

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS-FÍSICA

MAURICIO APARECIDO RIBEIRO

A ESTRUTURA COMPLEXA DAS REDES SOCIAIS

PONTA GROSSA  
2016

MAURICIO APARECIDO RIBEIRO

**A estrutura complexa das redes sociais**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências/Física do Setor de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Ponta Grossa, como requisito para a obtenção de grau de Doutor em Ciências/Física.

Orientador:

Prof. Dr. Sandro Ely de Souza Pinto.

PONTA GROSSA

2016

**Ficha Catalográfica**  
**Elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação BICEN/UEPG**

R484      Ribeiro, Mauricio Aparecido  
            A Estrutura complexa das redes sociais/  
            Mauricio Aparecido Ribeiro. Ponta Grossa,  
            2016.  
            121f.

            Tese (Doutorado em Ciências - Área de  
Concentração: Física), Universidade  
Estadual de Ponta Grossa.

            Orientador: Prof. Dr. Sandro Ely de  
Souza Pinto.

            1.Estrutura social. 2.Literatura.  
3.Teoria de grafos. I.Pinto, Sandro Ely de  
Souza. II. Universidade Estadual de Ponta  
Grossa. Doutorado em Ciências. III. T.

CDD: 519

## TERMO DE APROVAÇÃO

**MAURICIO APARECIDO RIBEIRO**

**"A estrutura complexa das Redes Sociais"**

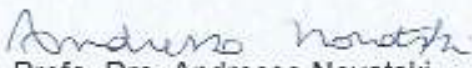
Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor no Programa de Pós-Graduação em Ciências - Física da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora.

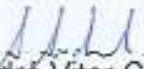
Orientador:

  
Prof. Dr. Sandro Ely de Souza Pinto  
Departamento de Física – UEPG/PR

  
Prof. Dr. Adriano Doff Sotta Gomes  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

  
Prof. Dr. Fabiano Alan Serafim Ferrari  
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – UFVJM/MG

  
Profa. Dra. Andressa Novatski  
Departamento de Física – UEPG/PR

  
Prof. Dr. André Vitor Chaves de Andrade  
Departamento de Física – UEPG/PR

Ponta Grossa, 26 de agosto de 2016



*Dedico a Castorina e a Antonio, meus pais pelo amor incondicional.  
In memoriam de Anna Martins Barros, Augusto de Queiroz, Francisco Ribeiro e Juvelina  
Rodrigues de França Ribeiro, por ainda serem meus pilares.*

# Agradecimentos

Aos meus pais Castorina e Antonio pela força e auxílio.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Sandro Ely de Souza Pinto, que me ensinou a ver que não temos limites para aplicar tudo aquilo que aprendemos e que sempre podemos aprender mais. E, principalmente, pela chance que me deu de fazer parte de um dos grupos que mais influenciaram minha formação.

Aos professores doutores André Vitor Chaves de Andrade e Alexandre Camilo Jr.

Aos professores doutores e amigos Rodrigo Frehse Pereira e Romeu Miquéias Szmoski pela ajuda, pelas ideias e pelas discussões.

Aos amigos da sala L-24, Mariane, Maria Larissa, Emanuel, Aryadyne e Chiquetto.

À professora doutora Andressa Novatski, pelas conversas, ajudas e, principalmente, puxadas de orelha.

À professora doutora Mariza Boscacci Marques, pelas conversas, ajudas e, principalmente, as discussões científicas.

Aos amigos João Luiz, Anderson, Aloisi, Gianfranco e Bruna pela amizade e companheirismo.

À Valéria Gremski Pawlak pelo amor, consideração e companheirismo neste final de doutorado.

Ao professor doutor Murilo da Silva Baptista da Universidade de Aberdeen - Escócia pela colaboração.

Ao programa de Pós graduação em Ciências - Física

À CAPES e à FAUEPG pela bolsa e auxílio.

