo dos fundamentos das áreas que constituem a natureza da Educação Matemática. Há, em sua opinião, a ignorância dos principais aspectos de seus fundamentos. Para

ele, a Educação Matemática pode ser representada por um tetraedro denominado MAPS (Figura 1).

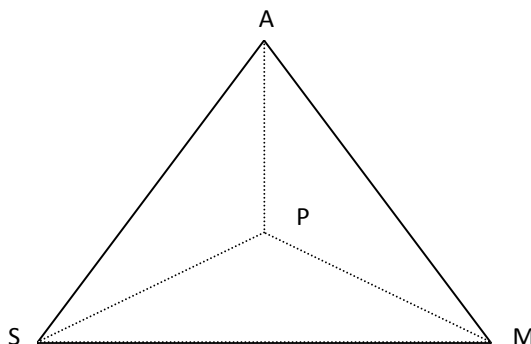


Figura 1 – Tetraedro de Higginson

Fonte: BURAK e KLÜBER (2010, p. 149).

De acordo com o modelo, M significa Matemática, É a representação para Filosofia, P corresponde à Psicologia e S à Sociologia. Cada face do tetraedro representa, pois, uma dessas disciplinas. Esse entendimento explicita o que Wain (1978) deixa implícito, ou seja, considera a Educação Matemática constituída pela relação que se estabelece entre a Matemática e os diversos aspectos teóricos da Educação.

Para Higginson (1980), citado por Rius (1989a, p. 35), não existe “uma Educação Matemática” que seja ideal para qualquer lugar nem para todas as pessoas que estão num mesmo lugar.

A respeito dos aspectos estruturais do modelo do tetraedro, Rius (1989a), embasada em Higginson, considera 14 elementos que correspondem às quatro faces anteriormente comentadas, sendo M, A, P e S, às seis arestas, ou seja, MA, MP, MS, AP, AS, PS, e aos quatro vértices, ou seja, MAP, MAS, MPS e APS. Segue afirmando que o trabalho acadêmico possui áreas específicas nas quais existem as interações das relações acima, como é o caso da aresta PS, que corresponde aos interesses comuns da Psicologia e da Sociologia. Faz referência também ao trabalho de Piaget ao analisar o vértice MAP, ponto de relação entre a Matemática, Filosofia e Psicologia.

Rius (1989a) aborda também a evolução da Educação Matemática afirmando que seu desenvolvimento é um processo dinâmico e não estático. Esclarece que, em cada ocasião, houve discussão de seus fundamentos, o que

trouxе contribuições para as preocupações específicas daquele momento. Faz um breve histórico sobre a disciplina, referindo-se ao ano de 1913, ocasião em que foi publicado o livro *Ensayos sobre Educación Matemática*, de Carson, que priorizava a seleção dos conteúdos matemáticos, assim como as diferenças na apresentação dos tópicos e métodos de ensino, sem qualquer menção à Filosofia, Psicologia e Sociologia. Já, em 1970, na Inglaterra, houve a criação de uma licenciatura em Educação com especialização em Matemática. Possuía em seu programa uma disciplina denominada Educação Matemática, preocupada com as experiências de ensino-aprendizagem da Matemática em sala de aula, relacionadas às diversas áreas da Psicologia e da Filosofia, assim como com alguns aspectos naturais e com a História da Matemática. Nesse momento, a Sociologia não foi considerada.

A autora referida, alerta, ainda, para a possibilidade apontada pelo próprio Higginson sobre o modelo do tetraedro, cuja interpretação pode se tornar obsoleta algum dia, pela dinâmica da própria História da Educação Matemática. No entanto, reconhece que, no decorrer do desenvolvimento da Educação Matemática, os estudiosos de Matemática deram ênfase aos distintos aspectos dessa disciplina e que o modelo do tetraedro é útil para localizar essas contribuições. Segue afirmando que a concepção da Educação Matemática como ciência provém de argumentos do ponto de vista psicológico. Concepção contrária ao entendimento de Freudenthal (1978), citado por Rius (1989a, p. 36) que, no livro *Weeding and Sowing*, refere-se à Psicologia na Educação Matemática “como ‘infecções pseudocientíficas’ que são tão daninhas como ‘um tumor cancerígeno numa ciência séria.’”

De acordo com as crescentes discussões relacionadas à Educação Matemática, percebe-se a influência e incorporação de outras áreas do conhecimento a esse estudo, provocando mudanças sobre suas concepções. São cada vez mais perceptíveis os efeitos que a Antropologia, a Epistemologia, a História da Matemática e outras áreas exercem sobre a Educação Matemática, o que reforça a observação exposta no parágrafo anterior sobre a obsolescência da representação geométrica de Higginson na forma de tetraedro.

Para Burak e Klüber (2010, p. 151), o modelo de Higginson “apresenta certa fragilidade” que pode causar “esvaziamento” da Educação Matemática. É possível que haja uma interação limitada das áreas representadas por suas partes, como, por exemplo: a Psicologia e a Sociologia. Sob esse enfoque, o papel da Matemática pode ficar minimizado ou até mesmo ser desconsiderado. A relação da Psicologia

com a Sociologia nessa perspectiva faz sentido somente se puder interagir com a Matemática, estabelecendo uma relação de reciprocidade.

Portanto, esses autores propõem outros modelos geométricos para representar a Educação Matemática, capazes de fazer as incorporações de mais áreas do conhecimento, conforme a necessidade de cada momento, obedecendo ao avanço significativo que as discussões sobre o tema proporcionam e reafirmando a característica dinâmica desse processo, também defendida por outros autores. Sugerem, então, uma representação piramidal, na qual a Matemática ocuparia o vértice e a base seria representada pelas outras áreas com as formas pentagonal, hexagonal, heptagonal, e, assim, sucessivamente, aumentando de acordo com as áreas que serão incorporadas.

E vão além, interpretando e sugerindo que a Educação Matemática seja entendida de acordo com um modelo em que a Educação seja considerada a substantivação e a Matemática a adjetivação, que dê qualidade à Educação. Esse modelo vem superar o geométrico proposto pelo tetraedro ou pela pirâmide e demonstra que a Educação Matemática deve refletir uma visão da Matemática como um de seus componentes e não como 'componente único e privilegiado' sem que se o desconsidere em qualquer momento. (BURAK; KLÜBER, 2010, p. 151). A Matemática, assim como o seu ensino e sua aprendizagem, é tratada nesse novo modelo em um contexto que permite interações variadas com as outras áreas do conhecimento que constituem essa ciência, favorecendo relações de reciprocidade. (BURAK; KLÜBER, 2010).

O modelo referido é também fruto de reflexões e entendimentos do momento presente e é representado na forma apresentada a seguir (FIGURA 2):

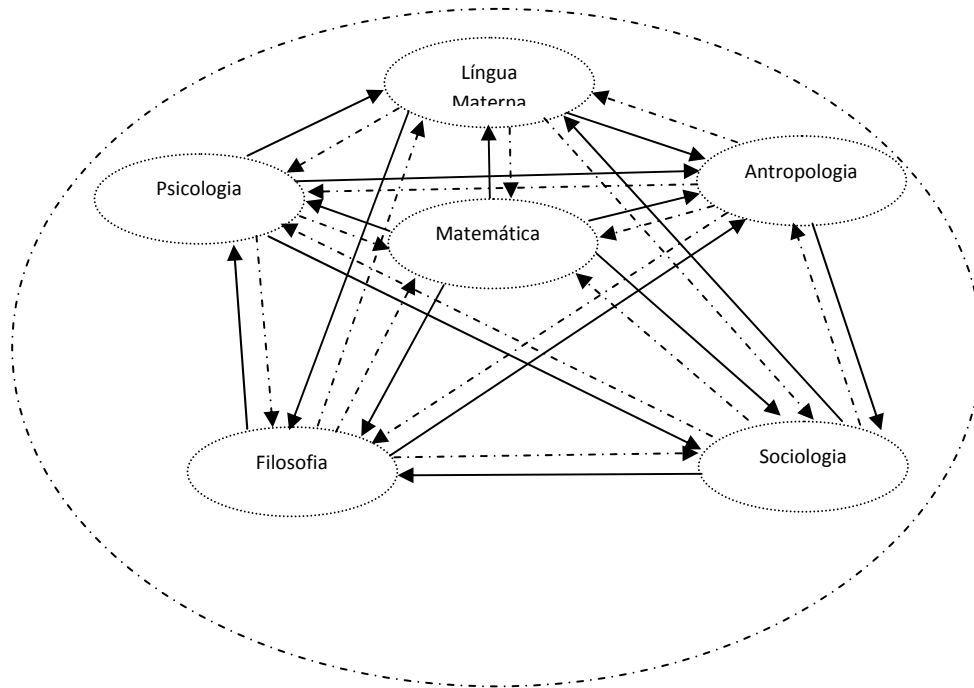


Figura 2 – Educação Matemática
 Fonte: BURAK; KLÜBER, (2010, p. 152)

Observa-se nessa representação o caráter marcante da interação entre as diversas áreas do conhecimento e a Matemática que faz parte desse processo em todo momento e assume o papel de parte do todo, como um componente importante a ser considerado, mas não como componente exclusivo e privilegiado.

A questão da metodologia de ensino nas visões da educação matemática

Na segunda parte de seu trabalho, Rius (1989b) faz uma abordagem geral sobre o positivismo, enfatizando que, de acordo com Comte, existia uma hierarquização das ciências, na qual a Matemática ocupava a posição mais alta, enquanto que a Sociologia estava na posição mais baixa. As disciplinas sociais para Comte (1844) tinham as ciências naturais como modelo. Seus pesquisadores precisavam primeiramente conhecer as ciências naturais, para que pudessem ter um aprofundamento maior das ciências sociais. Na teoria de Comte, havia uma universalização do método científico, mesmo que fossem diversos os objetos de estudo. Coloca também que a ciência não deveria ser entendida como uma possibilidade de conhecimento, no entanto, o conhecimento seria a identificação da ciência.

A seguir, Rius (1989b) evidencia o contraste entre Racionalismo Crítico e Teoria Crítica. Coloca, principalmente, que, para os defensores do racionalismo

crítico, existe apenas um método científico, que é comum tanto às ciências naturais como às sociais, e dois tipos de problema, ou seja: 1) os que provocam a investigação, e 2) os que surgem no decorrer da investigação.

Já os defensores da Teoria Crítica defendem que o método está relacionado ao objeto, sendo que cada objeto necessita de uma metodologia específica, e alegam ainda que se deva referir a Ciências, no plural, pois “o objeto das ciências naturais e o das ciências sociais possuem naturezas muito diferentes, não sendo possível considerar estas disciplinas distintas como um único corpo de conhecimento” (RIUS, 1989b, p.31).

Como comentado anteriormente, as ciências sociais precisaram se adequar às metodologias das ciências naturais para conseguir a cientificidade.

Também sob o aspecto da pesquisa educacional há dicotomia, provocada pela questão do método, entre a perspectiva quantitativa e a qualitativa. O enfoque quantitativo “considera ser apenas um o método científico, sendo necessária a sua implementação para que a pesquisa seja reconhecida cientificamente” (RIUS, 1989b, p. 34).

Já a pesquisa com enfoque qualitativo tem característica subjetiva e considera que o método de investigação deva adequar-se ao objeto de estudo. Tais métodos são heranças de investigações desenvolvidas pelos antropólogos. (RIUS, 1989b).

Para Kilpatrick (1996), a Educação Matemática em sua maioria deixa de “imitar a ciência natural” e usa, com uma frequência cada vez maior, os métodos das ciências sociais. Entende que os educadores matemáticos devam adotar abordagens diferentes para o estudo do processo de ensino e aprendizagem. Todos os métodos, paradigmas e epistemologias são parciais e provisórios. Apenas um deles não dá conta da diversidade de questões “do interesse dos educadores matemáticos.” É provável que um pesquisador adote um método único para sua investigação, mas o campo necessita de métodos variados.

É importante destacar aqui que os matemáticos e os educadores matemáticos têm enfoques diferenciados para a pesquisa científica. O foco da investigação em Matemática está nas abstrações, deduções e generalizações, voltado às Ciências Naturais. Já, na Educação Matemática, os pesquisadores “não provam teoremas”, utilizam-se de outras áreas de conhecimento relacionadas às Ciências Sociais (KILPATRIK, 1996) para compreender como se dá o envolvimento

do sujeito com o objeto de estudo que corresponde ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

A Educação Matemática, segundo o autor, tem dois enfoques, a profissionalização e a cientificidade. Os primeiros educadores matemáticos eram matemáticos preocupados com a forma que os conteúdos dessa disciplina eram ensinados. Ocasionalmente faziam pesquisa, pois se dedicavam a ensinar e escrever sobre os métodos mais adequados de ensinar tais conteúdos. Por outro lado, os licenciandos envolvidos com sua preparação para o ensino dedicaram-se a conhecer como se dá o processo de aprendizagem e exploraram a Psicologia, que, juntamente com a Matemática, foi a disciplina precursora da Educação Matemática, e, aos poucos, outras áreas de conhecimento passaram a compor esse campo educacional.

Para esse autor, ainda na perspectiva considerada:

Existe uma interconexão necessária entre os dois aspectos da Educação Matemática: O lado científico não pode se desenvolver muito além, a menos que ele seja, de alguma forma, aplicado à prática profissional, e o desenvolvimento requer o conhecimento especializado, que somente a investigação científica pode oferecer. (KILPATRICK, 1996).

Esses enfoques diferenciados na pesquisa do matemático e do educador matemático, comentados anteriormente, geram conflitos entre esses profissionais. Considerando que o último surgiu e se desenvolveu a partir do primeiro, Kilpatrick (1996) dá três sugestões para que haja um fortalecimento nesse campo. A primeira, é que esses profissionais devam ter um vínculo forte entre eles, num clima de respeito e confiança, para que juntos possam contribuir com as pesquisas. A segunda, é que a pesquisa esteja o mais próximo possível da prática docente e que haja um incentivo cada vez maior para o professor atuar como pesquisador. E a terceira, é que a pesquisa em Educação Matemática se desenvolva dentro da faculdade de Educação e não na de Matemática, visto que dentro da faculdade de Educação há mais chances de progresso, pois ela se adequa melhor às Ciências Sociais do que às Ciências Naturais.

Os desentendimentos provenientes de discussões entre esses profissionais indicam que o caminho a percorrer é árduo, para que se possa conquistar a colaboração de ambos, num trabalho conjunto para o aprimoramento das pesquisas. Um pouco de boa vontade das partes envolvidas pode ser o começo de uma relação

harmoniosa, que trará benefícios tanto para a Matemática como para a Educação Matemática.

A educação matemática no contexto do ensino da matemática

A Educação Matemática na perspectiva das Ciências Sociais procura romper com o cenário da Matemática, tida quase como inatingível, e tem como colaboradores professores empenhados em estudos e pesquisas que contribuem para acabar com essa maneira distorcida de enxergar a disciplina. Isso desperta o espírito crítico, necessário para questionamentos importantes que buscam esclarecer as dúvidas existentes e torná-la acessível.

A Educação Matemática não é evidentemente a única responsável por romper com esse cenário, é mais do que isso. É importante analisar o que Miguel e Miorim (2008, p. 152) afirmam:

[...] seria necessário que evitássemos a reprodução pura e simples de propostas e práticas sem a necessária e devida reflexão e distanciamento crítico em relação a elas, quer procedam de autores de livros didáticos, de políticas públicas relativas à educação matemática, de pesquisadores em educação matemática e em história da matemática, quer procedam de outras fontes. É claro que é indispensável conhecer, respeitar e debater tais propostas. Mas isso não dispensa a realização de um esforço pessoal e adicional do próprio professor no sentido de transformá-las ou mesmo de produzir novas propostas personalizadas tendo em vista a natureza, as condições e os próprios singulares da instituição escolar em cada situação concreta.

Para que a Educação Matemática produza contribuições relevantes, é preciso que tanto o estudante como o ensino e a aprendizagem sejam considerados em um contexto mais amplo.

No próximo capítulo, será abordada a teoria ausubeliana, que, no âmbito da Educação Matemática assumida, constitui a componente da Psicologia, em uma perspectiva das teorias cognitivistas.

CAPITULO II – ASPECTOS FUNDAMENTAIS DA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Para se viver em sociedade, podem-se considerar duas formas de atuação, a primeira consiste em atuar em conformidade com interesses pessoais, desde que sejam respeitadas as normas vigentes e o direito do próximo, exercendo dessa forma, a autonomia. A segunda forma consiste em apenas acatar as determinações que são colocadas de cima para baixo, sem qualquer questionamento, estabelecendo-se assim passividade e submissão.

Na segunda opção, o indivíduo é levado a aceitar as determinações sem argumentar, por razões da necessidade que exige tal postura ou pelo comodismo de executar o que foi ordenado e que está habituado a fazer, talvez por considerar tais ordens como verdadeiras ou, ainda, por simplesmente preferir a “neutralidade”, como suposta forma de eximir-se da responsabilidade. Tais posicionamentos são característicos do dever, em detrimento do desejo de atuar com outra perspectiva, por ter um entendimento diferente do que foi imposto. (MOREIRA; MASINI, 2006).

A tomada de consciência da importância de sua existência enquanto sujeito ativo e participante pode fazer com que o indivíduo perceba o valor da sua própria compreensão e elaboração de ideias, que darão verdadeiro significado às suas ações.

Essas ações são provenientes das intenções do sujeito com o objeto analisado, da interação desse objeto com os conhecimentos que o sujeito já possui e das modificações causadas por essa interação, promovendo a aprendizagem que atribui significados à realidade. Ou seja, são provenientes do processo de aprendizagem e, para tanto, há que se considerar a importância do embasamento metodológico de ensino numa teoria que priorize a real efetivação desse processo.

Nessa perspectiva, o professor deve conseguir criar ou selecionar os métodos mais adequados, que respeitem os aspectos cognitivos e socioafetivos dos alunos, derivados de, ou adaptados a partir de uma teoria de aprendizagem eficaz.

Como a teoria em que este trabalho de pesquisa foi fundamentado traz, em suas concepções, termos de difícil compreensão, usei como suporte teórico as

proposições analítica de Aragão⁹ (1976, p. 6), que tem como objetivo a explicitação dos princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa e como metodologia a “análise de conceitos e enunciados para esclarecer relações de fundamentação e derivação uns dos outros.”

Primeiramente, é necessário definir o que constituem esses *princípios*, de acordo com Aragão (1976) para quem os *princípios fundamentais correspondem às proposições gerais que representam o conjunto de axiomas da teoria*.

Para o desenvolvimento deste trabalho, foram levados em consideração os princípios de *subsunção*, de *diferenciação progressiva* e de *reconciliação integrativa*, a partir da consideração, da compreensão e do uso de *organizadores prévios*.

Foi necessário, então, explicitar algumas das concepções importantes dessa teoria, ou seja, aquelas que se relacionam com e integram os princípios fundamentais que nortearam este trabalho de pesquisa.

Antes de abordar especificamente aspectos relevantes da Aprendizagem Significativa, parece interessante considerar o entendimento que Aragão (1976, p. 22) tem de **significado**, a partir da definição da própria autora, que assim explicita:

...É o produto do processo de aprendizagem significativa e diz respeito ao conteúdo cognitivo diferenciado evocado no aluno por determinados símbolos, depois de estes terem sido aprendidos significativamente.

Na esteira da explicitação, a referida autora ressalta que a Aprendizagem Significativa é um processo que tem início quando uma expressão simbólica *potencialmente significativa* é apresentada ao aluno. Isto significa que há potencial, possibilidade de significação pelo aluno, mas não possui ainda *significado real* para ele. Tal expressão – que é o conteúdo ou conhecimento a ser aprendido - interage com as ideias¹⁰ relevantes já existentes na estrutura cognitiva do aluno, na sua organização de conhecimento, e, ao final do processo, “surge o *produto da interação* que constitui o *significado* da expressão simbólica aprendida.” (ARAGÃO, 1976, p. 22).

⁹ Tese de doutoramento da Prof.^a Dr.^a Rosália Maria Ribeiro de Aragão apresentada à Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP – Campinas, SP, em 1976, para fazer jus ao título de Doutor em Ciências Sociais – Educação.

¹⁰ O termo ideia será usado neste trabalho como sinônimo de conceito. Isso se justifica porque o autor da Teoria da Aprendizagem Significativa tem esse entendimento.

O *significado real* então emerge dessa interação e passa a ser um novo conteúdo cognitivo diferenciado e *idiossincrático*. (ARAGÃO, 1976, p. 24). O produto da aprendizagem significativa é um significado idiossincrático porque é próprio, particular, daquele sujeito que aprende e é fruto da sua história e da sua experiência de viver no mundo.

Antes de prosseguir sobre a aprendizagem significativa, é necessário fazer a diferenciação entre significado, significante e significação.

Para falar sobre estes termos é importante ter um entendimento dos três tipos básicos de aprendizagem significativa, que, de acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980) correspondem a: aprendizagem representacional, aprendizagem de conceitos e aprendizagem proposicional.

Para estes autores, a aprendizagem representacional consiste no significado de palavras ou símbolos unitários, ou seja, no entendimento do que eles representam. A aprendizagem proposicional refere-se ao significado de idéias que são expressas por um conjunto de palavras que formam uma proposição ou sentença. Na aprendizagem de conceitos acontece a 1) formação de conceitos em crianças de idade pré-escolar e a 2) assimilação de conceitos em crianças em idade escolar e adultos.

Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 47):

Na formação de conceito, os atributos essenciais do conceito são adquiridos por meio de experiência direta e através de estágios sucessivos de formulação de hipóteses, teste ou generalização. Desta forma as crianças aprendem o conceito de “cachorro” por meio de encontros sucessivos com cachorros, gatos, vacas e assim por diante, até que possam generalizar os atributos essenciais que constituem o conceito cultural de “cachorro”.

Os mesmo autores afirmam que os conceitos desvinculam o pensamento, a comunicação e a aprendizagem do mundo físico. Permitem a obtenção de ideias abstratas na falta de experiências empírico-concreta. Idéias que podem ser utilizadas tanto para categorizar novas situações mediante os sinais das já existentes, como para servir como ponto de partida para assimilação e descoberta de novos conhecimentos.

Aprender o significado do significante consiste em saber qual é o conceito que o significante representa.

Para Saussure, em Silva (2011), na linguagem, o significante corresponde a uma imagem gráfica ou acústica do conceito, sua forma, letras e fonemas. O significado é um conceito que o significante expressa e a significação é um processo de união do significante com o significado.

Para Burak e Brandt (2010), existem relações estabelecidas entre os objetos e seus registros de representação na dimensão lingüística que se encarrega de analisar a relação destas representações com suas funções de expressão, tratamento e objetivação. Quanto à função de expressão, é importante colocar que entre os vários significantes de um determinado significado, há uma significação do sujeito sobre um conceito, usando como referência um objeto matemático.

Estes autores se apóiam na teoria da representação semiótica de Raymond Duval e utilizam a figura abaixo para exemplificar esta relação.

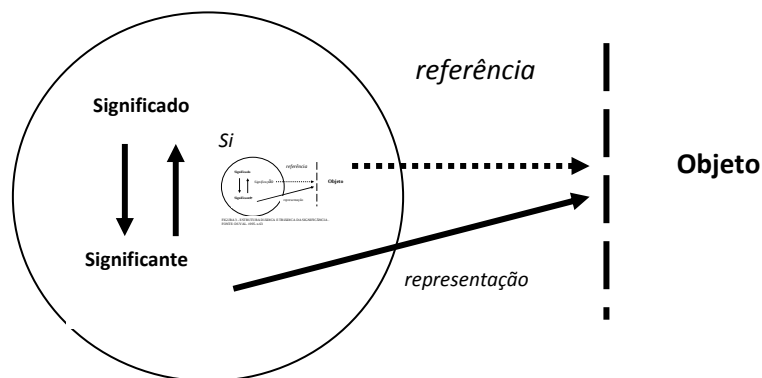


Figura 3 - Estrutura didática e triádica da significância
Fonte: DUVAL, 1995, p.63

Na perspectiva teórica, a aprendizagem significativa é definida por Ausubel, Novak e Hanesian (1980) como a aprendizagem que ocorre quando ideias novas se relacionam *de forma não arbitrária e substantiva* a informações anteriormente adquiridas pelo indivíduo. Isso quer dizer que a interação das ideias novas com os aspectos relevantes do conhecimento e das informações que já existem na estrutura cognitiva do indivíduo, se dá sem qualquer imposição (sem arbitrariedade) e em termos substantivos, de substância mesmo das idéias enfocadas. Não é uma relação que se dá aleatória ou casualmente com um conhecimento qualquer que ele possui e nem sabe o que significa.

Ao abordar o significado das expressões *não arbitrária* e *substantiva*, Aragão (1976) confessa ter encontrado dificuldades para definir a '*não arbitrariedade*', mas apresenta como sinônimos os termos e expressões: *não aleatório*, *não casual* e *plausível*. A mesma autora, quando se refere à natureza *substantiva* da relação de ideias para gerar aprendizagem significativa, assinala que "muito mais pode ser aprendido e retido pelo aluno se lhe é solicitado apenas assimilar a substância das ideias, ao invés das palavras que são usadas para expressá-las." (ARAGÃO, 1976, p. 27).

A experiência de Novak (1981) como aluno e professor na área de Ciências permitiu que buscasse esclarecer suas dúvidas quanto à falta de compreensão dos alunos e ineficiência das escolas no ato de ensinar. Seus estudos e pesquisas permitiram encontrar na teoria ausubeliana algumas implicações que pudessem contribuir para a melhoria dos programas escolares. Apropria-se então das ideias de Ausubel – especialmente das *idéias subsunçoras* ou *idéias-âncoras de novas ideias* - para pôr em destaque os conhecimentos relevantes e passíveis de facilitação na organização do conteúdo de ensino, de forma a gerar aprendizagem significativa. Em função disso, Novak (1970) criou os denominados **mapas conceituais**, que são organizações hierárquicas de conhecimento fundadas em princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa.

Aragão (1976) explicita que a subsunção é um processo pelo qual um material potencialmente significativo é incluído na estrutura cognitiva do indivíduo, quando interage com elementos relevantes e mais inclusivos – com possibilidade de fornecer ancoragem ideacional – já existentes e estabelecidos nessa estrutura cognitiva.

Ao termo *inclusividade*, essa autora atribui as seguintes acepções: inseribilidade (possibilidade de inserção), abrangência (possibilidade de contemplar ideias várias), amplitude de compreensão e implicabilidade, quer dizer, possibilidade de ser ou estar subentendido.

Pode-se exemplificar o princípio de subsunção da teoria com a adição e subtração de frações. Tais operações poderão ser compreendidas significativamente após um claro esclarecimento de frações equivalentes, que teriam a função de subsunçores.

No entendimento de Ausubel, Novak e Hanesian (1980), o processo pelo qual se dá a aprendizagem significativa proporciona uma mudança na nova

informação, assim como no aspecto relevante da estrutura cognitiva com o qual a nova informação interagiu.

Novak (1981) afirma que a informação aprendida significativamente fica geralmente retida por mais tempo do que a que foi aprendida mecanicamente, no entanto, pode ser “esquecida” com o passar do tempo, dadas novas e outras interações e inclusões que são feitas em função da dinâmica cognitiva da aprendizagem. Para tanto, apoia-se em Ausubel, que define tal ocorrência como *subsunção obliteradora*. Isso acontece devido ao fato de o subsunçor sofrer modificações na interação com a nova informação, não sendo mais possível sua rememoração, por ter sido também subsumido (incluído pela relação).

