

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
SETOR DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

TIAGO JAZYNSKI

**SELEÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS DE AÇÕES DO MERCADO
BRASILEIRO: *MOMENTUM*, MARKOWITZ E ALGORITMO GENÉTICO.**

PONTA GROSSA

2022

TIAGO JAZYNSKI

**SELEÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS DE AÇÕES DO MERCADO
BRASILEIRO: MOMENTUM, MARKOWITZ E ALGORITMO GENÉTICO.**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Economia, no Programa de Pós-Graduação em Economia, Setor de Ciências Sociais Aplicadas, da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG).

Orientador: Prof. Dr. Hermes Yukio Higachi.

PONTA GROSSA

2022

J42 Jazynski, Tiago
Seleção e otimização de carteiras de ações do mercado brasileiro: *Momentum*
, Markowitz e algoritmo genético / Tiago Jazynski. Ponta Grossa, 2022.
85 f.

Dissertação (Mestrado em Economia - Área de Concentração: Economia),
Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientador: Prof. Dr. Hermes Yukio Higachi.

1. Momentum. 2. Algoritmo genético. 3. Markowitz. 4. Ledoit e Wolf. I.
Higachi, Hermes Yukio. II. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Economia.
III.T.

CDD: 330.1



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
Av. General Carlos Cavalcanti, 4748 - Bairro Uvaranas - CEP 84030-900 - Ponta Grossa - PR - <https://uepg.br>

TERMO

TERMO DE APROVAÇÃO

TIAGO JAZYNSKI

SELEÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS DE AÇÕES DO MERCADO BRASILEIRO: MOMENTUM, MARKOWITZ E ALGORITMO GENÉTICO

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Economia, da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Ponta Grossa, 30 de março de 2022

Professor Dr. Hermes Yukio Higachi – UEPG

Professora Dra Luma de Oliveira - UEPG

Professor. Dr. Adalto Acir Althaus Junior – UFPR



Documento assinado eletronicamente por **Hermes Yukio Higachi, Professor(a)**, em 30/03/2022, às 15:32, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Luma de Oliveira, Professor(a)**, em 30/03/2022, às 16:00, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Adalto Acir Althaus Junior, Usuário Externo**, em 04/04/2022, às 15:29, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



A autenticidade do documento pode ser conferida no site <https://sei.uepg.br/autenticidade> informando o código verificador 0905970 e o código CRC 7AAAF26B.

Dedico a minha família e a todos que amo.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus, por conduzir-me em todos os momentos de dificuldade e dar força e bom ânimo para continuar meu trajeto, muitas vezes cheio de obstáculos e desafios, mas que foram sendo superados com sua luz que ilumina meus passos.

À minha família, em especial a minha esposa pela dedicação e pela presença em todos os momentos, nos dias mais anônimos, nas horas mais simples e nas horas em que precisava de auxílio.

Ao meu orientador Dr. Hermes Yukio Higachi, pela orientação segura e severa, porém paciente e perseverante demonstrando ser necessário muito suor para alcançar o saber, e por todo seu apoio e colaboração, que foram imprescindíveis para a concretização deste estudo.

Aos colegas do Mestrado, a todos aquelas pessoas que direta ou indiretamente, contribuíram para que chegasse à conclusão de mais uma etapa de minha vida, e em especial aos grandes amigos Bruno Fernando Emerick de Souza e Antônio Augusto Umbelino.

Agradeço também a Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG) e seu corpo docente, que me proporcionaram esta grande oportunidade de aprimoramento pessoal e profissional.

RESUMO

Neste estudo foram selecionadas ações da bolsa de valores do Brasil, utilizando a estratégia de *momentum* desenvolvida inicialmente por Jegadeesh e Titman (1993), que consiste em selecionar as ações vencedoras e vender ações perdedoras, a partir dessas ações foram construídas quatro carteiras, uma carteira otimizada utilizando Algoritmo Genético (AG), uma delas ingênua e outras duas construídas com base na teoria de carteiras de Markowitz, sendo uma delas de máximo Sharpe e outra de mínima variância. O objetivo deste estudo é verificar se o desempenho de uma carteira de ações de *momentum* otimizada por meio do Algoritmo Genético (AG) supera o desempenho do índice de mercado (o IBOVESPA), de uma carteira de ações de *momentum* com diversificação ingênua, e de uma carteira de ações de *momentum* otimizada pelo modelo de Markowitz. Por fim, será verificado se a técnica de otimização por AG pode gerar excesso de retorno ajustado pelo risco superior a diversificação ingênua e superior a carteira formada a partir da teoria de Markowitz, além de verificar se essa carteira supera o mercado. Para verificar se os resultados são satisfatórios será utilizado algumas métricas comparativas, tais como, retorno anualizado, razão de Sharpe, e para verificar se estes resultados são estatisticamente significativos será utilizado o teste estatístico de Ledoit e Wolf (2008). Os resultados encontrados revelaram que as carteiras de momento apresentam desempenho acima do mercado nos três primeiros trimestres após a formação da carteira, após esse período não foi encontrada significância estatística nos resultados. Já em relação as metodologias de AG e Markowitz para o cálculo dos pesos das carteiras, os resultados mostram que nos dois primeiros trimestres a melhor carteira foi a de AG, contudo, depois de dois trimestres há uma inversão no desempenho dos portfólios, em que as carteiras de Markowitz passam a superar a carteira criada utilizando algoritmo genético e a carteira ingênua.

Palavras-chave: *Momentum*, Algoritmo Genético, Markowitz, Ledoit e Wolf.

ABSTRACT

In this study, stocks from the Brazilian stock exchange were selected, using the momentum strategy initially developed by Jegadeesh and Titman, which consists of selecting winning stocks and selling losing stocks, from which four portfolios were built, an optimized portfolio using Algorithm Genetic (AG), one of them naive and the other two built on the theory of Markowitz portfolios, one of them with maximum Sharpe and the other with minimum variance. The objective of this study is to verify whether the performance of a momentum stock portfolio optimized through the Genetic Algorithm (GA) outperforms the market index (the IBOVESPA), a portfolio of momentum stocks with naive diversification, and a portfolio of momentum stocks optimized by the Markowitz model. Finally, it will be verified whether the GA optimization technique can generate excess risk-adjusted return superior to naive diversification and superior to the portfolio formed from the Markowitz theory, in addition to verifying if this portfolio outperforms the market. To verify if the results are satisfactory, some comparative metrics will be used, such as annualized return, Sharpe ratio, and to verify if these results are statistically significant, the statistical test of Ledoit and Wolf (2008) will be used. The results found revealed that the moment portfolios perform above the market in the first three quarters after the formation of the portfolio, after this period no statistical significance was found in the results. Regarding the methodologies of AG and Markowitz for calculating the weights of the portfolios, the results show that in the first two quarters the best portfolio was that of AG, however, after two quarters there is an inversion in the performance of the portfolios, in which the Markowitz portfolios start to outperform the portfolio created using genetic algorithm and the naive portfolio.

Keywords: Momentum, Genetic Algorithm, Markowitz, Ledoit and Wolf.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Metodologia dos algoritmos genéticos.....	28
Figura 02: Representação binária do algoritmo genético.....	30
Figura 03: Criação da nova geração iniciada com crossover com posterior mutação:	33
Figura 04: Síntese da metodologia aplicada.....	50
Figura 05: Estratégia de <i>Momentum</i> para a seleção das ações, criação das carteiras e análise.....	53
Figura 06: Metodologia para análise das carteiras fora da amostra.....	55

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 01 - Efeitos da diversificação.....	22
GRÁFICO 02 - Risco de uma carteira para diferentes valores de correlação.....	23
GRÁFICO 03 - Fronteira eficiente.....	25
GRÁFICO 04 - Gráfico da função: $f(x) = x \operatorname{sen}(10\pi x) + 1$	34
GRÁFICO 05 - Processo de mutação por meio de uma recombinação.	37
GRÁFICO 06 - Índice Ibovespa.....	52
GRÁFICO 07 - Carteira de mínima variância e de máximo Sharpe.....	53
GRÁFICO 08 - Composição da carteira ingênua e da carteira de AG.....	57
GRÁFICO 09 - Composição da carteira de máximo Sharpe de Markowitz.....	58
GRÁFICO 10 - Composição da carteira de mínima variância de Markowitz.....	58
GRÁFICO 11 - Retorno anualizado da carteira de momento no período de 01/04/2021 até 30/06/2021.....	59
GRÁFICO 12 - Índice de Sharpe da carteira de momento no período de 01/04/2021 até 30/06/2021.....	60
GRÁFICO 13 - Retorno anualizado no período de 01/04/2021 até 30/09/2021.....	61
GRÁFICO 14 - Índice de Sharpe no período de 01/04/2021 até 30/09/2021.....	62
GRÁFICO 15 - Retorno anualizado no período de 01/04/2021 até 31/12/2021.....	63
GRÁFICO 16 - Índice de Sharpe no período de 01/04/2021 até 31/12/2021.....	63
GRÁFICO 17 - Retorno anualizado no período de 01/04/2021 até 21/03/2022.....	64
GRÁFICO 18 - Índice de Sharpe no período de 01/04/2021 até 21/03/2022.....	65
GRÁFICO 19 - Evolução do retorno anualizado da carteira de AG versus carteira ingênua...66	
GRÁFICO 20 - Evolução do retorno anualizado das carteiras.....	66
GRÁFICO 21 - Evolução do retorno anualizado do Índice Ibovespa.....	67
GRÁFICO 22 - Evolução Índice Ibovespa medido em pontos.....	67

LISTA DE TABELAS

TABELA 01 - população inicial de cromossomos.	32
TABELA 02 - 1ª Geração de filhos.	33
TABELA 03 - 2ª, 3ª, 4ª e 5ª geração de filhos.	33
TABELA 04 - Ações vencedoras pelo critério de <i>momentum</i>	56
TABELA 05 - Proporção de cada ação da carteira de vencedoras.	57
TABELA 06 - Efeito momento no período de 01/04/2021 até 30/06/2021.	60
TABELA 07 - Efeito momento no período de 01/04/2021 até 30/09/2021.	60
TABELA 08 - Efeito momento da carteira de vencedoras do primeiro trimestre de 2021, no período de 01/04/2021 até 31/12/2021.	62
TABELA 09 - Efeito momento da carteira de vencedoras do primeiro trimestre de 2021, no período de 01/04/2021 até 21/03/2022.	64

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	11
2 REVISÃO DE LITERATURA.....	16
2.1 REVISÃO TEÓRICA	16
2.1.1 Hipótese Dos Mercados Eficientes – HME.....	16
2.1.2 Moderna teoria da carteira.....	19
2.1.3 Algoritmo genético.....	26
2.1.4 <i>Momentum</i>	38
2.2 REVISÃO EMPÍRICA.....	43
2.2.1 Moderna teoria da carteira.....	43
2.2.2 Algoritmo genético.....	45
2.2.3 <i>Momentum</i>	47
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	50
3.1 ANÁLISE DE DADOS.....	51
4 ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	56
4.1 CARTEIRA SELECIONADA PELA ESTRATÉGIA <i>MOMENTUM</i>	56
4.2 DESEMPENHO DAS CARTEIRAS DE <i>MOMENTUM</i>	56
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	69
ANEXO A – <i>SCRIPT</i> EM R PARA SELEÇÃO DE CARTEIRAS PELO CRITÉRIO DE <i>MOMENTUM</i>.....	75
ANEXO B – <i>SCRIPT</i> EM R PARA O TESTE LEDOIT E WOLF	79
ANEXO C – <i>SCRIPT</i> EM PYTHON PARA OTIMIZAÇÃO DE MARKOWITZ	80
ANEXO D – <i>SCRIPT</i> EM PYTHON PARA OTIMIZAÇÃO POR AG.....	84

1 INTRODUÇÃO

Mesmo com a impossibilidade de acertar sempre, é importante que o investidor tenha ferramentas para tomar a decisão sobre quais ativos irá investir, e sobre como escolher a melhor combinação desses ativos na carteira, para conseguir ganhos mais significativos em relação ao mercado. A Hipótese de Mercado Eficientes (HME), aponta que mesmo com o uso de ferramentas para gestão dos ativos não é possível obter-se retornos esperados anormais, superiores ao mercado, em razão dos preços de mercado refletirem todas as informações que podem influenciar no retorno esperado e com isso os preços de mercado sempre convergem a um equilíbrio, assim, este trabalho verifica a aderência da HME ao mercado de ações.

Para Rotela Junior, Pamplona e Salomon (2014), a queda nos juros básicos da economia brasileira, estimulou os investidores a procurar melhores alternativas de investimento com melhor rentabilidade no longo prazo investindo em ações. A renda fixa e a poupança, que sempre representaram grande parte dos portfólios investidos, perderam espaço, em função da queda da taxa de juros. Seguindo a mesma tendência de mercados financeiros mais desenvolvidos, no Brasil o investimento em ações se tornou uma boa alternativa de diversificação para aqueles que buscam melhorar a rentabilidade no seu portfólio. Os autores citam ainda que as técnicas de composição de carteiras de ações vêm chamando a atenção não somente da academia, mas também do mercado financeiro, sendo o trabalho de Markowitz o trabalho inicial que estimulou o desenvolvimento de vários outros modelos de formação de carteiras.

Segundo Mota (2013), em decorrência do crescimento dos mercados financeiros e da crescente diversificação de alternativas de investimento os temas relacionados a instrumentalização de soluções de proteção ao risco, gestão de ativos, gestão de carteiras e investimentos adquiriu importância e grande complexidade. Ainda segundo o autor, o tratamento quantitativo exigido pelos investidores exige cada vez mais uma demanda constante por modelos matemáticos funcionais e bem estruturados, capazes de oferecer propostas mais objetivas de prospecção e avaliação de alternativas de investimento.

Segundo Lee e Eid Junior (2018), a maioria dos gestores de investimentos no Brasil não utiliza as práticas recomendadas pelos trabalhos acadêmicos, havendo uma lacuna significativa entre as recomendações acadêmicas e as práticas de mercado para gestão de ativos e formação de carteiras de investimento. Segundo os autores a moderna teoria de portfólio de Markowitz ainda é mais amplamente usada do que a teoria pós-moderna de portfólio, e ainda a

otimização quantitativa de portfólio é menos usada do que a regra simples de definir um limite máximo de concentração dos ativos individuais.

Quando vista do ponto de vista do investidor, é preciso considerar a necessidade da projeção de estimativas robustas, de qualidade e com a maior precisão possível para sua exposição ao risco, de forma a habilitá-lo na construção de cenários realistas dos ativos financeiros, para uma boa gestão da sua carteira de investimentos.

A estratégia utilizada neste estudo para selecionar as ações, foi a estratégia do efeito *momentum* também chamado efeito momento, no qual os grandes pioneiros neste estudo foram Jegadeesh e Titman (1993), que analisaram o mercado acionário norte americano no período de 1965 a 1989. O estudo dos autores comprovou a possibilidade de ganhos extraordinários ou anormais utilizando a estratégia *momentum*, ou seja, quando os investidores compram ações com alta rentabilidade entre os últimos três e doze meses. Carhart (1997), também contribuiu com a teoria do efeito *momentum*, em seu artigo *On persistence in mutual fund performance*, em que consegue explicar a persistência de curto prazo nos retornos de fundos mútuos de ações.

Dito em outras palavras o efeito *momentum* é a tendência de ações que tiveram bom desempenho nos últimos meses continuarem a ter bom desempenho no período seguinte e vice-versa para ações que apresentaram desempenho ruim. Tanto a super-reação tanto a sub-reação às notícias pode explicar o impulso efeito momento. As estratégias calcadas no efeito *momentum* se beneficiam predominantemente da reação exagerada, como resultado, agravam o erro de precificação e são propensas a reversões com o passar do tempo.

Neste trabalho o método de *momentum* foi utilizado inicialmente para escolher as ações que irão compor as carteiras que posteriormente serão otimizadas com as técnicas de AG e Markowitz, ou seja, serão selecionadas as ações, considerando o *ranking* em ordem crescente dos retornos médios observados no passado, considerando todas as ações negociadas na bolsa que no presente estudo se refere as ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo, e após a seleção das ações as carteiras foram otimizadas para encontrar a melhor combinação de ativos. O diferencial deste trabalho está na utilização simultânea de uma estratégia (*momentum*) para seleção das ações, combinada com métodos de otimização da carteira (Markowitz x AG).

Neste estudo foi analisada a teoria dos mercados eficientes (HME), a teoria de carteiras de Markowitz, o método de otimização de carteiras utilizando Algoritmo Genético, a estratégia de *momentum* para selecionar ações e os conceitos de finanças comportamentais. O trabalho terá como base as contribuições da moderna teoria de carteiras de Markowitz (1952), a estratégia de *momentum* desenvolvida por Jegadeesh e Titman (1993) e Carhart (1997), e

também as contribuições feitas no trabalho de Holland (1992) sobre algoritmo genético. A validade estatística dos resultados obtidos foi avaliada utilizando o teste desenvolvido por Ledoit e Wolf (2008).

Embora o modelo tradicional de Markowitz seja amplamente conhecido, existem algumas suposições e limitações teóricas que podem afetar negativamente o desempenho das carteiras de investimento, dentre essas suposições limitadoras podemos citar a necessidade dos retornos dos ativos apresentar distribuição normal.

Várias metodologias de seleção de portfólio foram desenvolvidas ao longo do tempo, uma das metodologias eficazes é a aplicação do Algoritmo Genético (AG), criado a partir da engenharia genética da ciência biológica. Como o AG não precisa das mesmas premissas e pressupostos teóricos do tradicional modelo de Markowitz, ele acaba sendo uma alternativa para encontrar a carteira ótima com maior eficiência, pois não se limita a busca de máximos locais, e sim a um ponto de máximo global.

Apesar da popularidade do modelo de Markowitz há inúmeros estudos que apontam a baixa eficiência do método, principalmente em razão da presença de erros de estimação dos principais parâmetros utilizados no modelo (média e variância), uma vez que o modelo assume que o retorno dos ativos apresenta distribuição normal (OLIVEIRA; MACIEL, 2020).

Como cita Oliveira e Maciel (2020), há diversas estratégias para alocação de recursos que utilizam a teoria de Markowitz, seja a de variância mínima, a de maximização da razão de Sharpe, ou a que maximiza a média geométrica dos retornos, contudo, independente da abordagem utilizada para a determinação dos pesos das ações que compõe a carteira, todas elas se baseiam na solução de um problema de otimização. O autor cita que esses pesos podem ser encontrados com o uso das técnicas tradicionais de otimização matemática, contudo, com os métodos tradicionais pode-se chegar a pontos de máximo local, ao invés de um ponto de máximo global, ou seja, esses métodos tradicionais de otimização podem levar a soluções ineficientes.

Chan et al. (1999), aponta que há pouca evidência científica sobre o desempenho de procedimentos de otimização tradicional de risco, segundo o autor há uma imprecisão substancial nas estimativas das covariâncias e variâncias do retorno dos ativos que são justamente os principais parâmetros do otimizador tradicional de Markowitz.

Neste contexto de ineficiência das técnicas tradicionais de otimização, os algoritmos genéticos são uma alternativa viável para a otimização de uma carteira de investimento e independente da estratégia considerada podendo gerar ganhos econômicos para o investidor.

Os AGs se mostraram mais eficazes que os métodos tradicionais, uma vez que não é limitado a busca de máximos e mínimos locais, percorrendo todo o universo de soluções possíveis e encontrando aquela que melhor otimiza a função objetivo. (OLIVEIRA; MACIEL, 2020)

Assim neste trabalho será utilizado um tipo de algoritmo genético denominado Evolução Diferencial (ED) na construção de carteiras de ações como uma abordagem alternativa a tradicional teoria de Markowitz, uma vez que essa teoria é pautada em uma série de hipóteses que nem sempre são aderentes a realidade dos dados, e portanto, torna-se necessário buscar ferramentas mais adequadas como o AG para a realização de previsões mais precisas dos retornos e riscos futuros. Os resultados alcançados com a utilização do AG serão comparados com os resultados obtidos através da técnica de Markowitz e também com uma carteira ingênua.

Neste trabalho o objetivo geral é verificar se o desempenho de uma carteira de ações de *momentum* otimizada por meio de AG supera o desempenho do índice de mercado (o IBOVESPA), de uma carteira de ações de *momentum* com diversificação ingênua, e de uma carteira de ações de *momentum* otimizada pelo modelo de Markowitz.

Os objetivos específicos podem ser divididos em selecionar ações calcado na estratégia de *momentum*; analisar o desempenho das carteiras de *momentum* formadas utilizando o método de otimização Markowitz; analisar o desempenho das carteiras de *momentum* formadas utilizando o método de otimização por Algoritmo Genético (AG); fazer uma comparação entre o desempenho das carteiras formadas pelos dois métodos (AG x Markowitz).

A motivação deste estudo é demonstrar que as técnicas envolvendo a aplicação do algoritmo genético no auxílio a tomada de decisões podem gerar bons retornos para o investidor, podendo servir como instrumento de tomada de decisões para pequenos e médios investidores.

O AG apesar de ser um método computacionalmente muito simples, é considerado bastante poderoso, além disso, não é limitado por suposições fortes sobre o espaço de busca, relativas à continuidade, existência de derivadas, por exemplo. Em problemas reais como é o caso da otimização de carteiras de ações geralmente os problemas possuem funções descontínuas, com ruídos, dentre outros problemas.

O algoritmo genético às vezes chamado de algoritmo evolutivo, consiste em uma técnica desenvolvida por John Holland, eles usam ideias baseadas na biologia com o objetivo de buscar uma solução ótima. A abordagem geral do AG busca manter um ecossistema

artificial, o qual consiste em uma população de cromossomos, onde cada cromossomo representa uma solução possível para o problema geral.

Além disso a técnica do algoritmo consiste em usar mutação, cruzamento (reprodução) e seleção natural, onde a população convergirá para outra contendo apenas cromossomos com boa ou melhor adequação. Esta metodologia oferece várias vantagens sobre as técnicas tradicionais de otimização, dado por exemplo um problema de uma função não diferenciável ou uma função malcomportada, onde as técnicas tradicionais de otimização são inúteis. O algoritmo genético possui a capacidade de pesquisar pontos de ótimo global em espaços não lineares, enquanto as técnicas de otimização tradicionais tendem a convergir para um ponto de ótimo local, o AG conduz a busca de muitos pontos simultaneamente e, portanto, é mais provável que encontre um ótimo global. Uma outra vantagem é que os algoritmos são adaptativos, o que significa que são capazes, em teoria, de uma inovação perpétua (HOLLAND, 1992).

Para atender aos objetivos propostos desta dissertação, estruturou-se esta pesquisa em cinco seções, incluindo está e mais 4 anexos em que é apresentado os *scripts* em R e *Phyton* utilizados no estudo. Na segunda sessão, apresenta-se uma breve abordagem da literatura acerca das metodologias de Markowitz, Algoritmo Genético e estratégia de *Momentum* com algumas evidências empíricas desta literatura. Na seção 3, é apresentado os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa. Em seguida, a seção 4 reporta a análise dos resultados. Por fim, têm-se as considerações finais e os anexos.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo se subdivide em revisão teórica e revisão empírica e possui como objetivo apresentar uma revisão dos elementos teóricos e empíricos sobre o tema central do trabalho.

2.1 REVISÃO TEÓRICA

Nesta sessão será apresentado uma breve explanação teórica sobre a hipótese dos mercado eficientes (HME), sobre a Moderna teoria da carteira de Harry Markowitz (1952), sobre o algoritmo genético e sobre a estratégia de *momentum*.

2.1.1 Hipótese Dos Mercados Eficientes – HME

Para Fama (1970), um mercado é eficiente na forma fraca quando é impossível obter retornos anormais para qualquer ativo do mercado utilizando-se da informação acerca de seus retornos passados; a eficiente semiforte, é aquela em que os preços se ajustam eficientemente após outra informação que se torna publicamente disponível; e a eficiência na forma forte, é aquela em que os preços dos ativos financeiros se ajustam ainda que os investidores ou grupos tenham monopólio no acesso de informação.

De acordo com a Hipótese de Mercado Eficiente o mercado acionário é eficiente no sentido que toda nova informação é instantaneamente e totalmente incorporada na formação do preço dos ativos, logo, é impossível obter lucros anormais ajustados ao risco. Assim, as operações de arbitragem, ou seja, compra de ações abaixo do valor fundamental e venda acima do valor fundamental realizada por *traders* racionais acaba eliminando qualquer ineficiência de mercado gerada por *traders* irracionais ou *noise traders* (investidores desinformados), tornando impossível adotar estratégias de seleção de ações calcada na análise fundamentalista, análise gráfica ou técnica (FAMA, 1970).