Home is behind, the world ahead  
And there are many paths to tread  
Through shadow, to the edge of night  
Until the stars are all alight

Mist and shadow

Cloud and shade

All shall fade

*Pippin Song's - The Lord of the Rings*

# Resumo

Nesta tese, abordaremos a presença de estruturas sociais em obras clássicas, em particular de dois escritores: Homero (“Odisseia”) e J.R.R. Tolkien (“O Silmarillion”, “O Hobbit” e a trilogia de “O Senhor dos Anéis”), que, de certa forma, influenciaram a sociedade em diversos níveis. Nesse contexto, com base nas definições de relações sociais apresentadas neste trabalho, analisamos as estruturas sociais literárias que surgem nessas obras e que possuem características semelhantes às das estruturas sociais reais (*online*) da atualidade, como o *Facebook* e o *Twitter*, em que os indivíduos interagem das mais diversas maneiras. Portanto, utilizamos a teoria dos grafos para estudar e comparar as estruturas sociais literárias presentes em tais obras e as estruturas sociais reais (*online*), possibilitando o surgimento de distribuições de conectividade formadas pelas relações sociais entre as personagens (nas estruturas sociais literárias) e entre indivíduos (nas estruturas sociais reais online). Tais distribuições seguem uma lei de potência com truncamento exponencial, o que difere das distribuições de conectividade das estruturas encontradas na literatura científica. Outras propriedades encontradas nessas análises são: o atributo de onipresença das divindades que estão inseridas nas estruturas sociais literárias (detectado através da variação da distância de caminho médio dessas estruturas); o paradoxo da amizade; a transitividade; a assortatividade; e a distribuição de centralidade de intermediação. Devido a tais similaridades entre os dois tipos de estruturas sociais estudadas, optamos por analisar a vulnerabilidade, a eficiência e a homogeneidade das relações sociais das estruturas sociais literárias mediante algumas metodologias de ataques, como remover dessas estruturas somente um personagem, um grupo de personagens ou comunidades inteiras.

**Palavras-chave:** Estrutura social, Literatura, Teoria de grafos.

# Abstract

In this study, we discuss the presence of social structures in classical literature, in particular the ones by two writers: Homer ("Odyssey") and J.R.R. Tolkien ("The Silmarillion", "The Hobbit" and the trilogy "The Lord of the Rings"), that, somehow, influenced the society in different ways. In this context, based on the pieces of definition of social relations presented in this work, we analyze the literary social structures that are presented in these books, which have characteristics that are similar to the current online real social structures, like Facebook and Twitter, in which individuals interact in various ways. Therefore, we use graphs theory to study and compare the literary social structures present in that literature and the online real social structures, causing the appearance of connectivity distributions formed by the social relations among the characters (in the literary social structures) and among individuals (in online real social structures). Such distributions follow a power law with an exponential cutoff, which differs from connectivity distributions of structures found in the scientific literature. Other properties found in these analyzes are: the ubiquity attribute of the gods that are in the literary social structures (detected through varying the average path length of these structures); the friendship paradox; the transitivity; the assortativity; and the distribution of betweenness centrality. Due to these similarities between the two types of social structures that were studied, we chose to analyze the vulnerability, the efficiency and the homogeneity of social relations of literary social structures by some attack methodologies, like removing from these structures only a character, a group of characters or whole communities.