Aragão (1976, p.34) entende que a *fase obliterativa* acontece quando as novas ideias tornam-se espontâneas e progressivamente menos dissociáveis¹¹ das ideias subsunçoras até que não estão mais disponíveis, isto é, são “esquecidas”.

Pode acontecer, no entanto, de acordo com Novak (1981), de o indivíduo relacionar a nova informação a conceitos com pouca relevância na sua estrutura de conhecimento ou até mesmo não fazer essa relação. Assim, haverá a predominância da aprendizagem mecânica, memorativa, pois a nova informação será armazenada de forma arbitrária (aleatória, casual e não plausível) em sua estrutura cognitiva. Esse tipo de aprendizagem torna-se necessário nas ocasiões em que a nova informação corresponde a uma área de conhecimento totalmente estranha ao que o indivíduo já conhece. Nesse caso, conceitos relevantes parecem ser tênues ou mesmo inexistentes para fornecer a ancoragem (subsunção) necessária.

O referido autor considera, ainda, a ausência de tais conceitos em crianças pequenas, que vão caracterizando-os por meio da formação de conceitos que se dá pela aprendizagem por descoberta, mediante constantes contatos com os objetos à sua volta. Ao atingir a idade escolar, ou até antes disso, as crianças que já adquiriram por interação uma quantidade considerável de conceitos, podem envolver-se com a aprendizagem receptiva significativa, quando se apresentam conceitos para deliberadamente serem aprendidos.

¹¹ O termo dissociar é definido como separar (o que estava associado) e desagregar. As definições foram encontradas em Ferreira (2004).

A aprendizagem por descoberta, anteriormente referida, acontece quando o conteúdo a ser aprendido (internalizado) é espontaneamente selecionado e adquirido pelo aprendiz. (NOVAK, 1981, p. 80).

Para Ausubel (1968), não existe dicotomia entre aprendizagem significativa e aprendizagem mecânica, pois, como afirma Novak (1981), estas categorias de aprendizagem fazem parte de um mesmo **continuum**. Isso se justifica por se considerar que não existe aprendizagem escolar exclusivamente mecânica, mas que a aprendizagem apresenta graus de significação diferentes, para menos e para mais no *continuum* referido. Claro está que todo o esforço das ações pedagógicas e científicas no âmbito da escola se direciona para a aprendizagem o mais significativa possível, pois, assim, se busca assegurar a compreensão do aluno. Ausubel alerta também para o fato de a informação ser aprendida mecânica ou significativamente estar relacionado mais especificamente à disposição do indivíduo em aprender do que ao material de aprendizagem, ou seja, mesmo que o material seja potencialmente significativo, se o indivíduo não estiver disposto a aprender, poderá haver somente aprendizagem mecânica (memorativa, “decoreba”) e não significativa.

Novak (1981) assume a proposição de Ausubel no sentido da utilização de *organizadores prévios* para deflagrar o processo de significação na aprendizagem. Estes organizadores consistem em atividades com a função de mobilizar o conhecimento prévio dos alunos, aquilo que ele já sabe por viver no mundo, de forma tal que essas idéias possam servir de ancoradouros na estrutura cognitiva do aprendiz para assegurar a inclusão do conhecimento subsequente. Isto significa que se pode provocar a disponibilidade de idéias ou de informações que servirão de subsunçores na aquisição de novos conceitos, novo conhecimento por parte do aluno.

Aragão (1976, p. 44) explicita que a função dos organizadores é a seguinte:

... Fornecer auxílio ideacional ... para a incorporação estável e a retenção de ideias mais detalhadas e diferenciadas a serem aprendidas, assim como aumentar a discriminabilidade de ideias similares na estrutura cognitiva.

O termo *discriminabilidade*, utilizado na citação de Aragão (1976, p. 58), expressa, no seu modo de ver e na maioria das vezes, as acepções de ‘possibilidade de distinção e exclusão’.

Segundo a autora, o organizador é geralmente utilizado *antes do material a ser aprendido* e precisa ter propriedades explicativas e de integração às ideias do assunto que será trabalhado.

Afirma ainda que é crucial que se tenha disponíveis na estrutura cognitiva idéias subsunçoras capazes de fornecer ancoragem para que sejam adquiridos novos significados, isto é, para que se aprendam novos conhecimentos. Esse princípio tem grande relevância pelas suas implicações no ensino. O professor deve estar atento à necessidade de utilização de organizadores prévios na sua prática pedagógica “que possibilitem a emergência de significados precisos e de maior durabilidade, ao invés de confiar na disponibilidade espontânea de subsunçores.” (ARAGÃO, 1976, p. 75).

Uma aplicação desse recurso pode ser exemplificada com a utilização do ábaco como organizador prévio para trabalhar a adição e subtração de números naturais.

Faz-se essa sugestão porque o algoritmo da adição e subtração, muitas vezes, é feito de forma mecânica, sem que haja verdadeiro entendimento do processo. Ao trabalhar essas operações no ábaco de hastes verticais, onde se inserem as argolas que compõem as parcelas, no caso da adição, o “vai um” pode ganhar significado ao fazer a transformação de dez unidades em uma dezena, ou seja, dez argolinhas na ordem das unidades são substituídas por uma na ordem das dezenas. Quanto à subtração, ao ser trabalhada com o auxílio do mesmo ábaco, o “empresta um” pode ser mais bem compreendido quando uma dezena é transformada em dez unidades, ou seja, uma argolinha da ordem das dezenas é substituída por dez na ordem das unidades. Existe a possibilidade deste recurso promover uma visualização clara das operações, o que pode facilitar a compreensão do “vai um” e do “empresta um” de seus algoritmos, tendo em vista que o aluno que aprende tal conteúdo encontra-se no estágio concreto operacional e necessita de experiências empírico-concretas.

Além disso, Novak (1981) afirma que o organizador prévio pode ter a função de *ponte cognitiva*, quando os conceitos relevantes estão disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo, servindo então para ligar tais conceitos ao novo material a ser aprendido.

Para Novak (1981), outra concepção importante da Teoria da Aprendizagem Significativa é o que se refere à forma profícua de desenvolvimento dos conceitos.

Essa ocorre quando os conceitos mais gerais e mais inclusivos são introduzidos antes dos mais específicos ou subordinados, permitindo que ocorra a diferenciação progressiva.

Aragão (1976, p. 13) afirma:

O principal aspecto de organização da estrutura cognitiva é, pois, o da *diferenciação progressiva* de sistema de traços de uma dada esfera de conhecimento de um determinado *campo cognitivo*, isto é, a diferenciação feita a partir de regiões de maior para menor inclusividade, cada uma ligada a outra, na hierarquia estabelecida no constructo da estrutura cognitiva por um processo de *subsunção*.

Ausubel, Novak, Hanesian (1980) ressaltam que é adequado que a apresentação dos assuntos se dê nessa ordem, pois é mais fácil a compreensão dos aspectos diferenciados a partir de um todo já aprendido, do que chegar ao todo a partir de suas partes diferenciadas e anteriormente aprendidas. Além de existir uma organização na mente do indivíduo dos conteúdos de uma disciplina, formando uma estrutura hierárquica, em que as ideias mais inclusivas ocupam um lugar superior nessa estrutura, abrangendo os aspectos progressivamente menos inclusivos e mais diferenciados que correspondem a certas proposições e conceitos. Esses últimos, por sua vez, serão aprendidos e retidos com maior eficiência, quando as ideias mais inclusivas encontram-se disponíveis na estrutura de conhecimento, assumindo a função de subordinadores.

O termo *subordinação* para Aragón (1976, p. 92) é relativo à ação de subordinar, quer dizer, “se proceder à inclusão no nível do subsunção”.

Na Geometria, podem-se trabalhar os quadriláteros considerando as concepções anteriores. Inicialmente, caracterizam-se esses polígonos de maneira geral, em seguida, por meio de cada exemplo de quadrilátero sugerido pelos alunos, procura-se estabelecer relações que atendam às características gerais e inclusivas. Observam-se, então, as específicas e as menos inclusivas, que, na sequência, serão comparadas com as de outros quadriláteros até que sejam formados os subgrupos. Cada um com suas especificidades, ou seja, os paralelogramos, os trapézios e os trapezoides, que Burak (1992) fez com muita propriedade, ao propor o trabalho dos quadriláteros por meio da Modelagem Matemática, a partir da planta baixa de uma casa.

A *reconciliação integrativa*, na explicitação de Novak (1981), consiste em fazer o “caminho de volta”, por meio de exemplos, relacionando o subordinado ao geral, ao mais inclusivo para possibilitar integração de ideias.

Aproveitando o assunto comentado anteriormente, pode-se, a partir de cada subgrupo, ou seja, paralelogramos, trapézios e trapezóides, voltar ao conceito mais inclusivo e geral que são os quadriláteros, para observar que as figuras pertencentes aos subgrupos atendem as características dos quadriláteros, estabelecendo, assim, a reconciliação integrativa, também discutida por Burak (1992).

Para Aragão (1976), os princípios da *diferenciação progressiva* e da *reconciliação integrativa* são facilitadores da aprendizagem significativa, portanto, são considerados *princípios metodológicos*. Por meio deles, a ação educativa é fundamentada de forma que o aluno adquira uma apropriada estrutura cognitiva além de proporcionar a base adequada para que os aspectos relevantes dessa sua estrutura sejam fortalecidos.

Ainda na Geometria, pode-se considerar o estudo dos triângulos. Primeiramente, são abordados seus elementos principais de forma geral e inclusiva, ou seja, vértices, lados e ângulos. Na sequência, são classificados de acordo com as medidas de seus lados, equilátero, isósceles e escaleno, como também de acordo com as medidas de seus ângulos, acutângulo, retângulo e obtusângulo, diferenciando-os progressivamente. Em função da dinâmica do ir-e-vir da diferenciação progressiva para a reconciliação integrativa e reciprocamente, é possível observar que os triângulos possuem similaridades de acordo com suas características gerais e particularidades de acordo com suas características específicas, ou seja, levando em conta os atributos que propicia sua classificação, o que permite o estabelecimento de suas semelhanças e diferenças.

Quanto à soma dos ângulos internos dos triângulos que corresponde a 180° , é conveniente utilizar como organizador prévio a construção de um triângulo qualquer, o qual deve ser dividido em três partes, cada uma com um vértice, e serem recortadas para que se obtenham três peças, que devem ser unidas por esses vértices. Observa-se, então, por meio dessa montagem, que a soma dos ângulos internos é realmente 180° .

É importante observar que a função da reconciliação integrativa é acima de tudo permitir a exploração explícita das relações existentes entre as ideias, assinalando as semelhanças e diferenças entre elas, cuidando para que o aprendiz

saiba discriminar a ideia nova da anterior, evitando ambiguidades e confusões ou até mesmo contradição entre as duas ideias.

Dessa forma, pode-se considerar o estudo de porcentagem com essa perspectiva. Primeiramente, utilizam-se organizadores prévios para fazer a ancoragem de ideias potencialmente significativas sobre os números racionais com sua representação fracionária e decimal, fazendo os alunos observarem que, apesar de possuírem várias possibilidades de representação, têm o mesmo significado, até trabalhar com exemplos que correspondam a percentuais que se apresentam numa terceira forma de representação. Esse vai e vem de relações entre as diversas formas de representação permite trabalhar com as diferenças e similaridades existentes entre elas e atende os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa.

É importante colocar também que a Teoria da Representação Semiótica de Raymond Duval pode oferecer considerável contribuição, pois consiste em representar um mesmo objeto de conhecimento de diversas formas, por meio de uma operação cognitiva de conversão. Para tanto, o autor se apropria das ideias de Benveniste e Bresson, ao afirmar que isso permite aumentar a capacidade cognitiva que o sujeito possui, assim como suas representações mentais. (DUVAL, 2004).

Todos os exemplos de abordagem dos conteúdos matemáticos comentados acima podem ser trabalhados em aulas expositivas, portanto serão feitas as considerações por parte de Ausubel, Novak e Hanesian (1980) aos críticos das aulas expositivas. Os autores alegam que alguns professores consideram o significado como exclusividade da aprendizagem por meio de experiência prévia de descoberta ou de atividade de solução de problemas. Isto ocorre, principalmente, por muitos confundirem aprendizagem receptiva com aprendizagem mecânica. Justificam tal confusão pela ausência, nas aulas expositivas, de uma teoria adequada de aprendizagem verbal significativa. Nesse caso, os autores referidos apontam quatro práticas impróprias no trabalho de assuntos potencialmente significativos, por caracterizarem a “aprendizagem verbal mecânica”, quais sejam:

1. O uso de técnicas verbais puras com alunos cognitivamente imaturos.
2. A apresentação arbitrária de fatos não relacionados, sem qualquer organização ou princípios explicativos.
3. O fracasso em integrar novas tarefas de aprendizagem com assuntos apresentados anteriormente.

4. O uso de procedimentos de avaliação que apenas medem a capacidade para perceber fatos diretos, ou reproduzir ideias com as mesmas palavras ou em contextos idênticos aos originalmente ancorados. (AUSUBEL, NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 99-100).

No primeiro item, observa-se a necessidade de adequar a fala ao público que se pretende atingir, por meio de expressões, termos e sinônimos apropriados.

No segundo, percebe-se a importância da coerência do assunto trabalhado, após um planejamento adequado.

A seguir, consideram-se as relações estabelecidas entre o conteúdo anteriormente tratado e o que atualmente se trata com propósitos de aprendizagem.

No último item, nota-se a exigência de um diagnóstico que priorize a capacidade de interpretação própria em situações diversas.

Para os autores, se o encaminhamento de uma aula expositiva tiver embasamento nas proposições acima, é grande a possibilidade de considerá-la eficiente.

Podemos então, de acordo com as proposições de Ausubel, Novak, Hanesian (1980), entender que a aula expositiva nos padrões adequados para promoção da aprendizagem significativa se constitui no momento em que o professor oferece possibilidades de aprendizagem receptiva, por meio da linguagem falada, em que são abordadas expressões adequadas e coerentes com o assunto em questão, oferecendo ao aluno oportunidades de relacionar o que está sendo visto com o que já foi estudado e permitindo que expresse seu entendimento do que foi tratado.

Segundo Aragão (1976), Ausubel nega que a aprendizagem por descoberta seja vista como condição indispensável para ocorrência da aprendizagem significativa. Embora concorde com as vantagens desse método quando utilizado em determinadas circunstâncias, alerta que tal metodologia exige tempo excessivo em relação ao que se dispõe de “tempo escolar”.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) estão de acordo com o entendimento de Inhelder e Piaget (1958), quanto à aquisição da aptidão dos estudantes para compreender a maior parte dos conceitos de forma abstrata. Acreditam que estão aptos a partir do estágio do pensamento formal, caracterizado pelo raciocínio abstrato. Tornam-se desnecessárias, então, as provas empírico-concretas, que além de demandar maior tempo, possibilitam apenas a compreensão intuitiva, enquanto

que o ensino expositivo caracteriza-se mais confiante, pois oferece ao aluno, a condição de atingir um nível de raciocínio abstrato com qualidade superior ao nível intuitivo “em termos de generalização, clareza, precisão e poder explicativo.” (AUSUBEL, NOVAK; HANESIAN, 1980, p.101).

A compreensão intuitiva enfocada anteriormente refere-se ao ato de perceber por meio de experiência concreta. Nesse caso, não há o desenvolvimento do raciocínio abstrato, portanto é recomendado no estágio concreto operacional, que compreende as crianças entre 7 e 12 anos de idade. De acordo com Kesselring (1990, p. 14), nessa faixa etária “a criança consegue resolver apenas problemas concretos”. Isso significa que, a partir do estágio de operações formais, que tem início após os 12 anos de idade, já é possível propor atividades que permitam a abstração de ideias.

Diante do exposto, pode-se minimizar o mito da ineficiência da aula expositiva e trabalhar com essa forma de abordagem de conteúdos de ensino, desde que observadas as concepções de uma teoria de aprendizagem eficaz, como é o caso da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, oferecendo ao aluno condições de desenvolver sua capacidade de abstração.

Com tal propósito, Aragão (1976) se apropria de pressupostos - expressos como princípios gerais - da teoria ausubeliana para esclarecer algumas condições necessárias para que a aprendizagem significativa ocorra. A primeira delas é a *intenção do aluno em aprender*, ou seja, este deve estar disposto a relacionar o novo material de forma não arbitrária e substantiva à sua estrutura cognitiva. A segunda condição é que *haja na estrutura cognitiva elementos relevantes com os quais o novo material possa ser relacionado*, e a terceira condição é que *o material a ser aprendido seja potencialmente significativo*, que não seja arbitrário ou aleatório.

Por meio dos exemplos expostos até então, pode-se conferir algumas possibilidades de aplicação dos princípios fundamentais da teoria ausubeliana abordados nesta pesquisa, ao se trabalhar os conteúdos matemáticos. Acredita-se que haja muitas outras possibilidades de ensinar Matemática, fundamentados na Teoria da Aprendizagem Significativa. No entanto, os que foram propostos ficam como alternativas para quem sofre com as inquietações provocadas por um ensino mecânico e pouco eficaz.

III. METODOLOGIA: ETAPAS E PROCEDIMENTOS

1. O DELINEAMENTO METODOLÓGICO

A questão da pesquisa e os objetivos propostos conduziram à opção de uma metodologia na perspectiva de uma abordagem qualitativa pelas razões que seguem. Tanto a questão da pesquisa como os objetivos propostos buscaram conhecer e compreender as implicações dos princípios da Aprendizagem Significativa no processo de ensino-aprendizagem. Assim como, explicitar a natureza das interações entre os estudantes, o professor pesquisador e o objeto de conhecimento, em situação de sala de aula.

Ao tratar da pesquisa de natureza qualitativa, foi utilizada a contribuição de alguns teóricos, como Goldemberg (2005), Ludke e André (1986), Bogdan e Bicklen (1994).

Pesquisa qualitativa é entendida por Goldenberg (2005) como “uma abordagem que se opõe ao modelo único defendido pelas ciências naturais”. Isto é, preocupada com generalizações e abstrações, por meio de simbolismos, axiomas e lógica que permitem provar teoremas. Já os pesquisadores das ciências sociais, por meio da pesquisa de abordagem qualitativa, “buscam compreender os valores, crenças, motivações e sentimentos humanos, compreensão que só pode ocorrer se a ação é colocada dentro de um contexto de significado.” (GOLDENBERG, 2005, p. 19).

Para Ludke e André (1986), as pesquisas de cunho qualitativo ganham cada vez mais interesse entre os pesquisadores da área da educação. Para as pesquisadoras, embora seja cada vez mais crescente o interesse pelo uso das metodologias qualitativas, algumas dúvidas ainda se fazem presentes. Como usá-las? Quando usá-las? E a questão do rigor científico nesse tipo de investigação?

Para esclarecer questões relativas às características de um trabalho de natureza qualitativa, o trabalho desenvolvido por Bogdan e Biklen (1994, p. 47) apresenta cinco aspectos característicos:

1. Na investigação qualitativa, a fonte directa de dados é o ambiente, constituindo o investigador o instrumento principal.

2. A investigação é descritiva, isto é, os dados recolhidos são de forma de palavras ou imagens. Os dados incluem transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias e vídeos.
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Ainda, para os autores, a pesquisa qualitativa ou naturalística envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada.

Para Gallagher (1984), os métodos qualitativos podem ser empregados para se adquirir uma melhor compreensão dos motivos e valores, crenças, atitudes e compromissos que existem por trás dos eventos observados.

André (1998) salienta que, no delineamento de pesquisa qualitativa, a ênfase do estudo é posta no processo e não no resultado final. Existe uma preocupação com o significado atribuído pelos sujeitos a si próprios, a suas experiências e a tudo que os cerca.

2. PARTICIPANTES DA PESQUISA

Esta pesquisa foi desenvolvida em uma Escola Municipal da cidade de Araucária, localizada na região metropolitana de Curitiba, onde atuei como professora de Matemática, nas séries finais do ensino fundamental, com uma turma de 6.^a, uma de 7.^a e uma de 8.^a série. Participaram como sujeitos da pesquisa oitenta e quatro alunos.

Para que eu pudesse ter um entendimento maior da situação socioeconômica e cultural desses alunos, elaborei um questionário ANEXO 5, que deveria ser respondido por todos. Como as respostas de algumas perguntas eram muito diferentes de um sujeito para outro, foi possível construir gráficos que pudessem representar algumas das perguntas efetuadas. Dos oitenta e quatro sujeitos da pesquisa, setenta e quatro responderam ao questionário, sendo vinte da 6.^a, vinte e oito da 7.^a e vinte e seis da 8.^a série.

Observa-se a seguir que a maior parte dos alunos da 6.^a série, por mim considerados, estava dentro da adequação idade/série, ou seja, 80% do total (Gráfico1).

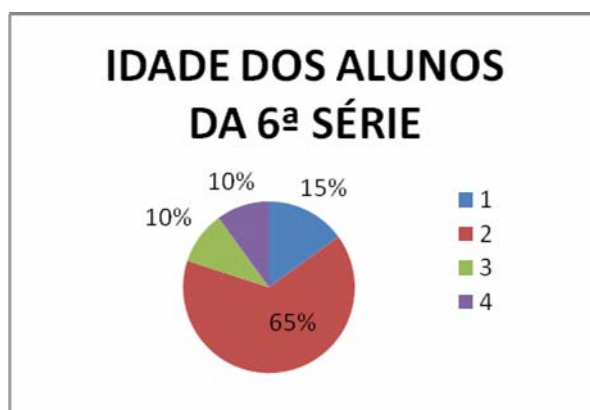


Gráfico 1 – Idade dos Alunos 6.^a Série

Nota: 1 = 11 anos; 2 = 12 anos; 3 = 13 anos; 4 = 14 anos Total de 20 alunos.

Fonte: A Autora

De todos os alunos da 7.^a série, menos de 70% estavam dentro da faixa etária adequada para essa série, o que pode ser observado a seguir (Gráfico 2).

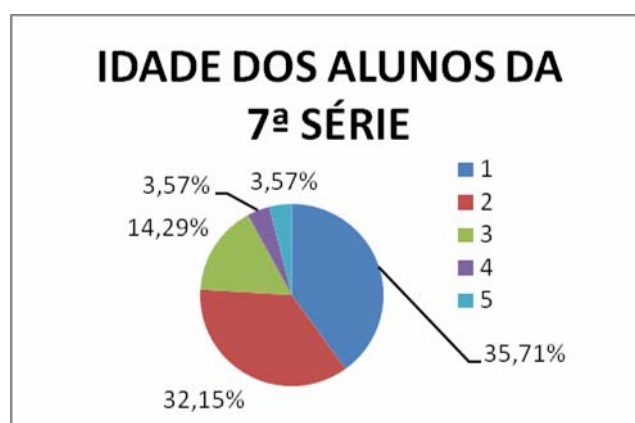


Gráfico 2 – Idade dos Alunos da 7.^a Série

Nota: 1 = 12 anos; 2 = 13 anos; 3 = 14 anos; 4 = 16 anos; 5 = 17 anos. Total de 28 alunos.

Fonte: A autora

No caso dos alunos da 8.^a série, percebe-se que quase 35% encontravam-se fora da faixa etária (Gráfico 3).

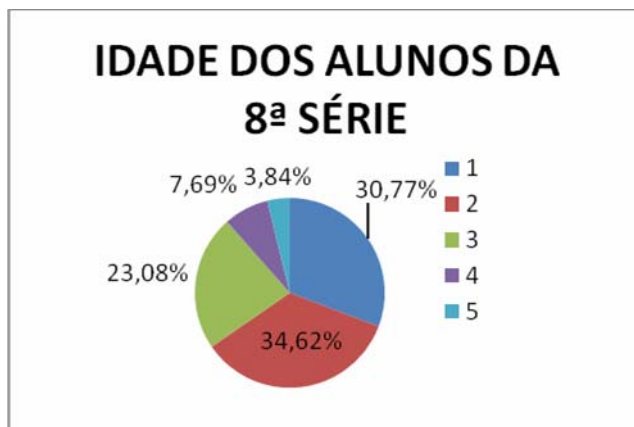


Gráfico 3 – Idade dos Alunos da 8.^a Série

Nota: 1 = 13 anos; 2 = 14 anos; 3 = 15 anos; 4 = 16 anos; 5 = 17 anos Total de 26 alunos.

Fonte: A autora

Foi perguntado no questionário sobre a quantidade de pessoas que moravam em suas casas. A maioria, ou seja, quase 70% afirmou ter entre quatro e cinco moradores em suas residências.

Quanto à escolaridade de seus responsáveis, obtive os seguintes dados: 9,70% possuíam ensino fundamental completo, 36,80% possuíam ensino fundamental incompleto, 28,50% possuíam ensino médio completo, 13,90% possuíam ensino médio incompleto; 2,10% tinham ensino superior completo, 5,50% possuíam ensino superior incompleto, 0,7% tinham especialização e 2,80% não tinham escolaridade.

A renda familiar dos alunos está representada na tabela 1. Considerou-se como referência a quantidade de salários mínimos, que no estado do Paraná parte de R\$ 663,00.

RENDA FAMILIAR EM SALÁRIO MÍNIMO DO PARANÁ R\$ 663,00		NÚMERO DE ALUNOS				%
	NÃO INFORMOU	2	0	0	2	2,7%
	NÃO SABE	1	7	0	8	10,8%
	ATÉ 1	2	2	0	4	5,4%
	DE 1 A 2	2	6	3	11	14,86%
	DE 2 A 3	5	6	4	15	20,27%
	DE 3 A 4	3	1	12	16	21,62%
	DE 4 A 5	2	3	1	6	8,14%
	MAIS DE 5	3	3	6	12	16,21%

Quadro 2 – Renda familiar dos alunos

Fonte: A autora

Quanto à utilização do computador em suas residências, o gráfico 4 aponta os alunos que possuíam essa ferramenta e, considerando os que possuíam, se tinham acesso à internet.

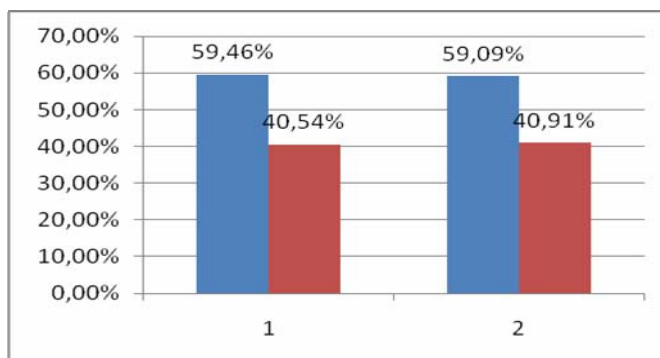


Gráfico 4 – Utilização do computador nas residências dos alunos

Nota: 1 = Possui computador? 2 = Tem acesso à internet? Azul = Sim Vermelho = Não

Fonte: A Autora

3. DAS ATIVIDADES, COLETA E ANÁLISE DOS DADOS

A coleta de dados foi realizada em vários momentos do desenvolvimento das atividades. Constituíram material da coleta de dados: as atividades desenvolvidas pelos estudantes; as manifestações espontâneas e intervenções realizadas que foram registradas a partir da transcrição das gravações colhidas durante as atividades.