Segundo a Teoria de Finanças Comportamentais há ineficiência no mercado de ações, desde que haja limites para as operações de arbitragem de *traders* racionais e de vieses cognitivos de *noise traders* ou *traders* irracionais, o preço da ação pode sofrer desvios negativos ou positivos de forma persistente em relação ao valor fundamental. Esta ineficiência do mercado de ações permite aos investidores formular e implementar estratégias para seleção de

ações para compor sua carteira, com base na estratégia de momentum que busca explorar uma anomalia de mercado: comprar ações vencedoras e vender ações perdedoras.

Na visão econômica neoclássica existe uma premissa de que os investidores obedecem a alguns axiomas da teoria da utilidade esperada, na qual o comportamento do investidor combina crenças, representadas pelas distribuições de probabilidade e preferências representadas pela função utilidade. Algumas evidências mostram que a proporção da população que se comporta conforme as premissas da teoria da utilidade esperada é baixa, indicando a relevância dos estudos com enfoques comportamentais no campo das finanças. Neste contexto, surge uma visão embasada na influência da psicologia no comportamento dos investidores e o consequente efeito deste comportamento no mercado financeiro. (PRATES; DUARTE JÚNIOR; SANTOS, 2019).

Segundo Fama (1970), o fato de que os preços dos ativos refletem toda informação disponível para os investidores é um pressuposto básico da HME. Um mercado que sempre consegue refletir totalmente a informação disponível é chamado de “mercado eficiente”. O autor determina a divisão do conjunto de informações em três subconjuntos para a classificação de mercado eficiente, esses subconjuntos são classificados como:

- A eficiente na forma fraca, onde o conjunto de informações consiste apenas nos preços históricos passados;
- A Eficiente semiforte, é aquela em que os preços se ajustam eficientemente após outra informação que se torna publicamente disponível; e
- A Eficiente na forma forte, aquela em que os preços dos ativos financeiros se ajustam ainda que investidores ou grupos tenham monopólio no acesso de informação.

Para que ocorra o ajuste dos preços diante do conjunto de informação, Fama (1970) aponta três condições suficientes para a eficiência do mercado financeiro:

- i. Não há custos de transação nos ativos financeiros negociados;
- ii. Toda informação (disponível) está disponível sem custo no mercado;
- iii. Todos os investidores concordam a com as implicações das informações correntes aos preços correntes e distribuições dos preços futuros de cada ativo financeiro.

Segundo Aldrighi, Milanez (2005), partindo do pressuposto de que os indivíduos tomam decisões que não seguem rigorosamente as hipóteses de uma racionalidade ilimitada, a economia comportamental explica esses desequilíbrios com base em um arcabouço teórico que combina princípios econômicos, psicológicos e também sociológicos.

Para Fama (1970), a HME, diz que ganhos extraordinários no mercado acionário está restrito a realocações de portfólios ocorridas por mudanças na demanda por liquidez ou na propensão ao risco, ou em razão de padrões de oferta. Sendo aleatórias essas trocas de posições, somente mudanças ocorridas nos retornos associadas a fatores tributários seriam previsíveis, podendo explicar, o efeito janeiro, por exemplo. Portanto, não haveria justificativa para despendar recursos e tempo para obter informações públicas com a finalidade de obter retornos acima do retorno de mercado, uma vez que essas informações já estariam incorporadas nos preços dos ativos.

A suposição da HME de que as informações são as mesmas para todos os investidores elimina as possibilidades de ganhos extraordinários. Somente se um investidor tivesse acesso privilegiado a informações de grande relevância sobre o ativo é que poderia superar o mercado, assim, exceto no caso de informação privilegiada, seria mais adequado que o investidor mantivesse por um longo período de tempo um portfólio diversificado de ações.

Um dos princípios básicos defendidos pela hipótese dos mercados eficientes (HME), formalizada pelo trabalho *Efficient capital markets: a review of theory and empirical work*, escrito por Fama (1970), refere-se à inexistência de arbitragem na relação risco/retorno dos ativos financeiros. Assim, estratégias de investimento que visem gerar maiores retornos trarão consigo um risco mais elevado para os investidores (PICCOLI; SOUZA; VIEIRA; CRUZ, 2015).

Pela hipótese de mercados eficientes, o preço de um ativo reflete as informações disponíveis, sendo a melhor estimativa de seu “valor fundamental”. Quando o preço de um ativo financeiro se afasta desse valor, as operações de arbitragem fazem com que ocorra uma convergência do preço de volta ao valor fundamental deste ativo. Tendo como objeto de investigação o processo real de decisão relacionadas as questões financeiras, a Finança Comportamental questiona essas suposições, mostrando e tentando explicar as discrepâncias com as previsões da teoria tradicional de finanças (ALDRIGHI; MILANEZ, 2005).

Para Piccoli, Souza, Vieira e Cruz (2015) a hipótese dos mercados eficientes, dentre suas demais proposições, diz que o ganho de retornos superiores ao mercado é possível somente pela assunção de riscos mais elevados. A literatura em finanças, no entanto, mostra que algumas estratégias podem gerar retornos além do esperado como mostrado por alguns modelos de finanças, como por exemplo o modelo de três fatores de Fama-French e o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), modelos estes baseados na relação entre risco e retorno preconizada pela HME.

As finanças comportamentais comparam-se com a teoria neoclássica convencional por revelar que as preferências dos indivíduos não são estáveis. Essas preferências são influenciadas pelo contexto em que elas ocorrem, e as decisões ocorrem com base em regras de bolso simples (heurísticas), que podem gerar erros sistemáticos.

Em relação às decisões financeiras, o recurso da heurística, combinado com a arbitragem, resultam em alguns desvios sistemáticos, significativos e persistentes entre o preço efetivo dos ativos e os valores que refletem as informações disponíveis sobre seus fundamentos econômicos, logo, em algumas situações, seria possível antever o comportamento dos preços dos ativos, não ficando assegurada nestas situações a eficiência dos mercados financeiros. (ALDRIGHI; MILANEZ, 2005)

Se a HME é válida, ela implicaria, dentre outros resultados, que as mudanças ocorridas nos preços refletiriam apenas novas informações; que os volumes de transação nos mercados seriam modestos; os preços dos ativos financeiros apresentariam uma trajetória aleatória; e que os indivíduos diversificariam seus portfólios. O autor ressalta que há muitas evidências sobre o irrealismo das hipóteses de HME e suas previsões, dentre elas pode ser citado que: os portfólios são pouco diversificados, os fundos de ações possuem administração ativa, há divergências persistentes entre os preços de mercado e valores os baseados em fundamentos.

As grandes e notórias limitações da teoria convencional de finanças para explicar como se forma o preço dos ativos são os principais responsáveis pelo grande e crescente prestígio acadêmico que as finanças comportamentais vêm ganhando. A crença na racionalidade ilimitada tem sido deixada de lado e a consideração de fatores psicológicos na análise de do comportamento das financeiras sustentam maior realismo e atendem aos reiterados alertas sobre a limitação e estreiteza da noção de *homo economicus*¹ bem como a importância desses fatores na análise do comportamento dos investidores (ALDRIGHI; MILANEZ, 2005).

2.1.2 Moderna teoria da carteira

Harry Markowitz, considerado o grande precursor da teoria moderna de portfólios publicou seu trabalho intitulado *Portfolio Selection* em 1952 . Sua teoria de seleção de carteiras, mostra como os investidores podem criar carteiras de investimento otimizando a relação risco retorno. A teoria de Markowitz demonstra como os investidores podem determinar todas as

¹ O termo *Homo economicus* é dado ao conceito teórico pelo qual os homens são completamente racionais de tal forma que sempre tomam decisões financeiras baseados na razão.

“carteiras ótimas”, e formar uma fronteira eficiente a qual representa o conjunto possível de carteiras, que maximizam a relação risco retorno, ou seja, que geram o mínimo risco para dado nível de retorno ou o que é igualmente válido o máximo retorno para o mesmo nível de risco, sendo o risco medido pela variância dos retornos da carteira.

A moderna teoria de Portfólios de Markowitz, trouxe uma revolução para o meio acadêmico da época no que se refere à análise de carteiras de investimento. A teoria de Markowitz introduziu alguns conceitos a mais ao pensamento dominante da época, de que a alocação de recursos deveria se concentrar nos ativos com os maiores retornos esperados (ou retornos médios), A teoria de Markowitz demonstra que é possível fazer combinações eficientes de alocação de recursos, com a melhor relação retorno esperado versus risco. (ZANINI; FIGUEIREDO, 2005)

Para Markowitz (1952), o processo de seleção de um portfólio é dividido em duas etapas ou estágios: a primeira etapa consiste em observar e experimentar, e termina com as crenças sobre o desempenho futuro e escolha do portfólio. O segundo estágio está relacionado com as convicções relevantes sobre performance futura dos ativos e a escolha do portfólio. Markowitz (1952), desenvolveu para este segundo estágio o modelo média-variância, baseado no resultado do cálculo do retorno esperado (médio) e a variância como medida de risco do ativo. O procedimento do modelo média-variância consiste em determinar os pesos a investir em cada ativo de forma a otimizar o retorno da carteira.

Duarte (2005) cita que dentre a grande variedade de modelos da literatura de finanças, o modelo mais conhecido é o modelo Média-Variância desenvolvido por Markowitz, que em sua formula mais geral estimam o retorno esperado e a variância, razão pela qual o modelo é chamado também de Modelo Média-Variância-MMV.

O objetivo do Modelo Média-Variância, é encontrar os pesos da carteira de forma a otimiza-la, o que difere da estratégia de diversificação ingênua em que o investidor aplica a mesma proporção em todos os ativos na razão $1/n$, em que n é o número de ativos.

De uma maneira sintética o estudo construído por Markowitz (1952) está centrado nos dois primeiros momentos² da distribuição de probabilidade, ou seja, a teoria leva em consideração somente, os retornos esperados (média) e a variância dos ativos que irão compor a carteira de investimentos.

As hipóteses do modelo criado por Markowitz (1952) são:

² Os dois primeiros momentos da distribuição de probabilidade são utilizados para analisar a aparência da distribuição, ou seja, sua assimetria (falta de simetria) e curtose (grau de elevação ou achatamento).

- Os investidores preocupam-se somente com a média dos retornos (retorno esperado) e com a variância (ou a desvio-padrão) das taxas de retorno;
- As preferências dos investidores são por maior retorno e por menor risco (racionalidade dos investidores);
- Os investidores desejam compor carteiras eficientes, ou seja, carteiras com o máximo retorno esperado, para um determinado nível de risco, ou o equivalente o mínimo de risco para um determinado nível de retorno; e
- Os investidores conhecem as distribuições de probabilidade do retorno, o que assegura a existência de um único conjunto de carteiras eficientes.

O retorno de um portfólio de acordo com Markowitz (1952) é apurado pela média ponderada do retorno esperado de cada ação pela sua respectiva proporção relativa no portfólio:

$$E(R_p) = \bar{R}_p = \sum_{j=1}^n X_j \bar{R}_j \quad (01)$$

Na equação (01) X_j indica a proporção relativa do j-ésimo ativo da carteira e $\bar{R}_j$ indica, respectivamente, o retorno esperado do ativo. Esta relação deve obedecer a seguinte restrição:

$$\sum_{j=1}^n X_j = 1 \quad (02)$$

A restrição acima demonstra que o total de recursos disponíveis é aplicado na compra de ativos. Já a variância da carteira é composta não somente pela simples soma da variância de cada ativo que compõe o portfólio, mas também pela covariância que existe entre os ativos que compõe a carteira:

$$\sigma_p^2 = E(R_p - \bar{R}_p)^2 \quad (03)$$

Para Zanini e Figueiredo (2005), a fórmula acima pode ser construída de forma a apresentar mais informações sobre como é formado o risco da carteira, de uma maneira mais interessante, principalmente em termos práticos. Esta outra forma é apurada a partir das variâncias dos ativos individuais somada com as covariâncias existentes entre todos os ativos da carteira:

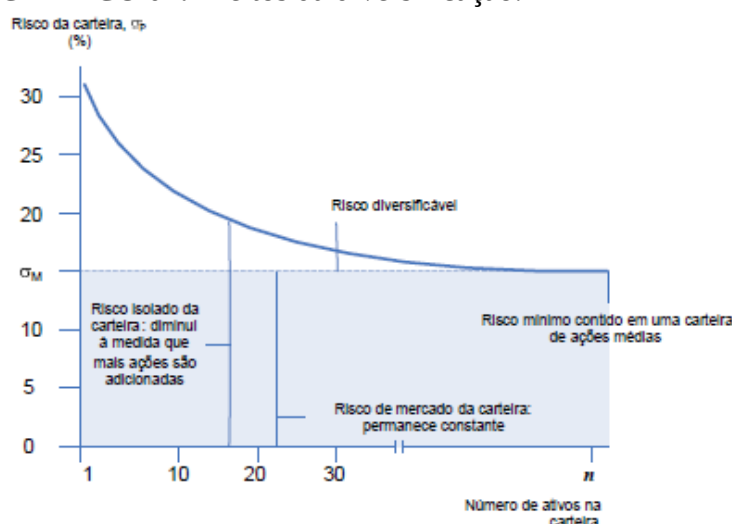
$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^n (X_j^2 \sigma_j^2) + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n (X_j X_k \sigma_{jk}) \quad (04)$$

Em que: σ_j^2 representa a variância de cada ativo que compõe a carteira; e σ_{jk} representa a covariância entre cada par de ativo.

Um dos aspectos mais relevantes da teoria moderna teoria de carteiras está relacionado ao risco, e que o risco de um ativo específico visto individualmente é diferente quando incluído em uma carteira de investimentos. A partir desta diferença surge o conceito de diversificação, muito importante dentro da teoria de carteiras, que nos diz que devemos compor uma carteira com uma proporção X_j de cada ativo de forma a reduzir progressivamente o risco.

É importante ressaltar que a redução do risco diversificável ocorre até determinado ponto, a partir do qual a inclusão de novos ativos à carteira mantém o risco praticamente estável, mantendo assim uma parcela de risco na carteira que é chamado de risco sistemático, esse processo de redução do risco é mostrado no gráfico 01.

GRÁFICO 01: Efeitos da diversificação.



Fonte: Adaptado de Assaf Neto (2003).

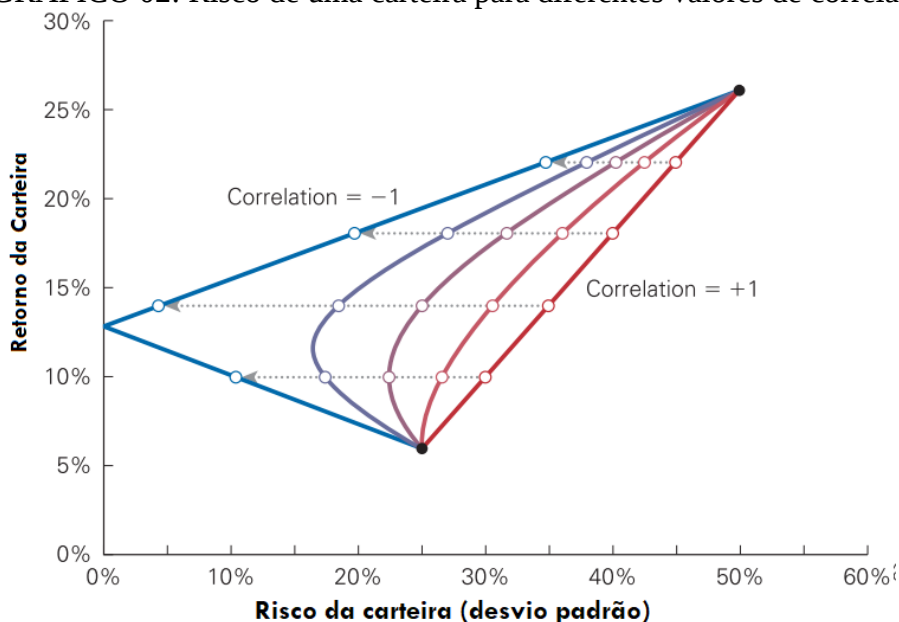
A partir do gráfico 01 é possível entender que o risco de uma carteira depende não somente do risco individual de cada ativo da carteira, mas também da forma como estes se relacionam (co-variam) entre si.

O conceito de correlação entre os ativos é um dos aspectos de grande importância na teoria de Markowitz (1952), uma vez que o conceito de correlação está muito relacionado ao risco e também ao conceito de diversificação. A esse respeito Lencione (2005), diz que a medida do risco de uma carteira é mais complexa do que a simples soma dos riscos dos ativos, uma vez que deve ser considerada a inter-relação entre esses ativos, ou seja, a covariância entre eles. Isto porque se dois ativos possuem alta correlação positiva entre si, quando um ativo tiver um mau desempenho, o outro também terá, mas se os ativos se movem em direções opostas, o

investidor que aplique nos dois estará se protegendo de situações adversas quando o cenário econômico estiver desfavorável.

Zanini e Figueiredo (2005), reforçam que uma das maiores contribuições dos estudos de Markowitz (1952) foi incluir o conceito de diversificação. O conceito da diversificação surge da constatação de que os preços dos ativos se movem muitas vezes em direções diferentes, ou seja, eles têm uma correlação negativa. Acrescentando esta informação, conclui-se que o risco total de uma carteira medido pela a variância é reduzida, uma vez que a variação no preço individual de um ativo pode ser compensada por variações complementares nos demais que ocorre em uma direção inversa. O gráfico (02) apresenta os efeitos da diversificação em uma carteira em cenários diferentes de correlação entre os ativos.

GRÁFICO 02: Risco de uma carteira para diferentes valores de correlação.



Fonte: Adaptado de Zanini e Figueiredo (2005).

O gráfico (02) mostra que quando a correlação é negativa e perfeita, ou seja, igual a -1, o risco da carteira é zero, porém situações em que a correlação é negativa e perfeita são raras, mas quando maior e mais negativa for a correlação entre os ativos menor será o risco da carteira.

A teoria da média variância de Markowitz (1952) tem como objetivo minimizar a variância da carteira sujeita há algumas restrições:

- a primeira é que a média ponderada dos retornos esperados seja igual a um valor fixo (R_0);
- a segunda restrição é de que soma de X_j seja igual a 1 (um); e

- a terceira restrição (restrição de desigualdade) indica que todos os valores de X_j devem ser valores não negativos (caso não seja permitido vendas a descoberto).

Algebricamente este problema de otimização é expresso por:

$$\text{minimizar: } \sigma_p^2 = \sum_{j=1}^n (X_j^2 \sigma_j^2) + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n (X_j X_k \sigma_{jk}) \quad (05)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n \bar{R}_j X_j = R_0 \quad (06)$$

$$\sum_{j=1}^n X_j = 1 \quad (07)$$

$$X_j \geq 0 \quad (08)$$

Em que:

σ_p^2 é a variância dos retornos da carteira;

$\bar{R}_j$ é o retorno esperado do j -ésimo ativos que compõe a carteira;

σ_j^2 é variância de cada ativo da carteira;

R_0 é um determinado valor fixo de retorno esperado;

σ_{jk} é a covariância dos ativos j e k ;

X_j é a proporção investida no j -ésimo ativo;

Este problema de otimização mostra como se constrói uma fronteira eficiente como demonstrado no gráfico (03), em que o ponto B indica a carteira de mínima variância. Aqui cabe ressaltar que o problema de otimização pode também ser escrito da seguinte forma:

$$\text{Maximizar } E(R_p) = \bar{R}_p = \sum_{j=1}^n X_j \bar{R}_j \quad (09)$$

sujeito a:

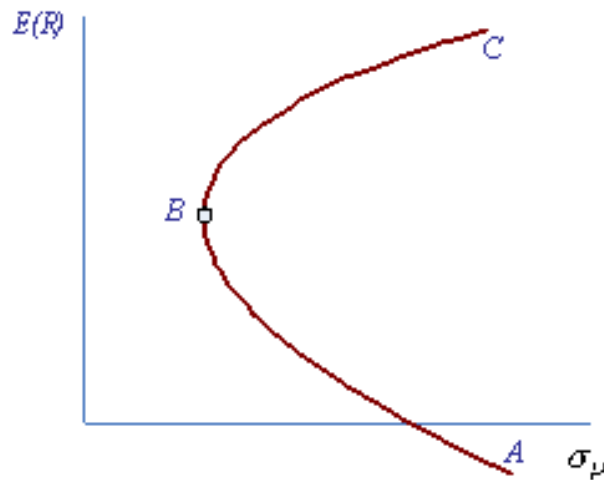
$$\sigma_p^2 = E(R_p - \bar{R}_p)^2 = \overline{\sigma_p^2} \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^n X_j = 1 \quad (11)$$

$$X_j \geq 0 \quad (12)$$

O problema acima, busca maximizar o retorno da carteira para um dado nível de risco.

GRÁFICO 03: Fronteira eficiente.



Fonte: Adaptado de Assaf Neto (2003).

A fronteira eficiente como a o gráfico (03) é construída a partir das hipóteses do modelo de Markowitz, em que os investidores são avessos ao risco e buscam as melhores alternativas de investimento levando em consideração a relação risco retorno. Resolvendo este problema de minimização consegue-se formar a fronteira eficiente como é indicado no gráfico (03), que representa os casos mais comuns de carteiras de investimento, em que o coeficiente de correlação entre os ativos não mostra correlação perfeita, ou seja, $-1 < \rho < 1$. (MARKOWITZ, 1952)

Alternativamente a carteira de mínima variância é possível estimar a carteira que maximiza a razão de Sharpe. A razão de Sharpe de uma carteira é definida como $RS = (\mu_p - r_f)/\sigma_p$, em que μ_p é o retorno médio da carteira, r_f é o retorno do ativo livre de risco e σ_p é o risco da carteira (desvio padrão).

O portfólio que maximiza a razão de Sharpe é aquele que possui a melhor relação risco-retorno. A carteira de máxima razão de Sharpe é encontrada resolvendo o seguinte problema (RUBESAM; BELTRAME, 2015):

$$\max_w \frac{w' \mu}{\sqrt{w' \Sigma w}} \text{ sujeito a } \sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (13)$$

Em que $\mu = (\mu_1 \dots \mu_N)'$ é um vetor de retornos médios e $w_i = 1$, indica a proporção de cada ativo na carteira.

Para construir uma fronteira eficiente é necessário que sejam feitos vários cálculos relativos ao retorno esperado de cada ativo, de suas respectivas variâncias e covariâncias. Uma das dificuldades encontradas no modelo de Markowitz (1952) para formar uma fronteira eficiente está justamente na grande quantidade de cálculos que devem ser feitos para encontrar cada um dos componentes da variância da carteira, uma vez que o número de covariâncias pode se tornar expressivo em carteiras com um grande número de ativos. Uma alternativa para analisar ativo de forma mais simples é o modelo de índice único³ criada por Sharpe (1963), que busca relacionar o retorno esperado com um índice representativo de todo mercado. A intuição básica do modelo, é de que o retorno dos ativos estaria correlacionado com um índice único representativo do mercado.

Zanine e Figueiredo (2005), diz que a dificuldade de operacionalização do modelo original de Markowitz (1952) levou Sharpe (1963) a desenvolver um modelo alternativo, o Modelo de Índice Único bastante simples, principalmente em relação ao número de *inputs* necessários.

2.1.3 Algoritmo genético

Segundo Kaufman (2013), o portfólio ótimo pode ser encontrado, usando a solução clássica de média-variância de Markowitz, ou uma abordagem que utiliza algoritmo genético.

O algoritmo genético (AG) começou a ser estudado por J. Holland, cientista e professor dos Estados Unidos, especializado nas áreas de Matemática, Ciência da Computação, sistemas complexos e ciência não linear. Os algoritmos genéticos são utilizados, além de outros fins, como otimizadores de funções que utilizam um processo evolucionário. De forma resumida, eles funcionam com a união de um grupo de elementos (população) inicial, que passam por um processo de seleção e recombinação para formar uma nova população melhor que a inicial.

³ O modelo de índice único pode ser expresso por: $R_i = \alpha_i + \beta_i R_m$, onde R_i é o retorno do ativo i , e R_m é o retorno de mercado, α_i é o componente do retorno do ativo i , β_i é constante, que mede a expectativa de mudança no retorno do ativo i dada uma mudança no retorno de mercado (R_m).