**Keywords:** Social structure, Literature, Graphs Theory.

# Lista de ilustrações

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 2.1 – Estrutura social do colégio norte-americano para meninos da cidade de Marketville. Os círculos representam os alunos que responderam ao questionário proposto por Coleman. O tamanho e a cor representam os alunos mais influentes sobre esse vínculo social da amizade (quanto maior o círculo e mais escura sua cor, mais influente é aquele aluno). As ligações representam as relações sociais entre os alunos.. Fonte: Adaptado de (COLEMAN et al., 1964). . . . .                                                                     | 26 |
| Figura 2.2 – Representação da estrutura social de <i>Facebook</i> com o vínculo social de interação de perfis dos usuários. As comunidades simbolizam as pessoas que estão inseridas em páginas de estilos musicais. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 31 |
| Figura 2.3 – Representação da estrutura social <i>Twitter</i> com o vínculo social dado pela <i>hashtag</i> :#PSDBsecouSP, as cores representam as comunidades de discussão entre os usuários sobre o tema. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 32 |
| Figura 2.4 – Ilustração das relações sociais no trecho de "O Silmarillion" de J.R.R Tolkien.(A), a representação da estrutura social em que há o compartilhamento de evento entre as divindades; em (B), a relação social de ligação direta entre Eru e as outras divindades e em (C) a união das duas estruturas que representará as relações sociais . . . . .                                                                                                                                                                                         | 38 |
| Figura 2.5 – Ilustração das relações sociais no trecho de "A Sociedade Do Anel" de J.R.R Tolkien.(A), a representação da estrutura social em que há o compartilhamento de evento entre as personagens na sala; em (B), a relação social de ligação direta entre as personagens e em (C) a união das duas estruturas que representará as relações sociais . . . . .                                                                                                                                                                                       | 39 |
| Figura 3.1 – Representação de uma estrutura social fictícia com 5 pessoas interagindo com a relação social de amizade. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 43 |
| Figura 3.2 – Distribuição das esferas com pinos do modelo estocástico tipo lei de potência com truncamento exponencial, para os valores de $p = 0,85$ , $q = 0,50$ , $p = 0,60$ , $q = 0,85$ . O ajuste em azul é referente ao ajuste com a equação 3.29, sendo os parâmetros do ajuste em (A) $\nu = 661144$ , $\alpha = 0,80572$ , $\beta = 0,0947705$ , $\gamma = 3,9128$ e $R^2 = 0,99999981$ . E os parâmetros de ajuste em (B) temos $\nu = 137561$ , $\alpha = 0,46892$ , $\beta = 0,0191771$ , $\gamma = 2,64869$ e $R^2 = 0,99999998$ . . . . . | 49 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 3.3 – Representação da transitividade nas relações sociais de amizade. (A) Relacionamento com transitividade nula e (B) relacionamento com transitividade alta. . . . .                                                                                                                                                                       | 51 |
| Figura 3.4 – Representação de uma estrutura social em que o indivíduo em amezarelo possui alta centralidade de intermediação. . . . .                                                                                                                                                                                                                | 53 |
| Figura 3.5 – Representação de fragmentação da estrutura social quando removido o indivíduo de maior centralidade de intermediação . . . . .                                                                                                                                                                                                          | 54 |
| Figura 3.6 – Distribuição de centralidade de intermediação de um fragmento da estrutura social do <i>Facebook</i> . (A) Representação da estrutura social em que os elementos mais escuros representam alta centralidade de intermediação e (B) a distribuição tipo lei de potência com parâmetro de decaimento exponencial próximo de dois. . . . . | 55 |
| Figura 3.7 – Exemplo de estrutura social vinculadas pela relação social de amizade. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                          | 56 |
| Figura 3.8 – Aplicação do paradoxo da amizade na estrutura social vinculada pela relação social da amizade. . . . .                                                                                                                                                                                                                                  | 58 |
| Figura 3.9 – Representação da estrutura social de um colégio norte-americano estudado pelo sociólogo Coleman. (A) Estrutura social em que o vínculo é a amizade e (B) histograma bidimensional. . . . .                                                                                                                                              | 60 |
| Figura 3.10–Representação das comunidades calculadas pelo algoritmo de WalkTrap Communities na estrutura social da escola de karate. . . . .                                                                                                                                                                                                         | 61 |
| Figura 4.1 – Representação da estratégia de ataques locais seguindo a sequência de conectividade com reposição. . . . .                                                                                                                                                                                                                              | 68 |
| Figura 4.2 – Representação da estratégia de ataques com a remoção de porcentagens de elementos da estrutura sem reposição. . . . .                                                                                                                                                                                                                   | 69 |