O tratamento dos dados coletados na investigação segue as orientações de Bogdan e Biklen (1994), por meio de categorização. A tarefa analítica, ou seja, a interpretação e a compreensão dos dados recolhidos aconteceram a partir do levantamento de categorias de acordo com sua frequência, que constituíram as categorias de significado (ou de significação). A interpretação envolveu também como elementos os dados empíricos, a minha visão de pesquisadora e o referencial teórico que forneceu a sustentação e fundamentou as interpretações.

4. DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS PARA TRABALHAR OS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS

Passo a descrever a metodologia investigativa utilizada, lembrando que a máxima da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel é que o conteúdo seja ensinado a partir do conhecimento que os alunos já têm, denominado pelo autor de subsunção.

Foram trabalhadas um total de 5 atividades, assim distribuídas por séries:

Na 6.^a e 7.^a séries, foram trabalhadas as seguintes atividades:

Atividade 1 - Potenciação

Escreva cada número, de quatro maneiras diferentes, usando operações e procurando estabelecer uma relação entre eles: (não é permitido usar adição e subtração)

2	4	8	16	32	64	128

3	9	27	81	243

4	16	64	256

Com o objetivo de trabalhar a potenciação, essa atividade foi utilizada como organizador prévio com a função de ponte cognitiva, permitindo a possibilidade de

relacionar o que os alunos já sabiam com o que deveriam aprender, ou seja, a potenciação.

Os alunos foram orientados a resolver a atividade individualmente procurando estabelecer uma relação entre os números apresentados por meio de operações ou expressões. Deveriam representar as potências de 2, 3 e 4, desde que não fossem utilizadas a adição e a subtração. Participaram da atividade, 23 alunos da 6.^a série e 24 alunos da 7.^a série, com duração de duas aulas em cada turma. Alguns deles demonstraram não ter conhecimento de potenciação.

Ao propor que os números fossem representados por operações ou expressões, fiz uma abordagem do assunto mais geral e inclusivo, que corresponde às operações, para depois trabalhar o mais específico e subordinado, que é a potenciação, para que, a partir de então, fosse possível fazer a diferenciação progressiva e a reintegração integrativa.

Além de a própria atividade ser utilizada como instrumento de coleta de dados, foram utilizadas também as manifestações dos alunos no desenvolvimento da atividade, por meio de gravação de voz.

Atividade 2 – Potenciação

- 1) Procure descobrir relações entre os números.

Explorações com Números

2	4
8	16
32	64
128	256
512	1024
...	...

- 2) Procure descobrir relações entre os números.

Explorações com Números

2x1=2
2x2=4
2x2x2=8
2x2x2x2=16
2x2x2x2x2=32
...
2x2x2x2x2x2x2x2x2x2=256

Como na atividade 1, alguns alunos demonstraram não ter conhecimento sobre a potenciação, propus que a atividade 2 fosse desenvolvida individualmente, com o objetivo de explorar mais intensamente esse assunto.

Para a 7.^a série, em especial, foi exposto durante a explicação desses exercícios que o objetivo era investigar o conhecimento que tinham sobre potências e raízes, já que alguns alunos haviam demonstrado dificuldades sobre esse assunto na atividade anterior. Tal procedimento permitiria a retomada dos conteúdos a partir dos conhecimentos que tinham a respeito.

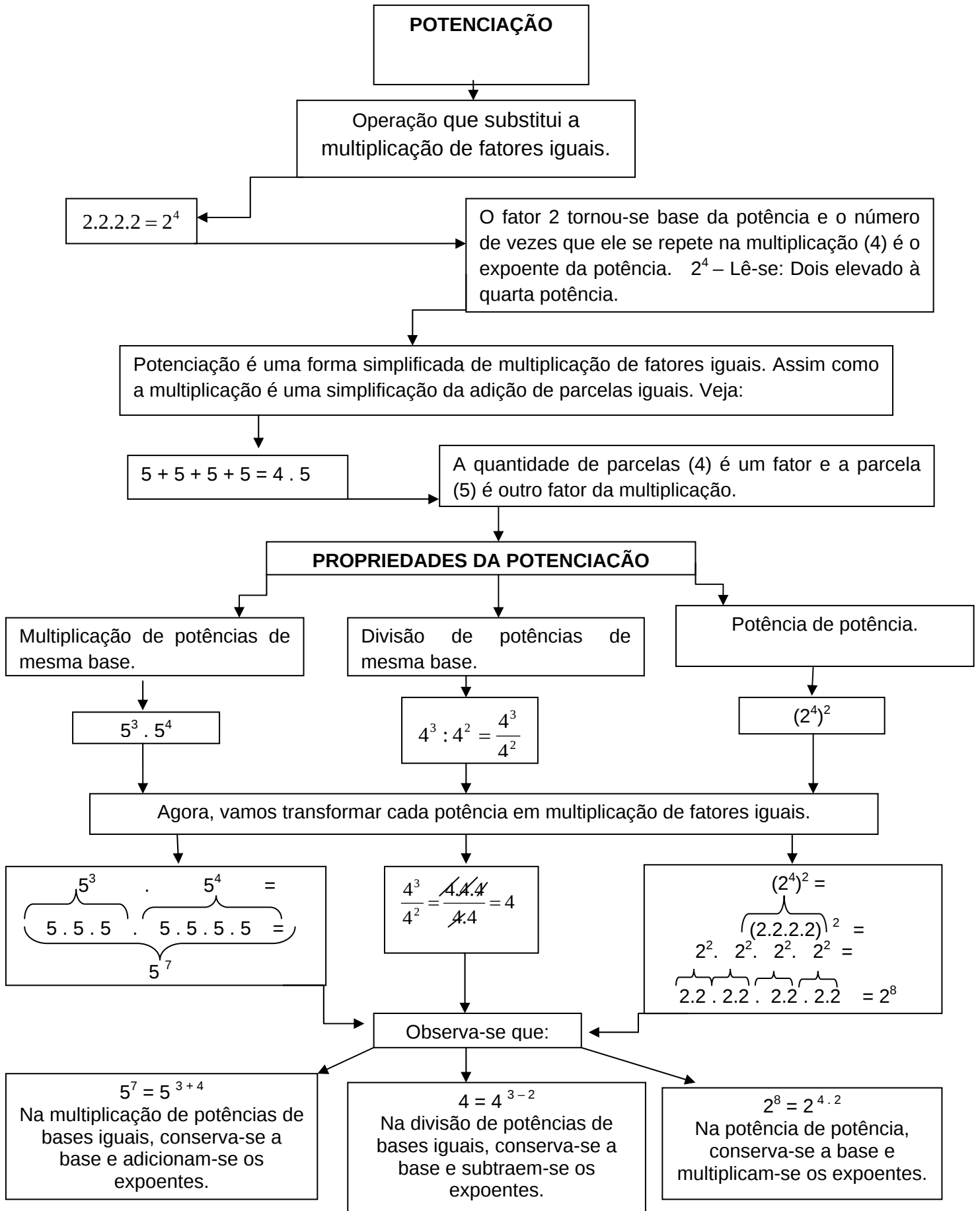
Com duração de duas aulas, a atividade foi realizada por 16 alunos da 6.^a série e por 20 alunos da 7.^a série.

Para a realização do exercício 1 da atividade 2, os alunos foram orientados a estabelecer relações entre os números, explorando ao máximo o que tinha sido discutido sobre potenciação e radiciação, na atividade 1.

No exercício 2, os alunos foram estimulados a substituir cada multiplicação de fatores iguais por outra operação que desse o mesmo resultado e que tivesse relação com a anterior.

Os instrumentos de coleta de dados são constituídos pelas atividades propostas e pelas manifestações dos alunos colhidas por meio de gravação de voz.

Depois do desenvolvimento dessas atividades, nas quais pude investigar quais conhecimentos dos alunos poderiam servir de subsunçores, para que se pudesse trabalhar com a potenciação, utilizei um fluxograma para trabalhar os conceitos dessa operação e suas propriedades, numa aula expositiva. O quadro 1 tem a forma apresentada a seguir, mas como havia muitas informações, houve a necessidade de dividi-lo em duas partes, que podem ser observadas nas fotos subsequentes (figura 3 e figura 4).



Quadro 3 – Fluxograma Mapa Conceitual (Potenciação)
Fonte: A autora

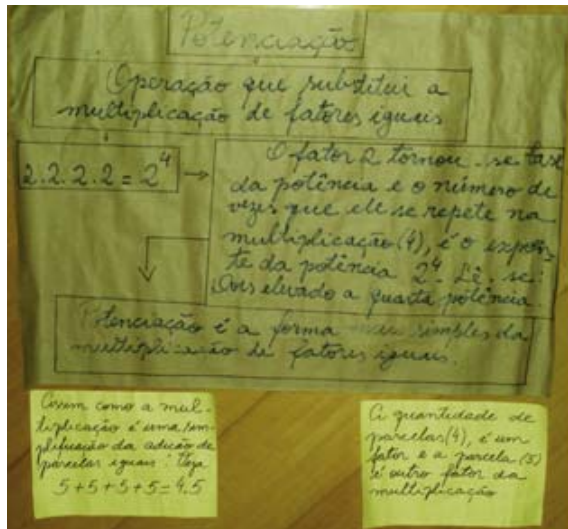


Figura 4 – Fluxograma - Parte 1
Fonte: A autora



Figura 5 – Fluxograma - Parte 2
Fonte: A autora

Ao trabalhar a adição de fatores iguais sendo simplificada pela multiplicação, procurei estabelecer esse conhecimento como subsunçor quando comparado com a multiplicação de fatores iguais que foi substituída pela potenciação. O objetivo, nos dois casos, era apresentar de forma simplificada cada uma das operações por meio de outra. A multiplicação, no primeiro exemplo, e a potenciação, no segundo.

As propriedades da potenciação não foram apresentadas em seu formato final, ou seja, por meio da regra chega-se ao resultado. Cada potência foi transformada numa multiplicação de fatores iguais, situação em que pôde ser observada a diferenciação progressiva, para, posteriormente, obter-se o resultado, agora na forma de potência, o que permitiu fazer a reconciliação integrativa.

A análise e interpretação dos dados coletados por meio das atividades trabalhadas serão feitas no próximo capítulo.

Outro assunto discutido em sala de aula com enfoque nos princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa foi sobre ângulos, que pode ser observado a seguir.

Atividade 3 – Ângulos

Na 6.^a, 7.^a e 8.^a séries, foram trabalhadas as seguintes atividades:

Escreva, com suas palavras, qual o entendimento que você tem sobre ângulos.

Iniciei a atividade questionando sobre o conhecimento que os alunos tinham sobre ângulos. Pedi que escrevessem tudo o que sabiam a esse respeito e orientei que poderiam se referir a conceito, instrumentos de medida, unidades de medida, classificação e mais alguma informação que julgassem interessante.

O objetivo era saber o que conheciam sobre o assunto, ou seja, se havia subsunções na estrutura cognitiva dos alunos que auxiliassem na aprendizagem desse conteúdo.

Recolhi a atividade e, sem identificar o aluno, realizei as leituras, uma de cada vez, sendo que qualquer informação que pudesse contribuir para a explicação do conteúdo foi escrita no quadro.

Concluída essa etapa, foram consideradas todas as informações que eram pertinentes, explorando cada uma delas. A seguir, propus que, a partir das considerações feitas durante a explicação, fizessem outras anotações sobre o entendimento de ângulos.

A atividade teve a duração de duas aulas e teve como participantes 22 alunos da 6.^a série, 25 da 7.^a série e 24 da 8.^a série, totalizado 71 alunos. A própria atividade foi utilizada como instrumento de coleta de dados.

Atividade 4 – Ângulos

Cada círculo que você recebeu deve ser dividido e recortado para obter ângulos de 30°, 45°, 60°, 90° e 180°, cuidando para que cada medida tenha sua cor específica, de acordo com a tabela abaixo:

30°	45°	60°	90°	180°
Rosa	Verde	Azul	Amarelo	Branco

Concluindo o recorte, pinte os ângulos de 180° de vermelho e cole o(s) ângulo(s) que recortou de forma que obtenha as medidas indicadas a seguir. 45°, 90°, 180°, 270°, 135°, 225°, 315°, 30°, 60°, 120°, 165°, 210°, 240° e 330°.

A atividade foi desenvolvida por 19 alunos da 6.^a série, 21 da 7.^a série e 20 da 8.^a série, num total de 60 alunos. A atividade teve duração de duas aulas e serviu como instrumento de coleta de dados.

O objetivo dessa atividade foi a aquisição do conceito de medidas e de classificação de ângulos por meio de dobradura e recorte, para evitar confusão no

momento da medida de ângulos com o auxílio do transferidor. Equívoco muitas vezes observado ao longo de minha experiência, pois, ao manusear o instrumento, o aluno tem dificuldade de posicionar o centro do transferidor no vértice do ângulo e um dos lados do ângulo coincidindo com o zero do instrumento. Essa dificuldade muitas vezes gera uma medida errada e é muito comum o aluno atribuir a um ângulo agudo, por exemplo, a medida de um ângulo obtuso. A proposta é que, por meio de dobradura e recorte de círculos em setores com ângulos de 30° , 45° , 60° , 90° e 180° , fossem capazes de compor com esses setores ângulos com medidas diversas.

Cada aluno recebeu 4 círculos brancos, 2 círculos verdes, 2 amarelos, 1 rosa e 1 azul. Os círculos brancos deveriam ser dobrados ao meio para que fossem divididos em dois setores com ângulos de 180° e coloridos de vermelho.

Cada círculo amarelo deveria ser dobrado em quatro partes iguais para que fossem obtidos setores com ângulos de 90° .

O círculo azul deveria ser dobrado ao meio para que primeiramente fosse dividido em dois setores com ângulos de 180° , a seguir cada um desses setores deveria ser dobrado em três partes iguais para se obter três setores com ângulos de 60° .

Cada círculo verde deveria ser dividido primeiramente em quatro partes iguais para se obter setores com ângulos de 90° , em seguida cada setor deveria ser dividido ao meio para se obter setores com ângulos de 45° .

O círculo rosa deveria ser dividido ao meio primeiramente para se obter dois setores com ângulos de 180° , em seguida cada um desses setores deveria ser dividido em três partes iguais para se obter setores com ângulos de 60° e por último cada um desses setores deveria ser dividido ao meio para se obter setores com ângulos de 30° .

Concluída essa etapa, deveriam compor com esses setores os ângulos com as medidas descritas na folha que receberam.

Essa atividade teve a função de organizador prévio, fundamental para a formação de conceitos relevantes desse conteúdo na estrutura cognitiva dos alunos. Portanto, puderam adquirir, a partir dessas composições, uma ideia geral e inclusiva, permitindo que compreendessem melhor essas medidas quando trabalharam com instrumentos apropriados para esse fim.

Serão trazidas no próximo capítulo as análises, as interpretações e as reflexões dos dados coletados nesta pesquisa.

CAPITULO IV – ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DE DADOS

A coleta dos dados desta pesquisa ocorreu em vários momentos durante o desenvolvimento das atividades. O material coletado é, pois, constituído pelas respostas dadas às atividades que os alunos desenvolveram e pelas suas manifestações espontâneas, que foram colhidas no decorrer da atividade, por meio de gravações.

A análise dos dados segue as orientações de Bogdan e Biklen, ou seja, utilizar categorias que “constituem um meio de classificar os dados descritivos” que foram recolhidos. Tais categorias surgiram após a organização desses dados. Para esses autores: “determinadas questões e preocupações de investigação dão origem a determinadas categorias.” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 221).

As orientações desses autores são as seguintes:

1. Numerar as páginas de todo material coletado;
2. Rever essa numeração;
3. Fazer uma lista preliminar de categorias de codificação;
4. Tomar nota dos códigos de acordo com seu surgimento;
5. Fazer registros que representem relações importantes que foram observadas;
6. Atribuir às categorias números ou abreviaturas que possam representá-las.

Esse processo precisa ser feito num lugar calmo e sem interrupções, pois exige bastante concentração. Todo esse trabalho pode ser apenas provisório, uma análise mais detalhada dos dados pode reduzir suas categorias, pois quando são em grande quantidade, a tendência é que elas se sobreponham e a análise é um processo de redução de dados. Após a definição das categorias de codificação, de acordo com as orientações, os autores em pauta sugerem “percorra todos os dados e marque cada unidade (parágrafo, frase, etc.) com a categoria de codificação apropriada” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 234).

Com base nessas orientações, procurei organizar os dados da pesquisa e analisá-los de acordo com o que segue.

Para cada atividade desenvolvida, elaborei um quadro do qual constam as categorias de significado e os códigos. Esses códigos foram, por mim, estabelecidos para identificar o sujeito, a série, o número da atividade e sua(s) categoria(s). Por

exemplo: O código 75.6.1.1 corresponde ao sujeito de número 75 da 6.^a série referente à atividade de número 1 e à categoria: **Apresentou multiplicação de fatores iguais de acordo com a lógica matemática**, que foi identificada pelo número 1. Por meio desse código, é possível entender que o sujeito de número 75 da 6.^a série, na primeira atividade desenvolvida, apresentou corretamente a multiplicação de fatores iguais.

O mesmo sujeito pode aparecer no quadro da mesma atividade mais de uma vez. Por exemplo: O código 75.6.1.6 corresponde ao sujeito de número 75 da 6.^a série referente à atividade de número 1 e à categoria: **Não apresentou potenciação**, que foi identificada pelo número 6. Por meio desse código, é possível entender que o sujeito de número 75 da 6.^a série, na primeira atividade desenvolvida, não apresentou potenciação.

A identificação dos sujeitos foi obtida a partir da numeração das folhas da primeira atividade realizada, de acordo com a ordem de entrega. Optei por esse tipo de codificação para evitar que os sujeitos pudessem ser identificados caso fosse utilizada a ordem alfabética. Os alunos que não fizeram esta atividade, receberam sua identificação como sujeitos da pesquisa, de forma aleatória.

Segue abaixo o quadro 2 que traz de forma sintetizada as atividades desenvolvidas por cada um dos sujeitos da pesquisa com os respectivos códigos.

(continua)

S	A1	A2	A3	A4	CÓDIGOS								
1		X	X	X	1.7.2.1	1.7.3.3	1.7.3.8	1.7.4.1	1.7.4.3				
2	X	X	X	X	2.7.1.1	2.7.1.5	2.7.1.8	2.7.2.1	2.7.3.2	2.7.3.8	2.7.4.2	2.7.4.3	
3	X	X	X	X	3.7.1.1	3.7.1.5	3.7.1.10	3.7.2.1	3.7.3.3	3.7.3.5	3.7.4.2	3.7.4.5	
4	X	X	X	X	4.7.1.1	4.7.1.3	4.7.1.10	4.7.2.1	4.7.3.1	4.7.3.8	4.7.4.2	4.7.4.3	
5	X	X	X	X	5.7.1.1	5.7.1.3	5.7.1.7	5.7.2.1	5.7.3.2	5.7.3.8	5.7.4.1	5.7.4.4	
6	X	X	X	X	6.7.1.1	6.7.1.3	6.7.1.8	6.7.2.3	6.7.3.4	6.7.3.6	6.7.4.1	6.7.4.3	
7	X		X		7.7.1.1	7.7.1.6	7.7.1.10	7.7.3.3	7.7.3.6				
8	X		X	X	8.7.1.1	8.7.1.6	8.7.1.7	8.7.3.4	8.7.3.6	8.7.4.1	8.7.4.4		
9	X		X	X	9.7.1.1	9.7.1.6	9.7.1.7	9.7.3.2	9.7.3.6	9.7.4.2	9.7.4.3		
10	X		X	X	10.7.1.1	10.7.1.6	10.7.1.7	10.7.3.2	10.7.3.6	10.7.4.1	10.7.4.4		
11	X	X	X		11.7.1.1	11.7.1.3	11.7.1.8	11.7.2.3	11.7.3.3	11.7.3.8			
12	X	X	X	X	12.7.1.1	12.7.1.4	12.7.1.8	12.7.2.4	12.7.3.3	12.7.3.8	12.7.4.1	12.7.4.3	
13	X	X	X	X	13.7.1.1	13.7.1.3	13.7.1.7	13.7.2.3	13.7.3.2	13.7.3.8	13.7.4.1	13.7.4.3	
14	X	X	X		14.7.1.1	14.7.1.3	14.7.1.7	14.7.2.1	14.7.3.2	14.7.3.8			
15			X	X	15.7.3.1	15.7.3.7	15.7.4.1	25.7.4.3					
16	X	X	X	X	16.7.1.1	16.7.1.5	16.7.1.9	16.7.2.1	16.7.3.3	16.7.3.6	16.7.4.1	16.7.4.6	
17	X	X	X	X	17.7.1.1	17.7.1.5	17.7.1.7	17.7.2.1	17.7.3.3	17.7.3.6	17.7.4.1	17.7.4.3	
18	X	X	X	X	18.7.1.1	18.7.1.4	18.7.2.1	18.7.3.1	18.7.3.7	18.7.4.1	18.7.4.4	18.7.1.9	
19	X	X	X	X	19.7.1.1	19.7.1.3	19.7.1.8	19.7.2.3	19.7.3.2	19.7.3.8	19.7.4.1	19.7.4.3	
20	X	X	X	X	20.7.1.1	20.7.1.5	20.7.1.8	20.7.2.1	20.7.3.2	20.7.3.6	20.7.4.1	20.7.4.3	20.7.4.8
21	X		X	X	21.7.1.1	21.7.1.5	21.7.1.7	21.7.3.3	21.7.3.7	21.7.4.1	21.7.4.3	21.7.4.8	
22	X	X	X	X	22.7.1.1	22.7.1.3	22.7.1.8	22.7.2.4	22.7.3.4	22.7.3.6	22.7.4.1	22.7.4.4	
23	X	X	X		23.7.1.1	23.7.1.3	23.7.2.3	23.7.3.2	23.7.3.6				
24	X	X	X	X	24.7.1.1	24.7.1.3	24.7.1.7	24.7.2.1	24.7.3.1	24.7.3.5	24.7.4.1	24.7.4.3	27.7.4.3
25	X	X	X	X	25.7.1.1	25.7.1.3	25.7.1.8	25.7.2.3	25.7.3.4	25.7.3.6	25.7.4.1	25.7.4.3	
26													
27				X	27.7.4.2	27.7.4.5							
28	X	X		X	28.7.1.2	28.7.1.6	28.7.1.10	28.7.2.4	28.7.4.2	28.7.4.3			
29			X	X	29.8.3.1	29.8.3.5	29.8.4.1	29.8.4.3					
30			X	X	30.8.3.1	30.8.3.8	30.8.4.2	30.8.4.6					
31			X		31.8.3.2	31.8.3.6							
32			X	X	32.8.3.1	32.8.3.5	32.8.4.1	32.8.4.3					
33			X	X	33.8.3.1	33.8.3.5	33.8.4.1	33.8.4.4					
34			X	X	34.8.3.2	34.8.3.7	34.8.4.1	34.8.4.6					
35			X	X	35.8.3.2	35.8.3.5	35.8.4.1	35.8.4.3					
36			X	X	36.8.3.3	36.8.3.6	36.8.4.1	36.8.4.3					
37			X	X	37.8.3.2	37.8.3.6	37.8.4.1	37.8.4.4					
38			X	X	38.8.3.3	38.8.3.7	38.8.4.1	38.8.4.3					
39			X		39.8.3.2	39.8.3.6							
40			X	X	40.8.3.2	40.8.3.6	40.8.4.1	40.8.4.3					
41			X	X	41.8.3.2	41.8.3.6	41.8.4.1	41.8.4.3	41.8.4.7				
42			X		42.8.3.2	42.8.3.7							
43			X	X	43.8.3.2	43.8.3.8	43.8.4.1	43.8.4.3					
44			X		44.8.3.1	44.8.3.8							
45			X	X	45.8.3.2	45.8.3.5	45.8.4.1	45.8.4.5					
46			X	X	46.8.3.2	46.8.3.5	46.8.4.2	46.9.4.6					
47			X	X	47.8.3.2	47.8.3.5	47.8.4.1	47.8.4.6					
48			X	X	48.8.3.1	48.8.3.5	48.8.4.1	48.8.4.3					
49			X	X	49.8.3.2	49.8.3.8	49.8.4.1	49.8.4.3					
50			X	X	50.8.3.3	50.8.3.8	50.8.4.1	50.8.4.3					
51			X	X	51.8.3.2	51.8.3.6	51.8.4.1	51.8.4.3					
52			X	X	52.8.3.3	52.8.3.6	52.8.4.1	52.8.4.4					
53				X	53.8.4.2	53.8.4.6	53.8.4.7						

Quadro 4 – Atividades desenvolvidas pelos alunos com os respectivos códigos

(conclusão)

S	A1	A2	A3	A4	CÓDIGOS								
54													
55				X	55.8.4.1	55.8.4.3							
56	X		X	X	56.7.1.1	56.6.1.4	56.6.1.8	56.6.3.3	56.6.3.7	56.6.4.1	56.6.4.3		
57	X	X	X	X	57.6.1.1	56.6.1.4	57.6.1.7	57.6.2.1	57.6.3.3	57.6.3.6	57.6.4.1	57.6.4.3	
58	X	X	X	X	58.6.1.1	58.6.1.5	58.6.1.9	58.6.2.1	58.6.3.3	58.6.3.7	56.6.4.1	58.6.4.3	
59	X	X	X	X	59.6.1.1	59.6.1.5	59.6.1.8	59.6.2.3	59.6.3.3	59.6.3.6	59.6.4.1	59.6.4.3	
60	X	X	X	X	60.6.1.1	60.6.1.3	60.6.1.10	60.6.2.1	60.6.3.3	60.6.3.6	60.6.4.1	60.6.4.3	60.6.4.7
61	X	X	X	X	61.6.1.1	61.6.1.3	61.6.1.9	61.6.2.1	61.6.3.3	61.6.3.6	61.6.4.1	61.6.4.3	
62	X		X	X	62.6.1.1	62.6.1.6	62.6.1.7	62.6.3.3	62.6.3.8	62.6.4.1	62.6.4.4		
63	X		X	X	63.6.1.1	63.6.1.5	63.6.1.9	63.6.3.3	63.6.3.6	63.6.4.1	63.6.4.3		
64	X		X	X	64.6.1.1	64.6.1.6	64.6.1.9	64.6.3.4	64.6.3.7	64.6.4.2	64.6.4.6		
65	X	X	X	X	65.6.1.1	65.6.1.3	65.6.1.9	65.6.2.1	65.6.3.3	65.6.3.7	65.6.4.1	65.6.4.6	
66	X	X	X	X	66.6.1.1	66.6.1.3	66.6.1.8	66.6.2.1	66.6.3.3	66.6.3.6	66.6.4.1	66.6.4.4	
67	X	X	X		67.6.1.1	67.6.1.5	67.6.1.9	67.6.2.3	67.6.3.4	67.6.3.7			
68	X	X	X		68.6.1.1	68.6.1.5	68.6.1.8	68.6.2.4	68.6.3.4	68.6.3.6			
69	X	X	X	X	69.6.1.1	69.6.1.5	69.6.1.8	69.6.2.3	69.6.3.3	69.6.3.5	69.6.4.1	69.6.4.5	
70	X	X	X	X	70.6.1.1	70.6.1.4	70.6.1.9	70.6.2.1	70.6.2.5	70.6.3.3	70.6.3.6	70.6.4.1	70.6.4.5
71	X	X	X		71.6.1.1	71.6.1.6	71.6.1.7	71.6.2.4	71.6.3.3	71.6.3.7			
72	X		X	X	72.6.1.1	72.6.1.6	72.6.1.10	72.6.3.4	72.6.3.6	72.6.4.1	72.6.4.3		
73			X	X	73.6.3.3	73.6.3.7	73.6.4.1	73.6.4.3					
74			X		74.6.3.3	74.6.3.7							
75	X	X	X	X	75.6.1.1	75.6.1.6	75.6.2.3	75.6.3.3	75.6.3.7	75.6.4.3			
76	X	X	X	X	76.6.1.1	76.6.1.3	76.6.1.7	76.6.2.3	76.6.3.3	76.6.3.7	76.6.4.1	76.6.4.4	
77		X	X	X	77.6.1.1	77.6.1.3	77.7.1.7	77.6.2.1	77.6.2.5	77.7.3.3	77.6.3.6	77.6.4.1	77.6.4.3
78	X	X		X	78.6.1.1	78.6.1.5	78.6.1.9	78.6.2.1	78.6.4.1	78.6.4.3			
79	X				79.6.1.1	79.6.1.6	79.6.1.7						
80													
81	X				88.6.1.1	81.6.1.6	81.6.1.7						

Quadro 4 – Atividades desenvolvidas pelos alunos com os respectivos códigos

Legenda: S = Sujeito; A1 = Atividade 1; A2 = Atividade 2; A3 = Atividade 3; A4 = Atividade 4

Fonte: A autora

O sujeito 26¹² não realizou as atividades propostas e ficou retido na sétima séries em várias disciplinas.