Segundo Mitchell (1997), o AG possui um vasto campo de aplicação em muitas áreas científicas, e não somente na de análise de modelos econômicos, podemos citar problemas de otimização de soluções, desenvolvimento de estratégias, aprendizado de máquina, fórmulas matemáticas, problemas de engenharia, diversas aplicações na Biologia como sistemas imunológicos, simulação de bactérias, ecossistemas, formato e propriedades de moléculas orgânicas dentre outras.

Os Algoritmos Genéticos podem ser aplicados a modelos econômicos por dois motivos principais: a facilidade na descrição do comportamento dos agentes; e a resolução de problemas de otimização. A grande vantagem que os Algoritmos trazem aos modelos econômicos é a representação explícita de cada indivíduo na população. Com estes algoritmos é possível construir uma população de agentes heterogêneos que não somente se diferenciam pelas suas estratégias, mas também pelo seu comportamento de aprendizagem. A análise dos sistemas econômicos está centrada no comportamento de equilíbrio entre os agentes, onde, por vezes, a estrutura é bastante complexa, em que nem sempre é possível calcular o equilíbrio econômico. Apesar das expectativas racionais conseguirem descrever bem vários aspectos da evolução de uma economia, ela se sustenta em hipóteses pouco realistas para o mundo real. Muitos economistas que estudam o processo de adaptação do comportamento dos agentes, relaxando a hipótese de expectativas racionais, tentaram identificar um comportamento de equilíbrio através da adaptação e do processo de aprendizagem dos agentes num cenário de *bounded rationality*⁴ (DAS NEVES BARREIRO, 2002).

Ainda segundo Das Neves Barreiro (2002), na área financeira, foram feitos alguns trabalhos aplicando Algoritmos Genéticos na identificação de estratégias de *trading* nos mercados financeiros. A capacidade destes algoritmos processarem muitas informações de forma flexível, rápida e com fácil utilização levou a que vários autores testassem a possibilidade de gerar regras de *trading* com a sua aplicação.

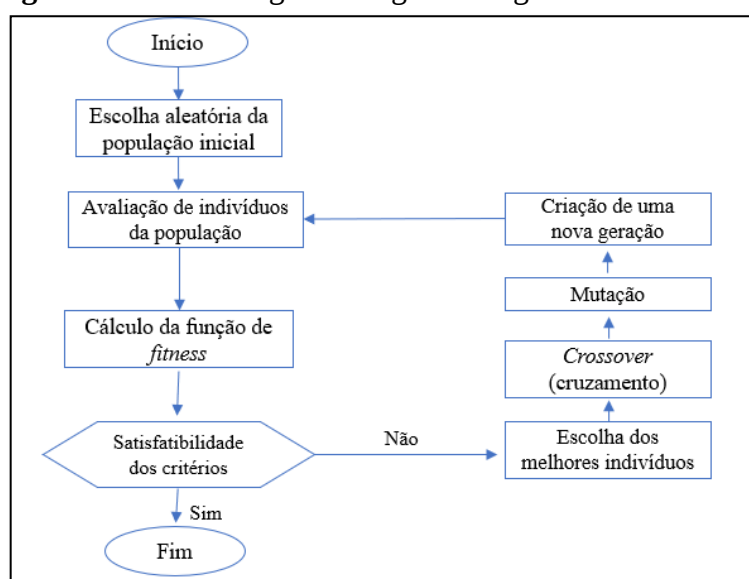
Cartacho e Souza (2002) aplicaram no mercado brasileiro, métodos de algoritmos genéticos e de redes neurais artificiais em problemas de seleção de portfólios com a análise de oito ações da B3 no período de janeiro de 1999 a dezembro de 2000. O modelo híbrido utilizado pelos autores utilizou redes neurais para encontrar padrões em séries temporais, e o algoritmo genético em solucionar problemas de otimização complexos.

⁴ A expressão *bounded rationality* (racionalidade limitada), se refere ao descompasso entre o ambiente de tomada de decisão e as escolhas do tomador de decisão (SIMON, 1996).

A computação evolucionária é considerada um subcampo científico da inteligência artificial envolvida com uma variedade de algoritmos utilizados para otimização global. Esses algoritmos são ferramentas para resolver problemas por tentativa e erro baseados em população inicial aleatória que incorporam características de otimização estocástica ou metaheurística. Utilizando termos biológicos, uma população inicial e aleatória de soluções é submetida a um processo de seleção natural, resultando em uma evolução gradual das possíveis soluções, otimizando a função de aptidão do problema. (SARMAS, 2020)

A metodologia dos algoritmos genéticos pode ser representada como na figura 01.

Figura 01: Metodologia dos algoritmos genéticos.



Fonte: Adaptado de Sarmas (2020).

Para Sarmas (2020), os algoritmos evolutivos são baseados no processo de aprendizagem dentro de uma população de indivíduos, cada um dos quais representa um ponto de busca em um espaço de potenciais soluções para um problema. A população inicial arbitrada evolui em direção a regiões cada vez melhores do espaço de busca por meio de processos aleatórios de seleção, mutação e recombinação. O processo de seleção dos indivíduos favorece aqueles indivíduos com maior aptidão a se reproduzirem com maior frequência do que os indivíduos de menor aptidão. Esse mecanismo de recombinação permite uma combinação de informações dos pais que são passadas para seus descendentes, e a mutação introduz inovação na população.

Os algoritmos genéticos (AG) são os algoritmos evolutivos mais conhecidos na literatura, o conceito de processos adaptativos em sua forma mais geral, concentra-se na ideia de um sistema que recebe entradas sensoriais do ambiente por detectores binários. No algoritmo

genético, uma população de indivíduos inicial evolui em direção a melhores soluções. Onde cada uma das soluções possui determinado conjunto de características, que são chamadas de cromossomos, que podem sofrer mutações e alterações.

Os algoritmos genéticos (AG) têm como fonte de inspiração o princípio Darwiniano de evolução das espécies e também da genética. Os algoritmos genéticos, nadam mais são que algoritmos probabilísticos que oferecem um mecanismo de busca adaptativa baseado no princípio de sobrevivência daqueles que são mais aptos e na reprodução.

O AG é um processo de evolução, que pode ser utilizado como uma ferramenta ou uma tecnologia de evolução para buscar em um problema de otimização um ótimo global dos pesos do portfólio por meio de programação. Em primeiro lugar, deve ser definido uma função de adequação que pode representar uma referência do modelo de previsão.

Para Dias (2008), o algoritmo genético pode ser definido como um método baseado na teoria de Darwin da evolução natural, segundo a qual os organismos de determinada população que melhor se adaptam ao meio conseguem se reproduzir e possuem mais chances de sobrevivência, enquanto os menos adaptados acabam sendo eliminados do meio. A combinação de boas características que os indivíduos possuem acaba produzindo descendentes cada vez mais bem adaptados, que geram cada vez mais melhores resultados.

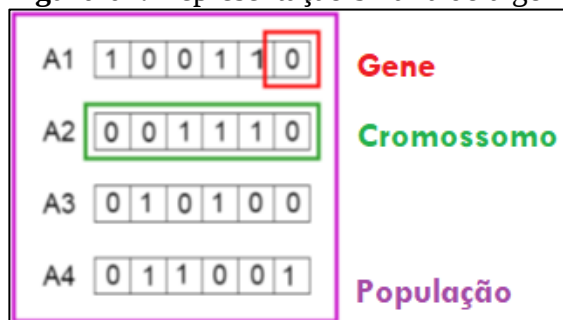
Segundo Seita (2014) a técnica do algoritmo genético é uma técnica heurística que se baseada na biologia evolutiva assim como apontado por Dias (2008) onde aquele indivíduo que melhor consegue se adaptar ao ambiente é o que acaba sobrevivendo. Esta característica da biologia evolutiva permite a convergência do problema de otimização para um conjunto de soluções ótimas de forma iterativa.

Tayler (1995), diz que praticamente qualquer problema de otimização de funções matemáticas pode ter a solução encontrada utilizando algoritmo genético. O autor esclarece, porém, que para funções matemáticas mais simples e com poucas ou uma única solução ótima, não há vantagem em utilizar o algoritmo genético, porém para funções mais complexas e com múltiplas variáveis, especialmente aquelas que as que envolvem interações não lineares o AG acaba sendo uma ferramenta poderosa para encontrar os pontos de máximo ou mínimo globais.

Ainda segundo Dias (2008), os fundamentos teóricos do AG foram desenvolvidos originalmente por Holland (1992). O que o algoritmo genético faz são simulações de um processo de evolução natural assim como na teoria de Darwin e com base em uma população de soluções iniciais, e por meio da utilização de operadores genéticos de reprodução e mutação. Em termos de linguagem de otimização, cada indivíduo da população é como se fosse uma

solução codificada, formada por uma série de genes que são chamados de cromossomo, e cada um desses cromossomos representa uma possível solução para um dado problema. Na representação binária do algoritmo genético essa linguagem pode ser apresentada da seguinte maneira:

Figura 02: Representação binária do algoritmo genético.



Fonte: Adaptado de Ludemir (2020).

Goldberg (1989), cita que os algoritmos genéticos foram desenvolvidos por John Holland (1992), junto com seus colegas e alunos da Universidade de Michigan. Segundo o autor os objetivos de sua pesquisa foram os seguintes: (1) abstrair e explicar rigorosamente processos adaptativos dos sistemas naturais, e (2) projetar um *software* de sistemas artificiais capazes de reter mecanismos relevantes dos sistemas naturais. O foco central da pesquisa sobre estes algoritmos tem sido além de robustez, o equilíbrio entre eficiência e eficácia necessária para a sobrevivência em muitos aspectos.

Ainda segundo Goldberg (1989), os algoritmos genéticos são considerados como algoritmos de busca baseados no processo da mecânica da seleção natural e da genética natural. Segundo o autor estes algoritmos combinam a sobrevivência daquele mais apto entre as estruturas de *string* com uma troca de informações estruturada, porém aleatória. Em cada nova geração, um novo conjunto de criaturas artificiais é criado a partir do mais apto do antigo. Embora randomizados, estes algoritmos não são considerados um passeio aleatório simples, na realidade eles exploram com eficiência informações históricas para investigar sobre novos pontos de busca com desempenho esperado ainda melhor.

Os AGs são teoricamente e empiricamente comprovados para fornecer uma busca por resultados robustos em espaços complexos. Há muitos artigos e dissertações que estabelecem a validade da técnica para encontrar máximos e mínimos em aplicações de controle e otimização de funções. Esta ferramenta se estabeleceu como uma abordagem válida em problemas que requerem uma pesquisa eficiente e eficaz, sendo atualmente uma aplicação mais difundida nos círculos de negócios, científicos e até mesmo de engenharia. A razão por trás do número

crescente de aplicações é muito clara, pois estes algoritmos são computacionalmente simples, contudo, muito poderosos em sua busca por pontos de máximo e/ou pontos de mínimo. Além destas características os algoritmos genéticos não são fundamentalmente limitados por suposições restritivas sobre o espaço de busca, como por exemplo, suposições relativas à continuidade da função, a existência de derivadas, etc. (GOLDBERG, 1989)

Não há uma definição rigorosa e precisa de "algoritmo genético" aceito em todas as comunidades de computação evolucionária que faz uma diferenciação dos AGs de outros métodos de computação evolucionária. Porém, pode-se dizer que a maioria dos métodos chamados de AG possuem pelo menos estes elementos em comum: populações de cromossomos, seleção de acordo com a aptidão, cruzamento para produção de novos descendentes e mutação de uma nova descendência. (MITCHELL, 1998)

Para Mitchell (1998), as formas mais simples de algoritmo genético apresentam três tipos de operadores: seleção; cruzamento (ponto único); e mutação. O autor descreve que o chamado operador de seleção, seleciona cromossomos de uma população para reprodução, e quanto mais apto for o cromossomo, mais vezes é possível e provável que seja selecionado para reproduzir.

O operador *Crossover*, escolhe aleatoriamente o chamado *locus* e troca as subsequências antes e depois desse *locus* entre dois cromossomos para criar dois descendentes. O autor exemplifica utilizando as *strings* (cromossomo ou também chamado indivíduo) 10000100 e 11111111 que podem ser cruzadas para produzir os dois descendentes 10011111 e 11100100. O cruzamento imita aproximadamente uma recombinação biológica entre dois organismos de cromossomo único (haploide⁵).

Já o operador de Mutação, transforma aleatoriamente alguns dos *bits* (também chamados de genes) em um cromossomo, exemplificando a *string* 00000100 pode ser mutado em sua segunda posição para render 01000100. Essa mutação pode ocorrer em cada posição de *bit* em uma *string* com alguma probabilidade, geralmente muito pequena (por exemplo, 0,001). (MITCHELL, 1998)

Ludemir (2020), apresenta um exemplo simples de otimização com o Algoritmo genético binário pode ser feito considerando o problema de maximização da função $f(x) = x^2$, com a seguinte restrição $0 \leq x \leq 31$. Neste problema simples, o primeiro passo é utilizar uma população inicial escolhida aleatoriamente. Aqui será utilizado inicialmente a seguinte população inicial (A_1, A_2, A_3, A_4):

⁵ Células **haploides** (n) são aquelas que possuem apenas um conjunto cromossômico.

TABELA 01 - população inicial de cromossomos.

Cromossomos	x	$f(x)$	Probabilidade de Seleção
$A_1 = 1\ 1\ 0\ 0\ 1$	25	625	54,5%
$A_2 = 0\ 1\ 1\ 1\ 1$	15	225	19,6%
$A_3 = 0\ 1\ 1\ 1\ 0$	14	196	17,1%
$A_4 = 0\ 1\ 0\ 1\ 0$	10	100	8,7%

Fonte: Adaptado de Ludemir (2020).

Os valores dos cromossomos (A_1, A_2, A_3, A_4) representam o número binário de cada valor de x , por exemplo o número binário de 25 corresponde a 1 1 0 0 1, e assim sucessivamente para os demais. A probabilidade de seleção por aptidão de cada indivíduo é apurada a partir da seguinte equação:

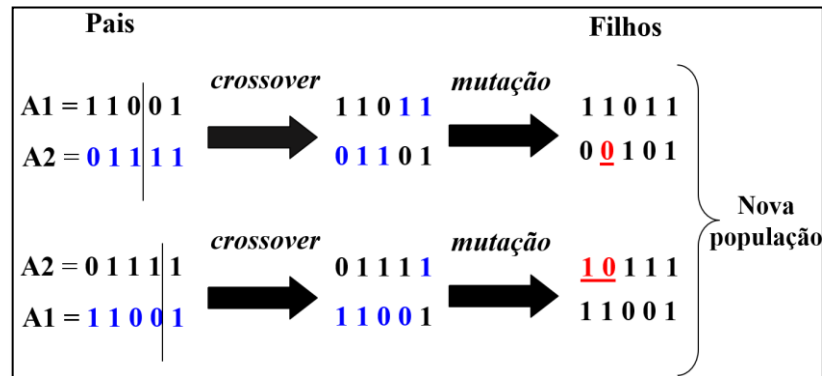
$$p_i = \frac{f(x)}{\sum_{k=1}^N f(x_k)} \quad (14)$$

No próximo passo escolhe-se n (tipicamente 2) indivíduos aleatoriamente da população e o melhor é selecionado. No caso da tabela 01 os indivíduos (pais) escolhidos são A_1, A_2 , ou seja, aqueles com maior aptidão. Na sequência é feita uma combinação dos pais selecionados para produção de filhos, através do *crossover*:

$$\begin{array}{l} \text{Pais} \quad \left\{ \begin{array}{c|c} \mathbf{1\ 1\ 0} & \mathbf{0\ 1} \\ \mathbf{0\ 1\ 1} & \mathbf{1\ 1} \end{array} \right. \\ \text{filhos} \quad \left\{ \begin{array}{c|c} \mathbf{1\ 1\ 0} & \mathbf{1\ 1} \\ \mathbf{0\ 1\ 1} & \mathbf{0\ 1} \end{array} \right. \end{array}$$

Quando o *crossover* é aplicado os pais trocam suas caldas gerando dois filhos, caso contrário os dois filhos seriam cópias exatas dos pais. Na sequência é feita a mutação, a qual inverte os *bits* (genes) dos filhos. Considerando o filho 0 1 1 0 1, após a mutação ele se torna 0 1 0 1. A taxa de mutação deve ser o suficiente para assegurar a diversidade de cromossomos na população, porém não pode ser nem alta nem muito baixa. Todo esse processo pode ser resumido pela figura 03:

Figura 03: Criação da nova geração iniciada com crossover com posterior mutação:



Fonte: Adaptado de Ludemir (2020).

Dos resultados acima (*crossover* e *mutação*), aqueles com maior probabilidade de seleção são: 11011; 11001; 11011 e 11001. A partir desta primeira geração de filhos, temos os seguintes resultados, classificados em ordem decrescente de probabilidade de seleção:

TABELA 02 - 1ª Geração de filhos.

Cromossomos (1ª geração de filhos)	x	$f(x)$	Probabilidade de Seleção
1 1 0 1 1	27	729	29,1%
1 1 0 0 1	25	625	24,9%
1 1 0 0 1	25	625	24,9%
1 0 1 1 1	23	529	21,1%

Fonte: Adaptado de Ludemir (2020).

Procedendo de maneira recursiva produzindo novas gerações, temos os seguintes resultados para as gerações futuras:

TABELA 03 - 2ª, 3ª, 4ª e 5ª geração de filhos.

Geração	Cromossomos	x	$f(x)$
Segunda Geração	1 1 0 1 1	27	729
	1 1 0 0 0	24	576
	1 0 1 1 1	23	529
	1 0 1 0 1	21	441
Terceira Geração	1 1 0 1 1	27	729
	1 0 1 1 1	23	529
	0 1 1 1 1	15	225
	0 0 1 1 1	7	49

TABELA 03 - 2ª, 3ª, 4ª e 5ª geração de filhos.

Geração	Cromossomos	x	$f(x)$
Quarta Geração	1 1 1 1 1	31	961
	1 1 0 1 1	27	729
	1 0 1 1 1	23	529
	1 0 1 1 1	23	529
Quinta Geração	1 1 1 1 1	31	961
	1 1 1 1 1	31	961
	1 1 1 1 1	31	961
	1 0 1 1 1	23	529

Fonte: Adaptado de Ludemir (2020).

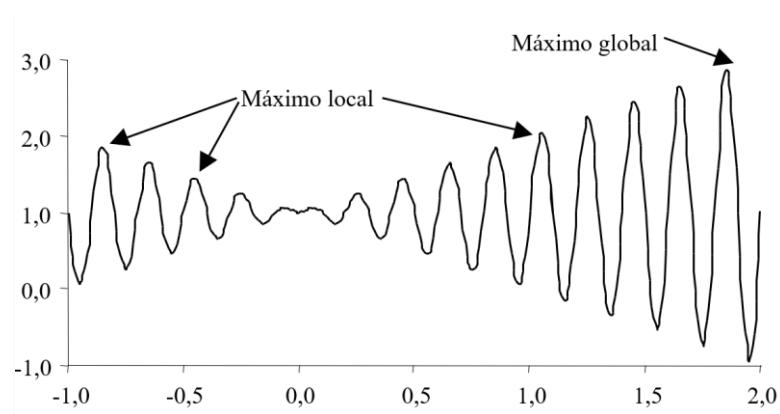
Pela tabela 03, é possível constatar que na quinta geração os resultados convergem para 31, que é o ponto de máximo da função objetivo $f(x) = x^2$, com a restrição $0 \leq x \leq 31$.

Nos casos onde a função é simples como esta, os métodos tradicionais de otimização por meio do cálculo diferencial são capazes de encontrar os pontos de máximo ou mínimo, contudo em casos mais complexos o algoritmo genético se mostra muito mais flexível, não se limitando a pontos de máximo ou mínimo locais, buscando sempre o ponto de máximo global.

O caso a seguir mostra o caso de uma função mais complexa que apresenta vários pontos de máximo e mínimo locais. Um exemplo onde o Algoritmo genético pode ser utilizado com mais eficiência é na função seno a seguir:

$$f(x) = x \operatorname{sen}(10\pi x) + 1 \quad (15)$$

A função acima apresenta vários pontos de máximo e mínimo locais dentro do domínio entre -1,00 e 2,00, contudo apresenta um ponto de máximo global, como mostra a gráfico 04.

GRÁFICO 04: Gráfico da função: $f(x) = x \operatorname{sen}(10\pi x) + 1$ 

Fonte: Ludemir (2020).

Para Eltaeib e Mahmood (2018) os algoritmos utilizados na otimização são abordagens importantes e modernas para resolver problemas de otimização complexos e difíceis. A otimização pode ser definida como um procedimento de descoberta que oferece um valor máximo ou mínimo para uma função. Algumas das razões que tornam os problemas de otimização difíceis são, em primeiro, a dificuldade de realizar uma pesquisa abrangente se o espaço do domínio da função relacionada ao problema for muito grande; em segundo lugar, a função é ruidosa ou varia muito com o tempo, gerando muitas soluções possíveis em vez de uma única; em terceiro, às vezes as restrições impedem de chegar a uma solução possível.

A evolução diferencial (ED) é um tipo de algoritmo estocástico utilizado para resolver problemas de otimização numérica e contínua. Desde sua criação, a ferramenta do algoritmo ED tornou-se um poderoso instrumento otimizador global, desenvolvido por Kenneth Price em 1994, o ED é um algoritmo muito promissor que converge para um ponto ótimo real sem usar grandes quantidades de recursos. O desempenho desta ferramenta foi validado no domínio evolucionário pela IEEE⁶ *Conference on Evolutionary Computation* (CEC) em 1996. (ELTAEIB; MAHMOOD, 2018)

Ainda segundo Eltaeib e Mahmood (2018) os algoritmos ED são diferentes dos algoritmos evolutivos (AE) que moldam a descendência ou problema a partir de uma mistura de soluções com uma taxa de fator de diferença de vetores individuais selecionados e são uma alternativa para recombinar indivíduos por meio de um esquema probabilística.

A estratégia da mutação diferencial é o fundamental componente que distingue evolução diferencial de outros algoritmos. A aplicação da mutação a todos os candidatos define uma regra para exploração com base em outras soluções candidatas. Esta estratégia de mutação expande a capacidade de uma população em descobrir novos descendentes promissores. O desempenho do ED pode ser descrito em dois componentes principais: a estratégia escolhida e os parâmetros de controle. Contudo, a estratégia contida na ED consiste no uso de operadores de mutação além de operadores de cruzamento e seleção, que são utilizados em cada nova geração para determinar o ótimo global. Os componentes dos parâmetros de controle consistem no tamanho da população NP , taxa de cruzamento Cr fator de escala F . (ELTAEIB; MAHMOOD, 2018)

Apesar do grande potencial da ED, a literatura aponta que alguns ajustes são importantes para melhorar seu desempenho. Alguns problemas que podem ser citados são,

⁶ O Congresso do IEEE sobre Computação Evolucionária é uma das mais importantes e maiores conferências sobre computação evolucionária, sendo as outras conferências de importância semelhante a EvoStar, a Conferência de Computação Genética e Evolutiva e a Resolução Paralela de Problemas da Natureza.

estagnação; convergência prematura; e sensibilidade aos parâmetros de controle que podem gerar problemas no desempenho da ED.

Eltaeib e Mahmood (2018) aponta que a estagnação pode ocorrer quando a população não melhora ao longo das iterações, e o algoritmo acaba não sendo capaz de encontrar um novo domínio de busca. Várias podem ser as causas da estagnação, como parâmetros de controle, que se tornam ineficientes para um problema específico no espaço de decisão, por exemplo.

O método do algoritmo pode ser explicado, por exemplo pela busca de um ótimo para X^* que pode ser representado pelo vetor X_i $i = 1, \dots, D, X \in \mathbb{R}^D$, dentro das restrições da fronteira $L \leq X \leq H$. A evolução diferencial é baseada em uma população, onde a população inicial é representada por $P_{i,j} \in \mathbb{R}^{[D \times NP]}$ com um ponto inicial aleatório onde $H \leq P_{i,j} \leq L$.

Eltaeib e Mahmood (2018) descreve que a inicialização da população é uma etapa importante que assume que não há informações prévias sobre o ótimo, assim a população é inicializada dentro apenas das restrições de limite, quais sejam, o limite superior (H) e o limite inferior (L), de modo que a população pode ser inicializada da seguinte maneira:

$$P_{i,j} = L + (H - L) \cdot \text{rand}_{i,j}[0,1] \quad i = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots, NP \quad (16)$$

A evolução ocorre em três processos, mutação; cruzamento; e seleção. A estratégia tradicional de evolução diferencial consiste em utilizar três vetores aleatórios v_1 , v_2 e v_3 selecionados a partir da população inicial, conforme equação (xx). Inicialmente é feita uma seleção aleatória de três indivíduos da população $v_{1,2,3} \in [1, \dots, NP]$ onde, $v_1 \neq v_2 \neq v_3$.