O sujeito 54 desistiu e o 80 foi transferido.

1. ATIVIDADE 1

A atividade 1 foi proposta como organizador prévio, que, de acordo com Aragão (1976), consiste num material pedagógico utilizado antes do assunto a ser trabalhado. Com propriedades explicativas, tal organizador deve ser capaz de integrar, mobilizando na estrutura cognitiva, as ideias do assunto a ser estudado.

¹² O sujeito 26 não se dispunha a trabalhar o que era recomendado, demonstrava extremo desinteresse.

Tem, então, a função de ponte cognitiva para relacionar os conhecimentos que o aluno já tinha, ou seja, os subsunçores, ao assunto que se pretendia trabalhar, a potenciação.

Os alunos deveriam, então, representar os números da folha por operação(ões) ou expressão(ões) que resultassem naquele número. Dessa forma, foi trabalhado, segundo o que propõe Ausubel, o conceito mais amplo. Então, partiu-se do mais geral e inclusivo, ou seja, das operações, para depois tratar do mais específico e menos inclusivo, a potenciação.

Após a explicação, observou-se que houve dúvida, manifestada pelos questionamentos dos alunos sobre a(s) operação(ões) ou expressão(ões) que eles poderiam usar. Pedi que procurassem observar algumas relações entre os números, que deveriam representar por meio de operações ou expressões, de acordo com o critério de cada um. No entanto, não deveriam utilizar a adição e a subtração. Essa limitação foi colocada para permitir um maior direcionamento ao estudo da potenciação.

Perguntei, então, quais eram os tipos de operação que conheciam. A turma se referiu a todos, sendo que a potenciação e a radiciação foram comentadas por um número menor de alunos.

Eu tinha a intenção de que, por se tratar de potências de 2, 3 e 4, eles conseguissem fazer essa relação, escrevendo a maioria desses números por meio de multiplicação de fatores iguais.

O quadro do ANEXO 1, traz as informações necessárias para a interpretação das produções dos alunos da 6.^a e 7.^a séries, no desenvolvimento dessa atividade de número 1, totalizando 47 produções.

Observa-se nesse quadro que a maioria dos alunos apresentou corretamente os números por meio da multiplicação de fatores iguais, ou seja, 97,87% do total. Apesar dessa constatação, percebi, ao analisar cada atividade, que essas operações possuíam apenas dois fatores. Não houve um só caso que tivesse uma multiplicação com mais de dois fatores.

Além disso, eu percebi também que as potenciações apareceram na maior parte das respostas apresentadas pelos alunos, de forma correta ou parcialmente correta, por 63,83% dos alunos. Apenas 10,64% dos alunos “erraram” todas as potenciações apresentadas e 25,53% não apresentaram essa operação.

Quanto à radiciação, foi representada de forma correta e parcialmente correta por 57,44% dos alunos. Logo, os outros 42,56% “erraram” seu cálculo ou deixaram de apresentar.

O quadro 3 apresenta as categorias da atividade 1 com suas identificações e o gráfico 4 corresponde ao percentual de alunos que representaram as respectivas categorias.

É preciso salientar que o termo “lógica do aluno” foi utilizado neste trabalho para expressar que o entendimento do aluno não está de acordo com o que é estabelecido pela lógica matemática ou geométrica, mas que não deixa de ter sentido para ele.

IC	CATEGORIAS DA ATIVIDADE 1
1	Apresentou multiplicação de fatores iguais de acordo com a lógica matemática.
2	Não apresentou multiplicação de fatores iguais.
3	Apresentou potenciação de acordo com a lógica matemática.
4	Apresentou potenciação de acordo com a lógica do aluno.
5	Apresentou potenciação de acordo com a lógica matemática e de acordo com a lógica do aluno.
6	Não apresentou potenciação.
7	Apresentou radiciação de acordo com a lógica matemática.
8	Apresentou radiciação de acordo com a lógica do aluno.
9	Apresentou radiciação de acordo com a lógica matemática e de acordo com a lógica do aluno.
10	Não apresentou radiciação.

Quadro 5 – Categorias da Atividade 1

Fonte: A autora

Legenda: IC : Identificação da categoria

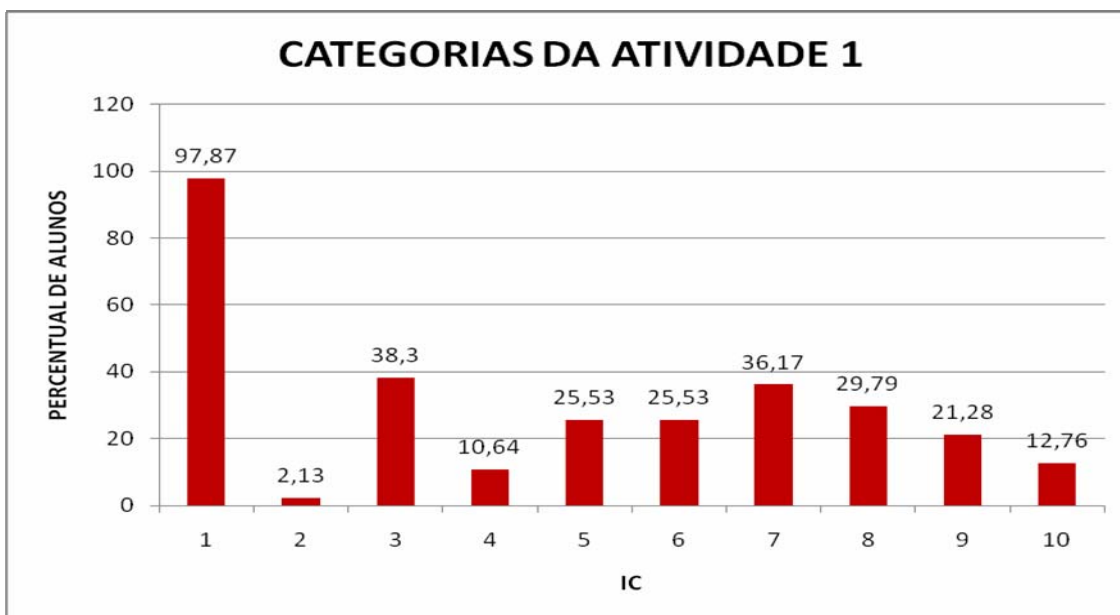


Gráfico 5 – Percentual de alunos representantes das Categorias da Atividade 1

Fonte: A autora

Na sequência, são apresentadas as manifestações de alguns alunos da 6.^a e da 7.^a série, durante o desenvolvimento dessa atividade, observando que, nas ocasiões do diálogo, a letra P representa o professor e o número representa o aluno de acordo com sua identificação de sujeito da pesquisa.

- 6.^a série

Assim que foi concluída a orientação, como professora, eu me coloquei à disposição para esclarecer as dúvidas, individualmente. Aos poucos, foram surgindo os primeiros questionamentos, como, por exemplo: O que é raiz quadrada?

Pedi, então, que a turma respondesse a essa pergunta, que se manifestou por meio de exemplos. O primeiro, foi que a raiz quadrada de 18 é 9, então questionei por quê. O aluno que apresentou esse exemplo, identificado como sujeito 62, começou a justificar dizendo:

(62) – “Nove vezes nove” (pausa). “Ah! Não! Nove vezes nove é 81.”

(P) – “Qual é a raiz quadrada de 81?”

(62) – “9.”

(P) – “Porque 9×9 é 81. Qual é o número natural que multiplicado por ele mesmo resulta 18?”

(62) – (Silêncio).

(P) – (Entendi que o silêncio era a manifestação de que desconhecia esse número. Então, concluí.) “Como não existe um número natural que multiplicado por ele mesmo resulte 18, não existe raiz quadrada exata de 18.”

A produção desta aluna¹³ permite concluir que a inferência descrita anteriormente para explicar o procedimento de cálculo de radiciação foi eficiente.

Ao ser observada a atividade de outra aluna, identificada como sujeito 76, percebi as seguintes operações: $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{8} = 16$ e $\sqrt{16} = 64$. Solicitei que ela analisasse as duas primeiras e explicasse por que tinha resolvido daquela maneira. Depois de algum tempo pensando a respeito, a aluna concluiu que, no primeiro caso, o resultado é 2 porque $2 \times 2 = 4$, e, no segundo caso, o resultado é 4 porque $4 \times 4 = 16$. Questionei, então, se $16 \times 16 = 8$ e se $64 \times 64 = 16$. Discordou imediatamente. Então, sugeri a seguir que ela analisasse as duas primeiras operações que estavam certas para corrigir as demais.

Dentre os cálculos que esta aluna¹⁴ apresentou na sua produção, os demonstrados a seguir, precisam ser comentados.

$2.2 = 4$	$8.8 = 64$	$3.3 = 9$	$9.9 = 81$	$4.4 = 16$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{16} = 4$

O resultado de cada cálculo é o número da atividade que foi representado pela operação que o precede. Parece neste caso que a aluna conseguiu associar a multiplicação de fatores iguais à radiciação e vice-versa, ou seja, encontrou em operações distintas uma relação que as justifique. Esta associação atende o princípio da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa, pois, de acordo com Novak (1981), o conhecimento mais geral e inclusivo que neste caso é a multiplicação, relaciona-se ao conhecimento mais específico e menos inclusivo que é a radiciação, num movimento de “ir e vir”.

O êxito da aluna¹⁵ nesta atividade é resultado também de uma orientação eficaz.

Outro aluno, identificado como sujeito 78, apresentou as seguintes operações: $8^2 = 16$ e $4^2 = 8$. Então, perguntei como é calculada uma potência. Como não demonstrou ter conhecimento suficiente a respeito, foi orientado para admitir que os elementos dessa operação são a base, que corresponde ao número de

¹³ Atendeu as categorias 1, 6 e 7 da atividade de número 1, disponíveis no quadro do ANEXO 1.

¹⁴ Atendeu as categorias 1, 3 e 7 da atividade de número 1, disponíveis no quadro do ANEXO 1.

¹⁵ Atendeu as categorias 1, 3 e 7 da atividade de número 1, disponíveis no quadro do ANEXO 1.

baixo, e o expoente, que é representado pelo número de cima. Para calcular, é preciso que se multiplique a base por ela mesma, tantas vezes quantas forem indicadas pelo expoente. Perguntei como ficaria a resposta utilizando esse procedimento. Sem qualquer manifestação do aluno, pedi que ele explicasse como tinha calculado 8^2 para encontrar 16 e 4^2 para encontrar 8. Ele apresentou, dificuldade em explicar o que havia feito. Orientei-o para que pensasse sobre o que tinha sido conversado e que refizesse os cálculos.

Os cálculos a seguir merecem destaque dentre os que foram apresentados por este aluno:

$2.2 = 4$	$8.8 = 64$	$3.3 = 9$	$9.9 = 81$	$4.4 = 16$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{16} = 4$
$2^2 = 4$	$4^2 = 8$	$3^2 = 9$	$9^2 = 81$	$2^4 = 16$
	$\sqrt{8} = 64$			

O resultado de cada operação é o número da atividade que foi representado pela operação que o precede. Dentre os cálculos, dois erros podem ser observados, ou seja, $\sqrt{8} = 64$ e $4^2 = 8$.

No quadro acima pode ser observado que o aluno relaciona três operações entre si, a multiplicação, a potenciação e a radiciação.

Para Aragão (1976) a diferenciação progressiva consiste no principal aspecto da estrutura cognitiva. Neste caso, a diferenciação é feita a partir de regiões de maior inclusividade, que é a multiplicação considerada como subsunçor, por meio da qual relaciona as novas informações que são de menor inclusividade: a potenciação e radiciação.

Nesse caso, mediante a análise dos cálculos apresentados pelo aluno¹⁶, pude concluir que apesar ter acertado a maioria das operações, ficou alguma dúvida ainda em relação à potenciação e radiciação. Quanto à radiciação, não houve questionamento por parte do aluno, o que indica a necessidade de retomada do assunto.

¹⁶ Atendeu as categorias 1, 5 e 9 da atividade de número 1, disponível no quadro do ANEXO 1.

- 7.^a série

Um aluno identificado como sujeito 24 trouxe a atividade completa, fazendo uso da potenciação e da raiz quadrada corretamente, mas como terminou em pouco tempo, sugeri que fizesse uma quinta representação de alguns desses números utilizando-se somente da potenciação. Rapidamente trouxe a resposta, em que constavam os números 2, 4, 8, 16, 32 e 128 representados com potências de base 2, o número 64 com potência de base 4, os números 3, 9, 27, 81 e 243 com potências de base 3 e os números 4, 16, 64 e 256 com potências de base 4.

A produção deste aluno¹⁷ revela que houve, nesse caso, uma nítida demonstração de conhecimento sobre a potenciação.

Dos vários cálculos apresentados, segue os que merecem ser comentados.

$2 \cdot 2 = 4$	$\sqrt{64} = 8$	$8 \cdot 8 = 64$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$	$4 \cdot 4 = 16$
$2^2 = 4$	$8^1 = 8$	$8^2 = 64$	$27^1 = 27$	$9^2 = 81$	$2^4 = 16$
$\sqrt{16} = 4$	$2^3 = 8$	$4^3 = 64$	$\sqrt{729} = 27$	$\sqrt{6561} = 81$	$4^2 = 16$
		$\sqrt{4096} = 64$			$\sqrt{256} = 16$

De acordo com o princípio da diferenciação progressiva, os conhecimentos mais gerais e inclusivos, neste caso, devem ser o da multiplicação e da potenciação, pois o aluno parece fazer relações entre as duas operações e demonstra habilidade de trabalhar com duas potenciações diferentes para representar o mesmo número. Já o conhecimento de menor inclusividade é a radiciação, pois limita-se a utilizar somente o índice 2 nesta operação.

Outra aluna, identificada como sujeito 20, questionou sobre a forma correta de utilizar raiz quadrada para obter 4 como resposta. Como essa aluna havia representado o 2 como raiz quadrada de 4, eu lhe disse que teria que usar como radicando um número cuja raiz quadrada fosse 4. Sugeri o 8. Perguntei se a raiz quadrada de 8 era 4 e a aluna negou imediatamente, então solicitei que pensasse a respeito.

¹⁷ Atendeu as categorias 1, 3 e 7 da atividade de número 1, disponíveis no ANEXO 1.

Dentre os cálculos observados na atividade desta aluna, convém destacar os seguintes:

$2.2 = 4$	$4.4 = 16$	$8.8 = 64$	$3.3 = 9$	$9.9 = 81$
$2^2 = 4$	$4^2 = 16$	$8^2 = 64$	$3^2 = 9$	$9^2 = 81$
$\sqrt{16} = 32$	$8^2 = 16$	$\sqrt{8} = 64$		
	$8.2 = 16$			

Por meio destes exemplos é possível entender que apesar de haver uma relação pertinente entre determinadas multiplicações com algumas potenciações, isso não se verifica em $8^2 = 16$, que talvez esteja relacionada a $8.2 = 16$, de forma equivocada. Percebe-se também que as radiciações não condizem com a lógica matemática.

A análise da produção desta aluna¹⁸ permite entender que a intervenção mencionada anteriormente foi ineficiente, havendo necessidade de retomada do assunto por meio de outra estratégia.

De acordo com Aragão (1976), falta em sua estrutura cognitiva, conhecimento relevante que permita uma interação entre o que já sabe e a nova informação. Neste caso especificamente, a multiplicação de fatores iguais, que deveria servir de subsunçor para o entendimento da potenciação e radiciação, não é suficientemente relevante para promover esta interação.

A aluna identificada como sujeito 3 calculou $9^3 = 27$. Perguntei como fez o cálculo, respondeu que o certo seria $9^2 = 27$. Fiz, ainda, a mesma pergunta e ela informou que deveria calcular 9×9 . Questionei se o resultado dessa operação era 27 e ela disse que não e que havia esquecido a resposta correta, mas logo concluiu que era 81 e que estava na coluna errada, ou seja, deveria ficar na coluna do número 81.

Essa mesma aluna representou o número 16 por meio da operação 4^4 . Então, perguntei:

(P) – “Como se calcula essa potência?”

(3) – “ $4 \times 4 \times 4 \times 4$.”

(P) – “Quanto é 4×4 ?”

¹⁸ Atendeu as categorias 1, 5 e 8 da atividade de número 1, disponíveis no quadro do ANEXO 1.

(3) – “16.”

(P) – (Interrompi dizendo) “Já deu o número indicado na coluna, caso prossiga obterá um número bem maior.”

Então, ela representou o número 8 com 4^2 .

(P) – “Como calculou.”

(3) – “Fiz 4×4 , que é 16.” (Percebeu o erro)

O número 8 foi representado por 2^4 e se adiantou dizendo que seria $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ e que estava errado.

O número 2 foi representado por 1^2 , entendeu que 1×1 é igual a 1, observando seu equívoco.

Representou corretamente o número 64 com a potência 8^2 . Teve reforçado o seu acerto e eu lhe pedi que corrigisse as anteriores.

A mesma aluna devolveu a atividade constando $4^2 = 8$. Perguntei como havia feito o cálculo e disse 4×2 , corrigindo a seguir para 4×4 , observando o erro cometido.

Representou o 16 com 2^8 . Insisti em querer saber como ela havia calculado e obtive a seguinte informação: $2 \times 2 = 4$, $4 \times 2 = 8$, $8 \times 2 = 16$... A aluna interrompeu dizendo que já obteve 16 e, então, eu lhe perguntei:

(P) – “Qual a maneira correta de representar 16?”

(3) – “ 2^4 .”

A aluna 3 retornou indignada dizendo que tinha feito a maior confusão e não estava entendendo mais nada. Trouxe novamente $4^2 = 8$ e $2^8 = 16$. Então, busquei retomar junto com ela:

(P) – “Pense, para calcular 4^2 você procede de que maneira?”

(3) – “ 4×4 , que é 16.”

(P) – “Pois bem, quantas vezes você repetiu o 4?”

(3) – “2 vezes, então o expoente é 2.”

(P) – “Agora, como se calcula o 2^8 ?”

(3) – $2 \times 2 = 4$, $4 \times 2 = 8$, $8 \times 2 = 16$...

(P) – (Interrompi dizendo) “Já encontrou 16. Para isso, quantas vezes o 2 se repetiu?”

(3) – “4 vezes.”

(P) – “Então, o expoente deve ser 4, ou seja $2^4 = 16$.”

A produção desta aluna¹⁹, assim como as intervenções realizadas permitem constatar que, como insistiu com vários questionamentos sobre a potenciação, deu prioridade a esse tipo de cálculo, descartando a radiciação. Talvez também por não ter conseguido tempo para trabalhar com a radiciação, visto que as intervenções feitas para a orientação sobre a potenciação demandaram boa parte da aula.

Os cálculos a seguir merecem destaque dentre os que foram apresentados por esta aluna.

$2.2 = 4$	$2^3 = 8$	$4.4 = 16$	$8.8 = 64$	$3.3 = 9$	$9.9 = 81$
$2^4 = 4$		$4^2 = 16$	$8^2 = 64$	$9^1 = 9$	$81^1 = 81$
		$2^4 = 16$	$64^1 = 64$		
		$4^4 = 16$			

O resultado de cada operação representa o número da atividade que foi representado pela operação que o precede.

No quadro acima é possível verificar que os cálculos $2^4 = 4$ e $4^4 = 16$ estão errados, apesar da aluna ter questionado o primeiro cálculo. No entanto fez $2^4 = 16$, que está correto, então pode ser que tenha esquecido de apagar o erro cometido. Já o segundo cálculo também foi questionado e o erro persistiu.

As demais operações estão corretas, mas a aluna não demonstrou fazer relações consistentes entre as operações de multiplicação de fatores iguais e potenciação, a não ser por dois exemplos, ou seja, $4.4 = 16$ e $4^2 = 16$, $8.8 = 64$ e $8^2 = 64$. Esta interpretação, permite concluir que talvez não esteja muito claro para ela que a multiplicação de fatores iguais possa ser substituída pela potenciação, e, de acordo com a teoria ausubeliana, não tenha em sua estrutura cognitiva, conhecimentos relevantes que sirvam de subsunçores, para que seja possível a aprendizagem significativa.

A aluna identificada como sujeito 4 trouxe a representação do 32 com a operação 8^4 . Perguntei-lhe sobre a maneira correta de calcular essa potência. Ela disse que seria 4×8 , ou melhor $8 \times 8 \times 8 \times 8$. Então, pedi que calculasse perguntando:

¹⁹ Atendeu as categorias 1,3 e 10 da atividade de número 1, disponíveis no quadro do ANEXO 1.

(P) – Quanto que é 8×8 ?

Respondeu 64. Foi dito que já era maior que 32, portanto o primeiro cálculo estava errado.

A mesma aluna trouxe o 27 representado pela potência 3^9 . Pedi-lhe que calculasse e começou dizendo que $3 \times 3 = 9$, $9 \times 3 = 27$. Interrompi dizendo que já tinha encontrado o 27. Então, eu quis saber qual é o expoente correto. Afirmou ser o 3. Aconteceu uma situação similar para o $4^4 = 16$. Então, fez $4 \times 4 = 16$, concluindo que o expoente correto é o 2.

Os cálculos abaixo foram apresentados por esta aluna²⁰, dando origem à análise descrita a seguir.

$2.2 = 4$	$4.4 = 16$	$8.8 = 64$	$3.3 = 9$	$9.9 = 81$
$2^2 = 4$	$4^2 = 16$	$8^2 = 64$	$3^2 = 9$	$9^2 = 81$

Todos os cálculos estão corretos e evidenciam uma relação adequada entre a multiplicação de fatores iguais e a potenciação, atendendo o princípio da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa, que permite fazer um caminho de ida e volta, relacionando suas similaridades e diferenças.

A maioria das dúvidas demonstradas pelos alunos para calcular a potenciação consistiu em multiplicar a base pelo expoente.

Cada uma das manifestações comentadas anteriormente demonstra a intenção do aluno em aprender.

De acordo com Aragão (1976), essa é a primeira das condições necessárias para que ocorra a Aprendizagem Significativa. Apesar de estar evidente essa intenção, nesses casos, que constituem 14,9% do total de alunos que desenvolveu a atividade, existe um motivo a ser considerado para que se possa justificar o fato de não haver entendimento para alguns desses alunos. Penso que a comunicação possa ser um deles. Nessa perspectiva, é necessário que se adote nova forma de comunicação, adequando a fala ao assunto que deve ser explicado, por meio de exemplos variados e de linguagem simples e clara. Os alunos que demonstraram intenção em aprender são somente 14,9% do total, mas como 97,87% apresentaram

²⁰ Atendeu as categorias 1, 3 e 10 da atividade de número 1, disponíveis no ANEXO 1.

corretamente a multiplicação de fatores iguais, 63,83% apresentaram corretamente ou parcialmente correta a potenciação e 57,44% apresentaram corretamente ou parcialmente correta a radiciação, penso que, apesar de não terem explicitado, essa intenção pode ter ocorrido de forma implícita.

Podemos considerar que essa abordagem de ensino utilizada é muito pouco familiar ao estudante, pois usualmente não são solicitados a pensar e comentar sobre como lidaram com as ideias, tentar reconstruir o caminho pensado. Assim, tendem a reproduzir a forma mais usual de ensino da Matemática, isto é ao que ele já sabe. Isso em parte pode ser explicado pela influência de experiências passadas e segundo Ausubel em Aragão (1976, p.16) “que tem efeitos positivos ou negativos sobre a nova aprendizagem e a retenção em virtude do seu impacto sobre as propriedades relevantes da estrutura cognitiva.”

2. ATIVIDADE 2

Apesar de a maioria dos alunos ter demonstrado um entendimento razoável de potenciação, como indica o quadro do ANEXO 1, percebi também que alguns deles não tinham conhecimento algum sobre o assunto. Por essa razão, propus a atividade 2, na qual deveriam, no primeiro exercício, estabelecer relações entre os números, explorando ao máximo a potenciação e a radiciação, discutidas na atividade 1. Para o segundo exercício, foram orientados a substituir as multiplicações de fatores iguais por outras operações que tivessem o mesmo resultado.

Aragão refere-se à preocupação de Ausubel quanto à organização do conteúdo a ser trabalhado nas várias disciplinas se apresentar disposta em capítulos e subcapítulos, que não condizem com a estrutura hierárquica cognitiva. Portanto, sugere que “a organização sequencial do conteúdo pode ser realmente efetiva, desde que cada novo incremento de conhecimento sirva como ponto de ancoragem para a aprendizagem subsequente” (ARAGÃO, 1976, p. 49).

Como, na atividade 1, percebi que alguns alunos não tinham ainda uma ideia clara e definida de potenciação, preferi trabalhar a atividade 2 como organizador prévio.

A multiplicação de fatores iguais foi apresentada nessa atividade para que os alunos pudessem relacioná-la à potenciação. De acordo com Aragão (1976), os

organizadores podem ser planejados e preparados para que seja possível estabelecer relações entre as ideias que já se encontram disponíveis na estrutura cognitiva com as que serão aprendidas. Nesse caso, deveriam utilizar o conhecimento que tinham sobre a multiplicação de fatores iguais, como subunçor, para o entendimento de potenciação.

A atividade 2 então é um organizador do tipo comparativo, ou seja, permite “integrar novas ideias a conceitos similares” (ARAGÃO, 1976, p. 44).

O quadro do ANEXO 2 traz informações necessárias para a interpretação das produções dos alunos no desenvolvimento da atividade 2 na 6.^a e 7.^a séries, totalizando 36 produções.

Esse quadro indica que a maioria dos alunos **apresentou a potenciação de acordo com a lógica matemática**, ou seja, 55,55% do total. Percebi também que não houve um aluno que tivesse representado todas as operações de potenciação de forma incorreta. Do total de alunos, 30,55% apresentaram a potenciação de acordo com a lógica matemática e de acordo com a lógica do aluno. Observei também que apenas 5,55% dos alunos apresentaram a radiciação, e essas operações apareceram na forma correta.