Onde: $v_1; v_2; v_3$, são representados por:

$$v_1 = (\text{int})(\text{rand}() * NP); \quad (17)$$

$$v_2 = (\text{int})(\text{rand}() * NP); \quad (18)$$

Em que: $(v_2 = v_1) \vee v_2 = (\text{int})(\text{rand}() * NP);$

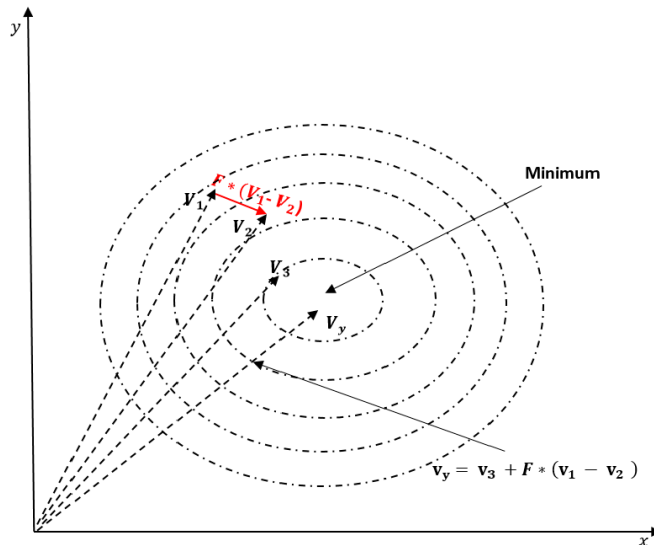
$$v_3 = (\text{int})(\text{rand}() * NP); \quad (19)$$

Em que: $(v_2 = v_1) \vee (v_2 = v_3) \vee v_3 = (\text{int})(\text{rand}() * NP) \vee v_2 = (\text{int})(\text{rand}() * NP)$.

O processo de mutação ocorre por meio de uma recombinação para construir o vetor de mutação v_y , conforme mostrado no gráfico 05 onde a equação associada ao vetor é expressa por:

$$v_y = v_3 + F * (v_1 - v_2) \quad (20)$$

GRÁFICO 05 - Processo de mutação por meio de uma recombinação:



Fonte: Eltaeib e Mahmood (2018).

Para Eltaeib e Mahmood (2018) a mutação é o principal componente da ED considerado o método pelo qual a ED ocorre, existem alguns tipos de estratégias de mutação, cada uma distinguida com uma abreviatura baseada na estratégia de mutação clássica como descrito na Equação (12), ou seja, $DE / rand / 1 / bin$, onde DE representa evolução diferencial e "rand" representa o aleatório, indicando que os vetores são selecionados de forma aleatória. O número 1 indica o número de pares de diferenças; nesta estratégia, é um par $(v_1 - v_2)$. O último termo (*bin*) representa o tipo de *crossover* usado. Este termo pode ser "exp", para exponencial, ou então "bin", para binomial. Para complementar a etapa anterior (estratégia de mutação), a DE também aplica *crossover* uniforme para construir vetores de teste v_{Trail} , que estão fora dos parâmetros que foram copiados de dois vetores diferentes. Neste particular, a DE seleciona um vetor aleatório da população, indicado como v_x , que deve ser diferente de v_y , v_{y2} e v_3 , e então cruza com um vetor mutante v_y ; o cruzamento binomial é gerado da seguinte forma:

$$V_{Trail}[i,j] = \begin{cases} v_y[i,j] & \text{if } rand(0,1) < Cr \\ v_x[i,j] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (21)$$

Ainda segundo Eltaeib e Mahmood (2018) a probabilidade de cruzamento, $Cr \in (0, 1)$, é uma taxa que deve ser predefinida e especifica a fração do parâmetro que é transferido do indivíduo mutante, ou sejam, é utilizado para controlar quais fontes participam de um determinado parâmetro. A taxa de cruzamento uniforme é comparada com valores aleatórios

uniformes formados a partir de (0,1); se o valor aleatório for menor ou igual ao CR , o parâmetro de teste é copiado do vetor mutante v_y , caso contrário, o parâmetro é herdado de v_x . Na sequencia, a próxima operação é a seleção, na qual o vetor de trilha v_{Trail} compete com o vetor de destino v_x . Se este vetor de trilha (v_{Trail}) for igual ou menor que v_x , ele muda o vetor de destino v_x na geração seguinte h = Caso contrário, v_x não é alterado na população. Esse processo é demonstrado por:

$$V_x[i,j] = \begin{cases} v_{trail} & \text{if } f(x) < f(v_x) \\ v_x & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

Onde $f(x)$ é a função objetivo. Se o novo vetor de trilha $f(v_{Trail})$ for menor ou igual ao vetor de destino $f(v_x)$, ele substituirá o vetor destino. Caso isso não ocorra, a população irá manter o valor do vetor alvo. As diferentes fases da ED tem como objetivo evitar que a população se deteriore com o passar do tempo, assim a inicial permanece a mesma ou então melhora com o processo de iteração, ou seja, a ED faz com que haja um refinamento contínuo da população, que é alcançado pelo vetor de tentativa, por isto este fator é crucial na DE (ELTAEIB; MAHMOOD, 2018).

2.1.4 Momentum

O estudo mais clássico sobre a temática do efeito *momentum* foi o estudo de Jegadeesh e Titman (1993), onde foi analisado o mercado acionário norte americano no período de 1965 a 1989. O estudo efetuado pelos autores teve como objetivo testar a eficácia do mercado acionário, e os resultados comprovaram a possibilidade de ganhos extraordinários ou anormais utilizando a estratégia *momentum*, quando os investidores compram ações com alta rentabilidade entre os últimos três e 12 meses.

Carhart (1997), também contribuiu com a teoria do efeito *momentum*, em seu artigo *On persistence in mutual fund performance*, em que consegue explicar a persistência de curto prazo nos retornos de fundos mútuos de ações. O autor sugere três regras importantes para investidores de fundos mútuos que maximizam a riqueza: (1) Evitar fundos com desempenho persistentemente ruim; (2) fundos com altos retornos no ano passado têm retornos esperados acima da média no próximo ano, mas não nos anos seguintes; e (3), os custos de investimento dos índices de despesas, custos de transação e taxas de carregamento têm um impacto direto e negativo no desempenho.

Jegadeesh e Titman (1993), explicam que a estratégia de *momentum* pode ser resumida como uma estratégia baseada nas expectativas dos investidores, para os quais ações que apresentaram valorização significativa no passado recente tendem a continuar crescendo no futuro. Dito em outras palavras, essa estratégia utiliza o padrão de desempenho passado como referência para apontar o futuro.

A estratégia de momento consiste na expectativa que os investidores possuem de que as informações históricas do retorno passado são indicadores suficientes para mensurar as expectativas de rendimentos futuros, a partir das quais os investidores podem agir por impulso, comprando ativos esperando obter retornos anormais a partir de resultados momentaneamente satisfatórios das ações. Logo, os investidores efetuam a compra das ações no momento da divulgação desses resultados com a intenção de vender essas ações posteriormente a um preço maior (SILVA NETO; SILVA; RABONI; OLIVEIRA, 2014).

A maioria dos modelos comportamentais sobre as causa do efeito *momentum* pode ser classificada em dois grupos, *underreaction* (sub reação) e *overreaction* (super-reação retardada). O *underreaction* diz que as informações transitam lentamente para os preços dos ativos, por várias razões (os investidores podem ser conservadores, ou então não prestar atenção total nas informações ou enfrentar problemas de liquidez), causando impulso.

Prates, Duarte Júnior e Santos (2019), o *underreaction* pode ser explicado pelo efeito de disposição que é uma das anomalias estudadas em finanças comportamentais, que tem como base o preço de compra, em que os indivíduos são mais propensos a vender ativos que tenham aumentado de valor do que vender aqueles que tenham apresentado queda no seu valor. Esta situação ocorre, porque o receio dos investidores ficarem expostos a possíveis perdas é maior do que a recompensa em relação a possíveis ganhos.

Para Pitthan (2017), efeito de disposição pode ser definido como a disposição de vender ações “vencedoras” muito cedo e segurar ações “perdedoras” por um tempo exacerbado, legitimando uma possível explicação para a reação branda frente a novas notícias.

O efeito disposição pode ainda ser definido como um fenômeno comportamental caracterizado pela predisposição que os investidores possuem à realização de seus ganhos antecipadamente e a postergação da concretização de perdas provenientes de posições ‘perdedoras’ por um tempo demasiadamente longo (CONCEIÇÃO; BARBEDO; SILVA, 2015).

Existem também evidências empíricas que sugerem que os investidores têm capacidade de processamento limitada e restrições de atenção limitadas às informações,

ocorrendo *overreaction*, nestas situações argumentam que os investidores que buscam retornos fornecem um mecanismo de *feedback* que afasta os preços dos fundamentos, causando um impulso no curto prazo que acaba sendo revertido quando os preços se corrigem no longo prazo.

Outro ponto de destaque no estudo de Jegadeesh e Titman (1993) se refere as análises do período de janeiro de 1980 a dezembro de 1989, referente as reações do mercado acionário aos anúncios de ganhos trimestrais das empresas, quando se formaram carteiras classificadas em ordem crescente de retornos dos seis meses anteriores e analisando em seguida um período de até 36 meses após as publicações de ganhos. Aqui novamente ficou comprovado que um impulso relacionado aos anúncios de ganhos trimestrais, geram resultados positivos e significativos nas diferenças entre ações vencedoras e perdedoras principalmente nos primeiros seis meses, após esse período as reações aos anúncios foram contrárias no período de 11 a 18 meses. Com isso podemos concluir que no mercado norte americano os investidores reagem positivamente aos anúncios de ganhos nos períodos de até seis meses posteriores a publicação dos anúncios, não havendo significância estatística nos ganhos após um ano e meio.

Segundo Silva Neto, Silva, Raboni e Oliveira (2014) a expectativa de que as informações históricas do retorno passado são indicadores suficientes para mensurar as expectativas de rendimentos futuros, os investidores podem agir por impulso, fazendo investimentos esperando obter retornos anormais a partir de resultados momentaneamente satisfatórios das ações. Assim, os investidores efetuam a compra das ações no momento da divulgação desses resultados com a intenção de vender essas ações posteriormente a um preço maior. O autor destaca que o pressuposto da estratégia de *momentum* é a persistência dos resultados passados do retorno das ações é impulsionado pelo elevado volume de negócios.

Damodaran (2006) descreve efeito *momentum* ou efeito impulso com base no seguinte comportamento dos preços das ações: se o preço de uma ação estiver em queda, vai permanecer em queda, da mesma maneira, se estiver o preço estiver em alta, a tendência é de que a alta permaneça, dito de outra forma, os preços das ações apresentam correlação positiva com seus resultados passados de retorno. Esses resultados podem ser potencializados diante da divulgação de informações públicas positivas, o que é mais fortemente percebida no caso de ações com elevada liquidez.

Ainda segundo Damodaran (2006) é consiste o comportamento adotado pelos investidores em comprar ações que apresentam bom desempenho, pois acreditam na manutenção desses bons resultados. Em coerência a isso o impacto positivo decorrente da divulgação de informações públicas, há também uma expectativa de que os retornos sejam

acompanhados por um elevado volume de negócios, apesar de normalmente existir um prêmio de risco associado à baixa liquidez.

Thaler (2005), cita que há um crescente corpo na literatura documentando evidências reais no mercado relacionadas a previsibilidade do retorno de ações com base em uma série de variáveis específicas relacionadas a empresa. Entre as diversas correntes da literatura, o efeito *momentum* do preço é provavelmente o mais complexo de ser explicado no contexto das teorias tradicionais de precificação de ativos. O autor aponta ainda que o efeito *momentum* mostra que as ações que apresentam o melhor (ou pior) desempenho ao longo de um período de três a doze meses tendem a continuar a apresentar um bom desempenho (ou um fraco desempenho) nos três a doze meses subsequentes. Segundo o autor as ações com o melhor desempenho parecem ser menos arriscadas do que aquelas com pior desempenho.

Há evidências ainda de que o efeito *momentum* não desaparece, Jegadeesh e Titman (2001) demonstram que as estratégias *momentum* são também lucrativas na década de 1990, que é um período posterior ao período amostral utilizando em seu estudo anterior (1965 a 1989).

Jegadeesh e Titman (1993) analisaram os resultados da estratégia de *momentum* estudando estratégias de negociação utilizando períodos de formação e manutenção entre três e doze meses. A estratégia escolhe ações com base nos retornos observados nos últimos J meses e mantém estas ações por K meses, onde J e K variam entre três até doze meses. No início de cada mês (t), as ações são classificadas em ordem crescente com base em seus retornos observado nos últimos J meses. A partir dessa classificação são formadas dez carteiras que igualmente ponderadas (carteiras ingênuas). São formadas então duas carteiras de ações a partir dos decis de maior e menor retorno, estas carteiras são chamadas de carteiras “vencedoras” e “perdedoras”, respectivamente. A estratégia *momentum* faz a compra de ações vencedoras e vende as perdedoras.

Uma maneira natural de interpretar a razão pela qual as ações vencedoras e perdedoras no passado continuam com a mesma tendência é em razão de que os preços das ações reagem de forma insuficiente às informações. Isso pode ser explicado da seguinte maneira, supondo a divulgação de notícias favoráveis e boas para empresa, o que ocorre é que os preços das ações reajam apenas parcialmente quando estas notícias são divulgadas, ou seja, os preços destas ações irão continuar subindo mesmo até que o mercado se ajustasse totalmente às novas informações. (THALER, 2005)

Em outras palavras podemos dizer que há uma sub-reação, que é a fonte dos lucros *momentum*. Podemos acrescentar ainda que as ações vencedoras anteriores podem ser mais

arriscados do que as ações perdedoras anteriores, e a diferença entre os retornos dos ativos pode ser simplesmente uma compensação pelo risco.

Os lucros gerados pela estratégia *momentum* pode ser formalizada pelo seguinte modelo de fator único:

$$r_{it} = \mu_{it} + b_i f_t + e_{it} \quad (23)$$

$$E(f_t) = 0 \quad (24)$$

$$E(e_{it}) = 0 \quad (25)$$

$$COV(e_{it}, f_t) = 0, \forall i \quad (26)$$

$$COV(e_{it}, e_{jt-1}) = 0, \forall i \quad (27)$$

Em que:

r_{it} é o retorno do título i ;

μ_{it} é o retorno esperado incondicional do título i ;

b_i é a sensibilidade do fator de segurança i .

f_t é o retorno inesperado de uma carteira que imita um fator;

e_{it} é o componente de retorno específico da empresa no tempo t ;

Segundo Jegadeesh e Titman (1993) o desempenho das estratégias *momentum* implicam que os ativos que geram retornos superiores à média em determinado período devem também gerar retornos superiores à média no próximo período. Alebriamente, esses resultados implicam que:

$$E(r_{it} - \bar{r}_t | r_{it-1} - \bar{r}_{t-1} > 0) > 0 \quad (28)$$

e

$$E(r_{it} - \bar{r}_t | r_{it-1} - \bar{r}_{t-1} < 0) < 0 \quad (29)$$

Onde $\bar{r}$ indica a média. A partir disso podemos encontrar o termo de covariância trasnversal:

$$E\{(r_{it} - \bar{r}_t)(r_{it-1} - \bar{r}_{t-1})\} > 0 \quad (30)$$

No estudo associado ao efeito *momentum*, Jegadeesh e Titman (1993) utilizaram o CAPM (*Capital Asset Pricing Model*)⁷ em várias carteiras, onde o retorno esperado teve como variável dependente os retornos obtidos nos seis meses consecutivos à composição das carteiras com base nos semestres anteriores. Já quanto às variáveis explicativas, as ações foram

⁷ A equação do CAPM é expressa por: $(R_j - R_f)_t = \beta(R_m - R_f)_t$, onde R_j é o retorno do ativo j , (R_f) é o retorno do ativo livre de risco e R_m é o retorno de mercado.

classificadas, de acordo com o tamanho, em pequenas, médias e grandes, e também por risco, e conforme *betas* (β) pequenos, médios e grandes apurados em relação ao prêmio de risco de mercado. Aqui os autores não identificaram tendências relacionadas tamanho da empresa ou ao risco associado as empresas (medido pelo beta), concluindo que a lucratividade da estratégia de *momentum* não está estritamente relacionada a uma subamostra específica de ações e confirmando ainda que a estratégia é relevante no curto prazo.

Outro ponto de destaque na pesquisa de Jegadeesh e Titman (1993) é a sua análise das reações do mercado a anúncios de ganhos trimestrais, esses eventos indicaram um impulso no mercado, sendo verificados resultados positivos e estatisticamente significativos nas diferenças entre as ações vencedoras e perdedoras nos primeiros seis meses, após esse período as reações aos anúncios foram contrárias nos 11 a 18 meses seguintes, e depois desse período, esses eventos já não se mostraram capazes de potencializar os retornos das ações. O que nos leva a concluir que, no mercado acionário norte-americano, os investidores reagem de forma positiva aos anúncios de ganhos nos seis meses posteriores à publicação da notícia, sendo que após um ano e meio não há mais significância estatística nos retornos diferenciais. Com esse resultado, os autores conseguem demonstrar que nos Estados Unidos, o impulso funcionou no curto prazo. (JEGADEESH, TITMAN, 1993)

2.2 REVISÃO EMPÍRICA

Nesta sessão será apresentado uma revisão empírica teórica sobre a Moderna teoria da carteira de Harry Markowitz (1952), sobre o algoritmo genético e sobre a estratégia de *momentum*.

2.2.1 Moderna teoria da carteira

A complexidade da maioria dos problemas de decisão requer a introdução de critérios múltiplos e na grande maioria das vezes conflitantes. O modelo de Markowitz é baseado somente em dois critérios, deixando de agregar metas adicionais de desempenho e risco por exemplo. Além disso, a capacidade de determinar com precisão o perfil de tolerância ao risco e expressar suas preferências são muito limitadas. Uma abordagem completa para o problema de gestão de portfólio requer uma consideração de todos os critérios que afetam o mercado de ações, dados financeiros, indicadores de lucratividade, liquidez, etc., além de indicadores do

mercado de ações, como rendimento de dividendos, risco sistemático, etc. Essas observações levam à conclusão de que a metodologia clássica é bastante limitada e inadequada, enfatizando a necessidade de métodos mais flexíveis. (SARMAS, 2020)

Duarte (2005, p.114) destacou uma restrição prática da teoria de Markowitz.

“o uso do MMV não era apropriado em alguns casos práticos, em particular quando os ativos que compunham a carteira tinham retornos assimétricos (como no caso de opções, títulos de renda fixa com opções embutidas etc.). Ou seja, era necessário o uso de medidas assimétricas de risco para os casos em que o MMV não era recomendado”. (DUARTE, 2005, p.114)

Zanini e Figueiredo (2005), em seu artigo pesquisaram a existência de diferença estatisticamente significativa entre os desempenhos das Teorias de Carteira de Markowitz e de Sharpe, com a aplicação da otimização de carteiras formadas por ações no mercado brasileiro, com dados do período de janeiro de 1994 até junho de 2000. Os resultados encontrados pelos autores demonstram que não há evidências de superioridade no desempenho, mesmo com as simplificações adotadas por Sharpe. Os autores ressaltam aqui que as conclusões alcançadas não deixam de evidenciar o mérito de Sharpe, uma vez que seu modelo, é bastante simplificado em relação ao proposto por Markowitz.

Outro objetivo de Zanini e Figueiredo (2005), era fazer uma comparação entre o desempenho destes modelos comparativamente a carteira de mercado (Ibovespa), e também com uma carteira com diversificação ingênua. A comparação realizada pelos autores permite verificar possíveis benefícios que os diferentes modelos podem trazer aos investidores. Os testes realizados demonstram que ambas as carteiras apresentaram desempenho idêntico do ponto de vista estatístico, contudo o Ibovespa quanto e a carteira com diversificação ingênua apresentaram retornos nominais superiores. Os autores concluem que não foram encontradas vantagens na utilização dos modelos como preditivos para formação de carteiras de investimento.

Bokel (2016), utilizando dados de 2000 a 2015 analisou os resultados de tipos de portfólios, um deles representando uma carteira igualmente ponderada (ingênua) e o outro otimizado utilizando a metodologia de Markowitz, ambos com ações previamente selecionadas usando a metodologia *momentum*. A partir de uma análise descritiva das carteiras vencedoras e perdedoras no período de formação a autora identificou que as estratégias de carteiras ingênuas e do modelo de Markowitz apresentam resultados muito semelhantes no que se refere ao retorno dos portfólios. A autora concluiu que de acordo com o índice de Sharpe é preferível investir em um ativo livre de risco do que no portfólio otimizado segundo o modelo de

Markowitz, contudo ainda assim, a autora estimou um *alpha* de Jensen para o modelo se apresentou positivo na maior parte da amostra.

Apesar da popularidade do modelo de Markowitz, inúmeros estudos apontando a baixa eficiência do método, principalmente em razão da presença de erros de estimação dos principais parâmetros utilizados no modelo (média e variância), uma vez que o modelo assume que o retorno dos ativos apresenta distribuição normal. (OLIVEIRA; MACIEL; 2020)

Oliveira e Maciel (2020) citam que há diversas estratégias para alocação de recursos que utilizam a teoria de Markowitz, seja para a escolha da carteira de variância mínima, ou a de maximização da razão de Sharpe, ou a que maximiza a média geométrica dos retornos, contudo, ambas as abordagens utilizam para a determinação dos pesos das ações que compõe a carteira, um problema de otimização resolvido pelas técnicas matemáticas tradicionais. O autor cita que esses pesos encontrados com o uso das técnicas tradicionais de otimização matemática, podem gerar como resultado pontos de máximo local, ao invés de um ponto de máximo global, ou seja, esses métodos tradicionais de otimização podem levar a soluções ineficientes.

De Miguel et al. (2009) apresentam uma evidência de que em todos os modelos de alocação de carteiras, inclusive o modelo original de Markowitz (1952), não conseguem competir com a diversificação ingênua feita com proporções de investimento igual em cada ativo (1/N). Os autores testaram 14 diferentes modelos com simulações fora do período amostral concluindo que nenhum deles consegue superar a diversificação ingênua.

2.2.2 Algoritmo genético

Cartacho e Souza (2002), aplicaram no mercado brasileiro, métodos de algoritmos genéticos e de redes neurais artificiais em problemas de seleção de portfólios com a análise de oito ações da B3 no período de janeiro de 1999 a dezembro de 2000. O modelo híbrido utilizado pelos autores utilizou redes neurais para encontrar padrões em séries temporais, e o algoritmo genético em solucionar problemas de otimização complexos. O modelo construído pelos autores obteve um portfólio que com retorno superior, mas com pouca diferença no risco, em relação ao método de Markowitz. O trabalho, considerou, contudo, apenas 8 ativos para compor a carteira.

Oliveira e Maciel (2020), avaliaram o desempenho da utilização de AG na otimização de carteiras de ações no mercado acionário brasileiro. O autor buscou verificar se as carteiras otimizadas com algoritmo genético apresentam desempenho mais satisfatório fora da amostra

do que quando otimizadas com as ferramentas tradicionais. Os resultados foram comparados com *benchmarks*, com o índice Ibovespa e com o CDI (Certificados de Depósitos Interfinanceiros), com base em diferentes metodologias de construção de carteiras, como a carteira de variância mínima, a carteira que maximiza a razão de Sharpe, e carteiras ingênuas (igualmente ponderadas). Além da motivação teórica em propor a otimização de carteira utilizando AGs no mercado de capitais brasileiro, o autor buscou também uma contribuição, pois a estratégia proposta devido a sua baixa complexidade e necessidade de poder computacional pode ser aplicada por investidores, podendo resultar em melhores resultados na formação de portfólio.

Oliveira e Maciel (2020) apuraram resultados que sugerem superioridade em relação as carteiras de variância mínima (Markowitz). A carteira de variância mínima foi superior as carteiras que maximizam a razão de Sharpe e ao índice IBOVESPA levando em consideração indicadores de desempenho como, retorno cumulativo, índice de Modigliani e volatilidade anualizada. Os autores, concluíram ainda que as carteiras otimizadas por AG tiveram, no geral, um desempenho superior quando comparadas as otimizadas por métodos de otimização. Segundo o autor o algoritmo genético é uma alternativa viável para a otimização de uma carteira de ações, gerando ganhos econômicos para o investidor. Os algoritmos se mostraram mais eficazes que os métodos otimização tradicionais, uma vez que não se limitam em máximos e mínimos locais, percorrendo todo o universo de soluções e encontrando aquela que melhor otimiza a função objetivo.