O quadro 4 apresenta as categorias da atividade 2 com suas identificações e o gráfico 6 corresponde ao percentual de alunos que representaram as respectivas categorias.

IC	CATEGORIAS DA ATIVIDADE 2
1	Apresentou potenciação corretamente de acordo com a lógica matemática.
2	Apresentou potenciação de acordo com a lógica do aluno.
3	Apresentou potenciação de acordo com a lógica matemática e de acordo com a lógica do aluno.
4	Não apresentou potenciação.
5	Apresentou radiciação de acordo com a lógica matemática.

Quadro 6 – Categorias da Atividade 2

Fonte: A autora

Legenda: IC: Identificação da categoria

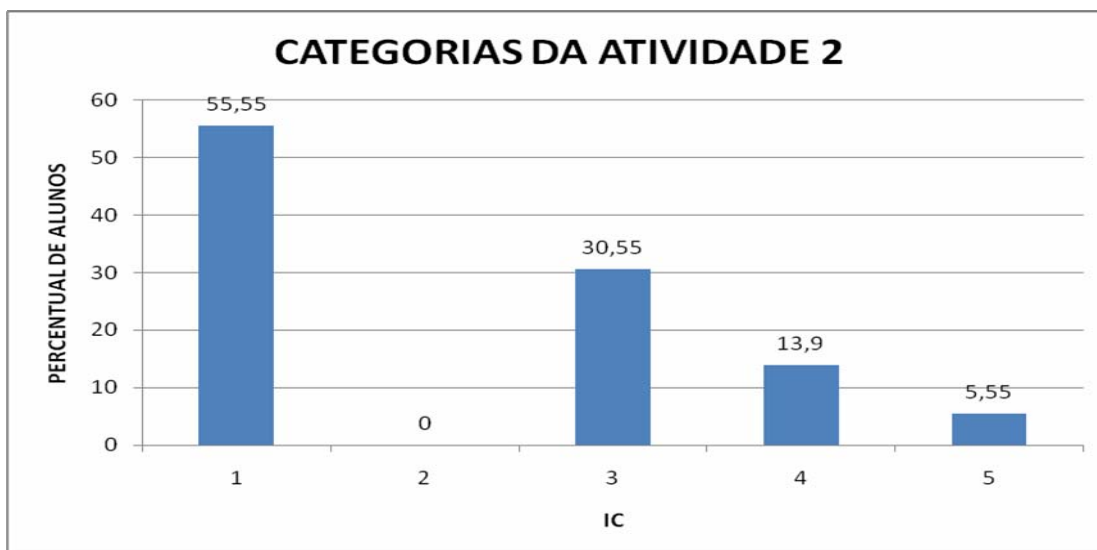


Gráfico 6 – Percentual de alunos representantes das categorias da atividade 2
Fonte: A autora

A seguir, são apresentadas as manifestações dos alunos.

- 6.^a série

A primeira aluna, identificada como sujeito 57, trouxe sua atividade em que constavam as informações de que $2^2 = 4$ e $8^2 = 16$. Tomei por base a primeira e perguntei:

(P) – Como chegou a essa conclusão?

(57) – Calculei 2×2 para obter 4.

Concordei com seu procedimento e pedi que refletisse sobre o segundo caso, questionando-a da mesma forma. A aluna respondeu que calculou 8×2 . Interferi dizendo que estava errado e informando que numa potência seus elementos são base e expoente. Para calcular, é preciso multiplicar a base por ela mesma tantas vezes for o expoente. Então, perguntei como ficaria. Ela afirmou que o resultado seria 64.

Dentre os cálculos que esta aluna apresentou, estão destacados a seguir os que devem ser comentados.

$2^3 = 8 = 2.2.2$ $2^5 = 32 = 2.2.2.2.2$ $2^8 = 256 = 2.2.2.2.2.2.2.2.$	$4^2 = 16 = 2.2.2.2$	$8^2 = 64$
---	----------------------	------------

A produção desta aluna²¹ revela ter facilidade para relacionar a multiplicação de fatores iguais com a potenciação, dando indícios que em sua estrutura cognitiva a multiplicação de fatores iguais é um conhecimento relevante que foi usado como subsunçor para o entendimento da potenciação.

Entendi, por essa análise, que a intervenção feita na ocasião de sua manifestação foi eficiente.

Outra aluna, identificada como sujeito 58, trouxe algumas potências calculadas corretamente, mas uma delas se apresentava como $2^4 = 8$. Pedi que observasse o $4^2 = 16$ e perguntei como havia conseguido tal resultado. Informou que tinha calculado $4 \times 4 = 16$. Então, pedi que pensasse sobre esse caso e explicasse como deveria calcular a outra operação. Informou que o correto seria $2 \times 2 \times 2 \times 2$, que resulta 16.

Os cálculos abaixo foram selecionados dentre os que a aluna apresentou.

$2^2 = 4 = 2.2$ $2^3 = 8 = 2.2.2$ $2^4 = 16 = 2.2.2.2$ $2^5 = 32 = 2.2.2.2.2$ $2^8 = 256 = 2.2.2.2.2.2.2.2.$	$4^2 = 16 = 2.2.2.2$	$8^2 = 64$
--	----------------------	------------

A produção desta aluna²² indica que fez todos os cálculos corretamente, demonstra que conseguiu a partir da potenciação obter a multiplicação de fatores iguais e vice-versa. Parece ter atendido o princípio da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa, percorrendo um caminho de ida e volta que permite observar suas semelhanças e diferenças.

Isso revela também que houve sucesso na intervenção.

²¹ Atendeu a categoria 1 da atividade de número 2, disponível no ANEXO 2.

²² Idem.

Mais uma aluna, identificada como sujeito 76, veio mostrar sua atividade, em que constava $4^2 = 4$. Perguntei como havia calculado e ela informou que fez 2×2 . Orientei sobre o procedimento do cálculo de potência e voltei a perguntar como deveria calcular. Informou que seria $4 \times 4 = 8$. Então, perguntei se estava realmente certa disso. Ela analisou e concluiu que o correto é 16.

A mesma aluna voltou com as seguintes operações $8^4 = 32$, e $4^2 = 16$. Como acertou o segundo cálculo, usei esse exemplo para pedir que explicasse o procedimento que tinha utilizado. Informou que fez $4 \times 4 = 16$. Confirmei seu acerto e eu lhe pedi que fizesse da mesma forma para calcular o que havia errado. Ela disse que seria $8 \times 8 \times 8 \times 8$. Então, perguntei:

(P) – “Quanto é 8×8 .”
(76) – “64.”

Pedi para observar que já tinha ultrapassado o 32, que era o número que pretendia representar.

A produção desta aluna²³ evidencia que a intervenção feita não foi suficiente para que tivesse um bom entendimento do assunto, o que é sugestivo da necessidade de nova intervenção, por meio de outra estratégia.

Os cálculos abaixo foram apresentados por esta aluna:

$2^1 = 2$	$4^2 = 16$	$8^2 = 64$	$16^4 = 512$	$32^2 = 1024$
-----------	------------	------------	--------------	---------------

Não foi resolvido o exercício 2 desta atividade, existe um erro no cálculo da 4ª coluna e como todos os cálculos estão registrados no quadro acima, são em quantidade muito reduzida. Apesar de a aluna ter feito alguns questionamentos desta atividade, o que caracteriza intenção em aprender, essa intenção não se verifica em sua produção. Percebi que na segunda atividade houve uma intenção muito menor que na primeira. De acordo com Aragão (1976), a intenção é a condição necessária e mais importante para que a aprendizagem significativa se efetive.

²³ Atendeu a categoria 3 da atividade de número 2, disponível no ANEXO 2.

Um aluno identificado como sujeito 77 trouxe a seguinte informação: $\sqrt{16} = 8$. Eu lhe disse que estava errado e perguntei se 8×8 resulta 16. Ele me informou que não e então eu pedi que encontrasse um número que multiplicado por ele mesmo resultasse 16.

O mesmo aluno voltou com sua atividade, em que constava que $\sqrt{16} = 4$ e $\sqrt{8} = 64$. Então, eu lhe pedi que explicasse como tinha calculado a primeira operação. Informou que 4×4 resulta 16. Então eu perguntei se 64×64 resulta 8. Ele disse que, às vezes, se confunde, concluiu que o correto é $\sqrt{64} = 8$ e disse que não conseguia calcular potência. Pedi-lhe que desse um exemplo de uma operação que imaginava ser potência. Respondeu $2^1 = 2$. Foi confirmado o acerto. Então, eu pedi que desse outro exemplo, mas dessa vez com um expoente maior que 1. Respondeu 8^4 . Eu lhe perguntei assim:

(P) – “Como deve fazer para calcular?”

(77) – “ 8×4 .”

(P) – (Disse-lhe que não e expliquei o procedimento do cálculo.)

(77) – “Fica 4×8 .”

(P) – “Qual é a base?”

(77) – “4,... não, 8.”

(P) – “Então deve multiplicar por ele mesmo tantas vezes quantas indicar o expoente”

(77) – “ $8 \times 8 \times 8 + 8$.”

Insisti em dizer que se tratava de multiplicação e não de adição, como havia feito no final. Então, concluiu $8 \times 8 \times 8 \times 8$, e eu lhe pedi que calculasse para ver qual número seria representado por esse cálculo, e reforcei que deveria prestar atenção, pois 8×8 é igual a 64. Então, deveria continuar o cálculo. Perguntou sobre o resultado, mas eu pedi que calculasse para descobrir.

A produção deste aluno²⁴ está representada pelos cálculos abaixo e motivaram a seguinte análise.

$16^2 = 16.16 = 256$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{64} = 8$
----------------------	----------------	-----------------	-----------------

Acertou as operações e a única relação que fez entre potenciação e multiplicação está na primeira coluna. Por ter pouquíssimos cálculos pode-se

²⁴ Atendeu as categorias 1 e 5 da atividade de número 2, disponíveis no ANEXO 2.

entender que o tempo não foi suficiente para concluir visto que usou boa parte dele fazendo alguns questionamentos sobre a atividade. Desta forma fica difícil analisar esta produção à luz da teoria ausubeliana.

Uma aluna identificada como sujeito 75 veio questionar sobre o que é potência. Pedi que desse um exemplo de uma operação que considerava ser uma potência. Informou $\frac{64}{8}$. Eu disse que isso representa uma fração ou uma divisão e dei como exemplo de potência 2^3 , orientando a seguir o procedimento de cálculo. Perguntei, em seguida, como faria para calcular. Respondeu que seria 1×2 porque 2 é par e 3 é ímpar. Interrompi dizendo que estava errado. Então, sugeri 2×2 , mas comentou que estaria errado pois daria 4 e quatro é maior que 2 e que 3. Eu lhe disse que não haveria problema algum se o resultado fosse um número maior. Perguntei quantas vezes ele tinha de multiplicar o dois por ele mesmo. Respondeu 1. Voltei a explicar que o 2 tem que ser multiplicado por ele mesmo tantas vezes for o expoente. Ficou em silêncio, demonstrando dúvida. Pedi que calculasse 1^2 , disse que seria $1 \times 1 = 2$. Perguntei se estava correto, disse que o certo seria 1×2 . Insisti no procedimento correto do cálculo e finalmente ele informou $1 \times 1 = 1$.

A mesma aluna apresentou novamente $1^2 = 2$ para representar o número 2. Pedi que explicasse como havia feito. Disse que fez $1 \times 1 = 2$. Perguntei se 1×1 é realmente 2, disse que não, a resposta é 1. Então, eu lhe disse que esse cálculo não poderia representar o número 2. Apresentou também $8^2 = 16$. Perguntei como havia calculado. Disse que fez 4×8 e corrigiu dizendo que o certo seria $8 \times 8 = 64$. Então, pedi-lhe que prestasse atenção nos seus cálculos.

Dentre os cálculos que a aluna fez os descritos abaixo merecem destaque:

$1^2 = 2$	$2^6 = 64$
$1^3 = 2$	$2^{11} = 512$
$2^2 = 4 = 2.2$	$2^{24} = 1024$
$2^3 = 8 = 2.2.2$	
$2^4 = 16 = 2.2.2.2$	
$2^5 = 32 = 2.2.2.2.2$	
$2^8 = 256 = 2.2.2.2.2.2.2.2.$	

A aluna cometeu erro nos dois primeiros cálculos da primeira coluna e nos dois últimos da segunda coluna, os demais estão corretos.

Conseguiu fazer relações entre a potenciação e a multiplicação de fatores iguais, atendendo o princípio da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa, apesar de não ter em sua estrutura cognitiva, conhecimentos relevantes que pudessem servir de subsunçores para a compreensão do assunto novo. Tal análise se deu pela manifestação de total desconhecimento da potenciação e de sua possível relação com a multiplicação, durante seus questionamentos.

A produção desta aluna²⁵, assim como as intervenções realizadas revelam êxito em boa parte dos cálculos apresentados, demonstra uma grande intenção em aprender e que o material utilizado foi potencialmente significativo, condições necessárias e fundamentais para que de acordo com Aragão (1976), a aprendizagem significativa ocorra.

A aluna identificada como sujeito 67, trouxe $8^4 = 32$ e $4^2 = 16$. Como o segundo cálculo estava certo, usei esse exemplo para explicar a partir da informação de como havia conseguido calcular. Informou que fez $4 \times 2 = 16$. Pedi que pensasse a respeito. Então, fez $4 \times 4 = 16$ e imediatamente queria alterar o expoente para 4. Eu lhe disse que não, afirmando que aquele cálculo estava correto e que só queria que ela explicasse como havia feito. A seguir, pedi que falasse sobre o primeiro cálculo. Disse que 8^4 é o mesmo que $8 \times 8 \times 8 \times 8$. Pedi que calculasse para confirmar se isso é o mesmo que 32.

Os cálculos apresentados pela aluna são:

$2^1 = 2.1 = 1$	$4^2 = 16 = 2.2.2.2$	$8^2 = 64$
$2^2 = 2.2 = 4$		$8^4 = 128$
$2^3 = 8 = 2.2.2$		$16^4 = 64$
$2^4 = 16 = 2.2.2.2$		
$2^5 = 32 = 2.2.2.2.2$		
$2^8 = 256 = 2.2.2.2.2.2.2.2$		

²⁵ Atendeu a categoria 3 da atividade de número 2, disponível no ANEXO 2.

Acertou a maior parte dos cálculos, apresentando erro somente nos dois últimos da terceira coluna, sendo que 8^4 , já havia sido questionado, mas ainda sim se equivocou. Talvez seja porque a base é 8 e teve dificuldade de fazer as multiplicações, visto que no caso das potências de base 2, calculou corretamente e fez as devidas relações com as multiplicações de fatores iguais.

A interpretação da produção desta aluna²⁶ indica que foi efetivado o princípio da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa, pois de acordo com Novak (1981), o conhecimento geral e inclusivo, ou seja, a multiplicação, relaciona-se com o mais específico e menos inclusivo, a potenciação. Como alguns erros foram observados, percebemos que a aluna necessita de novo atendimento para abordagem do assunto, numa outra perspectiva.

O aluno identificado como sujeito 78 trouxe o cálculo $2^3 = 8$. Pedi que explicasse como calculou. Disse que fez 2×3 . Então, perguntei: isso resulta 8? Informou que não. Então, expliquei o procedimento do cálculo e pedi que transformasse aquela potência numa multiplicação equivalente.

Segue abaixo, os cálculos apresentados por este aluno.

$2^1 = 2.1 = 1$	$4^2 = 16$	$8^2 = 64$
$2^2 = 2.2 = 4$		
$2^3 = 8 = 2.2.2$		
$2^4 = 16 = 2.2.2.2$		
$2^5 = 32 = 2.2.2.2.2$		
$2^8 = 256 = 2.2.2.2.2.2.2.2.$		

A análise da produção deste aluno²⁷ revela que acertou todos os cálculos. Isso demonstra um avanço comparado com a primeira atividade em relação à potenciação, apesar de não ter nesta segunda atividade, utilizado qualquer tipo de radiciação, operação que demonstrou dúvida na primeira atividade.

Como manteve a relação entre a potenciação e a multiplicação de fatores iguais, fica atendido o princípio da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa como mencionado na análise da atividade 1 e evidenciado a necessidade de retomada da radiciação.

²⁶ Atendeu a categoria 3 da atividade de número 2, disponível no ANEXO 2.

²⁷ Atendeu a categoria 1 da atividade de número 2, disponível no ANEXO 2.

A aluna identificada como sujeito 60 queria orientação de como escrever uma potência. Orientei dizendo que o número grande é a base e fica embaixo e o número pequeno que é o expoente deve ficar em cima, como, por exemplo: 4^2 . Expliquei o procedimento de cálculo. Mesmo assim, ela não conseguiu resolver. Insisti dizendo que o 4 deve aparecer 2 vezes na multiplicação. Então, ela perguntou se ficava 44. Eu lhe disse que não e que deveria escrever uma multiplicação em que o 4 seria multiplicado por ele mesmo, tendo nessa operação 2 fatores 4, porque o expoente é 2, ou seja, $4 \times 4 = 16$.

Os cálculos da aluna²⁸ descritos abaixo, permitem a seguinte análise.

$2^1 = 2.1 = 1$ $2^2 = 2.2 = 4$ $2^3 = 8 = 2.2.2$ $2^4 = 16 = 2.2.2.2$ $2^5 = 32 = 2.2.2.2.2$ $2^8 = 256 = 2.2.2.2.2.2.2.2.$
--

Registrou corretamente cada um deles demonstrando conseguir relacionar a potenciação com a multiplicação de fatores iguais.

Apesar de não ter registrado em sua atividade o questionamento que fez, demonstrou pela coerência dos outros cálculos, uma grande intenção em aprender, visto que trazia muitas dúvidas em relação à potenciação. Isso permite o entendimento de que tinha em sua estrutura cognitiva, conhecimento relevante sobre multiplicação que serviu de subsunçor para a compreensão da potenciação e que o material foi potencialmente significativo.

- 7.^a Série

A aluna identificada como sujeito 6 representou o número 4 por meio da expressão $2^2 + 2 = 4$. Perguntei-lhe:

(P) – “Quanto é 2^2 ?
(6) – “4.”

²⁸ Atendeu a categoria 1 da atividade de número 2, disponível no ANEXO 2.

Questionei sobre a forma de cálculo que havia utilizado e ela me informou que fez $2 + 2 = 4$. Orientei-a dizendo que estava errado o procedimento, mas que o resultado estava certo. Então, sugeri que pensasse numa outra possibilidade para obter 4, ao que respondeu $2 \times 2 = 4$. Então, retornei à expressão e disse-lhe que o resultado dessa não seria 4, já que 2^2 é 4 e que ela deveria ainda adicionar 2 conforme estava indicado, logo concluiu que o correto é 6. Pedi que calculasse 4^2 , e ela respondeu que ficaria 4×2 . Orientei-a afirmando que não haveria necessidade de potência se estivesse certa. Nesse caso, bastaria a multiplicação de 4 por 2, mas se estava referindo à potência, o procedimento de cálculo é outro. Como não soube calcular essa operação, eu lhe apresentei o resultado e pedi que pensasse a respeito, comparando o que havia sido feito no início com essa nova operação, para que analisasse qual deveria ser o procedimento adequado para fazer esse cálculo.

A mesma aluna retornou com o cálculo $4^2 = 16$, explicando que havia dado 16 porque $16 : 4 = 4$. Pedi-lhe, ainda, que pensasse no cálculo da seguinte forma: como poderia chegar ao 16 a partir da potência 4^2 . Teve dificuldade para entender. Então, orientei-a dizendo que como tinha utilizado a divisão para explicar o resultado dessa potência, usasse agora a operação inversa da divisão. Afirmou prontamente que é a multiplicação. Prossegui pedindo que considerasse a multiplicação para conseguir chegar ao 16 a partir daquela potência. Fez $4 \times 4 = 16$. Elogiei seu avanço e expliquei o procedimento de cálculo da potência, pedindo que calculasse 3^2 . Rapidamente ela afirmou que é a mesma coisa que 3×3 , que resulta 9.

A produção desta aluna²⁹ está representada pelos cálculos descritos a seguir, que juntamente com as intervenções, contribuíram para a análise.

$2^1 = 2$	$4^2 = 4.4 = 16$	$8^2 = 8.8 = 64$
$2^2 = 2.2 = 4$	$4^2 = 2.2. = 8$	$8^{32} = 8.8..... = 256$
$2^8 = 2.2.2.2.2.2.2.2 = 16$	$4^8 = 4.4.4.4.4.4.4.4 = 32$	

Existe muita confusão na produção desta aluna que acertou as duas primeiras operações da primeira coluna, a primeira da segunda coluna e a primeira da terceira coluna, as demais estão erradas.

²⁹ Atendeu a categoria 3 da atividade de número 2, disponível no ANEXO 2.

É possível observar que a dúvida comentada na primeira manifestação se manteve em $2^8 = 2.2.2.2.2.2.2.2 = 16$ e $4^8 = 4.4.4.4.4.4.4.4 = 32$. Apesar de ter representado a potência por meio de multiplicação de fatores iguais, adicionou os fatores ao invés de multiplicar.

Tal procedimento dá indícios de que não tem em sua estrutura cognitiva conhecimento relevante sobre a multiplicação, fundamental para fazer o papel de subsunção para o entendimento do assunto novo, a potenciação.

Essa análise sugere a necessidade de retomar a explicação por meio de outra estratégia.

Outra aluna, identificada como sujeito 18, apresentou o cálculo $128^2 = 256$. Usei como exemplo um cálculo que ela havia feito corretamente, ou seja, $4^2 = 16$ e perguntei como havia encontrado o resultado. Ela informou que fez 4×2 . Perguntei se essa multiplicação resulta 16. Observou o erro e corrigiu afirmando 4×4 . Eu lhe disse que deveria usar o mesmo procedimento para calcular 128^2 . Perguntou se era 128×128 , ao que eu concordei e observei que daria um número muito maior do que 256.

Dentre os cálculos feitos, os descritos abaixo foram destacados e ajudaram a definir a análise da produção desta aluna³⁰.

$2.2 = 4$	$4^1 = 4$ $4^2 = 16$	$8^2 = 64$
-----------	-------------------------	------------

Apesar dos cálculos estarem certos, é possível perceber que não faz relação entre a multiplicação de fatores iguais e a potenciação. Neste caso, parece não atender o princípio da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa e evidencia a necessidade de propor material potencialmente significativo que provoque o estabelecimento desta relação.

A aluna identificada como sujeito 17 perguntou se poderia representar o número 32 com as multiplicações 2×16 e 4×8 . Confirmei dizendo que estava usando multiplicações com fatores diferentes, mas que representavam o mesmo

³⁰ Atendeu a categoria 1 da atividade de número 2, disponível no ANEXO 2.

resultado e reforcei o pedido para que procurasse utilizar também a potenciação para indicar esse número.

Como o questionamento da aluna não tem relação com a potenciação, entendi que ela conhecia a operação e não havia precisado de explicação para resolver corretamente.

Os cálculos desta aluna³¹ estão descritos a seguir e auxiliaram na definição da análise de sua produção.

$2^2 = 2.2 = 4$	$4^2 = 2.2.2.2 = 16$	$8^2 = 64$
$2^3 = 8 = 2.2.2$	$4^4 = 2.2.2.2.2.2.2.2 = 256$	$16^2 = 256$
$2^4 = 16$		$32^2 = 1024$
$2^5 = 32 = 2.2.2.2.2$		
$2^8 = 256 = 2.2.2.2.2.2.2.2.$		

Não há registro de seu primeiro questionamento, provavelmente em função da orientação que recebeu. Acertou todos os cálculos, inclusive os que foram registrados na coluna do meio, que exigiu um trabalho maior, por ter fatorado cada um dos fatores 4 em dois fatores 2. Talvez tenha optado por esse procedimento por preferir calcular a multiplicação com fatores 2 do que com fatores 4, ou seja, a tabuada do 2 é mais fácil que a do 4.

No entanto, conseguiu relacionar a multiplicação de fatores iguais com a multiplicação, o que demonstra ter atendido o princípio da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa, num movimento de vai e vem, relaciona o mais geral e mais inclusivo que é a multiplicação, com o mais específico e menos inclusivo, a potenciação.

O aluno identificado como sujeito 13 queria calcular $\sqrt{2}$. Como havia feito corretamente $\sqrt{16} = 4$, perguntei como havia pensado nesse caso. Respondeu que fez $4 \times 4 = 16$. Concordei e pedi que pensasse num número que multiplicado por ele mesmo desse 2. Comentou 1×1 e logo percebeu que não daria 2. Solicitei, então, que pensasse mais sobre isso. Ele não conseguiu encontrar uma resposta. Então,

³¹ Atendeu a categoria 1 da atividade de número 2, disponível no ANEXO 2.

eu afirmei que o 2 não tinha raiz quadrada exata, pois não existe um número natural que multiplicado por ele mesmo dê 2.

Nesse caso, pude perceber que seu questionamento não dizia respeito à potenciação, mas sim à radiciação. Então, faltou uma intervenção que pudesse esclarecer o procedimento do cálculo da potenciação.

Dentre os cálculos que o aluno apresentou, foram destacados os que seguem que serviram de base para definição da categoria³² atendida por ele.

$2^2 = 2.2 = 4$.	$4^2 = 4.4 = 16$	$8^2 = 8.8 = 64$ $832^2 = 8.8.8... = 256$
----------------------	------------------	--

Apesar de o aluno ter questionado sobre radiciação, não registrou qualquer cálculo envolvendo esta operação.

O aluno errou apenas o último cálculo e acertou os demais fazendo associação da multiplicação de fatores iguais com a potenciação, mas registrou uma quantidade muito pequena de operações similares a estas. Talvez não tenha em sua estrutura cognitiva, conhecimento relevante sobre multiplicação, que possa servir de subsunçor para o entendimento da potenciação.

A aluna identificada como sujeito 3 trouxe sua atividade, na qual representava o número 8 por meio das operações 2×4 e 2^3 . Perguntei como havia calculado a potência e a aluna informou ter feito $2 \times 2 \times 2$. Elogiei o seu acerto e pedi que concluísse a atividade.

A mesma aluna retornou dizendo ter encontrado uma potência para representar o número 1024, que seria 2^{10} . Perguntei como tinha feito e ela afirmou que era 10 vezes o 2. Corrigi dizendo que teria 10 fatores 2. Queria representar também com uma potência o número 256. Pedi que usasse o mesmo procedimento que havia utilizado no cálculo anterior para saber quantos fatores 2 seriam necessários para representar o 256.

Estão descritos no quadro a seguir os cálculos efetuados por esta aluna³³ que definiram a análise de sua produção.

³² Atendeu a categoria 3 da atividade de número 2, disponível no ANEXO 2.

³³ Atendeu a categoria 1 da atividade de número 2, disponível no ANEXO 2.

$2^1 = 2$ $2.2 = 4 = 2^2$ $2.2.2 = 8 = 2^3$ $2.2.2.2 = 2^4$ $2.2.2.2.2 = 32 = 2^5$ $2.2.2.2.2.2.2.2 = 256 = 2^8$ $1024 = 2^{10}$
--

Todos os seus questionamentos estão registrados em seus cálculos de forma correta. Isso faz entender que o interesse da aluna demonstrado pela sua manifestação foi importante e que a orientação dada foi eficiente.