Allen e Karjalainen (1999), aplicaram os Algoritmos Genéticos para encontrar regras de *trading* baseadas na análise técnica de ações, por meio de um método tradicional o utilizador teria que decidir a forma das regras de *trading* antes de pesquisar o espaço dos parâmetros para a classe das regras escolhidas. Com este tipo de algoritmo foi possível procurar a estrutura das regras e seus parâmetros em simultâneo, gerando retornos expressivos.

Mota (2013) ressalta que embora o modelo de média-variância de Markowitz o mais conhecido e amplamente utilizado no mercado e na academia, ele apresenta como principal desafio de aplicabilidade a sua dificuldade na estimação dos parâmetros utilizados no modelo, em razão da estimação estar fundamentada em séries históricas de retornos, que podem retratar tão somente uma estimativa grosseira sobre os ativos. Além disso a modelo de Markowitz, estabelece suposições referentes ao formato da distribuição dos retornos dos ativos, embora algumas simplifiquem e facilitem a análise elas também podem trazer distorções nos resultados apresentados pelo modelo.

Parreiras (2003), em seu estudo faz os seguintes apontamentos em relação ao algoritmo genético, segundo o autor o método é eficiente para fazer previsão dos preços no mercado de ações, o autor acrescenta que AG pode fazer previsões mesmo quando os dados apresentam alta taxa de ruído. Por fim destaca que o uso do AG para composição de carteira possui vários benefícios, dada a sua capacidade de analisar rapidamente e com eficiência o espaço otimizado, além de proporcionar grandes benefícios em termos de ganho de rentabilidade.

2.2.3 Momentum

Dentre as estratégias conhecidas na literatura de finanças, uma de grande notoriedade é a chamada estratégia de momento (também chamada de *momentum*), a qual se baseia na tendência que os ativos possuem em manter, no curto prazo, o mesmo comportamento recente, a qual tem encontrado respaldo em diversos trabalhos na literatura internacional (PICCOLI; SOUZA; VIEIRA; CRUZ, 2015).

Piccoli, Souza, Vieira e Cruz (2015), aplicou a estratégia de *momentum* no mercado brasileiro no período entre janeiro de 1997 e março de 2014, considerando os períodos dentro e fora das crises financeiras ocorridas. Os resultados alcançados pelos autores demonstram que, fora das crises, os retornos alcançados pelas carteiras de *momentum* são estatisticamente significativos e gerando *alfas* positivos nos modelos do CAPM e de Fama-French. Tais resultados fornecem uma importante contribuição para a literatura, ainda que não definitiva, para resolver a questão existente na literatura nacional sobre o efeito *momentum* não encontrar evidências estatísticas no mercado brasileiro, embora haja uma grande comprovação desse fenômeno em mercados mais desenvolvidos e para os mais diversos tipos de ativos.

Os resultados alcançados por Piccoli, Souza, Vieira e Cruz (2015) sugerem que as poucas evidências do efeito momento no Brasil não ocorrem em razão de uma anomalia desse mercado, mas podem ter origem as quebras que ocorrem na carteira de *momentum* durante as crises e que anulam os efeitos dessa estratégia, com isso, quando a estratégia é analisada ao longo de períodos que incluem crises financeiras, como foi no caso dos diversos estudos conduzidos para o mercado brasileiro, os retornos médios gerados, acabam sendo positivos, porém, não possuem significância estatística.

Rouwenhorst (1998) analisando um portfólio internacionalmente diversificado de ações vencedoras do período de 1980 até 1995, concluiu que as ações internacionais apresentam uma continuação de retorno no período de médio prazo. A conclusão do autor é que ações

vencedoras de médio prazo no período passado superaram as perdedoras de médio prazo. Essa continuação do retorno foi constatada nos doze países da amostra e perdurou em média por um ano.

Silva Neto, Silva, Raboni e Oliveira (2014) buscou verificar no período entre outubro de 1994 e março de 2011 uma possível persistência no desempenho do retorno das ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa) no curto prazo, sob a hipótese de *momentum* de que ações vencedoras continuam vencendo e as perdedoras tendem a manter seus retornos abaixo da média do mercado em um período de seis meses. Para analisar a estratégia, foram criadas nove carteiras de ações classificadas por volume de negociação nas categorias alto, médio e baixo, e cada uma delas subdividida em grupos de vencedoras, médias e perdedoras de acordo com o seu retorno médio mensal. A formação das carteiras correspondeu a um período semestral, de outubro de 1994 até março de 2011, as ações foram classificadas de acordo com as carteiras estabelecidas por volume e pelo retorno médio acumulado.

Silva Neto, Silva, Raboni e Oliveira (2014) utilizou a estratégia baseada no efeito momento analisando por meio de testes estatísticos descritivos e inferenciais, onde os resultados foram apresentados por meio de estatísticas descritivas e inferências e econométricas vindas de séries temporais e regressões *cross-section* estimando o modelo CAPM. Os resultados descritivos mostrados pelo autor indicam uma aparente tendência de diminuição do retorno das ações em função do aumento de volume negociado, o que poderia indicar um efeito de ganhos decorrentes de um prêmio de risco pela baixa liquidez. Também foi constatada a persistência dos resultados do retorno entre os grupos de ações com volume alto, uma vez que, para essa categoria, as ações vencedoras continuaram vencendo e as perdedoras continuaram com baixo desempenho nos seis meses posteriores, embora não apresentem a mesma intensidade das categorias com volume baixo e intermediário.

Segundo o autor foi possível fazer um levantamento detalhado sobre a tendência dos retornos de curto e de curtíssimo prazo no mercado de ações brasileiro, sempre constatando alguma possibilidade de ganho baseada nos resultados passados, sendo possível identificar reversões de retornos no mês seguinte e também potencialização de ganhos ou perdas a partir de três meses.

Silva Neto, Silva, Raboni e Oliveira (2014) diante dos resultados encontrados, com base nos dados históricos do mercado entre abril de 1995 e 2011 recomenda a compra de ações vencedoras (com bom desempenho) para venda no mínimo após três meses, sendo ainda melhor a manutenção por até seis meses. Segundo o autor, essa tendência, não é percebida rapidamente

pelo mercado, de maneira que esse efeito ocorre com mais intensidade no caso das ações de baixo volume de negociação, sendo assim, as ações vencedoras continuam vencendo nos próximos meses e perdedoras permanecem com desempenho abaixo da média no curto prazo, como decorrência de um efeito relacionado a exigência de um prêmio de risco pela liquidez baixa e não de impulso dos investidores.

Lee e Swaminathan (2000) estudaram o efeito *momentum* nos Estados Unidos, no período de 1965 a 1995, e apresentaram como resultado essencial uma constatação do efeito no mercado norte-americano no período estudado, os autores também constataram a persistência e manutenção dos resultados do retorno de maneira peculiar entre as ações com maior volume de negociação. Os autores dizem que apesar do efeito natural da liquidez, diante do qual os investidores exigem maior prêmio pelo risco, foram ações com mais liquidez que proporcionaram a manutenção dos resultados no curto prazo, podendo ser diagnosticado com base nesse estudo que foi recomendável a compra de ações com maior volume de negociação e retorno elevados.

Já Sanvicente e Minardi (1998) em estudos realizados no Brasil em 1998 mostram resultados que são divergentes no que se refere à relação entre volume negociado e a rentabilidade. Os autores comprovam com os resultados alcançados que há uma relação direta entre liquidez e retorno, evidenciando a inexistência de prêmio pelo risco associado à baixa liquidez.

Pitthan (2017), estudou o efeito momento no mercado de ações brasileiro no período de 1994 até 2017, ou seja, um período anterior e posterior a crise econômica de 2008, e constatou a existência do efeito momento no mercado no período anterior e posterior crise econômica de 2008, calcado na existência do efeito de efeito de disposição que consiste na disposição de vender ações “vencedoras” muito cedo e segurar ações “perdedoras” por um tempo exacerbado, legitimando uma possível explicação para a reação branda frente a novas notícias.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo visa apresentar os procedimentos metodológicos utilizados para fazer a análise dos dados e atender aos objetivos do estudo.

O procedimento adotado na pesquisa pode ser exemplificado pela figura 04, em que o primeiro passo é a seleção das ações utilizando a estratégia de *momentum* das ações negociadas na B3 e contidas no IBrX100⁸ nos anos de 2021 e 2022.

O segundo passo é criar quatro carteiras com as ações de *momentum*: uma carteira ingênua; uma carteira otimizada com Algoritmo Genético; uma carteira de máximo Sharpe e outra de mínima variância otimizada pela técnica de Markowitz.

O terceiro passo é verificar o desempenho das carteiras, utilizando algumas métricas (retorno anualizado e índice de Sharpe), além de fazer uma comparação com o *benchmark* de mercado, por fim será feito o teste estatístico de Ledoit e Wolf (2008), para verificar a significância estatística dos resultados encontrados.

Figura 04: Síntese da metodologia aplicada.



Fonte: O autor.

Pode-se entender que uma carteira de investimentos apresenta um melhor desempenho comparativamente a outra carteira pela análise de seu retorno acumulado, retorno anual, retorno

⁸ O IBrX 100 é composto pelas ações e *units* exclusivamente de ações de companhias listadas na B3 e indica o desempenho médio das cotações dos 100 ativos com maior negociabilidade e representatividade do mercado de ações brasileiro.

ajustado ao risco, maior índice de Sharpe, etc. Por outro lado, seria simples avaliar esses indicadores, e estes indicarem apenas um desempenho bom ou ruim ocorrido pelo acaso, e não revelando um resultado consistente, principalmente em termos estatísticos e fora da amostra. Portanto, tendo como objetivo a comparação do desempenho de carteiras formadas pelos diferentes métodos, utilizar-se-á uma metodologia de avaliação dos resultados por meio do teste de Ledoit e Wolf (2008).

Na sequência será detalhada a estratégia empírica utilizada ao longo desta pesquisa.

3.1 ANÁLISE DE DADOS

Utilizou-se nesta dissertação dados diários do preço de fechamento ajustado das ações negociadas na B3 e contidas no IBRX100 nos anos de 2021 e 2022, e dados diários do retorno do IBOVESPA utilizado como *benchmark* das ações negociadas na bolsa. Os dados utilizados são do período de janeiro de 2021 até 21 de março de 2022, extraídos do *yahoo finance*.

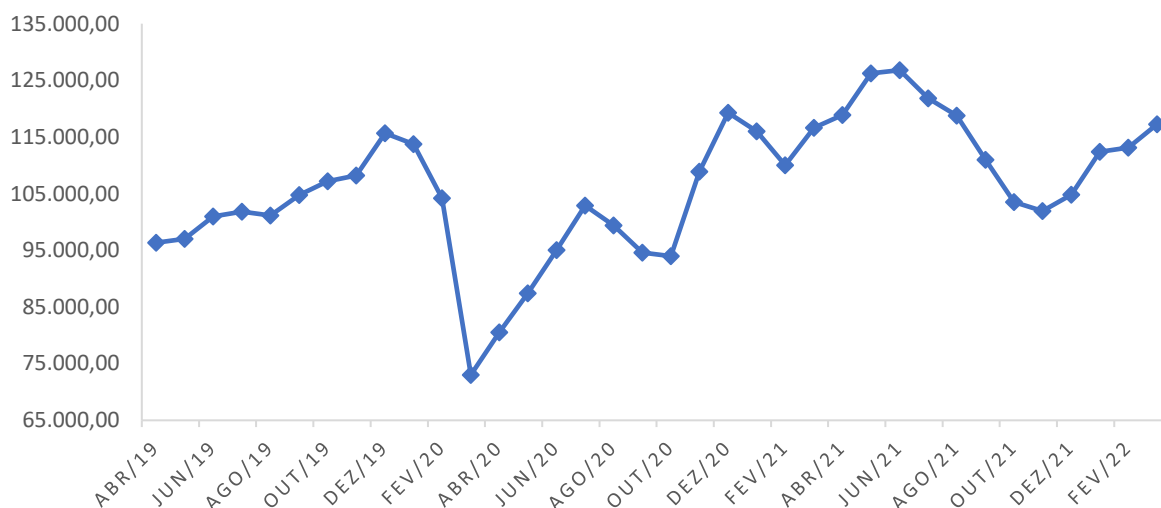
O período amostral utilizado, correspondente aos dados de 01/01/2021 até 31/03/2021. Já o período de validação por meio dos testes será feito com dados fora da amostra, ou seja, com os dados do período de 01/04/2021 até 21/03/2022, onde será avaliado o desempenho das carteiras criadas e confrontados estes com o desempenho apresentado pelo mercado (IBOVESPA). Para este período de validação fora da amostra será realizado Ledoit e Wolf (2008), para verificar se há significância estatística capaz de comprovar que os resultados das carteiras superam de forma persistente o mercado.

Piccoli, Souza, Vieira e Cruz (2015), aplicou a estratégia de *momentum* no mercado brasileiro no período entre janeiro de 1997 e março de 2014, considerando os períodos dentro e fora das crises financeiras ocorridas. Os resultados alcançados pelos autores demonstraram que, fora das crises, os retornos alcançados pelas carteiras de *momentum* são estatisticamente significativos e gerando *alfas* positivos nos modelos do CAPM e de Fama-French.

Tendo como base o estudo de Piccoli, Souza, Vieira e Cruz (2015), que revelou que em períodos de crise não se observa o efeito *momentum* na economia brasileira, não foi analisado o ano de 2020, em razão dos efeitos causados no mercado financeiro no ano de 2020, decorrência da Pandemia de Covid-19 (SARS-CoV-2), como mostra o gráfico 06. A análise foi feita somente dos anos de 2021 até março de 2022 em uma tentativa de captar a existência do efeito momento no mercado de ações brasileiro. O período utilizado pode ser validado

conforme estudo realizado por Pitthan (2017), que verificou a existência do efeito momento no mercado acionário brasileiro no período anterior e posterior a crise de 2008.

GRÁFICO 06 – Índice Ibovespa.



Fonte: Yahoo Finance.

O teste de Ledoit e Wolf (2008) utilizado é um teste para verificar a igualdade dos índices de Sharpe de estratégias diferentes. No presente trabalho o teste será feito confrontando a razão de Sharpe das carteiras com o Sharpe da carteira de mercado (Ibovespa).

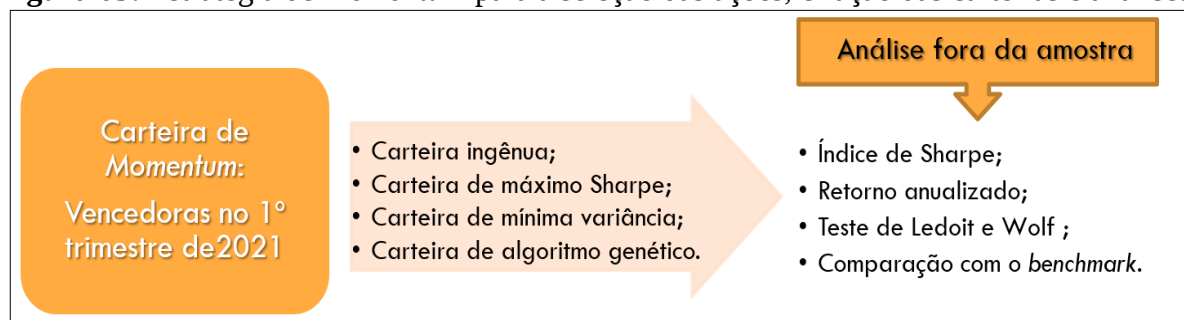
Os cálculos necessários para a formação das carteiras foram realizados utilizando o *software* livre *R* através do ambiente integrado de desenvolvimento RStudio e a linguagem de programação em *Python* utilizando o *Jupyter Notebook* integrado ao *Anaconda Navigator*.

Os cálculos para seleção das ações utilizando a estratégia de *momentum*, as demais métricas utilizadas (retorno anualizado e razão de Sharpe) e o testes de LW foram realizados por meio do *RStudio*, constando no anexo 01 o respectivo *script* utilizado. Já os cálculos para apuração dos pesos para formação da carteira de Markowitz e Algoritmo Genético foram realizadas com a programação em *Python*, constando nos anexos 02 e 03 os respectivos *scripts*⁹ utilizados. A figura 05, apresenta como a pesquisa foi estruturada, desde a aplicação da estratégia de *momentum*, partindo para a criação das carteiras e a análise fora do período amostral.

O cálculo para encontrar as ações vencedoras da bolsa de valores, foi efetuado considerando a rentabilidade das ações no período de 02/01/2021 até 31/03/2021, calculado a partir dos preços diários de fechamento ajustado das ações nesse período.

⁹ Os *scripts* de Markowitz e AG utilizados são adaptados de Sarmas (2020).

Figura 05: Estratégia de *Momentum* para a seleção das ações, criação das carteiras e análise.

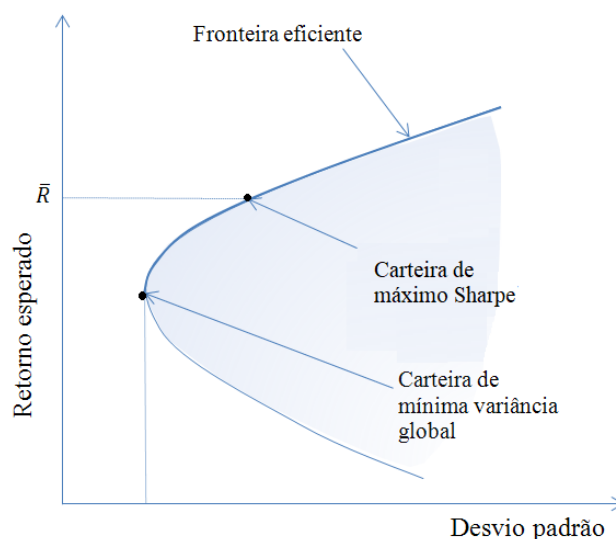


Fonte: O autor.

A partir da seleção das ações pelo critério de *momentum*, foram construídas quatro diferentes carteiras com nove ações cada: (i) carteira ingênua; (ii) carteira que otimiza a razão de Sharpe com pesos estimados utilizando a teoria de Markowitz; (iii) carteira de mínima variância (risco) com pesos estimados utilizando a teoria de Markowitz; e carteira com pesos estimados utilizando o algoritmo genético. As ações selecionadas para compor as carteiras são referentes ao décimo decil do *ranking* de ações, ou seja, as ações vencedoras conforme critério de *momentum*.

O método de Markowitz gera uma fronteira eficiente com inúmeras carteiras, ou seja, inúmeras combinações de ações que otimizam a relação risco retorno, conforme problema de otimização demonstrado pelas equações 09, 10, 11 e 12. As duas carteiras de Markowitz selecionadas neste estudo para fazer a comparação com a carteira de AG e com a carteira ingênua são as carteiras de mínima variância e a carteira que maximiza a razão de Sharpe, conforme apresentado no gráfico 07.

GRÁFICO 07 - Carteira de mínima variância e de máximo Sharpe.



Fonte: Adaptado de Assaf Neto (2003).

O algoritmo genético utilizado para otimizar a carteira é denominado evolução diferencial (ED). A ED é um tipo de algoritmo estocástico utilizado para resolver problemas de otimização numérica e contínua, sendo considerado um algoritmo muito promissor que converge para um ponto ótimo real sem usar grandes quantidades de recursos. O desempenho deste algoritmo foi validado no domínio evolucionário pela *Conference on Evolutionary Computation* (CEC) em 1996 (ELTAEIB; MAHMOOD, 2018).

O problema de otimização da ED difere dos demais, pois os fatores de ponderação são determinados com o uso de um índice de mercado. Outra diferença é que este método há uma solução única do problema de otimização, enquanto os demais problemas resultam em um conjunto de soluções eficientes de Pareto. O problema pode ser descrito da seguinte maneira, seja m o índice de mercado e r_{im} o retorno do índice de mercado no período i , é possível também definir r_{ij} como o retorno do título j no período i .

O retorno da carteira no período i é igual a:

$$r_{ip} = \sum_{j=1}^m w_j r_{ij} \quad (31)$$

Em que w_j é a proporção do título j na carteira p .

Dizemos que a carteira construída supera o índice de mercado no período i se a seguinte inequação for satisfeita:

$$r_{ip} \geq r_{im} \quad (32)$$

Segundo Sarma (2020) neste problema, o algoritmo genético toma como entrada os dados históricos para T períodos e busca maximizar a porcentagem de casos em que a carteira construída supera o índice de mercado. Este problema pode ser expresso da seguinte forma:

$$\frac{\max}{w_i} \sum_{i=1}^T b_i / T \quad (33)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (34)$$

$$w_i \geq 0 \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (35)$$

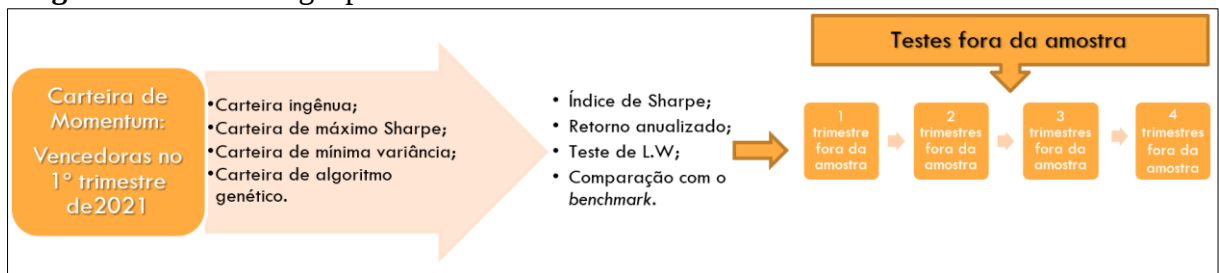
Em que b_i é uma variável binária que assume o valor 1 se $r_{ip} \geq r_{ipm}$ no período i , caso contrário assume o valor 0.

A evolução diferencial é um método estocástico baseado em uma população, usado para encontrar o mínimo global de uma função multivariada. Toda vez que o algoritmo examina

a população, ele modifica cada solução candidata misturando-a com outras soluções candidatas para criar uma candidata de teste SARMAS (2020).

Após a estimação das carteiras, serão feitos testes fora da amostra, ou seja, para cada carteira será projetado o resultado para o ano de 2019, de forma trimestral, para verificar o período em que as carteiras conseguem manter seu desempenho e para verificar também por quanto tempo o efeito *momentum* permanece. No período fora da amostra será analisado o índice de Sharpe, o retorno anual, será realizado o teste de Ledoit e Wolf (2008), e será feita também a comparação com o *benchmark*, conforme mostra a figura 06.

Figura 06: Metodologia para análise das carteiras fora da amostra.



Fonte: O autor.

Após a formação das carteiras com dados do primeiro trimestre de 2021, a análise será feita fora do período amostral nos trimestres seguintes.

O Índice de Sharpe utilizado na análise dos resultados é apurado conforme indicado pela equação 36, formado pelo prêmio de risco e pelo desvio padrão dos retornos.

$$IS = \frac{E(R) - E(R_f)}{\sqrt{Var(R)}} \quad (36)$$

O numerador da equação do Índice de Sharpe indica a diferença entre o retorno esperado da carteira $E(R)$, e um ativo livre de risco (R_f - taxa do CDI), ou simplesmente prêmio de risco e o denominador é uma medida estatística do risco, representado pelo desvio padrão. Quanto maior for o valor do Índice de Sharpe, melhor foi a *performance* da carteira, ou seja, maior o prêmio de risco para cada unidade de risco assumida.

Para atender o objetivo de comparar o desempenho de carteiras formadas pelos dois diferentes métodos e também as carteiras ingênuas com o desempenho de mercado, utilizar-se-á uma metodologia de avaliação dos resultados por meio do teste de Ledoit e Wolf (2008), procedimento de *bootstrap* introduzido por Ledoit e Wolf (2008), procedimento robusto mesmo quando se têm retornos não-normais e serialmente correlacionados. Este teste fornece um método de inferência confiável caso a comparação de dois índices de Sharpe seja considerada interessante.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo será apresentado as ações selecionadas utilizando o critério de *momentum* e a composição de cada uma das carteiras. Será analisado a evolução do desempenho das carteiras a cada trimestre utilizando o índice Ibovespa como referência para as análises, além do Índice de Sharpe e o teste de Ledoit Wolf (LW) para mostrar se há evidência estatística nos resultados.