Na atividade 1 a aluna não havia feito muitas relações entre a multiplicação de fatores iguais com a potenciação, o que não acontece nesta atividade 2. É possível perceber esta relação em seus cálculos no quadro acima, o que permite concluir que atendeu o princípio da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa. Consegue num movimento e ir e vir estabelecer relações entre as similaridade e diferenças do conhecimento que é mais geral e inclusivo, a multiplicação, com o que é mais específico e menos inclusivo.

As atividades 1 e 2 foram desenvolvidas com o objetivo principal de saber qual é o entendimento dos alunos sobre potenciação, visto que é normalmente trabalhada na 5.^a série. Então, eu supunha, pelo menos, algum conhecimento básico sobre esse assunto.

A razão da insistência no procedimento do cálculo é por se observar, no decorrer da experiência, os alunos multiplicarem a base pelo expoente. Esse equívoco acontece com muita frequência e repercute em erros consideráveis, o que pôde ser observado no desenvolvimento dessa atividade também.

A introdução das atividades 1 e 2 antes de uma aula convencional que abordasse os conceitos da potenciação provocou inquietações entre os alunos, de forma tal que os motivou a questionar. Isso pôde ser observado nas manifestações descritas. Essa forma de comportamento dos alunos enseja uma clara demonstração de intenção em aprender o assunto trabalhado.

Nessa atividade, pude perceber o envolvimento de um maior número de alunos, ou seja, 36,11% do total procuraram esclarecer suas dúvidas.

Após o desenvolvimento das duas atividades, foi trabalhada a potenciação numa aula expositiva, com o auxílio de um fluxograma, que foi utilizado como organizador prévio, para que os alunos pudessem relacionar o conhecimento que já tinham do assunto com o que iriam aprender, ou seja, as propriedades dessa operação.

De acordo com os princípios fundamentais da teoria ausubeliana, trabalhei os conceitos de ângulos, conforme atividades descritas no capítulo anterior. Os dados coletados durante o trabalho sobre esse assunto serão analisados subsequentemente.

3. ATIVIDADE 3

A atividade de número 3 foi proposta com o objetivo de investigar a existência de conhecimentos prévios disponíveis na estrutura cognitiva dos estudantes que pudessem servir de subsunçores para o estudo de ângulos.

Aragão (1996) compartilha da preocupação de Ausubel quanto à necessidade de mobilizar os conhecimentos relevantes da estrutura de conhecimento do indivíduo para que as novas informações possam relacionar-se com as já existentes e proporcionar uma aprendizagem significativa, estabelecendo o processo de subsunção.

Para o desenvolvimento desta atividade, os alunos deveriam primeiramente, sem qualquer explicação prévia, escrever sobre o conhecimento que tinham sobre ângulos, podendo abordar o que sabiam sobre o conceito, medida, instrumentos de medida e classificação, dando uma primeira definição. Após o recolhimento da atividade, li em voz alta cada uma das produções, sem identificar o sujeito e escrevi no quadro aquelas que eram pertinentes. A partir destas informações, abordei os aspectos mais importantes de cada uma delas e trabalhei o conteúdo procurando explorar ao máximo o que os alunos tinham escrito.

Após esta explicação, pedi que escrevessem novamente o que tinham entendido sobre o assunto, dando uma segunda definição.

Participaram desta atividade 22 alunos da 6ª, 25 da 7ª e 24 da 8ª série, totalizando 71 alunos. O quadro do ANEXO 3 traz informações necessárias para a interpretação das produções desses alunos no desenvolvimento da atividade.

Podemos observar por meio deste quadro que apenas 14,08% dos alunos demonstraram conhecimento razoável na primeira definição e no caso da segunda definição, esse conhecimento razoável representa 15,49%, ou seja, um aumento pouquíssimo relevante.

Os que demonstraram pouco conhecimento na primeira definição são 32,39% e na segunda definição são 40,84%, neste momento, houve um avanço mais considerável.

Os que não demonstraram conhecimento na primeira definição são 42,25% e na segunda definição são 25,53%, neste caso já podemos observar uma boa evolução, pois reduziu significativamente as considerações que indicavam desconhecimento do assunto da segunda para a primeira definição.

Os que não apresentaram definição no primeiro momento são 11,26% e no segundo são 21,13%. Neste caso, algumas considerações devem ser feitas:

- 1) A ausência do aluno no momento que deveriam fazer a primeira ou a segunda definição, visto que se deu em aulas diferentes;
- 2) A absoluta falta de entendimento do assunto na ocasião da primeira definição;
- 3) No caso em que o aluno conseguiu colocar-se com coerência na primeira definição, pode ter considerado o que fez suficiente e não ter feito a segunda definição.

O quadro 5 apresenta a identificação das categorias da atividade 3 e o gráfico 7 corresponde ao percentual de alunos que representaram as respectivas categorias.

IC	CATEGORIAS DA ATIVIDADE 3
1	Definição da primeira etapa de acordo com a lógica geométrica.
2	Definição da primeira etapa com pouco subsídio da lógica geométrica.
3	Definição da primeira etapa de acordo com a lógica do aluno.
4	Não apresentou a primeira definição.
5	Definição da segunda etapa de acordo com a lógica geométrica.
6	Definição da segunda etapa com pouco subsídio da lógica geométrica.
7	Definição da segunda etapa de acordo com a lógica do aluno.
8	Não apresentou segunda definição.

Quadro 7 – Categorias da Atividade 3

Legenda: IC = Identificação das Categorias

Fonte: A autora

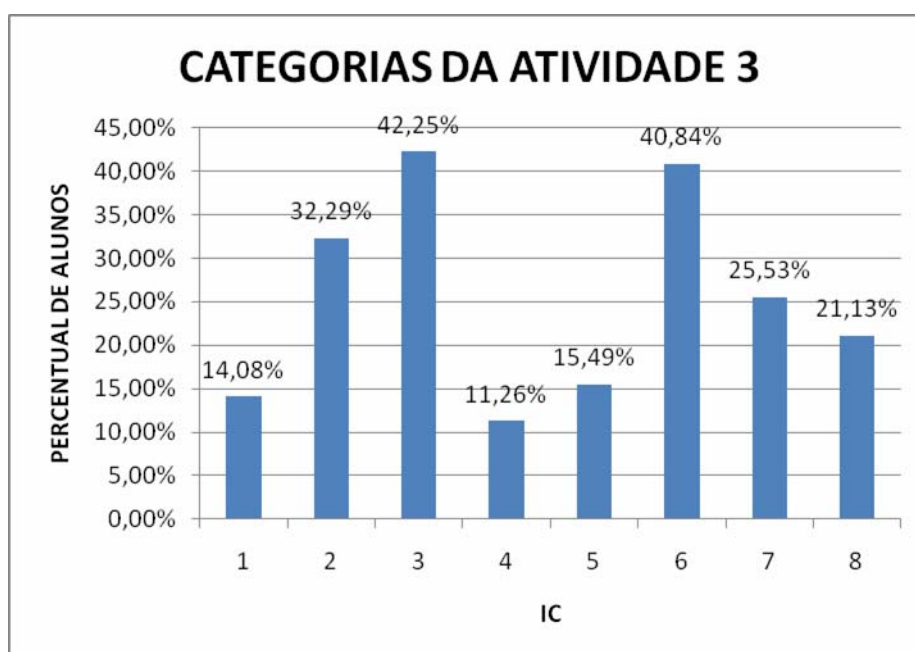


Gráfico 7 – Percentual de alunos representantes das categorias da atividade 3

Fonte: A autora

Ao analisar as produções dos alunos nesta atividade, algumas situações chamam a atenção, como por exemplo, as categorias atendidas pelos sujeitos 15³⁴ e 18³⁵.

³⁴ Atendeu as categorias 1 e 7 da atividade de número 3, disponível no ANEXO 3.

³⁵ Idem.

Os dois, apesar de terem demonstrado conhecer o assunto no primeiro momento, deixaram de demonstrar isso no segundo momento, mesmo após toda a abordagem feita do assunto durante a realização da atividade.

Segue abaixo as produções desses alunos nos dois momentos, ou seja, na primeira e na segunda definição.

Primeira definição:

15.7.3.1

Escreva com suas palavras, qual o entendimento que você tem sobre ângulos.

Ângulos adjacentes: Os ângulos $\widehat{AOB}$ e $\widehat{BOC}$ são consecutivos, pois têm o mesmo vértice O e um lado comum que é a semi-reta OB .
 Ângulos complementares: $\widehat{GEF}$ e $\widehat{HIO}$. A soma das medidas desses dois ângulos é 90° . Por isso eles são chamados ângulos complementares.
 Ângulos suplementares: $\widehat{AST}$ e $\widehat{UVX}$. A soma das medidas desses dois ângulos é 180° . Por isso, eles são chamados ângulos suplementares.

Segunda definição:

15.7.3.7

07/07/10

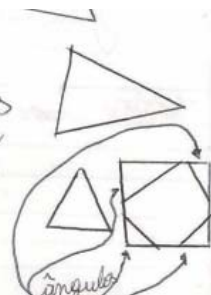
Uma forma de calcular ângulos. Por exemplo usando o m
 $2m + 90^\circ - m = 150^\circ$
 $m = 150^\circ - 90^\circ$
 $m = 60^\circ$

Primeira definição:

18.7.3.1

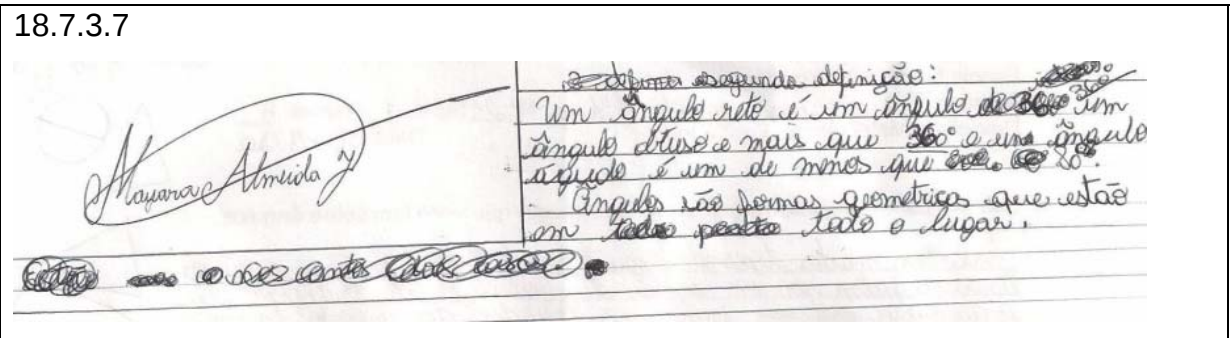
Escreva com suas palavras, qual o entendimento que você tem sobre ângulos.

Existem muitos tipos de ângulos: ângulo reto, obtuso e outros. Ângulos podem ser em forma de círculo, e de triângulo ou quadrado, ~~podem~~ podem ser medidos de diferentes formas. Um exemplo é quando que é um ângulo ~~ângulo~~ ~~ângulo~~ ~~ângulo~~ como o canto de uma folha de papel por exemplo forma um ângulo.



Segunda definição:

18.7.3.7



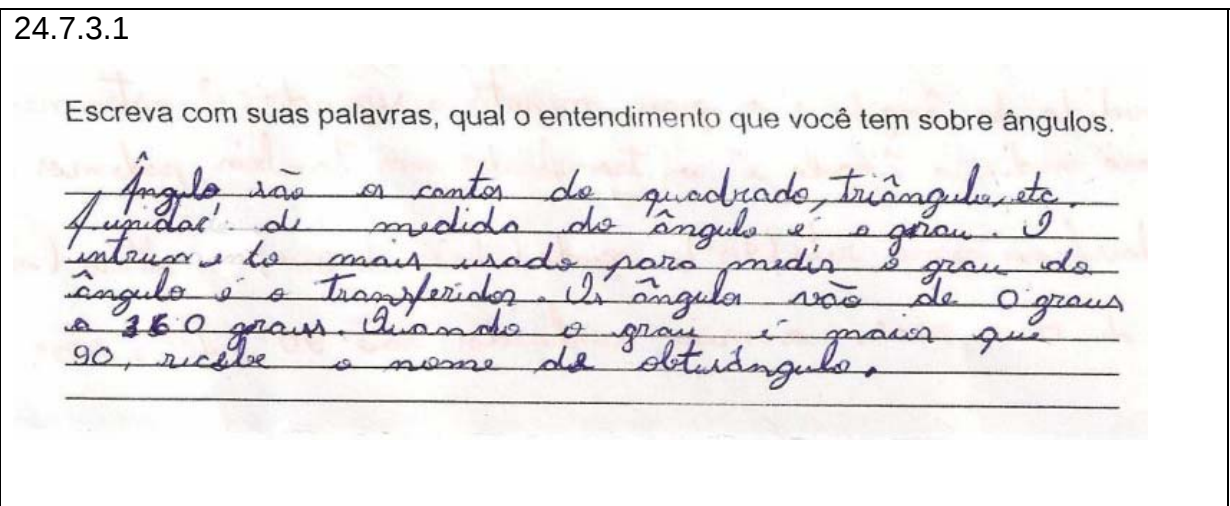
De acordo com a teoria ausubeliana, pode-se considerar que os conhecimentos demonstrados na primeira definição não eram suficientemente relevantes para proporcionar uma interação com as novas informações, de forma que fosse possível promover aprendizagem significativa.

No entanto, de todos os sujeitos que demonstraram ter conhecimento razoável na primeira definição, 50% deles também demonstraram ter conhecimento razoável na segunda definição, ou seja, os sujeitos³⁶ 24, 29, 32, 33 e 48.

Trago a seguir as produções desses alunos nas duas definições.

Primeira definição:

24.7.3.1



³⁶ Atenderam as categorias 1 e 5 da atividade de número 3, disponíveis no ANEXO 3.

Segunda definição:

24.7.3.5

04/04/10
 Segunda definição.
 Ângulo é duas semiretas unidas por um vértice, o espaço entre elas forma um ângulo.
 Unidade de medida do ângulo é o grau, minuto e segundo. O instrumento mais usado para medir o ângulo é o transferidor mas também podemos usar o esquadro.
 Os ângulos se classificam como retos (90°), agudos (abaixo de 90°) e obtusos (maior que 90°).
 Os ângulos vão de 0° a 360° , os mais conhecidos são 90° , 180° e 360° .

Primeira e segunda definições:

29.8.3.1.5

Escreva com suas palavras, qual o entendimento que você tem sobre ângulos.

Instrumento de medida transferidor, classificação: agudo que é menor que 90° , reto que é 90° , obtuso maior que 90° como medido com transferidor.
 Unidade de medida grau, submúltiplos minuto e segundo.
 Definição: Foi a mesma de que eu escrevi só o submúltiplo é diferente.

Primeira e segunda definições:

32.8.3.1.5

Escreva com suas palavras, qual o entendimento que você tem sobre ângulos.

Classificação: Agudo, reto, Obtuso. O ângulo agudo tem medida inferior a 90° ; O ângulo reto mede 90° e o ângulo obtuso mede mais que 90° . O instrumento utilizado para medir ângulos se chama transferidor, ou seja, que permite a formação por 2 linhas que se encontram dentro da figura, em vertical e horizontal.

Definição:

O ângulo é a abertura entre duas semi-retas que se encontram no vértice do ângulo. Classificação: Agudo - Reto - Obtuso. Agudo medida inferior a 90° , reto mede 90° , obtuso mede superior a 90° . O instrumento mais utilizado para medir ângulos se chama transferidor, mas também tem o esquadro, mas ele só pode para medir ângulos agudos e retos. A unidade de medida do ângulo é o grau, Os submúltiplos do ângulo são minutos e segundos. Também tem o ângulo de 180° que são chamados de ângulo reto.

Primeira e segunda definições:

33.8.3.1.5

Escreva com suas palavras, qual o entendimento que você tem sobre ângulos.

É medido por Graus

O ângulo é medido em que estão abertos nas pontas de alguma forma geométrica. É medido por meio do transferidor, tem o ângulo reto, agudo e obtuso e ângulo zero. Ou seja, que submúltiplos deve ser segundos e minutos.

2ª definição

Def. Existem 3 tipos de ângulo: Agudo menos de 90° , Reto 90° e o agudo mais que 90° .

A unidade de medida é o grau. É medido por meio do transferidor ou esquadro.

Ângulo é a medida da abertura entre 2 semi-retas de mesma origem. Os submúltiplos são os segundos, exemplo: $20''$ e os minutos. Exemplo: $20'$

Primeira e segunda definições:

35.8.3.2.5

Escreva com suas palavras, qual o entendimento que você tem sobre ângulos.

instrumento de medida = ~~regua~~ ~~transferidor~~ REGUA
 unidade de medida: comprimento, GRAUS
 conceito =
 classificação = reto, Ângulo Agudo, Obtuso
 como medir = medir no transferidor.
 submúltiplos =

07/07/10

2ª definição

instrumento de medida = transferidor

unidade de medida = é o grau

conceito =

classificação = reto, Agudo e obtuso

como medir = ângulo e a medida da abertura até o final da linha

submúltiplos = 60 minutos e 60 segundos

Primeira e segunda definições:

45.8.3.2.5

Escreva com suas palavras, qual o entendimento que você tem sobre ângulos.

Existem ângulos retos, obtusos e agudos. O ângulo reto mede 90° . O obtuso mede mais que 90° e o agudo mede menos que 90° . Para medir um ângulo usamos o transferidor. O ângulo pode existir em quadrados, retângulos, e losângulos.

07/07/2010

O ângulo classifica-se em: agudo, obtuso e reto.

exemplo de reto: $\angle 90^\circ$

obtusos: $\angle$

agudos: $\angle$

unidade de medida: é o grau

O instrumento de medida = é o transferidor

O agudo é menor que 90°

O obtuso é maior que 90°

e reto é de 90°

Os submúltiplos são: segundos e minutos.

Primeira e segunda definições:

46.8.3.2.5

Escreva com suas palavras, qual o entendimento que você tem sobre ângulos.

O ângulo reto mede 90° e o ângulo obtuso mede mais que 90° . O instrumento usado para medir é o transferidor. O ângulo agudo pode ser usado no vertical ou horizontal.
Os ângulos são os agudos, retos e obtusos.

2.ª Definição

Os submúltiplos do grau são minuto e segundos. O ângulo agudo é menor que 90° , o reto mede 90° , obtuso é maior que 90° .
Unidade de medida é o grau.

Primeira e segunda definições:

47.8.3.2.5

Escreva com suas palavras, qual o entendimento que você tem sobre ângulos.

Ângulos de 90° , tem ângulo reto, ângulo 180° , ângulo agudo, ângulo obtuso, ângulo central etc.
Para se medir o ângulo se usa o transferidor.

Sua unidade de medida é: o centímetro ou o grau. Exemplo: 90° , 180° , 360° etc.

Como medir: uso o transferidor é uso um ângulo, 07/07/20

2.ª Definição de ângulo, Se usa o transferidor para medir. Se mede colocando a seta que o transferidor tem no vértice do ângulo e posiciona o outro lado no zero do transferidor para saber qual ângulo que é.
Com vários tipos de ângulos. Exemplo: agudo, obtuso, reto.

Estes casos permitem entender que apesar do pouco conhecimento inicial, ou seja, da ausência de subsunçores na estrutura cognitiva desses alunos, as novas informações foram assimiladas, talvez por demonstrarem intenção em aprender e/ou pelo material e abordagem do assunto, apresentarem características potencialmente significativas.

Um indicativo maior do que foi descrito no parágrafo anterior, é o que está representado nas produções dos sujeitos³⁸ 3 e 69, ou seja, apresentaram na segunda definição argumentos que demonstram conhecimento do assunto, apesar da primeira definição não conter esta característica.

Apresento a seguir as atividades destes sujeitos, que comprovam o grande avanço observado.

Primeira definição:

3.7.3.3

Escreva com suas palavras, qual o entendimento que você tem sobre ângulos.

Para mim um ângulo é um canto de alguma coisa. Um ângulo pode ter várias medidas. um submúltiplo de um ângulo pode ser o transferidor.

Segunda definição:

3.7.3.5

2ª definição de ângulos 07/07/10
A definição de ângulos são os seus cantos, todos os ângulos têm vértices. Os submúltiplos dos ângulos são os minutos e os segundos. O instrumento de medida de um ângulo é o transferidor.

³⁸ Atenderam as categorias 3 e 5 da atividade de número 3, disponível no ANEXO 3.

Primeira definição:

69.6.3.3

Escreva com suas palavras, qual o entendimento que você tem sobre ângulos.

*Não sei, angulo: unidade de medida: centimetro.
instrumento de medida: Régua retangular, normal,
reta, em círculo, meio círculo.*

SEI LÁ NÃO TENHO A MENOR IDÉIA

Segunda definição:

69.6.3.5

2ª Definição.

*angulo: 90 grau, maior de 90 grau se chama **obtuso**, menor de 90 grau se chama agudo. para medir qualquer angulo se usa o transferidor, agora alguns se usa esquadro.*

Angulo pode-se encontrar em travé de gel, no canto do quadro e caderno. Uma Régua meia ~~volta~~ tem 180 grau e volta inteira tem 360 grau.

Farei a seguir, a análise da atividade 4, que trata de medidas de ângulos.

4. ATIVIDADE 4

Para trabalhar medida de ângulos, o transferidor é o instrumento utilizado, mas é comum observar que os alunos têm dificuldade em seu manuseio, o que gera erro na medida de determinados ângulos. Para evitar este tipo de situação, antes de trabalhar com o transferidor, propus a atividade 4 para que pudessem por meio de dobradura e recorte construir, a partir de um círculo, setores com ângulos de 30° , 45° , 60° , 90° e 180° (cada um de uma cor). Com estes setores, deveriam compor alguns ângulos de acordo com o exposto na metodologia deste trabalho.

Com a função de organizador prévio, esta atividade teve como objetivo principal, proporcionar o entendimento dessas medidas como idéias gerais e

inclusivas, necessárias para que fossem trabalhadas medidas específicas com o auxílio do transferidor. Foi possível também neste caso, trabalhar com os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa, ou seja, o aluno pôde perceber que diferentes tipos de composição permitem a construção de um mesmo ângulo. O movimento de “vai e vem” na tentativa de obter a medida desejada atendeu estes princípios da teoria ausubeliana e permitiu um melhor entendimento do assunto.

O quadro do ANEXO 4 tem informações necessárias para a interpretação das produções dos alunos da 6ª, 7ª e 8ª série, totalizando 64 produções.

Quero salientar antes da análise dos dados que a cor de cada ângulo teve a função específica de diferenciá-los, e poder identificá-los. Não fui rigorosa na conferência da medida por considerar que alguns alunos não possuem habilidade em dobradura e recorte, o que pode provocar algumas imperfeições, portanto a análise dessas produções deu-se sem o auxílio do transferidor. Procurei manter a coerência no momento da análise, sem deixar de considerar os casos discrepantes, como por exemplo, um ângulo de 45° com medida muito parecida de um que mede, ou deveria medir 30° .

Pode ser observado no quadro do ANEXO 4 que, de todos os alunos que participaram da atividade, 84,37% representaram os setores de 30° , 45° , 60° , 90° e 180° de acordo com a lógica geométrica. Os alunos que representaram estes setores de acordo com sua lógica correspondem a 15,63% do total. Isso representa grande sucesso no desenvolvimento desta etapa.

Identificamos também que 60,94% dos alunos compuseram todos os ângulos de acordo com a lógica geométrica, sendo assim, 17,19% dos alunos compuseram um dos ângulos de acordo com sua lógica e os demais de acordo com a lógica geométrica, 7,81% compuseram dois desses ângulos de acordo com sua lógica e os demais de acordo com a lógica geométrica e os 14,06% restantes compuseram três ou mais ângulos de acordo com sua lógica.

Uma das dificuldades observados nas produções durante a composição do ângulo é o posicionamento, ou seja, em alguns casos, não posicionaram os ângulos de forma que os vértices ficassem unidos.

De todos os alunos que participaram da atividade, apenas 6,25% deixaram de compor um ângulo e 3,13% deixaram de compor dois ângulos.

O quadro 6 traz a identificação das categorias da atividade 4 e o gráfico 8 demonstra o percentual de alunos que representaram as respectivas categorias.

IC	CATEGORIAS DA ATIVIDADE 4
1	Representou os setores de 30°, 45°, 60°, 90° e 180°, de acordo com a lógica geométrica.
2	Representou o setor de 30°, 45°, 60°, 90° e/ou 180° de acordo com a lógica do aluno.
3	Compôs todos os ângulos de acordo com a lógica geométrica.
4	Compôs um dos ângulos de acordo com a lógica do aluno e os demais de acordo com a lógica geométrica.
5	Compôs dois dos ângulos de acordo com a lógica do aluno e os demais de acordo com a lógica geométrica.
6	Compôs três os mais ângulos de acordo com a lógica do aluno.
7	Deixou de compor um ângulo.
8	Deixou de compor dois ângulos.

Quadro 8 – Categorias da Atividade 4

Legenda: IC = Identificação das Categorias

Fonte: A autora

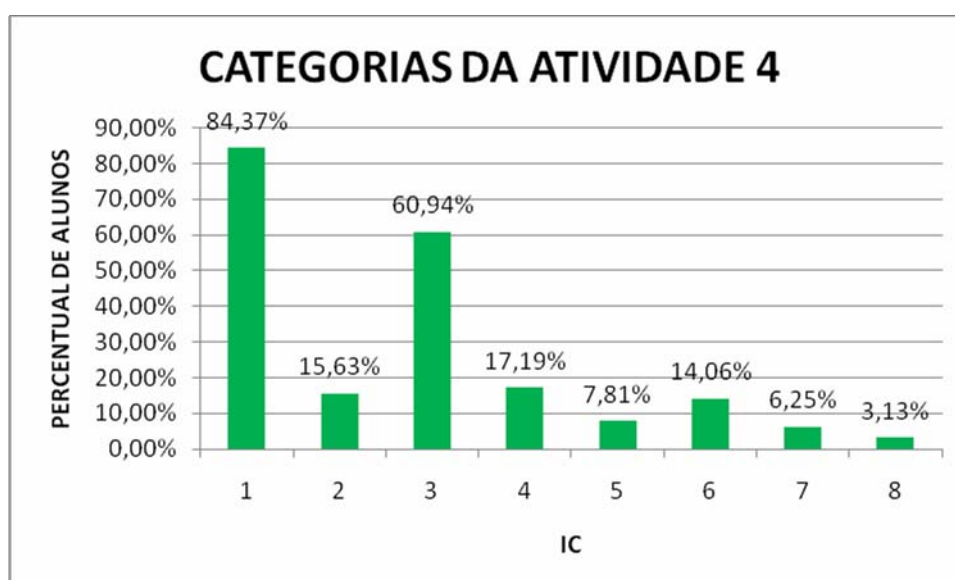


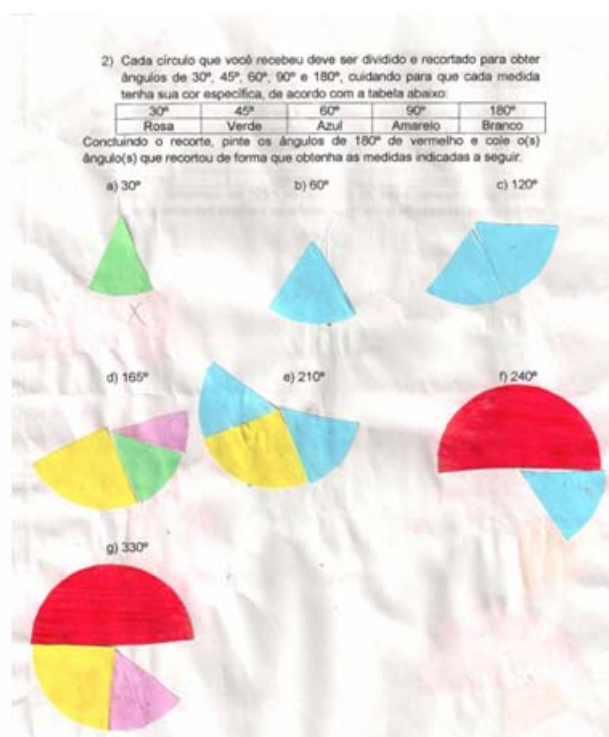
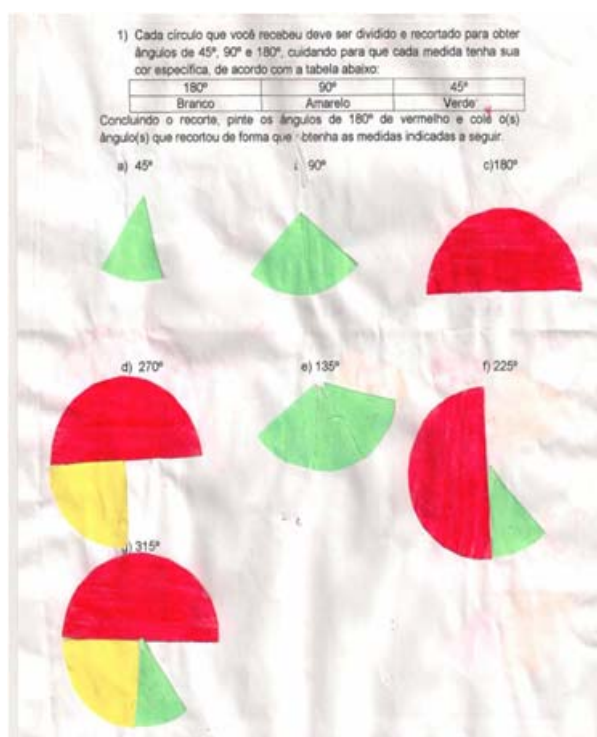
Gráfico 8 – Percentual de alunos representantes das categorias da atividade 4.

Fonte: A autora

A análise das produções dos alunos no desenvolvimento desta atividade permite observar que os sujeitos³⁹ 2, 4 e 9 demonstraram que apesar de “errarem” na representação de um dos setores que seriam usados para a composição dos ângulos, isso não prejudicou as composições.

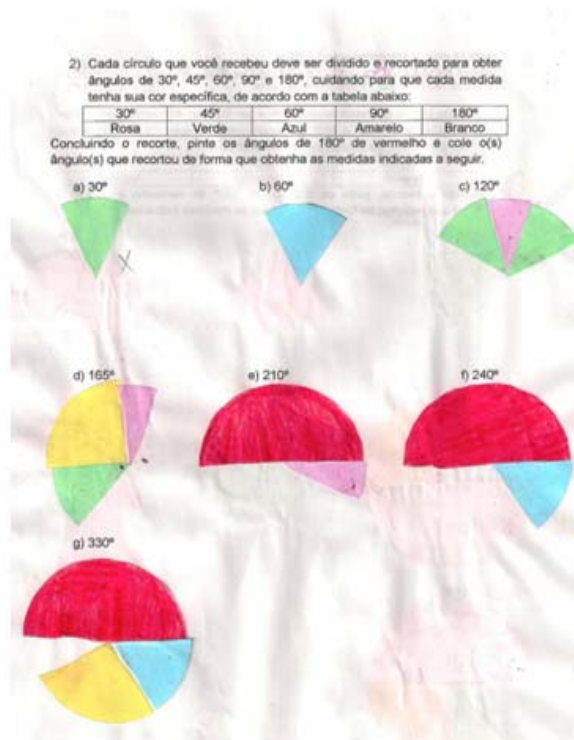
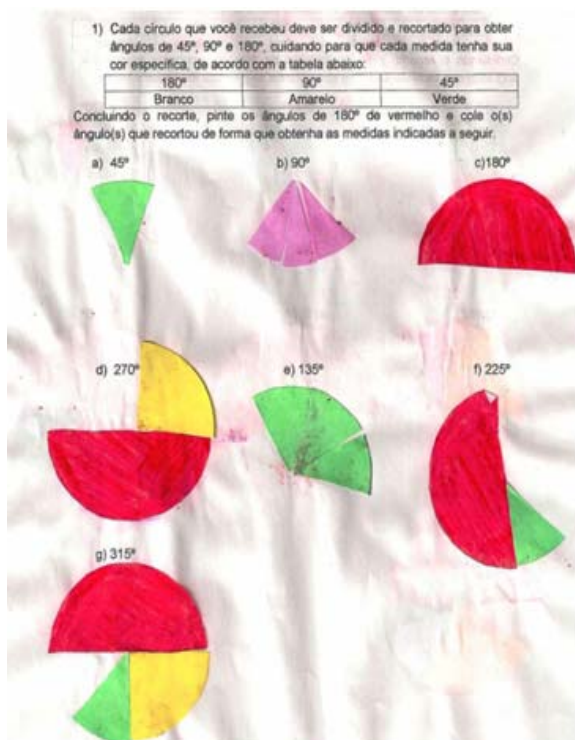
Apresento a seguir as produções destes sujeitos.

2.7.4.2.3

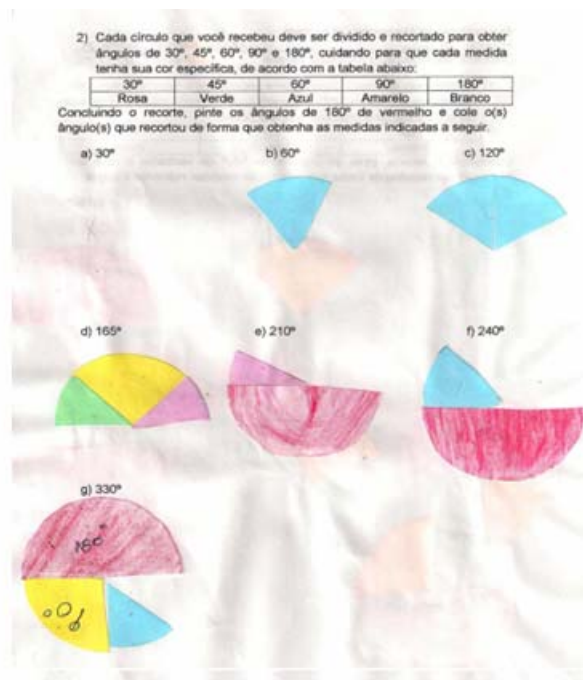
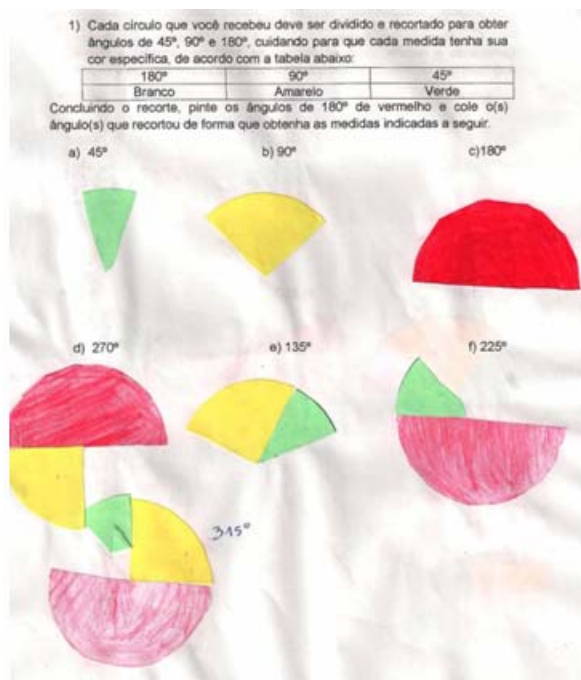


³⁹ Atenderam as categorias 2 e 3 da atividade de número 4, disponível no ANEXO 4.

4.7.4.2.3



9.7.4.2.3



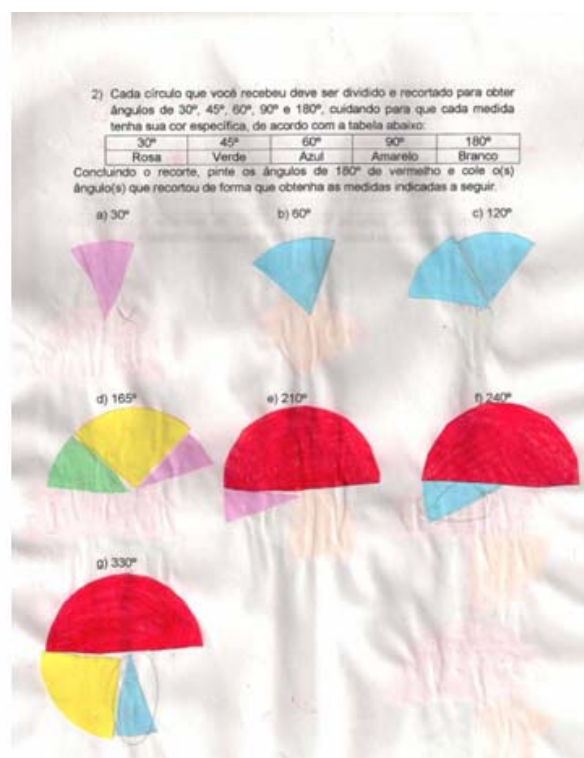
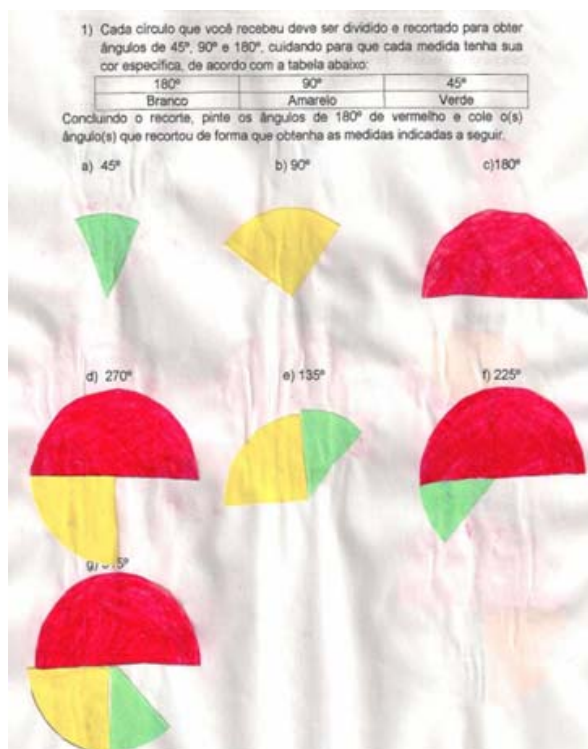
É possível entender que, de acordo com a teoria ausubeliana, a representação de cada setor por meio de dobradura e recorte de círculos coloridos,

foi um organizador prévio eficiente para estabelecer na estrutura cognitiva desses alunos, conhecimento relevante que permitiu a correta composição dos ângulos indicados na atividade proposta.

Os sujeitos⁴⁰ 3 e 27 prejudicaram a composição de dois ângulos em consequência do “erro” cometido na representação de um ou mais setores necessários para estas composições.

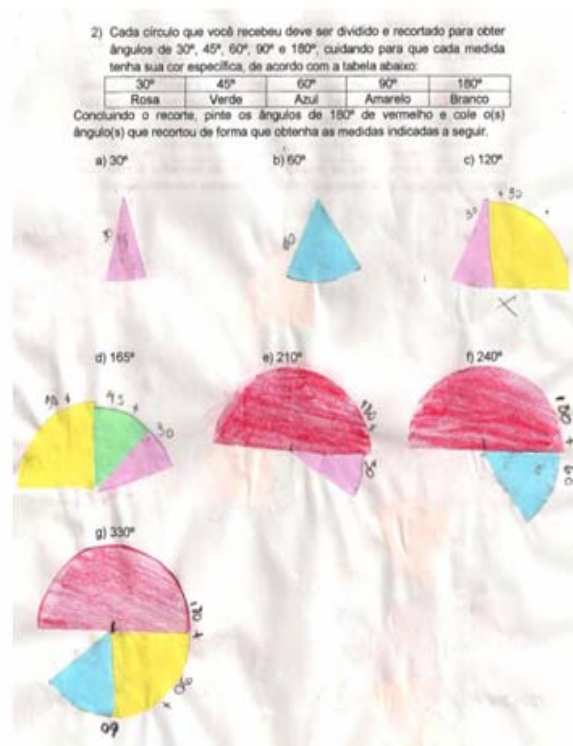
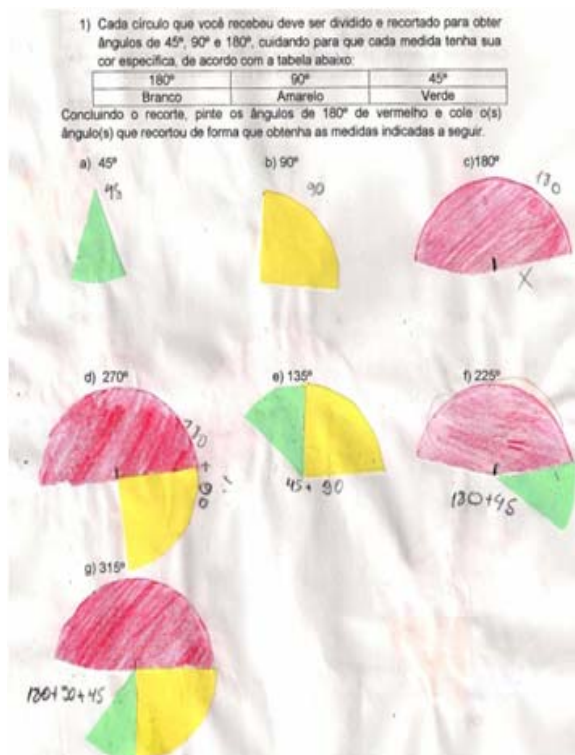
Isso pode ser observado nas produções que seguem.

3.7.4.2.5



27.7.4.2.5

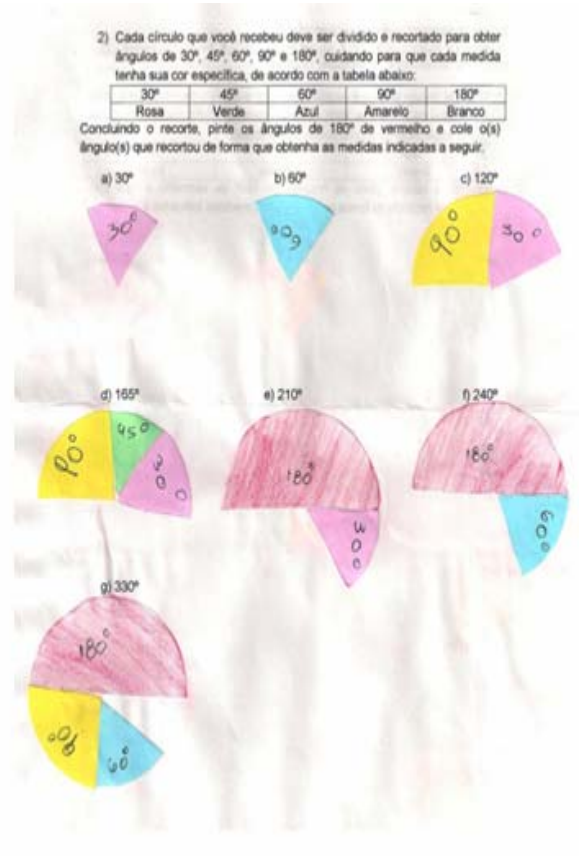
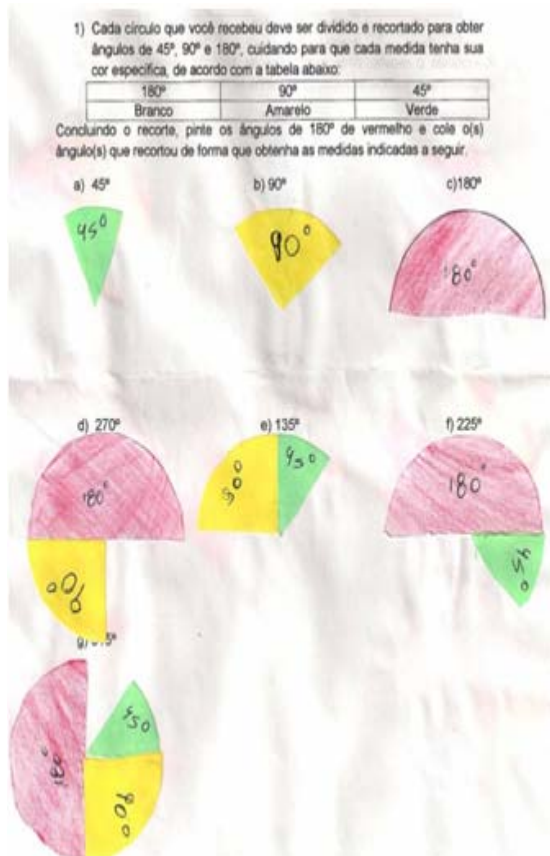
⁴⁰ Atenderam as categorias 2 e 5 da atividade de número 4, disponível no ANEXO 4.



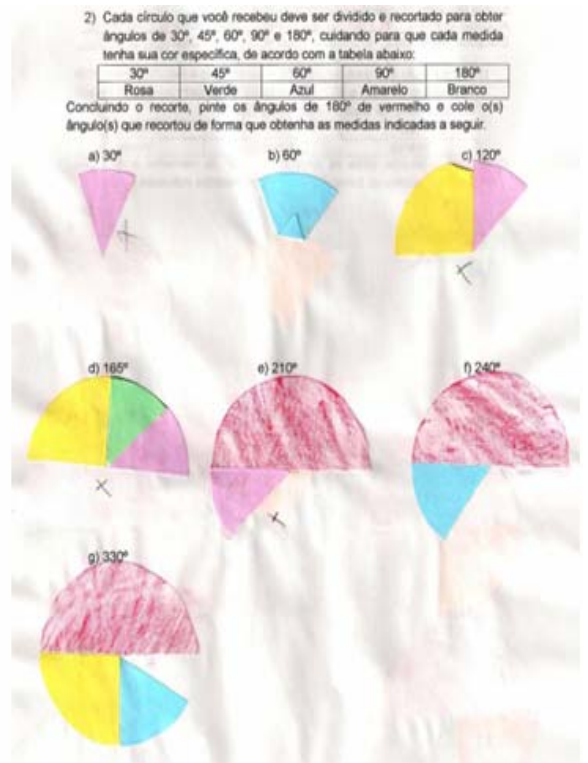
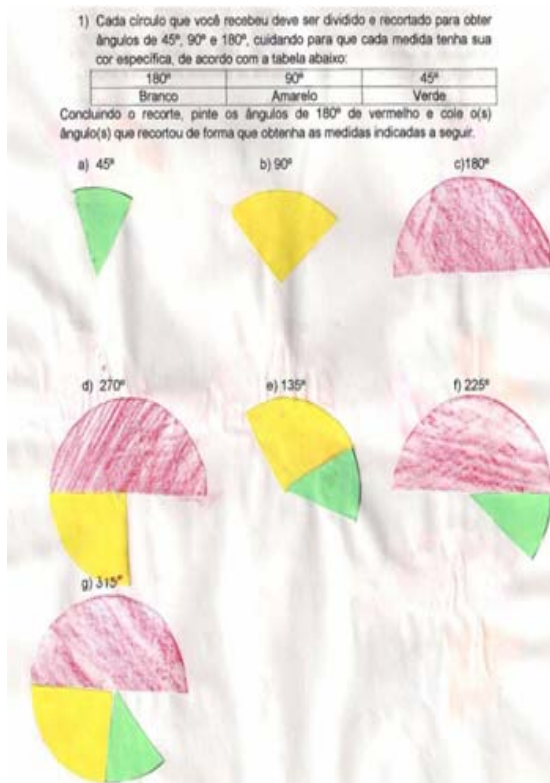
As atividades desenvolvidas pelos sujeitos⁴¹ 28, 64, 53, 30 e 46 evidenciam um maior comprometimento nas suas produções, pois apresentam “erro” em três ou mais composições de ângulos que foram apresentadas. A causa desta dificuldade foi o equívoco cometido na representação de um ou mais setores.

Trago a seguir, as produções destes sujeitos.

⁴¹ Atenderam as categoria 2 e 6 da atividade de número 4, disponível no ANEXO 4.



64.6.4.2.6



53.8.4.2.6.7

1) Cada círculo que você recebeu deve ser dividido e recortado para obter ângulos de 45° , 90° e 180° , cuidando para que cada medida tenha sua cor específica, de acordo com a tabela abaixo:

180°	90°	45°
Branco	Amarelo	Verde

Concluindo o recorte, pinte os ângulos de 180° de vermelho e cole o(s) ângulo(s) que recortou de forma que obtenha as medidas indicadas a seguir:

a) 45° b) 90° c) 180°

d) 270° e) 135° f) 225°

g) 315°

2) Cada círculo que você recebeu deve ser dividido e recortado para obter ângulos de 30° , 45° , 60° , 90° e 180° , cuidando para que cada medida tenha sua cor específica, de acordo com a tabela abaixo:

30°	45°	60°	90°	180°
Rosa	Verde	Azul	Amarelo	Branco

Concluindo o recorte, pinte os ângulos de 180° de vermelho e cole o(s) ângulo(s) que recortou de forma que obtenha as medidas indicadas a seguir:

a) 30° b) 60° c) 120°

d) 165° e) 210° f) 240°

g) 330°

30.8.4.2.6

1) Cada círculo que você recebeu deve ser dividido e recortado para obter ângulos de 45° , 90° e 180° , cuidando para que cada medida tenha sua cor específica, de acordo com a tabela abaixo:

180°	90°	45°
Branco	Amarelo	Verde

Concluindo o recorte, pinte os ângulos de 180° de vermelho e cole o(s) ângulo(s) que recortou de forma que obtenha as medidas indicadas a seguir:

a) 45° b) 90° c) 180°

d) 270° e) 135° f) 225°

g) 315°

2) Cada círculo que você recebeu deve ser dividido e recortado para obter ângulos de 30° , 45° , 60° , 90° e 180° , cuidando para que cada medida tenha sua cor específica, de acordo com a tabela abaixo:

30°	45°	60°	90°	180°
Rosa	Verde	Azul	Amarelo	Branco

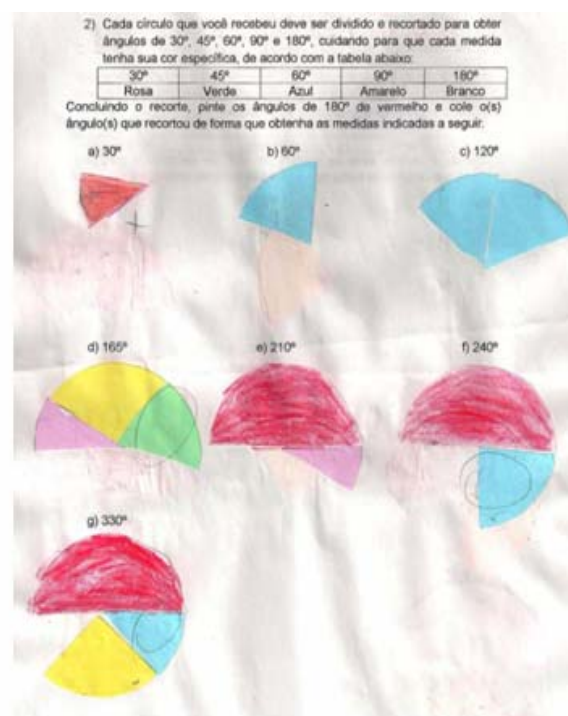
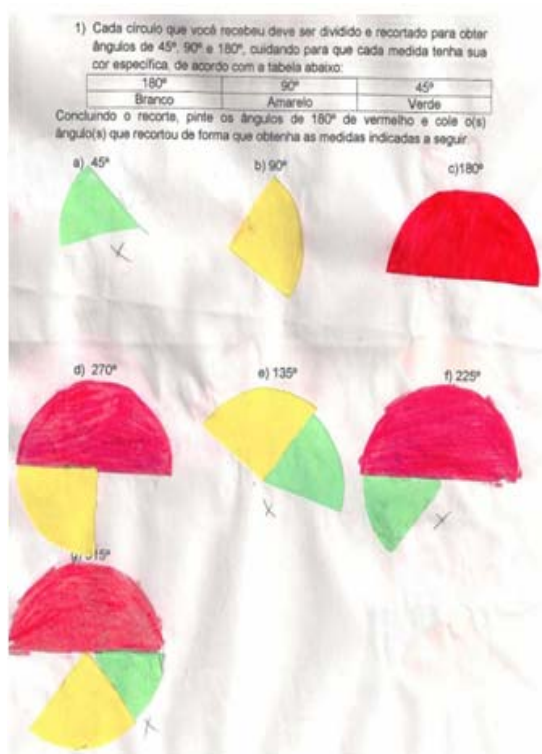
Concluindo o recorte, pinte os ângulos de 180° de vermelho e cole o(s) ângulo(s) que recortou de forma que obtenha as medidas indicadas a seguir:

a) 30° b) 60° c) 120°

d) 165° e) 210° f) 240°

g) 330°

46.8.4.2.6



Estas últimas produções assim como as penúltimas, dão indícios de que a ausência de conhecimentos relevantes na estrutura cognitiva dos sujeitos (representação dos setores) prejudicou a composição dos ângulos, que dependiam de tais conhecimentos, para que fosse possível a efetivação da aprendizagem significativa.

As demais produções da atividade 4 não estão contidas nesta pesquisa, pois ocupou frente e verso de uma folha A4 e foi desenvolvida por cada um dos alunos das três turmas. A maioria delas representa 100% de acertos tanto na representação dos setores como na composição dos ângulos, o que pode ser observado no quadro do ANEXO 4.

Portanto, é possível entender que foram atendidos os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa. Isso significa, de acordo com Novak (1981), que os conceitos mais amplos e inclusivos que se deram pela representação dos setores de 30° , 45° , 60° , 90° e 180° , permitiram a composição de ângulos que têm característica subordinada e ocupam um lugar de menor inclusividade. A partir dos setores, foi possível num movimento de “ir e vir”, de forma não-arbitrária e substantiva, relacionar o subordinado ao geral.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta investigação buscou responder à questão: O que se evidencia nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, especialmente no ensino fundamental, se as ações de ensino forem conduzidas à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa? Também se objetivou: 1) Conduzir ao conhecimento e compreensão das implicações dos princípios da Aprendizagem Significativa de Ausubel, nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, na fase final do ensino fundamental. 2) Explicitar a natureza das interações entre os alunos, com o professor e com objeto de conhecimento à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

Partindo da premissa da teoria ausubeliana de que *o fator externo mais importante é saber o que o aluno já sabe*, farei então as considerações que envolvem o primeiro objetivo da pesquisa.