4.1 CARTEIRA SELECIONADA PELA ESTRATÉGIA *MOMENTUM*

A tabela 04 a seguir apresenta as ações vencedoras pelo critério de momento, considerando o desempenho das ações no primeiro trimestre de 2021, as ações escolhidas se referem ao décimo do *ranking* das 93 ações da amostra (ações contidas no IBrX100):

TABELA 04 - Ações vencedoras pelo critério de *momentum*.

Ação	Código da Ação	Decil	Ordenação
Santos Brasil Participações S.A.	STBP3.SA	10	9 ^a
JBS S.A.	JBSS3.SA	10	8 ^a
Petro Rio S.A.	PRI03.SA	10	7 ^a
Positivo Tecnologia S.A.	POSI3.SA	10	6 ^a
SLC Agrícola S.A.	SLCE3.SA	10	5 ^a
Méliuz S.A.	CASH3.SA	10	4 ^a
Braskem S.A.	BRKM5.SA	10	3 ^a
Embraer S.A.	EMBR3.SA	10	2 ^a
Companhia Brasileira de Distribuição	PCAR3.SA	10	1 ^a

Fonte: O autor.

4.2 DESEMPENHO DAS CARTEIRAS DE *MOMENTUM*

Inicialmente é apresentado na tabela 05 a seguir, a proporção de cada ativo na carteira de investimento conforme cada um dos critérios de otimização da carteira, referente as ações vencedoras no primeiro trimestre de 2021:

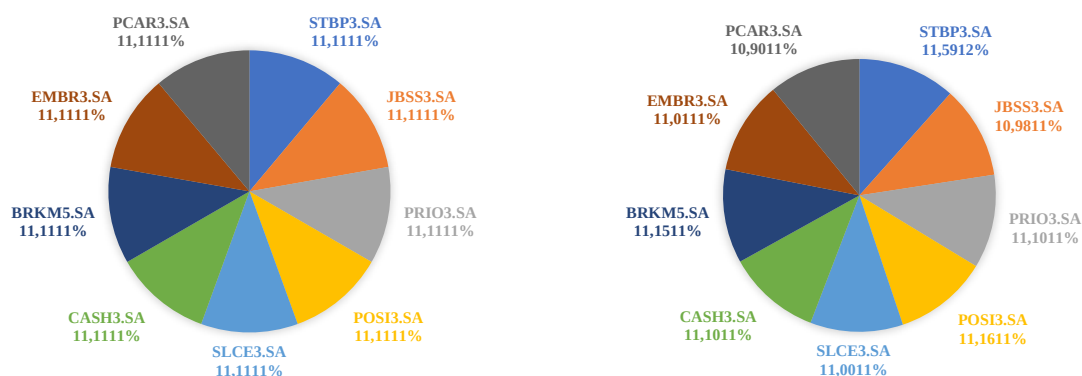
TABELA 05 - Proporção de cada ação da carteira de vencedoras.

Ação	Código da Ação	Carteira Ingênua	Carteira de Máximo Sharpe de Markowitz	Carteira de mínima variância de Markowitz	Carteira de Algoritmo Genético
Santos Brasil Part. S.A.	STBP3.SA	11,11%	5,00%	5,00%	11,59%
JBS S.A.	JBSS3.SA	11,11%	5,00%	30,00%	10,98%
Petro Rio S.A.	PRIO3.SA	11,11%	5,00%	5,00%	11,10%
Positivo Tecnologia S.A.	POSI3.SA	11,11%	5,00%	5,00%	11,16%
SLC Agrícola S.A.	SLCE3.SA	11,11%	30,00%	24,13%	11,00%
Méliuz S.A.	CASH3.SA	11,11%	5,00%	5,00%	11,10%
Braskem S.A.	BRKM5.SA	11,11%	30,00%	15,87%	11,15%
Embraer S.A.	EMBR3.SA	11,11%	10,00%	5,00%	11,01%
Comp. Bras. de Distribuição	PCAR3.SA	11,11%	5,00%	5,00%	10,90%

Fonte: O autor.

O gráfico 08 a seguir mostra a composição da carteira ingênua a qual por definição possui a mesma proporção de todos os ativos na carteira e da carteira de AG em que é possível verificar a grande semelhança com a carteira ingênua, ou seja, os pesos de cada ação na carteira estão distribuídos de maneira bastante homogênea em torno de 11,00% para cada ativo.

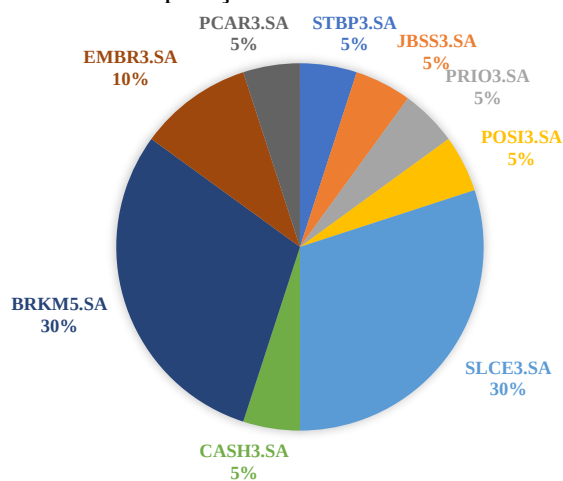
GRÁFICO 08 – Composição da carteira ingênua e da carteira de AG..



Fonte: O autor.

No gráfico 09, é apresentada a composição da carteira de máximo Sharpe de Markowitz, em que se percebe que nesta carteira há uma concentração maior em alguns ativos como o caso da BRKM.SA e da SLCE.SA., os demais ativos tiveram proporção em torno de 5 a 10% na carteira.

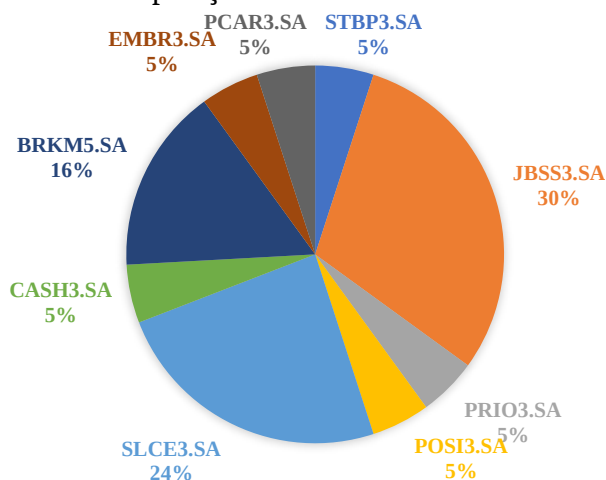
GRÁFICO 09 – Composição da carteira de máximo Sharpe de Markowitz.



Fonte: O autor.

O gráfico 10, é apresentada a composição da carteira de mínima variância de Markowitz, na qual percebe-se também que há uma concentração maior em alguns ativos como o caso da JBSS3.SA, BRKM5.S.A e da SLCE.SA., os demais ativos tiveram proporção de 5%.

GRÁFICO 10 – Composição da carteira de mínima variância de Markowitz.



Fonte: O autor.

A seguir são apresentados os resultados do desempenho das carteiras, no período fora da amostra, ou seja, no período que se inicia em 01/04/2021 e finaliza em 20/03/2022. A análise foi separada em períodos trimestrais, sendo o desempenho das carteiras e o teste de Ledoit e Wolf no primeiro trimestre fora da amostra apresentado na tabela 06 a seguir:

TABELA 06 - Efeito momento no período de 01/04/2021 até 30/06/2021.

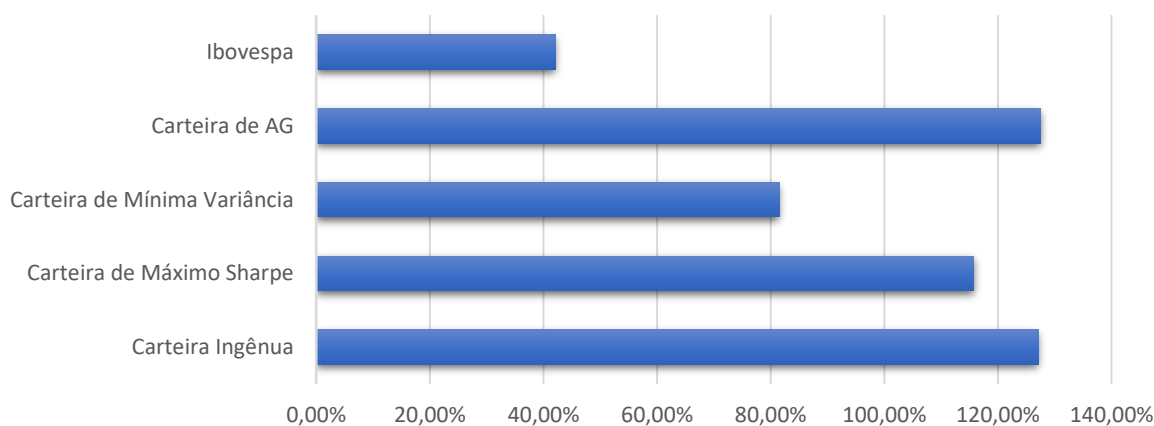
Parâmetro	Critério de composição da carteira				
	Carteira Ingênua	Carteira de máximo Sharpe de Markowitz	Carteira de mínima variância	Carteira de Algoritmo Genético	Carteira de Mercado (Ibovespa)
Retorno Anualizado	127,1334%	115,7641%	81,4697%	127,4968%	42,1010%
Índice de Sharpe	0,3856623	0,3050860	0,2438021	0,3874910	0,1951664
Diferença do Sharpe da Carteira e do Mercado	0,1904958	0,1099195	0,146145	0,1923246	-
Teste de L.W (p. valor)	0,09538092	0,3093381	0,070785	0,09138172	-

Fonte: O autor.

O resultado acima destaca os melhores indicadores, indicando que a carteira de AG apresentou um desempenho superior ao mercado no período de abril à junho de 2021 (período fora da amostra), além de apresentar uma razão de Sharpe superior as demais carteiras.

De forma geral a carteira de AG superou todas as demais carteiras, sendo o pior desempenho percebido pela carteira mínima variância de Markowitz, contudo, ainda assim esta carteira superou o mercado. O gráfico 11 apresenta uma comparação do retorno anualizado de todas as carteiras, mostrando que todas as carteiras de momento, independentemente do critério de composição da carteira superaram o mercado.

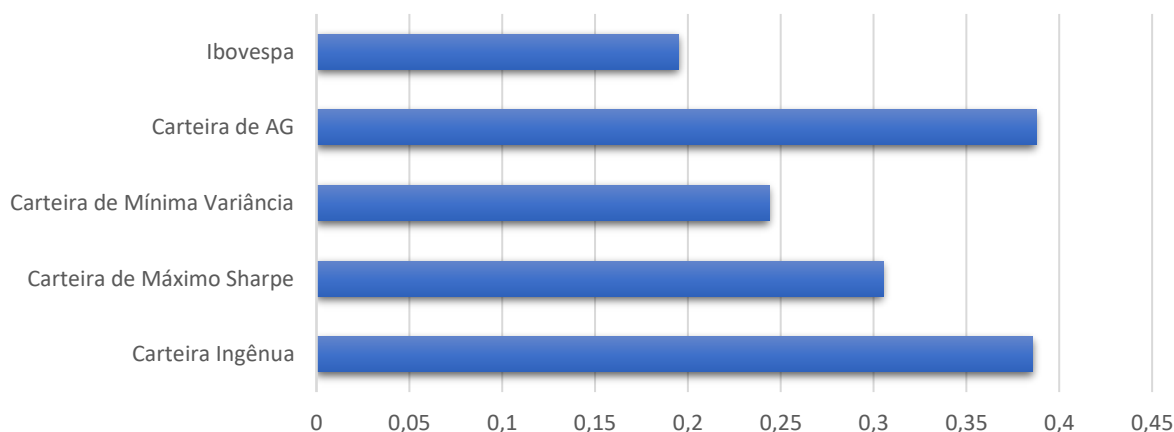
GRÁFICO 11 - Retorno anualizado da carteira de momento no período de 01/04/2021 até 30/06/2021.



Fonte: O autor.

O gráfico 12, apresenta uma comparação do Índice de Sharpe de todas as carteiras, mostrando novamente que todas as carteiras de momento apresentaram um retorno ajustado pelo risco superior ao mercado, com exceção da carteira de mínima variância que perdeu para o mercado.

GRÁFICO 12 - Índice de Sharpe da carteira de momento no período de 01/04/2021 até 30/06/2021.



Fonte: O autor.

Para este primeiro trimestre fora da amostra, o teste Ledoit e Wolf apresentou significância estatística para as carteiras, ingênua, de algoritmo genético e de mínima variância com um $\alpha = 10\%$, indicando que essas carteiras apresentam uma diferença positiva e estatisticamente significativa na razão de Sharpe em relação ao mercado. Esses resultados mostram que essas carteiras de momento geram retornos superiores ao mercado, além de apresentarem um retorno ajustado ao risco medido pelo Índice de Sharpe também superior ao do mercado. Já a carteira de máximo Sharpe de Markowitz não apresentou significância estatística no teste de LW, contudo seu retorno anualizado e a razão de Sharpe superaram o mercado.

Na tabela 07 são apresentados os resultados percebidos nos 2 trimestres fora da amostra, ou seja, no período de 01/04/2021 até 30/09/2021.

TABELA 07: Efeito momento no período de 01/04/2021 até 30/09/2021.

Parâmetro	Critério de composição da carteira				
	Carteira Ingênua	Carteira de máximo Sharpe de Markowitz	Carteira de mínima variância	Carteira de Algoritmo Genético	Carteira de Mercado (Ibovespa)
Retorno anualizado	60,9227%	55,4430%	51,3180%	61,0627%	-5,7700%

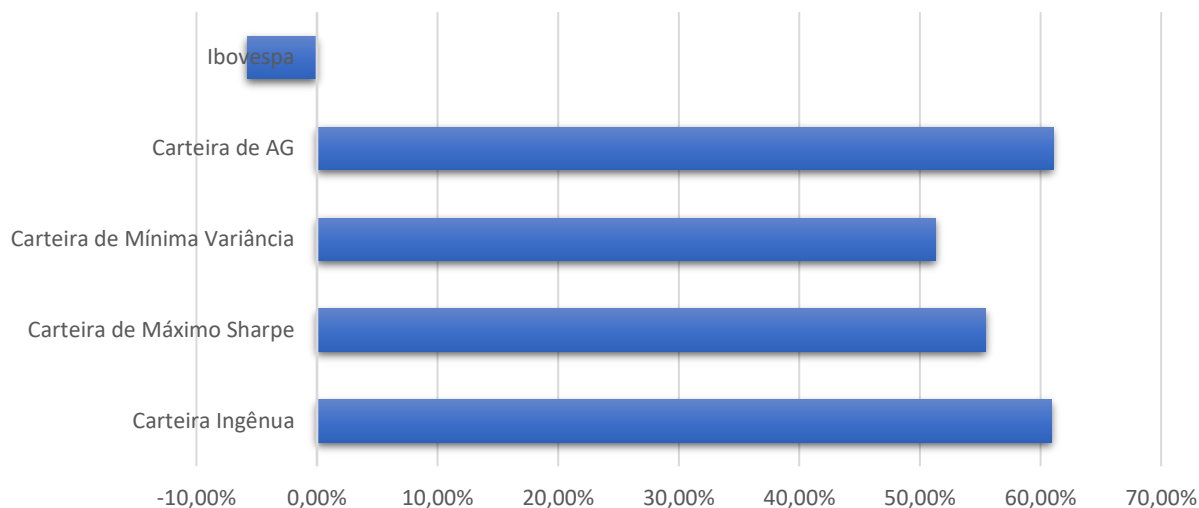
Índice de Sharpe	0,1370397	0,1205225	0,126159	0,1373587	-0,0201926
Diferença do Sharpe da Carteira e do Mercado	0,1572324	0,1407152	0,146164	0,1575513	-
Teste de L.W (p. valor)	0,0283943	0,0471905	0,07078	0,02839432	-

Fonte: O autor.

Aqui novamente a carteira de AG apresentou um desempenho superior ao mercado e as demais carteiras pelas medidas de retorno anualizado e pela razão de Sharpe. O teste de Ledoit e Wolf (L.W) apresentou significância estatística para todas carteiras com um $\alpha = 5\%$, exceto para a carteira de mínima variância que apresentou significância somente a 10%. Esse resultado do teste de L.W indica que essas carteiras apresentam uma diferença positiva e estatisticamente significativa entre a razão de Sharpe da carteira e a razão de Sharpe de mercado. Esse resultado mostra ainda que o efeito momento permanece em todas as carteiras em 2 trimestres fora do período amostral, sendo comprovado estatisticamente pelo teste de Ledoit e Wolf.

O gráfico 13, mostra o retorno anualizado do mercado e de todas as carteiras, onde é possível verificar que todas as carteiras apresentam retorno superior ao mercado.

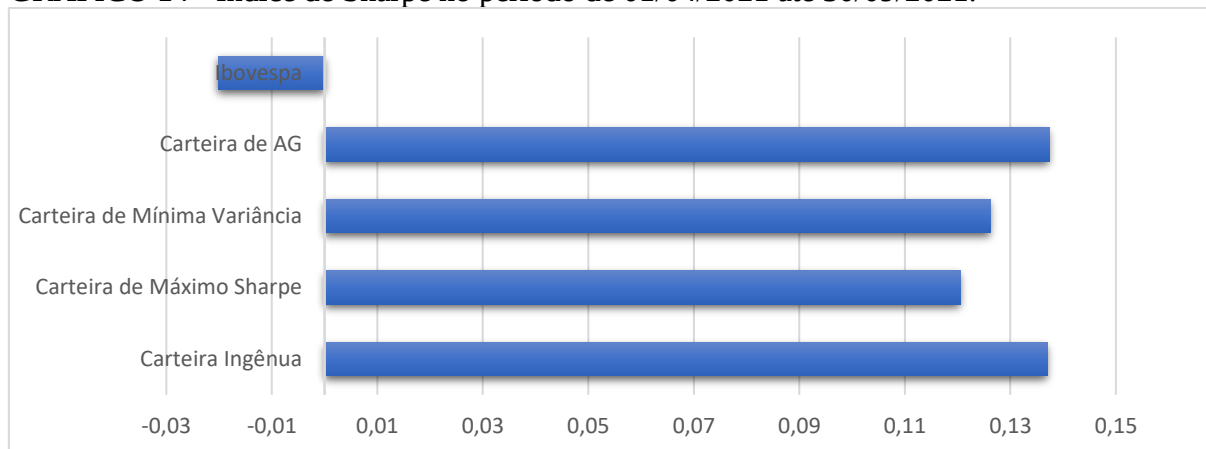
GRÁFICO 13 - Retorno anualizado no período de 01/04/2021 até 30/09/2021.



Fonte: O autor.

No gráfico 14 é apresentado o Índice de Sharpe de todas as carteiras, mostrando que todas as carteiras apresentaram retorno ajustado pelo risco superior ao mercado.

GRÁFICO 14 - Índice de Sharpe no período de 01/04/2021 até 30/09/2021.



Fonte: O autor.

Os gráficos 14 e 15, demonstraram a diferença entre o desempenho das carteiras de momento e o mercado, com destaque ainda no 2 trimestre amostral para a carteira de algoritmo genético, que apresentou tanto em termos de retorno tanto em termos de retorno ajustado ao risco desempenho superior ao mercado.

O desempenho observado nos 3 trimestres fora da amostra, ou seja, no período de 01/04/2021 até 31/12/2021 são apresentados na tabela 08 a seguir:

TABELA 08 - Efeito momento da carteira de vencedoras do primeiro trimestre de 2021, no período de 01/04/2021 até 31/12/2021.

Parâmetro	Critério de composição da carteira				
	Carteira Ingênua	Carteira de Máximo Sharpe de Markowitz	Carteira de mínima variância	Carteira de Algoritmo Genético	Carteira de Mercado (Ibovespa)
Retorno anualizado	35,1470%	41,2236%	37,9977%	35,1695%	- 10,8891%
Índice de Sharpe	0,0728955	0,0861851	0,0935766	0,0728557	-0,03523869
Diferença do Sharpe da Carteira e do Mercado	0,1081342	0,1214238	0,1288114	0,1080944	
Teste de L.W (p. valor)	0,0419916	0,0383923	0,0515896	0,04119176	

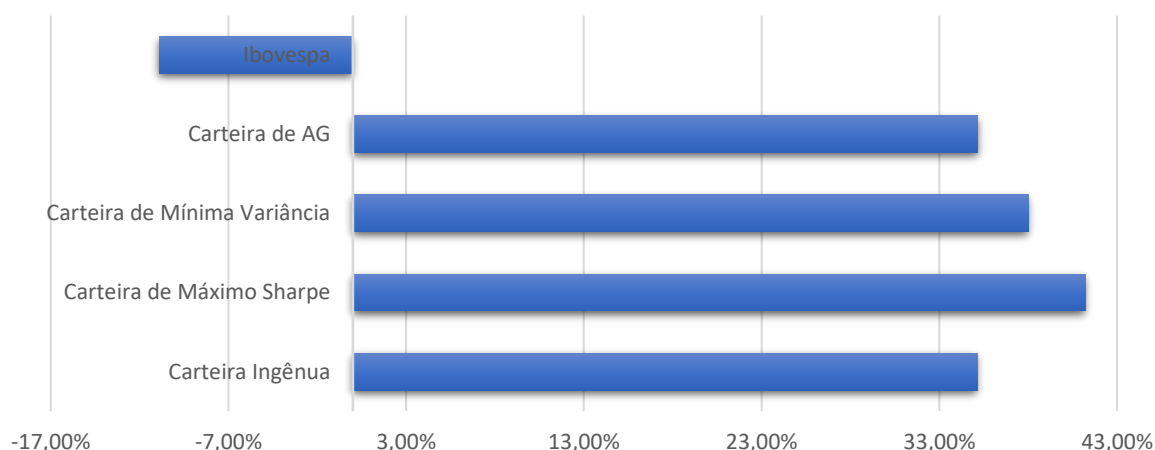
Fonte: O autor.

Desta vez o melhor desempenho, em termos de retorno e razão de Sharpe foi da carteira de máximo Sharpe, mas todas as carteiras superaram o mercado, o qual teve retorno negativo, com o consequente índice de Sharpe negativo. O teste de Ledoit e Wolf (L.W) apresentou significância estatística a 10% para a carteira de mínima variância e para as demais carteiras o

teste foi significativo com um nível de significância de 5%, indicando novamente que essas carteiras apresentam uma diferença positiva e estatisticamente significativa entre a razão de Sharpe da carteira e a razão de Sharpe de mercado, ou seja, é possível afirmar que todas as carteiras de *momentum* conseguem superar o mercado.

No gráfico 15, é possível verificar a diferença apresentada entre o Ibovespa e o retorno das carteiras no período de 01/04/2021 até 31/12/2021.

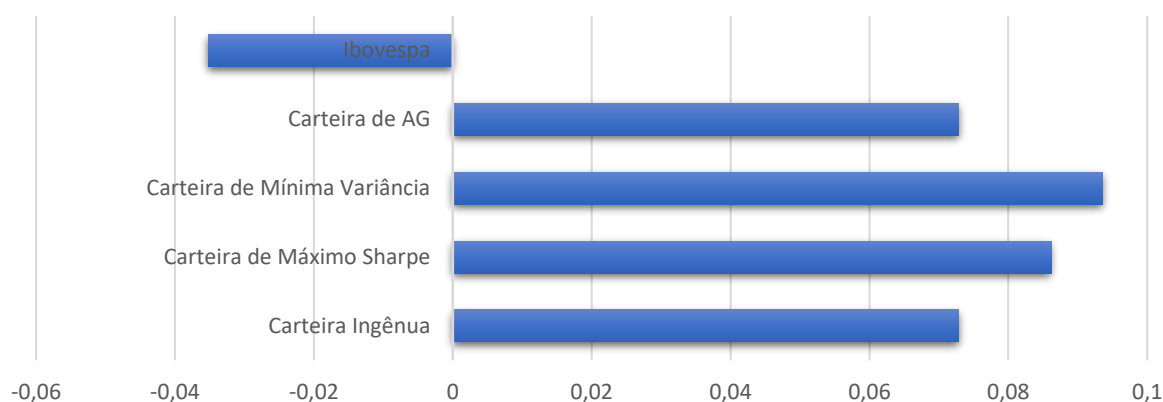
GRÁFICO 15 - Retorno anualizado no período de 01/04/2021 até 31/12/2021.



Fonte: O autor.

Pela razão de Sharpe apresentada no gráfico 16, também é possível verificar que todas as carteiras de momento superaram o mercado, contudo a carteira com melhor desempenho ajustado ao risco é da carteira de mínima variância de Markowitz.

GRÁFICO 16 - Índice de Sharpe no período de 01/04/2021 até 31/12/2021.



Fonte: O autor.

Os resultados do período de 01/04/2021 até 31/12/2021, mostram um cenário diferente dos 2 primeiros trimestres fora da amostra, pois nesse período as carteiras de Markowitz superaram tanto a carteira ingênua como a carteira de AG.

O desempenho percebido nos 4 trimestres fora da amostra, ou seja, no período de 01/04/2021 até 21/03/2022 são apresentados na tabela 09 a seguir:

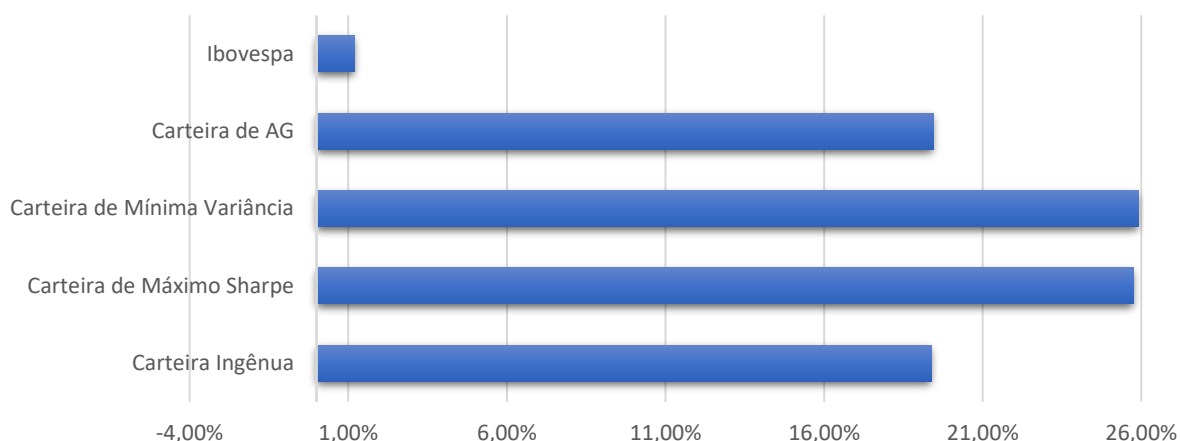
TABELA 09 - Efeito momento da carteira de vencedoras do primeiro trimestre de 2021, no período de 01/04/2021 até 21/03/2022.

Parâmetro	Critério de composição da carteira				
	Carteira Ingênua	Carteira de Máximo Sharpe de Markowitz	Carteira de mínima variância	Carteira de Algoritmo Genético	Carteira de Mercado (Ibovespa)
Retorno anualizado	19,3728%	25,7532%	25,9016%	19,4411%	1,1911%
Índice de Sharpe	0,04092943	0,05627198	0,0661940	0,04100541	0,006241937
Diferença entre o Sharpe da Carteira e do Mercado	0,03468749	0,05003004	0,0667320	0,03476348	-
Teste de L.W (p. valor)	0,4805039	0,3555289	0,2469506	0,4813037	-

Fonte: O autor.

Para este período a carteira com melhor retorno foi a carteira de mínima variância, seguida pela carteira máximo Sharpe e depois pela carteira de AG, mas de forma geral todas as carteiras conseguiram apresentar rendimento anualizado superior ao mercado, e uma razão de Sharpe também superior ao do mercado. O gráfico 17 apresenta o retorno anualizado das carteiras, onde é possível verificar que ambas as carteiras de Markowitz apresentaram melhor retorno, sendo a carteira de mínima variância a vencedora.

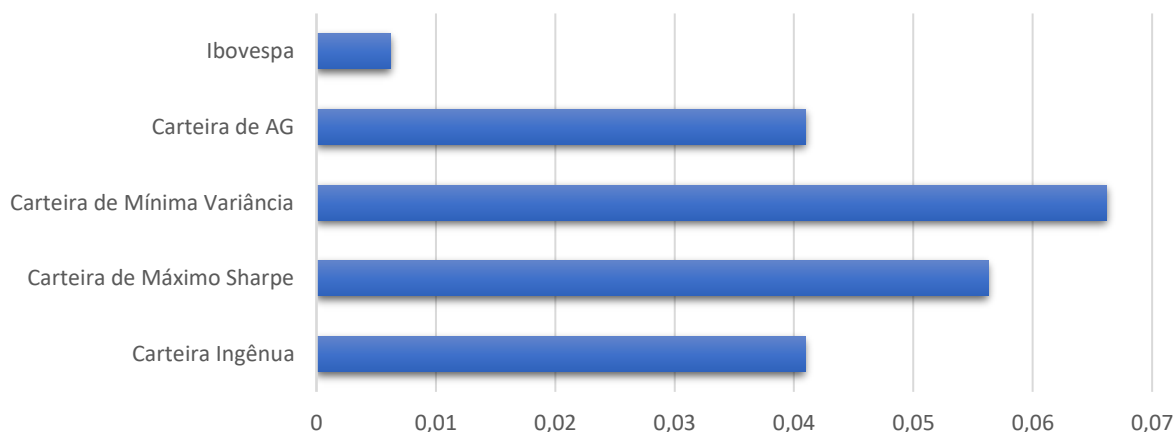
GRÁFICO 17 -Retorno anualizado no período de 01/04/2021 até 21/03/2022.



Fonte: O autor.

Para corroborar o resultado acima, o gráfico 18 mostra a razão de Sharpe de todas as carteiras e o Ibovespa, demonstrando que o melhor desempenho ficou com a carteira de mínima variância de Markowitz.

GRÁFICO 18 - Índice de Sharpe no período de 01/04/2021 até 21/03/2022.



Fonte: O autor.

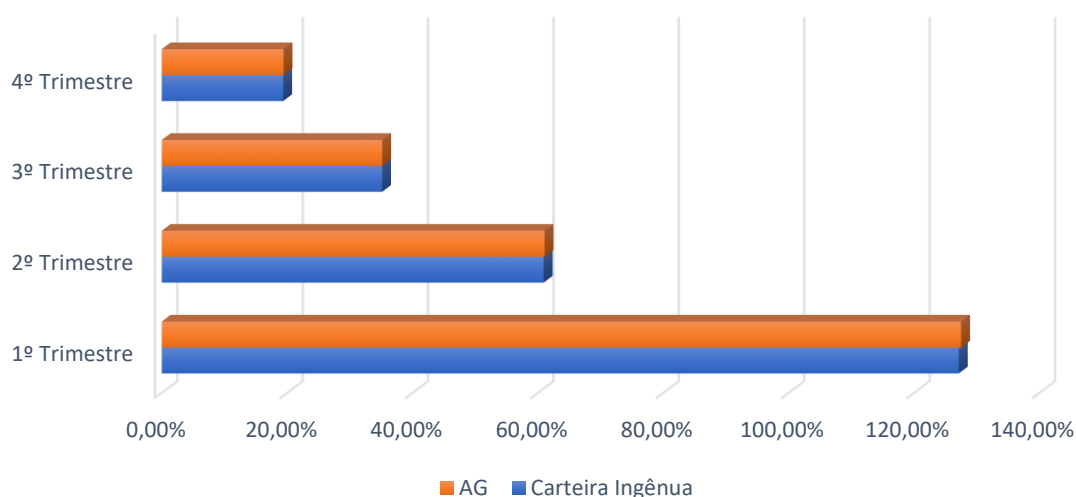
Nestes últimos resultados o destaque fica com o teste de Ledoit e Wolf, que não apresentou significância estatística nem mesmo com $\alpha = 10\%$, ou seja, embora os indicadores sejam positivos, com uma diferença positiva entre a razão de Sharpe da carteira e o Sharpe do Ibovespa, o teste mostra que não há evidência estatística 4 trimestres fora do período amostral. Dito em outras palavras, a falta de significância estatística sugere que o efeito *momentum* desaparece em todas as carteiras depois de 3 trimestres, esse efeito é esperado pela literatura conforme apontado por Jegadeesh e Titman (1993).

Jegadeesh e Titman (1993), comprovaram em seu estudo que um impulso relacionado a ganhos trimestrais, geram resultados positivos e significativos nas diferenças entre ações

vencedoras e perdedoras principalmente nos primeiros seis meses, após esse período as reações aos anúncios foram contrárias no período de 11 a 18 meses e, sendo que depois desse período, esses eventos que potencializam os retornos das ações. Este resultado demonstrado pelos autores é semelhante aos resultados encontrados nesta pesquisa, pois para todas as carteiras de *momentum* (ingênua, Markowitz e AG), após 9 meses, não foi possível fazer inferência estatística acerca do desempenho das carteiras, como comprovou os testes de Ledoit e Wolf.

Outro ponto interessante em relação a carteira ingênua e a carteira de AG se refere a evolução do seu desempenho com o passar dos trimestres, como a composição destas carteiras é bastante similar, o desempenho dessas carteiras ao longo do tempo permanece quase idêntico, como pode ser observado no gráfico 19. Outro ponto que pode ser observado é que o desempenho das carteiras fica cada vez menor com o passar dos trimestres.

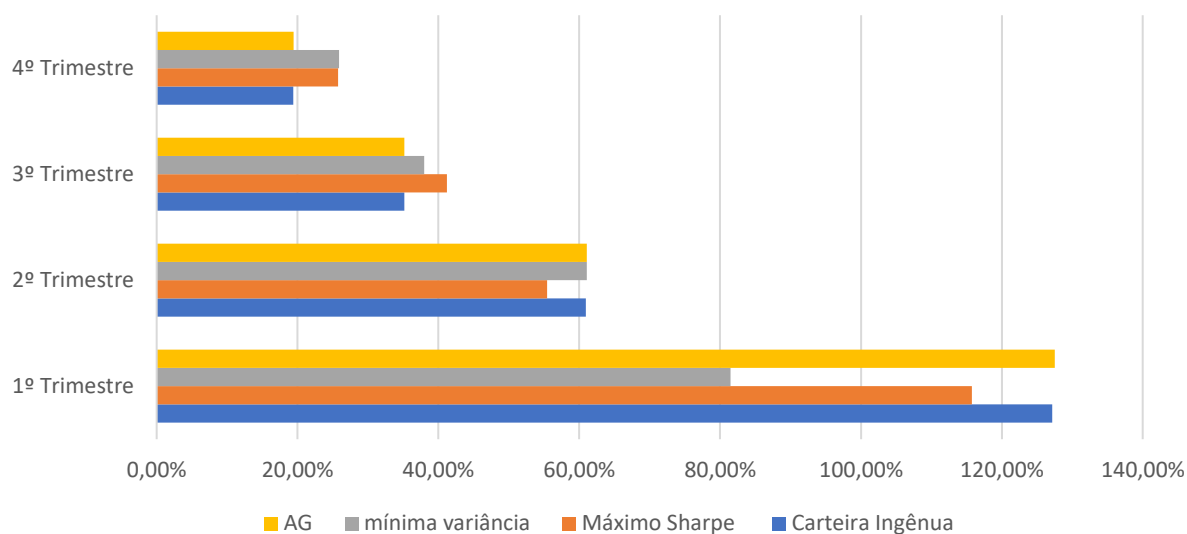
GRÁFICO 19 - Evolução do retorno anualizado da carteira de AG *versus* carteira ingênua.



Fonte: O autor.

O gráfico 20, mostra a evolução trimestral do retorno anualizado de todas as carteiras, onde é possível perceber que o retorno fica cada vez menor com o passar dos trimestres.

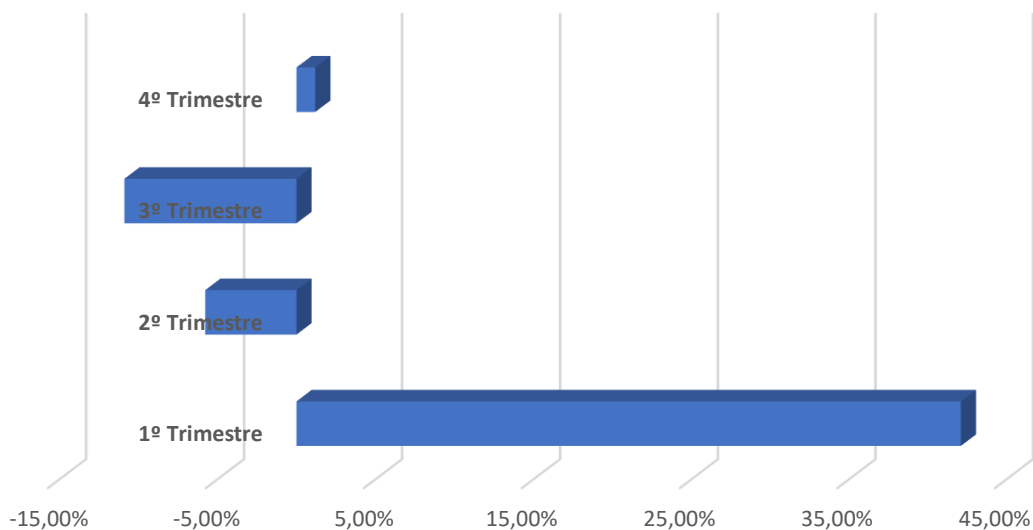
GRÁFICO 20 - Evolução do retorno anualizado das carteiras.



Fonte: O autor.

A evolução do desempenho das carteiras ao longo dos trimestres pode ser justificada ainda pelo desempenho do próprio mercado como demonstrado no gráfico 21, em que é possível verificar que ocorre uma queda significativa no desempenho da bolsa de valores com o passar dos trimestres.

GRÁFICO 21 - Evolução do retorno anualizado do Índice Ibovespa.



Fonte: O autor.

O gráfico 22, também demonstra a evolução do IBOVESPA medida em pontos no período de 01/04/2021 até 24/03/2022, sendo possível novamente verificar que até o mês de

junho a bolsa apresenta um processo de recuperação, e a partir de então apresenta uma nova queda significativa apresenta nova recuperação a partir de dezembro de 2021.

GRÁFICO 22 - Evolução Índice Ibovespa medido em pontos.



Fonte: <https://finance.yahoo.com>

Silva Neto, Silva, Raboni e Oliveira (2014), que estudou o efeito *momentum* com base nos dados históricos do mercado do mercado brasileiro entre abril de 1995 e 2011 recomenda a compra de ações vencedoras (com bom desempenho) para venda no mínimo após três meses, sendo ainda melhor a manutenção por até seis meses. Este resultado apontado pelos autores também corrobora os resultados encontrados na pesquisa pois aqui também foi verificado o efeito momento, contudo neste estudo foi possível verificar e afirmar estatisticamente que a carteira de momento apresenta bom desempenho em até três trimestres.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho se embasou na teoria de finanças comportamentais e utilizando de forma combinada a estratégia de *momentum* com metodologias de diversificação de carteiras para calcular os pesos de forma a otimizar o desempenho da carteira, comprovou que é possível conseguir retornos financeiros em carteiras de ações acima do índice de referência, o IBOVESPA, contribuindo assim para complementar pesquisas importantes desenvolvidas no Brasil sobre formação e composição de carteiras de investimento em ações.

Esta pesquisa teve como foco investigar a estratégia de momento aplicada no mercado de ações do Brasil, tendo como base as ações negociadas na B3 nos de 2021 e 2022, e contidas no IBrX100 neste período, além de fazer um estudo comparativo do desempenho das carteiras de ações formadas utilizando a técnica de otimização da teoria de Markowitz, algoritmo genético e confrontando ainda com o desempenho de carteiras ingênuas.

O estudo demonstrou que a estratégia de negociação calcada no efeito momento é capaz de gerar fora da amostra, retornos e índice de Sharpe superiores ao mercado. Porém, quanto mais se distância fora da amostra, menor é o efeito momento que tende a desaparecer ao longo do tempo, como é esperado pela literatura, principalmente pelo exposto no estudo da estratégia de *momentum* de Jegadeesh e Titman (1993). Este resultado é esperado uma vez que o efeito momento é um efeito de curto prazo, que começa a se diluir com o passar do tempo, devido ao esgotamento da *underreaction*.

No período analisado o efeito momento está presente nos três trimestres (de 01/04/2022 à 31/12/2022) após a formação da carteira e desaparece no quarto trimestre, ou seja, no período 01/01/2022 de 21/03/2022. Nos três trimestres após a formação da carteira o resultado do efeito momento foi confirmado pelo teste de Ledoit Wolf, o qual apresentou significância estatística.

As carteiras de *momentum* de AG, diversificação ingênua e a carteira de mínima variância em 3 trimestres após a sua formação, apresentaram diferença no índice de Sharpe positiva em relação ao IBOVESPA, sendo significativa ao nível de 10% no primeiro trimestre, neste período a única carteira que não apresentou significância estatística no teste foi a carteira de máximo Sharpe. No segundo e terceiro trimestre após a formação da carteira de momento, todas as carteiras apresentaram significância estatística no teste de LW com um $\alpha = 5\%$, com exceção da carteira de mínima variância que apresentou significância a 10% nesses períodos.

As carteiras de algoritmo genético e ingênua tiveram sua composição muito parecida tendo pesos em cada uma das ações de forma homogênea, e por consequência essas carteiras apresentaram desempenho bastante parecido. O desempenho dessas carteiras foi superior ao desempenho das carteiras de *momentum* otimizadas pelo modelo de Markowitz nos dois primeiros trimestres após a formação da carteira, a partir do terceiro trimestre o desempenho das carteiras de Markowitz superou a carteira de AG e a carteira ingênua.

Nos dois primeiros trimestres o retorno esperado anualizado da carteira de momento de AG foi maior do que o da carteira de momento de Markowitz e diversificação ingênua, destacando que a diferença em relação as carteiras de Markowitz foram mais significativas do que a carteira ingênua, devido a sua semelhança.

Os resultados empíricos sugerem que as estratégias de seleção de ações fundamentadas no efeito momento podem contribuir para melhorar o processo de julgamento e decisões de aplicação de capital sobretudo para pequenos investidores, pois o resultado aqui encontrado, mostra que todas as carteiras de momento apresentaram desempenho superior ao mercado independente do período analisado.

Já em relação aos critérios de cálculos dos pesos da carteira, os resultados mostram que depois de dois trimestres há uma inversão no desempenho dos portfólios, em que as carteiras de Markowitz passam a superar a carteira criada utilizando algoritmo genético e a carteira ingênua.

Alguns resultados, especialmente aqueles referentes aos dois primeiros trimestres, conseguem reforçar o trabalho de De Miguel et al. (2009) que apresentam uma evidência de

que a maioria dos modelos de alocação de carteiras, não conseguem competir com a diversificação ingênua feita com proporções de investimento igual em cada ativo (1/N), uma vez que o resultado observado nas carteiras ingênuas foi um dos melhores, dentre todas as carteiras perdendo apenas para a carteira de AG, com um diferença pouco representativa.

Para trabalhos futuros propõe-se aumentar o tamanho da amostra do efeito momento no sentido de verificar os resultados antes da Pandemia causada pelo Covid-19, no sentido de verificar a robustez dos resultados e, ao mesmo tempo, buscar aprofundar o estudo nos determinantes do efeito momento no mercado de ações brasileiro, ainda pouco estudado. Além de aumentar o tamanho da amostra, outra sugestão é realizar o rebalanceamento mensal das carteiras de momento, em períodos de um, dois, três e quatro trimestres de formação e manutenção, e verificar o efeito sobre o seu desempenho.

REFERÊNCIAS

- ALLEN, F.; KARJALAINEN, R.. Using genetic algorithms to find technical trading rules. **Journal of financial Economics**, v. 51, n. 2, p. 245-271, 1999.
- ASSAF NETO, A. **Finanças corporativas e valor**. São Paulo: Atlas, 2003.
- BATISTA, A. R. de A.; MAIA, U.; ROMERO, A. Stock market under the 2016 Brazilian presidential impeachment: a test in the semi-strong form of the efficient market hypothesis. **Revista Contabilidade & Finanças**, v. 29, n. 78, p. 405-417, 2018. Disponível em: <https://www.scielo.br>. Acesso em 20 de dezembro de 2021.
- BOKEL, A. da C. R.. **Markowitz e Momentum: A otimização de carteiras no mercado brasileiro fundamentada no curto prazo**. 2016. Dissertação (Mestrado em Finanças e Economia Empresarial) - Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 2016.
- CARHART, M. M. On persistence in mutual fund performance. **The Journal of finance**, v. 52, n. 1, p. 57-82, 1997. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com>. Acesso em 05 de abril de 2022.
- CARTACHO, M. S.; SOUZA, A. A. de. A Utilização de um Modelo Composto por Algoritmos Genéticos e Redes Neurais no Processo de Seleção de Carteiras. In: Encontro Nacional dos Programas de Pós-Graduação em Administração, 2002, Salvador **Anais da Anpad**, 2002.
- CHAN, L. K. C.; KARCESKI, J.; LAKONISHOK, J. On portfolio optimization: Forecasting covariances and choosing the risk model. **The review of Financial studies**, v. 12, n. 5, p. 937-974, 1999.

CONCEIÇÃO, A. V. da; BARBEDO, C. H. da S.; SILVA, E. C. da. Análise da existência do efeito disposição no mercado brasileiro de fundos de investimento em ações. **Revista Brasileira de Administração Científica**, v. 6, n. 2, p. 136-148, 2015.

CARMONA CORTES, O. A.; CORRÊA COSTA, L. de F.; AUGUSTO COSTA, J. P. Uma Nova Meta-heurística Adaptativa Baseada em Vetor de Avaliações para Otimização de Portfólios de Investimentos. **Inteligência Artificial**, v. 22, n. 64, p. 85-101, 2019.

DAMODARAN, A. **Mitos de investimentos**. São Paulo: Financial Times, Prentice Hall, 2006.

DAS NEVES BARREIRO BRAZ, A. F. C. **Algoritmos Genéticos: Aplicação ao Mercado de Capitais em Portugal**. 2002. Dissertação (Mestrado em Economia Monetária e Financeira) - Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa – Portugal, 2002.

DE MIGUEL, V., GARLAPPI, L.; UPPAL, R. Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/n portfolio strategy? **Review of Financial Studies**, v. 22, n. 5, p. 1915-1953, 2007.

DIAS, C. H. **Um novo algoritmo genético para a otimização de carteiras de investimento com restrições de cardinalidade**. 2008. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Universidade de Campinas, Campinas, 2008.

DREMAN, D. **Contrarian investment strategies: The next generation**. New York; Toronto: Simon & Schuster, 2008.

DUARTE JUNIOR, A. M. **Gestão de Riscos para fundos de investimento**. São Paulo: Person, Prentice Hall, 2005.

ELTAEIB, T.; MAHMOOD, A. Differential Evolution: a survey and analysis. **Applied Sciences**, v. 8, n. 10, p. 1945, 2018.

FAMA, E. F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **The Journal of Finance**, v. 25, n. 2, p. 383-417, 1970.

FAMA, E. F. Efficient capital markets: II. **The Journal of Finance**, v. 46, n. 5, p. 1575-1617, 1991.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. Reading, Mass.: Addison-Wesley Publishing Company, 1989.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence**. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1992.

IGARASHI, W.; MARTIOLI, L. F.; IGARASHI, D. C. C. Econometria e inteligência artificial: criação de portfólio de ações rentáveis/Econometrics and artificial intelligence: creating profitable stock portfolio. **Brazilian Journal of Development**, v.5, n. 6, p. 4356-4370, 2019.

JEGADEESH, N.; TITMAN, S. Returns to buying winners and selling losers: implications for stock market efficiency. **The Journal of Finance**, v. 48, n. 1, p. 65-91, 1993.

KAUFMAN, P. J. **Trading Systems and Methods**. 5th Edition, [s.l.], John Wiley & Sons, 2013.

LEDOIT, O.; WOLF, M. Robust Performance Hypothesis Testing with the Sharpe Ratio. **Journal of Empirical Finance**, v. 15, n. 5, p. 850–59, 2008.

LEE, S. C.; EID JUNIOR, W. Portfolio construction and risk management: theory versus practice. **RAUSP Management Journal**, v. 53, n. 3, p. 345-365, 2018.