Ficou evidenciado em algumas produções e outras intervenções que, se o aluno demonstrava ter em sua estrutura cognitiva, conhecimento relevante sobre o assunto trabalhado, tinha mais facilidade de registrar seu entendimento nas atividades propostas de acordo com a lógica matemática ou geométrica.

No entanto, Aragão (1976) alerta para necessidade de propor atividades que sirvam de organizadores prévios e sejam utilizados com a intenção de fazer emergir esses conhecimentos. Salienta ainda que não devemos confiar na possibilidade de que estejam disponíveis, mas sim, proporcionar condições para que se estabeleçam.

As atividades 1, 2 e 3 tiveram como princípio investigar a existência desses subsuores, para que durante as intervenções fosse possível conduzir os alunos a organizar em sua estrutura cognitiva, informações importantes que pudessem servir de base, para o entendimento do assunto que se pretendia trabalhar.

Já a atividade 4 objetivava proporcionar condições de que, por meio da construção dos setores fossem estabelecidos os conhecimentos prévios necessários para compor ângulos de diferentes medidas. Desta forma pretende-se que, quando esses alunos trabalharem com classificação de ângulos e suas medidas com o auxílio do transferidor, consigam fazer as relações adequadas para uma melhor compreensão.

Como estes dados (classificação e medidas de ângulos com o transferidor) não constam na pesquisa, vale salientar que as composições dos ângulos por meio

dos setores, foram obtidas com sucesso na maioria dos casos, o que me faz entender que estes setores serviram de subsunções relevantes, por meio dos quais se estabeleceram novos conhecimentos, a composição dos ângulos.

Para fazer as considerações sobre o segundo objetivo da pesquisa, ou seja, às interações entre os alunos, com o professor e com o objeto de conhecimento, penso que é fundamental colocar a importância dos princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa neste processo.

No momento das intervenções realizadas, na maioria dos casos e sempre que possível, procurei orientar de forma que os alunos pudessem perceber as similaridades e diferenças encontradas no assunto trabalhado, indo do mais geral e inclusivo para o mais específico e menos inclusivo, ressaltando seus pontos comuns e divergentes.

Estas interações não podem de maneira alguma ser de qualquer natureza. Nesse sentido, alguns equívocos foram cometidos ao dar os resultados de alguns questionamentos dos alunos, sem instigá-los a pensar. Assim fica estabelecida uma proposta de ensino que prevê uma aprendizagem mecânica, enquanto que a pretensão primeira é promover uma aprendizagem significativa.

Frente aos “erros” dos alunos é preciso, de acordo com a teoria ausubeliana, propor organizadores prévios que sejam capazes, juntamente com a intervenção do professor, de alterar significações primeiras e refutar hipóteses estabelecidas a partir do significado dado a essas representações equivocadas.

Relatar as fragilidades e dificuldades encontradas no decorrer da pesquisa, é uma forma de informar ao leitor que o texto até aqui apresentado, é fruto de um processo de dedicação, sofrimento, estudo, aprendizado, rompimento de paradigmas e insistência, mas acima de tudo, realização e alegria.

A teoria ausubeliana foi um estudo que requereu um grande esforço em acreditar na minha capacidade intelectual, pois, a princípio pareceu tudo muito confuso, com termos estranhos e de difícil compreensão.

O rico material utilizado como fonte de pesquisa auxiliou na interpretação e entendimento do que veio fundamentar este trabalho.

Minha inexperiência com a pesquisa foi outro desafio, os encaminhamentos necessários para que se efetivasse, ignorados por mim até então, tiveram que ser compreendidos.

Foi durante as aulas da disciplina Seminário de Dissertação do programa de mestrado, que tive a oportunidade de me interar melhor sobre a condução deste processo. Cada aluno fez uma pré-qualificação para apresentar a introdução de sua investigação e discutir com o grupo os aspectos positivos e as fragilidades de seu trabalho. Foram momentos que, como afirmei na ocasião da defesa, iluminaram minha pesquisa.

As atividades desenvolvidas nas aulas que serviria de dados para análise, foram definidas com muita dificuldade, pois tive dúvidas de relacionar os princípios fundamentais da teoria ausubeliana com os conteúdos que pretendia trabalhar.

O momento de análise de dados propriamente dito, foi mais um desafio, ao me deparar com tudo que eu havia coletado, não sabia por onde começar. Foi um exercício de organização, cuidado, atenção, comparação e muita paciência para que pudesse tomar as decisões mais coerentes para relacionar as produções dos alunos com os princípios fundamentais da teoria que a pesquisa objetivava.

As ocasiões que passei sozinha estudando, os momentos que compartilhei com os alunos e outros que dividi com meus professores tiveram sua devida importância, cada um com sua particularidade. Foram situações de aprendizado que promoveram um prazer tão grandioso que é difícil mensurá-lo. Expressar tudo isto neste momento final seria menosprezar o valor de todas as oportunidades de aprendizado que o curso do estudo me ofereceu, quem sabe uma outra pesquisa daria conta de revelar.

Isso me remete ao respeitadíssimo educador Freire (2005), quando afirma que é importante que haja entre professor e alunos uma relação dialógica. Dessa forma, é possível que, quem sabe entenda que não sabe tudo e quem não sabe entenda que não ignora tudo. Isso promove uma situação democrática, por meio da qual se estabelecem os processos de ensino e aprendizagem.

Para Morin (1996), o aluno se constitui em unidade complexa da natureza humana, que é totalmente desintegrada na educação por meio da fragmentação usual das disciplinas. Tais disciplinas não levam em consideração que o ser humano é a um só tempo, físico, biológico, psíquico, cultural, social e histórico.

Comentei no início, que busquei incessantemente estratégias que permitissem melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem em aula. Não exagerei, pois tenho a cada dia um novo desafio a ser vencido, situações que demandam reflexão, paciência, entusiasmo e superação.

A Teoria da Aprendizagem Significativa em todos os aspectos mencionados e a Educação Matemática, assumida na concepção das Ciências Humanas e Sociais, podem proporcionar resultados plenamente satisfatórios nas questões que envolvem o ensino, a aprendizagem e as interações entre os envolvidos, professor, aluno e conhecimento matemático.

São estudos intensos que têm o caráter de promover debates e discussões que auxiliem na solução dos problemas encontrados na educação. Portanto, pretendo que este trabalho traga as contribuições que se propõem.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, M. E. D. A.. **Etnografia da prática escolar**. 2.Ed. Campinas: Papirus, 1998.

ARAGÃO, R. M. R. de. **A teoria da aprendizagem significativa de David P. Ausubel**: sistematização dos aspectos teóricos fundamentais. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP. Campinas, São Paulo, 1976.

AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. D., HANESIAN, H.. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S.. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria dos métodos. Coimbra: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura**. 2001. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>> Acesso em: 20/08/2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Índice de Desenvolvimento da Educação Básica. IDEB 2005, 2007, 2009 e Projeções para o BRASIL**. Disponível em <http://sistemasideb.inep.gov.br/resultado/>. Acesso em 19/01/2011.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática de 5ª a 8ª séries**. Brasília: MEC, 2001.

BRASIL, Agência Educa Brasil – informação para a formação.. **Dicionário Interativo da Educação Brasileira**. São Paulo, 2001-2004. Disponível em <<http://www.educabrasil.com.br/eb/dic/dicionario.asp>>. Acesso em 19/01/2011.

BURAK, D.. **Modelagem Matemática: Ações e Interações no Processo de Ensino e Aprendizagem**. Tese (Doutorado) Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP. Campinas, São Paulo, 1992.

BURAK, D.. Da matemática à educação matemática: olhares múltiplos e complexos para a educação do século XXI. **Escola de Inverno de Educação Matemática, 2**. Santa Maria: UFSM, Agosto 2010.

BURAK, D.. BRANDT, C. F.. **Modelagem Matemática e Representações Semióticas: contribuições para o desenvolvimento do pensamento algébrico**. Pinhão, Paraná, 2010.

BURAK, D., KLÜBER, T. E.. Modelagem matemática na educação básica numa perspectiva de educação matemática. In: BURAK, D. *et al* (org.) **Educação Matemática: Reflexões e Ações**. Curitiba: CRV, 2010.

CURY, H. N.. A formação dos formadores de professores de matemática: quem somos, o que fazemos, o que poderemos fazer? In: CURY, H. N. (Org.), **Formação de Professores de Matemática uma Visão Multifacetada**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

D'AMBRÓSIO, U.. Entrevista com Ubiratan D'Ambrósio, **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, v.6, n.7, julho, 1999.

_____. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática**. São Paulo: Papirus, 2009.

_____. Prefácio. In ARAÚJO, J. de L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2. Ed. São Paulo: Autêntica, 2006.

DAMM, R. F., Registros de Representação. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Educação Matemática – Uma introdução**. São Paulo: Educ, 1999.

DUVAL, R.. **Semiosis y pensamiento humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales**. Colombia: Universidad Del Valle, 2004.

FERREIRA, A.. **Mini-Aurélio – O minidicionário da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 2004.

FREIRE, P.. **Pedagogia da Esperança: Um reencontro com a Pedagogia do Oprimido**. São Paulo: Paz e Terra, 2005.

FREITAS, J. L. M.. Situações didáticas. In: MACHADO, S. D. A. (Org.), **Educação Matemática – Uma introdução**. São Paulo: Educ, 1999.

GALLAGHER, J. J.. **Métodos cualitativos para el estudio de La educación**. Texto Não publicado.

GOLDENBERG, M.. **A arte de pesquisar: Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 9. Ed. Rio de Janeiro; São Paulo: Record, 2005.

HABERMAS, J.. **Consciência Moral e Agir Comunicativo**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2003.

KESSELRING, T.. Os quatro níveis de conhecimento em Jean Piaget. **Educação e Realidade**. Porto Alegre, Jan/Jun., 1990.

KILPATRICK, J.. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a em como campo profissional e científico. **Zetetikê**, Campinas: CEMPEM-FE – Unicamp, v.4, n.5, p.99-120, jan.-jun, 1996.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A.. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MAIA, M. E. A. S.. **VIDA COTIDIANA E EDUCAÇÃO ESCOLAR**: espaços de formação humana, espaços que se completam. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, PUC Minas. Belo Horizonte, Minas Gerais, 2006.

MEDEIROS, C. F.. Para uma Educação Matemática como intersubjetividade. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Educação Matemática**. São Paulo: Moraes, [199-].

MIGUEL, A. *et. AL*. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**. Rio de Janeiro, n. 27 set.-dez. 2004.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. Â.. **História na Educação Matemática**: Propostas e Desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S.. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2006.

MORIN, E.. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. São Paulo: Cortez, 2006.

NOVAK, J. D.. **Uma teoria de Educação**. São Paulo: Livraria Pioneira, 1981.

OLIVEIRA, F. P. de. Falta de base é mesmo “O” problema? **Revista Espaço Acadêmico**, n. 67 dezembro 2006. Disponível em

PAIS, L. C.. Transposição didática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Educação Matemática – Uma introdução**. São Paulo: Educ, 1999.

PINTO, N. B.. Marcas e implicações da Matemática Moderna nas práticas escolares. **Revista Educação e Linguagem**, v. 2, p. 1-15, 2008. Disponível em: <<http://www.ice.edu.br/TNX/storage/webdisco/2008/12/19/outros/1728dae5ceada32dc7a2ff82f7ade1f1.pdf>> Acesso em: 24/07/2010.

RIUS, E. B.. Educación Matemática: uma reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodologia. **Educación Matemática**. México: Iberoamérica v.1, n. 2, p. 28-42, ago., 1989a.

_____, Educación Matemática: uma reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodologia. **Educación Matemática**. México: Iberoamérica v.1, n. 3, p. 30-36, Dec., 1989b.

SUSSURE, F. de. **Curso de lingüística geral**. São Paulo: Cultrix. 2006.

SILVA, B. A.. **Contrato didático**. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Educação Matemática – Uma introdução**. São Paulo: Educ, 1999.

SILVA, A.C. da. **A teoria do signo e as significações lingüísticas.** <http://www.partes.com.br/ed39/teoriasignosreflexaoed39.htm#_ftn> Acessado em 15/ 02/ 2011.

SKOVSMOSE, O.. **Educação matemática crítica: A Questão Da Democracia.** Campinas (SP): Papirus, 2008.

SOUZA, N. F.; ROSEIRA, N. A. F.. **A CONTEXTUALIZAÇÃO NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA.** Passo Fundo (RS): 2010. Disponível em <vivaexatas.pbworks.com/f/contextualizacao.pdf>. Acesso em 22/ 02/ 2011.

ANEXOS

ANEXO 1 – CODIFICAÇÃO DAS CATEGORIAS DA ATIVIDADE 1

ANEXO 2 - CODIFICAÇÃO DAS CATEGORIAS DA ATIVIDADE 2

ANEXO 3 - CODIFICAÇÃO DAS CATEGORIAS DA ATIVIDADE 3

ANEXO 4 – CODIFICAÇÃO DAS CATEGORIAS DA ATIVIDADE 4

ANEXO 5 – QUESTIONÁRIO APLICADO

ANEXO 1 – CODIFICAÇÃO DAS CATEGORIAS DA ATIVIDADE 1

CATEGORIAS DA ATIVIDADE 1		CÓDIGOS									
1	Apresentou multiplicação de fatores iguais de acordo com a lógica matemática.	75.6.1.1	81.6.1.1	71.6.1.1	66.6.1.1	57.6.1.1	67.6.1.1	56.7.1.1	79.6.1.1	61.6.1.1	59.6.1.1
		72.6.1.1	76.6.1.1	60.6.1.1	77.6.1.1	68.6.1.1	70.6.1.1	62.6.1.1	63.6.1.1	64.6.1.1	65.6.1.1
		78.6.1.1	58.6.1.1	69.6.1.1	24.7.1.1	3.7.1.1	5.7.1.1	19.7.1.1	23.7.1.1	6.7.1.1	25.7.1.1
		20.7.1.1	17.7.1.1	12.7.1.1	18.7.1.1	22.7.1.1	13.7.1.1	11.7.1.1	2.7.1.1	21.7.1.1	9.7.1.1
		8.7.1.1	10.7.1.1	14.7.1.1	4.7.1.1	7.7.1.1	16.7.1.1				
2	Não apresentou multiplicação de fatores iguais.	28.7.1.2									
3	Apresentou potenciação de acordo com a lógica matemática.	61.6.1.3	76.6.1.3	77.6.1.3	65.6.1.3	60.6.1.3	66.6.1.3	24.7.1.3	5.7.1.3	19.7.1.3	23.7.1.3
		6.7.1.3	25.7.1.3	22.7.1.3	13.7.1.3	11.7.1.3	14.7.1.3	4.7.1.3			
4	Apresentou potenciação de acordo com a lógica do aluno.	57.6.1.4	56.6.1.4	70.6.1.4	12.7.1.4	18.7.1.4					
5	Apresentou potenciação de acordo com a lógica matemática e a lógica do aluno.	67.6.1.5	59.6.1.5	69.6.1.5	68.6.1.5	63.6.1.5	78.6.1.5	58.6.1.5	20.7.1.5	17.7.1.5	2.7.1.5
		21.7.1.5	16.7.1.5	3.7.1.5							
6	Não apresentou potenciação.	75.6.1.6	81.6.1.6	71.6.1.6	79.6.1.6	72.6.1.6	62.6.1.6	64.6.1.6	9.7.1.6	8.7.1.6	10.7.1.6
		7.7.1.6	28.7.1.6								
7	Apresentou radiciação de acordo com a lógica matemática.	75.6.1.7	81.6.1.7	71.6.1.7	57.6.1.7	79.6.1.7	76.6.1.7	77.6.1.7	62.6.1.7	24.7.1.7	5.7.1.7
		17.7.1.7	13.7.1.7	21.7.1.7	9.7.1.7	8.7.1.7	10.7.1.7	14.7.1.7			
8	Apresentou radiciação de acordo com a lógica do aluno.	66.6.1.8	56.6.1.8	59.6.1.8	69.6.1.8	68.6.1.8	19.7.1.8	23.7.1.8	6.7.1.8	25.7.1.8	20.7.1.8
		12.7.1.8	22.7.1.8	11.7.1.8	2.7.1.8						
9	Apresentou radiciação de acordo com a lógica da matemática e de acordo com a lógica do aluno.	67.6.1.9	61.6.1.9	70.6.1.9	63.6.1.9	64.6.1.9	65.6.1.9	78.6.1.9	58.6.1.9	18.7.1.9	16.7.1.9
10	Não apresentou radiciação.	72.6.1.10	60.6.1.10	3.7.1.10	4.7.1.10	7.7.1.10	28.7.1.10				

ANEXO 2 - CODIFICAÇÃO DAS CATEGORIAS DA ATIVIDADE 2

CATEGORIAS DA ATIVIDADE 2		CÓDIGOS									
1	Apresentou potenciação de acordo com a lógica matemática.	2.7.2.1	14.7.2.1	1.7.2.1	5.7.2.1	24.7.2.1	16.7.2.1	3.7.2.1	18.7.2.1	4.7.2.1	20.7.2.1
		17.7.2.1	77.6.2.1	70.6.2.1	60.6.2.1	78.6.2.1	61.6.2.1	66.6.2.1	57.6.2.1	65.6.2.1	58.6.2.1
2	Apresentou potenciação de acordo com a lógica do aluno.										
3	Apresentou potenciação de acordo com a lógica matemática e de acordo com a lógica do aluno.	11.7.2.3	23.7.2.3	6.7.2.3	25.7.2.3	19.7.2.3	13.7.2.3	75.6.2.3	76.6.2.3	69.6.2.3	59.6.2.3
		67.6.2.3									
4	Não apresentou potenciação	22.7.2.4	28.7.2.4	12.7.2.4	68.6.2.4	71.6.2.4					
5	Apresentou radiciação de acordo com a lógica matemática.	77.6.2.5	70.6.2.5								

ANEXO 3 - CODIFICAÇÃO DAS CATEGORIAS DA ATIVIDADE 3

CATEGORIAS DA ATIVIDADE 3	CÓDIGOS									
1 Definição da primeira etapa de acordo com a lógica geométrica.	4.7.3.1	15.7.3.1	18.7.3.1	24.7.3.1	29.8.3.1	30.8.3.1	32.8.3.1	33.8.3.1	44.8.3.1	48.8.3.1
2 Definição da primeira etapa com pouco subsídio da lógica geométrica.	2.7.3.2	5.7.3.2	9.7.3.2	10.7.3.2	13.7.3.2	14.7.3.2	19.7.3.2	20.7.3.2	23.7.3.2	31.8.3.2
	34.8.3.2	35.8.3.2	37.8.3.2	39.8.3.2	40.8.3.2	41.8.3.2	42.8.3.2	43.8.3.2	45.8.3.2	46.8.3.2
	47.8.3.2	49.8.3.2	51.8.3.2							
3. Definição da primeira etapa de acordo com a lógica do aluno.	1.7.3.3	3.7.3.3	7.7.3.3	11.7.3.3	12.7.3.3	16.7.3.3	17.7.3.3	21.7.3.3	56.6.3.3	57.6.3.3
	58.6.3.3	59.6.3.3	60.6.3.3	61.6.3.3	62.6.3.3	63.6.3.3	65.6.3.3	66.6.3.3	77.6.3.3	69.6.3.3
	70.6.3.3	71.6.3.3	73.6.3.3	74.6.3.3	75.6.3.3	76.6.3.3	52.8.3.3	36.8.3.3	38.8.3.3	50.8.3.3
4. Não apresentou a primeira definição.	6.7.3.4	8.7.3.4	22.7.3.4	25.7.3.4	64.6.3.4	67.6.3.4	68.6.3.4	72.6.3.4		
5. Definição da segunda etapa de acordo com a lógica geométrica.	3.7.3.5	24.7.3.5	69.6.3.5	29.8.3.5	32.8.3.5	33.8.3.5	35.8.3.5	45.8.3.5	46.8.3.5	47.8.3.5
	48.8.3.5									
6. Definição da segunda etapa com pouco subsídio da lógica geométrica.	6.7.3.6	7.7.3.6	8.7.3.6	9.7.3.6	10.7.3.6	16.7.3.6	17.7.3.6	20.7.3.6	22.7.3.6	23.7.3.6
	25.7.3.6	57.6.3.6	59.6.3.6	60.6.3.6	61.6.3.6	63.6.3.6	66.6.3.6	68.6.3.6	70.6.3.6	72.6.3.6
	77.6.3.6	31.8.3.6	36.8.3.6	37.8.3.6	39.8.3.6	40.8.3.6	41.8.3.6	51.8.3.6	52.8.3.6	
7. Definição da segunda etapa de acordo com a lógica do aluno.	15.7.3.7	18.7.3.7	21.7.3.7	56.6.3.7	58.6.3.7	64.6.3.7	65.6.3.7	67.6.3.7	71.6.3.7	73.6.3.7
	74.6.3.7	75.6.3.7	76.6.3.7	34.8.3.7	38.8.3.7	42.8.3.7				
8. Não apresentou segunda definição.	1.7.3.8	2.7.3.8	4.7.3.8	5.7.3.8	11.7.3.8	12.7.3.8	13.7.3.8	14.7.3.8	19.7.3.8	62.6.3.8
	30.8.3.8	43.8.3.8	44.8.3.8	49.8.3.8	50.8.3.8					

ANEXO 4 – CODIFICAÇÃO DAS CATEGORIAS DA ATIVIDADE 4

CATEGORIAS DA ATIVIDADE 4	CÓDIGOS									
1. Representou os setores de 30°, 45°, 60°, 90° e 180° de acordo com a lógica geométrica.	24.7.4.1	10.7.4.1	8.7.4.1	21.7.4.1	22.7.4.1	17.7.4.1	16.7.4.1	5.7.4.1	18.7.4.1	20.7.4.1
	12.7.4.1	13.7.4.1	15.7.4.1	25.7.4.1	6.7.4.1	19.7.4.1	1.7.4.1	69.6.4.1	76.6.4.1	57.6.4.1
	66.6.4.1	61.6.4.1	60.6.4.1	72.6.4.1	73.6.4.1	78.6.4.1	62.6.4.1	77.6.4.1	75.6.4.1	63.6.4.1
	59.6.4.1	58.6.4.1	65.6.4.1	56.6.4.1	70.6.4.1	29.8.4.1	34.8.4.1	38.8.4.1	51.8.4.1	52.8.4.1
	50.8.4.1	37.8.4.1	55.8.4.1	43.8.4.1	48.8.4.1	45.8.4.1	32.8.4.1	40.8.4.1	49.8.4.1	33.8.4.1
	47.8.4.1	36.8.4.1	35.8.4.1	41.8.4.1						
2. Representou o setor de 30°, 45°, 60°, 90° e/ou 180° de acordo com a lógica do aluno.	28.7.4.2	2.7.4.2	4.7.4.2	9.7.4.2	3.7.4.2	27.7.4.2	64.6.4.2	53.8.4.2	30.8.4.2	46.8.4.2
3. Compôs todos os ângulos de acordo com a lógica geométrica.	24.7.4.3	21.7.4.3	1.7.4.3	17.7.4.3	2.7.4.3	4.7.4.3	20.7.4.3	9.7.4.3	12.7.4.3	13.7.4.3
	15.7.4.3	25.7.4.3	6.7.4.3	19.7.4.3	63.6.4.3	78.6.4.3	60.6.4.3	57.6.4.3	61.6.4.3	72.6.4.3
	73.6.4.3	77.6.4.3	75.6.4.3	59.6.4.3	58.6.4.3	56.6.4.3	29.8.4.3	38.8.4.3	51.8.4.3	50.8.4.3
	55.8.4.3	43.8.4.3	48.8.4.3	32.8.4.3	40.8.4.3	49.8.4.3	36.8.4.3	35.8.4.3	41.8.4.3	
4. Compôs um dos ângulos de acordo com a lógica do aluno e os demais de acordo com a lógica geométrica.	10.7.4.4	8.7.4.4	22.7.4.4	5.7.4.4	18.7.4.4	62.6.4.4	76.6.4.4	66.6.4.4	52.8.4.4	37.8.4.4
	33.8.4.4									
5. Compôs dois dos ângulos de acordo com a lógica do aluno e os demais de acordo com a lógica geométrica.	3.7.4.5	27.7.4.5	69.6.4.5	70.6.4.5	45.8.4.5					
6. Compôs três ou mais ângulos de acordo com a lógica do aluno.	16.7.4.6	65.6.4.6	64.6.4.6	34.8.4.6	30.8.4.6	46.8.4.6	53.8.4.6	47.8.4.6	28.7.4.6	
7. Deixou de compor um ângulo.	24.7.4.7	60.6.4.7	41.8.4.7	53.8.4.7						
8. Deixou de compor dois ângulos.	21.7.4.8	20.7.4.8								

ANEXO 5 – QUESTIONÁRIO APLICADO

Aluno (a): _____ N.º ____ Série: ____ Turma: ____

Favor, responder às perguntas abaixo, que servirão de dados para pesquisa qualitativa.

1) Quantos anos você tem?

R: _____

2) Qual a profissão pretendida?

R: _____

3) Quantas pessoas moram na sua casa?

R: _____

4) Complete a tabela abaixo com as informações sobre a profissão das pessoas que moram com você e trabalham, assim como, a renda aproximada de cada uma delas. Para preencher a tabela, considerem que o salário mínimo do Paraná parte de R\$ 663,00.

TRABALHADOR (Ex.: Pai, mãe, padrasto, tio, avô,...)	IDADE	PROFISSÃO	N.º DE SALÁRIOS MÍNIMOS CORRESPONDENTES À RENDA FAMILIAR
			() Não informou () Não sabe () Até 1 () De 1 a 2 () De 2 a 3 () De 3 a 4 () De 4 a 5 () Mais de 5

5) Complete a tabela do verso com as informações sobre a escolaridade das pessoas que moram com você.

GRAU DE PARENTESCO [Ex.: pai, mãe, tio, avô, irmão(ã), ...]	IDADE	GRAU DE INSTRUÇÃO
		Ensino fundamental () completo () incompleto Ensino médio () completo () incompleto Ensino superior () completo () incompleto Especialização () Sem escolaridade ()
		Ensino fundamental () completo () incompleto Ensino médio () completo () incompleto Ensino superior () completo () incompleto Especialização () Sem escolaridade ()
		Ensino fundamental () completo () incompleto Ensino médio () completo () incompleto Ensino superior () completo () incompleto Especialização () Sem escolaridade ()
		Ensino fundamental () completo () incompleto Ensino médio () completo () incompleto Ensino superior () completo () incompleto Especialização () Sem escolaridade ()
		Ensino fundamental () completo () incompleto Ensino médio () completo () incompleto Ensino superior () completo () incompleto Especialização () Sem escolaridade ()
		Ensino fundamental () completo () incompleto Ensino médio () completo () incompleto Ensino superior () completo () incompleto Especialização () Sem escolaridade ()
		Ensino fundamental () completo () incompleto Ensino médio () completo () incompleto Ensino superior () completo () incompleto Especialização () Sem escolaridade ()

6) Você possui computador? Caso possua, tem acesso à internet?

R: _____

7) O que costuma fazer nos fins de semana?

R: _____

8) Qual é o seu lazer preferido?

R: _____