LEE, C. M. C.; SWAMINATHAN, B. Price Momentum and Trading Volume. **The Journal Of Finance**, v. 55, n. 5, p. 2017-2069, 2000.

LENCIONE, M. A. C. Modelos de Precificação. **THESIS**, São Paulo, ano I, v. 3, p. 26-50, 2º Semestre, 2005.

LUDERMIR,xT. B. **Algoritmos Genéticos**. 2020. Apresentação em Power Point. color. Disponível em: <https://slideplayer.com.br/slide/48747/>. Acesso em: 22 set. 2021.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77 - 91, 1952.

MITCHELL, M. **An Introduction to Genetic Algorithms**. Cambridge, Mass. London: MIT, 1998.

MOTA, L. da S. **Otimização de carteiras de investimento através da aplicação de algoritmos genéticos multiobjetivo**. 2013. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

OLIVEIRA, G. I. G. **Algoritmos genéticos na otimização de carteiras de ações no Brasil**. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Contabilidade) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2020.

PACHECO, D. S. de A. **Aplicação do modelo de seleção de portfólios proposto por Markowitz utilizando algoritmos genéticos**. 2020. Monografia (Especialização MBA) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.

PARREIRAS, L. P. R. de F. **Modelo Genético-Neural de Gestão de Carteiras de Ações**. 2003. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

PICCOLI, P. G. R.; SOUZA, A.; VIEIRA, W. M.; CRUZ, J. A. W. Revisitando as estratégias de momento: o mercado brasileiro é realmente uma exceção? **Revista de Administração**, v. 50, n. 2, p. 183-195, 2015.

PITTHAN, F. do N.. **Como o Efeito-Disposição Pode Explicar Momentum: A Relação Entre Viés de Comportamento de Investimento e Movimentos do Mercado Brasileiro**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

PRATES, W. R.; COSTA JÚNIOR, N. C. A. da; SANTOS, A. A. P. Efeito disposição: Propensão à venda de investidores individuais e institucionais. **Revista Brasileira de Economia**, v. 73, n. 1, p. 97-119, 2019.

QUINZANI, C. M. **Otimização multiobjetivo de portfólios utilizando algoritmos evolutivos**. 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

RAPOSO, R. C. T.; CRUZ, A. J. O. **Stock Market prediction based on fundamentalist analysis with fuzzy-neural networks**, Rio de Janeiro: Instituto de Matemática - UFRJ, 1999.

ROTELA JUNIOR, P.; PAMPLONA, E. de O.; SALOMON, F. L. R. OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS: ANÁLISE DE EFICIÊNCIA. **Revista de Administração de Empresas**, v. 54, n. 4, p. 405-413, 2014.

ROUWENHORST, G International momentum strategies. **The Journal of Finance**, v. 53, n. 1, p. 267–84, 1998.

RUSSEL, S.; NORVIG, P. **Artificial Intelligence: A Modern Approach**. [s.l.] Pearson – Prentice Hall, 2013.

SANVICENTE, A. Z.; MINARDI, A. M. A. F. **A liquidez é relevante no mercado de ações?** Working Paper Nº 6. Insper – Instituto de Ensino e Pesquisa, São Paulo, 1998.

SANVICENTE, A. Z.; MELLAGI FILHO, A. **Mercado de capitais e estratégias de investimento**. São Paulo: Atlas, 1988.

SARMAS, E. **Multicriteria Portfolio Construction with Python**. Florida: Springer, 2020.

SEITA, M. R. **Simulação Multi-agente em Mercados Financeiros Artificiais utilizando-se Algoritmos Genéticos**. 2014. Dissertação (Mestrado em Economia) – Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2014.

SHARPE, W. F. A simplified model for portfolio analysis. **Management Science**, v. 9, n. 2, p. 277-293, 1963.

SILVA NETO, O. S.; SILVA, V. L. de A. M. S.; RABONI, P. L.; OLIVEIRA, M. R. G. de. Efeito momentum no curto prazo: vale a pena comprar ações vencedoras no brasil? **RAM. Revista de Administração Mackenzie**, v. 15, n. 4, p. 193-228, 2014.

SIMON, H. A. **The Sciences of the Artificial**. 3rd Edition. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1996.

TAYLER, P. Modeling Artificial Stocks Markets Using Genetic Algorithms. In: Goonatilake, S.; Treleaven, P. C. **Intelligent systems for finance and business**. Chichester; Ney York: Wiley, 1995, p. 271-288.

THALER, R. H. **Advances in Behavirol Finance. Volume II**. New York: Princeton University Press, 2005.

ZANINI, F. A. M.; FIGUEIREDO, A. C. AS TEORIAS DE CARTEIRA DE MARKOWITZ E DE SHARPE: UMA APLICAÇÃO NO MERCADO BRASILEIRO DE AÇÕES ENTRE JULHO/95 E JUNHO/2000. **RAM. Revista de Administração Mackenzie**, v. 6, n. 2, p. 38-65, 2005.

ANEXO A – SCRIPT EM R PARA SELEÇÃO DE CARTEIRAS PELO CRITÉRIO DE MOMENTUM

```
#SCRIPT SELEÇÃO DE AÇÕES PELA ESTRATÉGIA MOMENTUM
#A) RETORNO ESPERADO E RISCO DA CARTEIRA COM PESOS IGUAIS
#Pacote usados no Script
setwd("C:/R")
library(ggplot2)
library(magrittr)
library(quantmod)
library(xts)
library(tseries)
library(ggplot2)
library(BatchGetSymbols)
library(tidyverse)
library(highcharter)
library(pracma)
library(reshape2)

# Definindo parâmetros
simbolos <-
c("^BVSP", "ALPA4.SA", "ABEV3.SA", "AMAR3.SA", "AMER3.SA", "AZUL4.SA", "B3SA3.
SA", "BBAS3.SA", "BBDC3.SA", "BBDC4.SA", "BBSE3.SA", "BEEF3.SA", "BPAC11.SA", "B
PAN4.SA", "BRAP4.SA", "BRFS3.SA", "BRKM5.SA", "BRML3.SA", "CASH3.SA", "CCRO3.
SA", "CESP6.SA", "CIEL3.SA", "CMIG4.SA", "COGN3.SA", "CPLE6.SA", "CPFE3.SA", "CRF
B3.SA", "CSAN3.SA", "CSNA3.SA", "CVCB3.SA", "CYRE3.SA", "DXCO3.SA", "ECOR3.SA
", "EGIE3.SA", "ELET3.SA", "ELET6.SA", "EMBR3.SA", "ENBR3.SA", "ENEV3.SA", "ENGI
11.SA", "EQTL3.SA", "EZTC3.SA", "FLRY3.SA", "GGBR4.SA", "GOAU4.SA", "GOLL4.SA",
"HAPV3.SA", "HYPE3.SA", "IRBR3.SA", "ITSA4.SA", "ITUB4.SA", "JBSS3.SA", "KLBN11.
SA", "LIGT3.SA", "LCAM3.SA", "LREN3.SA", "LWSA3.SA", "MGLU3.SA", "MOVI3.SA", "
```

```
MRFG3.SA","MRVE3.SA","MULT3.SA","NTCO3.SA","PCAR3.SA","PETR3.SA","PETR
4.SA","PETZ3.SA","POSI3.SA","PRIO3.SA","PSSA3.SA","QUAL3.SA","RADL3.SA","RA
IL3.SA","RDOR3.SA","RENT3.SA","RRRP3.SA","SANB11.SA","SBSP3.SA","SLCE3.SA
","SOMA3.SA","STBP3.SA","SULA11.SA","SUZB3.SA","TAE11.SA","TIMS3.SA","TO
TS3.SA","UGPA3.SA","USIM5.SA","VALE3.SA","VBBR3.SA","VIA3.SA","VIVT3.SA",
"WEGE3.SA","YDUQ3.SA")
```

```
#Período amostral do efeito momento:
```

```
#startdate <- '2021-01-01'
```

```
#enddate <- '2021-03-30'
```

```
#4 Períodos ou trimestres de teste::
```

```
#startdate <- '2021-04-01'
```

```
#enddate <- '2021-06-30'
```

```
#startdate <- '2021-04-01'
```

```
#enddate <- '2021-09-30'
```

```
#startdate <- '2021-04-01'
```

```
#enddate <- '2021-12-31'
```

```
startdate <- '2021-04-01'
```

```
enddate <- '2022-03-21'
```

```
# Fazendo download
```

```
ativos <- new.env()
```

```
getSymbols(Symbols = simbolos, env = ativos, src = 'yahoo',
```

```
from = startdate, to = enddate, auto.assign = TRUE)
```

```
ativos <- as.list(ativos)
```

```
get_preco_fechamento <- function(x){
```

```
## Obtem preço de fechamento
```

```
x[, base::grep(pattern = '\\.Adjusted$', x = dimnames(x)[[2]])]
```

```
}
```

```
list_to_xts <- function(list_xts){
```

```
## Transforma uma lista de objetos xts em um objeto xts
```

```
nomes <- names(list_xts)
```

```
res <- do.call(cbind.xts, list_xts)
```

```
dimnames(res)[[2]] <- nomes
```

```
return(res)
```

```
}
```

```
xts_to_data.frame <- function(x){
```

```
## Transforma objeto xts em data.frame
```

```
df <- as.data.frame(x)
```

```

df <- data.frame(
  periodo = row.names(df),
  df
)
row.names(df) <- NULL

return(df)
}

#Obtendo apenas os preços de fechamento
ativos <- lapply(X = ativos, FUN = get_preco_fechamento)

# calculando retornos mensais
retornos_men <- lapply(ativos, quantmod::dailyReturn)

# Juntando ativos em um objeto xts
carteira <- list_to_xts(retornos_men)

# Transformando objeto xts em uma matriz e retirando dados perdidos
carteira <- as.matrix(carteira)
carteira <- na.omit(carteira)

# Retornos Esperados da Carteira ingênua
retornos_esperados <- apply(carteira, MARGIN = 2, mean)
riscos <- apply(carteira, MARGIN = 2, sd)

ativos <- data.frame(
  acao = names(retornos_esperados),
  risco = riscos,
  retorno = retornos_esperados,
  row.names = NULL
)

ativos

ativos1<-ativos[-24, ] #Alterado para deletar linha BVSP que deve ser alterado em função do
número de ações
ativos1<-ativos1[,-2 ] #Alterado para deletar coluna risco

carteira_df<-data.frame(carteira)

#CARTEIRA DE MOMENTO
library(dplyr)
library(plyr)
data<-arrange(ativos1,ativos1$retorno)
data$decile <- ntile(data$retorno, 10)
write.csv(data, file='.csv')

```

```
#RETORNO DA CARTEIRA DE MOMENTO (AJUSTAR PARA CADA PERIODO FORA
DA AMOSTRA)
```

```
#Carteira de Momentum Ingenua
```

```
#carteira_df$REC<-
```

```
(carteira_df$STBP3.SA+carteira_df$JBSS3.SA+carteira_df$PRIO3.SA+carteira_df$POSI3.S
A+carteira_df$SLCE3.SA+carteira_df$CASH3.SA+carteira_df$BRKM5.SA+carteira_df$E
MBR3.SA+carteira_df$PCAR3.SA)/9
```

```
#Carteira de Momentum AG
```

```
#carteira_df$REC<-(0.1159*carteira_df$STBP3.SA+0.1098*carteira_df$JBSS3.SA+
0.111*carteira_df$PRIO3.SA+0.1116*carteira_df$POSI3.SA+0.11*carteira_df$SLCE3.SA+
0.111*carteira_df$CASH3.SA+0.1115*carteira_df$BRKM5.SA+0.1101*carteira_df$EMBR
3.SA+0.109*carteira_df$PCAR3.SA)
```

```
#Carteira de Momentum MARKOWITZ
```

```
carteira_df$REC<-(0.05*carteira_df$STBP3.SA+0.05*carteira_df$JBSS3.SA+
0.05*carteira_df$PRIO3.SA+0.05*carteira_df$POSI3.SA+0.3*carteira_df$SLCE3.SA+0.05*
carteira_df$CASH3.SA+0.3*carteira_df$BRKM5.SA+0.10*carteira_df$EMBR3.SA+0.05*c
arteira_df$PCAR3.SA)
```

```
#TESTE DO EFELTO MOMENTO: Carteiras Decil 10 e 1
```

```
RE_CM<-mean(carteira_df$REC)
```

```
R_Anual_Port_M<-RE_CM*(252)
```

```
#RE_CM<-mean(carteira_df$REC) #ajustar de acordo REC, RECMV, RECPE E RECAG
```

```
#R_Anual_Port_M<-RE_CM*(252)
```

```
RE_BVSP<-mean(carteira_df$BVSP)
```

```
R_Anual_BVSP<-RE_BVSP*(252)
```

ANEXO B – SCRIPT EM R PARA O TESTE LEDOIT E WOLF

```
#B) TESTE LEDOIF E WOLF PARA A CARTEIRA DE MOMENTUM
```

```
#Pacotes usados no script
```

```
library(PeerPerformance)
```

```
library(parallel)
```

```
library(sandwich)
```

```
library(lmtest)
```

```
library(zoo)
```

```
## Load the data
```

```
#TESTE DO EFEITO MOMENTO LEDOIF e WOLF
```

```
x = carteira_df[,95]
```

```
y = carteira_df[,1]
```

```
print(carreira_df$REC)
```

```
## Run Sharpe testing (circular bootstrap)
```

```
set.seed(1)
```

```
ctr = list(type = 2, nBoot =5000, bBoot=6)
```

```
out = sharpeTesting(x, y, control = ctr)
```

```
print(out)
```

ANEXO C – SCRIPT EM PYTHON PARA OTIMIZAÇÃO DE MARKOWITZ

```
from pandas_datareader import data
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.cm as cm
import numpy as np
import seaborn as sns
import scipy.optimize as sco
import random
from matplotlib import rc
#import matplotlib.pylab as plt
rc('font', **{'family': 'serif', 'serif': ['Computer Modern']})
rc('text', usetex=True)
```

```
tickers = ['USIM5.SA', 'BRAP4.SA', 'VALE3.SA', 'AZUL4.SA', 'SANB11.SA', 'CSNA3.SA']
startDate = '2020-10-01'
endDate = '2020-12-31'
```

```
historicalDataNOC = data.DataReader('VALE3.SA', 'yahoo', startDate, endDate)
print("===== Raw Data from Yahoo API ===== \n")
display(historicalDataNOC)
```

```
historicalValues = data.DataReader(tickers, 'yahoo', startDate, endDate)
stockValues = historicalValues['Adj Close']
numOfDates = stockValues.shape[0]
numOfSecurities = stockValues.shape[1]
print("Number of securities:", numOfSecurities)
print("Number of dates:", numOfDates, "\n")
print("===== Stock Values ===== \n")
stockValues = stockValues.fillna(method='ffill')
display(stockValues)
```

```
pip install plt
```

```
stockValuesArray = pd.DataFrame(stockValues).to_numpy()
stockReturnsArray = np.empty(shape = (numOfDates-1, numOfSecurities))
for i in range(numOfSecurities):
    for j in range(numOfDates-1):
        stockReturnsArray[j][i] = (stockValuesArray[j+1][i]-stockValuesArray[j][i])/stockValuesArray[j][i]
returnDates = stockValues.index[1:]
stockReturns = pd.DataFrame(stockReturnsArray, index=returnDates, columns=stockValues.columns)
print("===== Stock Returns ===== \n")
display(stockReturns)
```

```

from scipy.stats import kurtosis, skew

MinReturn = [0 for i in range(numOfSecurities)]
MaxReturn = [0 for i in range(numOfSecurities)]
MedianReturn = [0 for i in range(numOfSecurities)]
MeanReturn = [0 for i in range(numOfSecurities)]
SD = [0 for i in range(numOfSecurities)]
VaR99 = [0 for i in range(numOfSecurities)]
VaR97 = [0 for i in range(numOfSecurities)]
VaR95 = [0 for i in range(numOfSecurities)]
Skewness = [0 for i in range(numOfSecurities)]
Kurtosis = [0 for i in range(numOfSecurities)]
AbsMinPerSD = [0 for i in range(numOfSecurities)]

for i in range(numOfSecurities):
    MinReturn[i] = np.min(stockReturnsArray[:,i])
    MaxReturn[i] = np.max(stockReturnsArray[:,i])
    MedianReturn[i] = np.median(stockReturnsArray[:,i])
    MeanReturn[i] = np.mean(stockReturnsArray[:,i])
    SD[i] = np.std(stockReturnsArray[:,i])
    VaR99[i] = np.percentile(stockReturnsArray[:,i], 1)
    VaR97[i] = np.percentile(stockReturnsArray[:,i], 3)
    VaR95[i] = np.percentile(stockReturnsArray[:,i], 5)
    Skewness[i] = skew(stockReturnsArray[:,i], bias=False)
    Kurtosis[i] = kurtosis(stockReturnsArray[:,i], bias=False)
    AbsMinPerSD[i] = np.abs(MinReturn[i])/SD[i]

statistics = pd.DataFrame(
    {'MinReturn': MinReturn,
     'MaxReturn': MaxReturn,
     'Median': MedianReturn,
     'Mean': MeanReturn,
     'SD': SD,
     'VaR99': VaR99,
     'VaR97': VaR97,
     'VaR95': VaR95,
     'Skewness': Skewness,
     'Kurtosis': Kurtosis,
     'AbsMinPerSD': AbsMinPerSD,
    }, index=stockValues.columns)

display(statistics)

```

```

cov = stockReturns.cov()
covarianceMatrix = np.array(cov)
print("===== Covariance Matrix =====")
display(cov)

```

```

correlation = stockReturns.corr()
print("===== Correlation Matrix =====")
correlation.style.background_gradient(cmap='Wistia').set_precision(3)

```

```

#Objective Function
def portfolioVolatility(weights, MeanReturn, covarianceMatrix):
    std = np.sqrt(np.dot(weights.T, np.dot(covarianceMatrix, weights)))
    return std

#Constraints
args = (MeanReturn, covarianceMatrix)
constraints = ({'type': 'eq', 'fun': lambda x: np.sum(x) - 1})
bound = (0,1)
bounds = tuple(bound for asset in range(numOfSecurities))

#Optimisation Function
minVolatilityPortfolio = sco.minimize(portfolioVolatility, numOfSecurities*[1./numOfSecurities,], args=args, method='SLSQP',
                                     bounds=bounds, constraints=constraints)

sdPort1 = np.sqrt(np.dot(minVolatilityPortfolio['x'].T, np.dot(covarianceMatrix, minVolatilityPortfolio['x'])))
retPort1 = np.sum(MeanReturn*minVolatilityPortfolio['x'])

print("Risk of minimum volatility portfolio:", sdPort1)
print("Return of minimum volatility portfolio:", retPort1)
print("Sharpe Ratio of minimum volatility portfolio:", retPort1/sdPort1)
print(minVolatilityPortfolio['x'])

```

```

#Objective Function
def negSharpeRatio(weights, MeanReturn, covarianceMatrix):
    returns = np.sum(MeanReturn*weights)
    std = np.sqrt(np.dot(weights.T, np.dot(covarianceMatrix, weights)))
    return (- returns / std)

#Constraints
args = (MeanReturn, covarianceMatrix)
constraints = ({'type': 'eq', 'fun': lambda x: np.sum(x) - 1})
bound = (0,1)
bounds = tuple(bound for asset in range(numOfSecurities))

#Optimisation Function
maxSharpeRatioPortfolio = sco.minimize(negSharpeRatio, numOfSecurities*[1./numOfSecurities,], args=args, method='SLSQP',
                                       bounds=bounds, constraints=constraints)

sdPort2 = np.sqrt(np.dot(maxSharpeRatioPortfolio['x'].T, np.dot(covarianceMatrix, maxSharpeRatioPortfolio['x'])))
retPort2 = np.sum(MeanReturn*maxSharpeRatioPortfolio['x'])

print("Risk of maximum sharpe ratio portfolio:", sdPort2)
print("Return of maximum sharpe ratio portfolio:", retPort2)
print("Maximum Sharpe Ratio:", retPort2/sdPort2)
print(maxSharpeRatioPortfolio['x'])

```

```

numOfPortfolios = 30
maxReturn = max(MeanReturn)
returnRange = np.linspace(retPort1, maxReturn, numOfPortfolios)
efficientFrontier = []
AllReturns = []
AllSDs = []
for target in returnRange:
    args = (MeanReturn, covarianceMatrix)
    constraints = ({'type': 'eq', 'fun': lambda x: np.sum(MeanReturn*x) - target},
                  {'type': 'eq', 'fun': lambda x: np.sum(x) - 1})
    bounds = tuple((0,1) for asset in range(numOfSecurities))
    result = sco.minimize(portfolioVolatility, numOfSecurities*[1./numOfSecurities,], args=args, method='SLSQP', bounds=bounds, constraints=constraints)
    efficientFrontier.append(result)
    AllSDs.append(np.sqrt(np.dot(result['x'].T, np.dot(covarianceMatrix, result['x']))))
    AllReturns.append(np.sum(MeanReturn*result['x']))

efficientPortfolios = [0 for i in range(numOfPortfolios)]
for i in range(numOfPortfolios):
    efficientPortfolios[i] = np.round(efficientFrontier[i].x,2)

df = pd.DataFrame(efficientPortfolios, columns=tickers)
df.index = df.index + 1
display(df)

weightingFactor = [[0 for i in range(numOfPortfolios)] for j in range(numOfSecurities)]
for i in range(numOfSecurities):
    for j in range(numOfPortfolios):
        weightingFactor[i][j] = efficientFrontier[j].x[i]

from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

```

ANEXO D- SCRIPT EM PYTHON PARA OTIMIZAÇÃO POR AG

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import openpyxl
from scipy.optimize import differential_evolution
from scipy.optimize import LinearConstraint, minimize
from pandas_datareader import data
from matplotlib import rc
rc('font', **{'family': 'serif', 'serif': ['Computer Modern']})
rc('text', usetex=True)
```

```
companyName = ['USIM5.SA', 'BRAP4.SA', 'VALE3.SA', 'AZUL4.SA', 'SANB11.SA', 'CSNA3.SA']

startDate = '2020-10-01'
endDate = '2020-12-31'

historicalValues = data.DataReader(companyName, 'yahoo', startDate, endDate)
stockValues = historicalValues['Adj Close']
numOfDates = stockValues.shape[0]
numSecurities = stockValues.shape[1]
stockValues = stockValues.fillna(method='ffill')

numPeriods = numOfDates - 1
stockValuesArray = pd.DataFrame(stockValues).to_numpy()
secReturns = np.empty(shape = (numPeriods, numSecurities))
for i in range(numSecurities):
    for j in range(numPeriods):
        secReturns[j][i] = (stockValuesArray[j+1][i]-stockValuesArray[j][i])/stockValuesArray[j][i]
returnDates = stockValues.index[1:]
stockReturns = pd.DataFrame(secReturns, index=returnDates, columns=stockValues.columns)
print("===== Stock Returns ===== \n")
display(stockReturns)
```

```
historicalValues = data.DataReader('BOVA11.SA', 'yahoo', startDate, endDate)
indexValues = historicalValues['Close']
numOfDates = stockValues.shape[0]
indexValues = indexValues.fillna(method='ffill')
display(indexValues)

numPeriods = numOfDates - 1
indexValuesArray = pd.DataFrame(indexValues).to_numpy()
marketReturns = np.empty(shape = (numPeriods))
for j in range(numPeriods):
    marketReturns[j] = (indexValuesArray[j+1]-indexValuesArray[j])/indexValuesArray[j]
indexReturns = pd.DataFrame(marketReturns, index=returnDates)
print("===== Stock Returns ===== \n")
display(indexReturns)
```

```
def losses(x):
    losingTimes = 0
    portfReturn = [0 for i in range(numPeriods)]
    for i in range(numPeriods):
        for j in range(numSecurities):
            portfReturn[i] += x[j] * secReturns[i][j]
            if portfReturn[i] < marketReturns[i]:
                losingTimes += 1
    return losingTimes
```

```
bounds = [(0,1) for i in range(numSecurities)]
constraints = LinearConstraint(np.ones(numSecurities), 1, 1)
result = differential_evolution(losses, bounds, maxiter=200, polish=True, popsize=60, mutation=1.95,
                               updating='deferred', recombination=0.9, constraints=constraints)

for i in range(numSecurities):
    print(companyName[i],": ", np.round(result.x[i],4))
print("Percentage that portfolio beats the index:", (numPeriods-result.fun)/numPeriods)
```