| Figura 4.3 – Representação da estratégia de ataques com a remoção de comunidades da estrutura com reposição. . . . .                                                                                                                                                                                                                                 | 70 |
| Figura 5.1 – Estruturas sociais literárias das obras clássicas. (a) J.R.R Tolkien e (b) Homero . . . . .                                                                                                                                                                                                                                             | 71 |
| Figura 5.2 – Distribuições de probabilidade de conexão entre as personagens das obras literárias. (a) J.R.R Tolkien e (B) Homero . . . . .                                                                                                                                                                                                           | 74 |
| Figura 5.3 – Distribuições de centralidade de intermediação das obras literárias clássicas: (A) J.R.R Tolkien e (B) Homero. . . . .                                                                                                                                                                                                                  | 75 |
| Figura 5.4 – Redes sociais online do <i>Facebook</i> com $N = 7853$ usuários efetuando $L = 275414$ relações sociais . . . . .                                                                                                                                                                                                                       | 76 |
| Figura 5.5 – Redes sociais online do <i>Facebook</i> coletada do do banco de dado KONEKT com $N = 45813$ usuários efetuando $L = 183412$ relações sociais . . . . .                                                                                                                                                                                  | 77 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 5.6 – Redes sociais online do <i>Facebook</i> de troca de postagens do banco de dados KONEKT com $N = 60867$ usuários interagindo entre $L = 1048576$ relações sociais. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                  | 78 |
| Figura 5.7 – Distribuição de conectividade entre os indivíduos que compõem as estruturas sociais do <i>Facebook</i> . A linha preta representa o ajuste com o modelo do tipo lei de potência com truncamento exponencial. . . . .                                                                                                                                                                                                       | 80 |
| Figura 5.8 – Distribuições de centralidade de intermediação das estruturas sociais online do <i>Facebook</i> . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 81 |
| Figura 5.9 – Estruturas sociais online do <i>Twitter</i> . Sendo (A) <i>#ferguson</i> com $N = 13825$ e $L = 22507$ , (B) <i>#lavajato</i> com $N = 2652$ e $L = 4626$ , (C) <i>#petrobras</i> com $N = 3465$ e $L = 5083$ , (D) <i>#spagua</i> com $N = 395$ e $L = 864$ , (E) <i>#ripchaves</i> com $N = 9578$ e $L = 13030$ e (F) <i>#davidbowie</i> com $N = 2131$ e $L = 3246$ . . . . .                                           | 83 |
| Figura 5.10–Distribuição de centralidade de intermediação das estruturas sociais do <i>Twitter</i> . Sendo (A) <i>#ferguson</i> com $N = 13825$ e $L = 22507$ , (B) <i>#lavajato</i> com $N = 2652$ e $L = 4626$ , (C) <i>#petrobras</i> com $N = 3465$ e $L = 5083$ , (D) <i>#spagua</i> com $N = 395$ e $L = 864$ , (E) <i>#ripchaves</i> com $N = 9578$ e $L = 13030$ e (F) <i>#davidbowie</i> com $N = 2131$ e $L = 3246$ . . . . . | 85 |
| Figura 5.11–As distribuições de centralidade de intermediação das estrutura sociais do <i>Twitter</i> . (A) <i>#ferguson</i> com $N = 13825$ e $L = 22507$ , (B) <i>#lavajato</i> com $N = 2652$ e $L = 4626$ , (C) <i>#petrobras</i> com $N = 3465$ e $L = 5083$ , (D) <i>#spagua</i> com $N = 395$ e $L = 864$ , (E) <i>#ripchaves</i> com $N = 9578$ e $L = 13030$ e (F) <i>#davidbowie</i> com $N = 2131$ e $L = 3246$ . . . . .    | 86 |
| Figura 5.12–Gráfico de barras das porcentagens de indivíduos que apresentam o paradoxo da amizade nas estruturas sociais literárias e online. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 88 |
| Figura 5.13–Gráfico do histograma bidimensional representando a densidade de indivíduos que satisfazem o paradoxo da amizade. (a) Obras de J.R.R. Tolkien e (b) Homero. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                         | 89 |
| Figura 5.14–Gráfico do histograma bidimensional representando a densidade de indivíduos que satisfazem o paradoxo da amizade das estruturas do <i>Facebook</i> . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                | 90 |
| Figura 5.15–Gráfico do histograma bidimensional representando a densidade de indivíduos que satisfazem o paradoxo da amizade das estruturas do <i>Twitter</i> . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                 | 91 |
| Figura 5.16–Gráfico do comportamento da vulnerabilidade das estruturas sociais literárias. Sendo Tolkien a linha Azul e de Homero a linha Vermelha. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                             | 92 |



|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 5.17–Gráfico do comportamento da eficiência das estruturas sociais literárias.<br>Sendo Tolkien a linha Azul e de Homero a linha Vermelha. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 93  |
| Figura 5.18–Gráfico do comportamento da vulnerabilidade (A) e da eficiência (B)<br>das estruturas sociais literárias com a remoção das porcentagens de<br>indivíduos. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 94  |
| Figura 5.19–Gráfico da vulnerabilidade nas estruturas sociais literárias mediante<br>ataques. Sendo a remoção de comunidades detectadas pelo algoritmo de<br><i>WalkTrap Communities</i> (linha cinza); remoção de um grupo de indiví-<br>duos com o mesmo tamanho das comunidades, seguindo a sequência de<br>grau (linha azul); e remoção de um grupo de indivíduos com o mesmo<br>tamanho das comunidades, de forma aleatória (linha vermelha). (A)<br>J.R.R. Tolkien e (B) Homero. . . . .                  | 96  |
| Figura 5.20–Gráfico da densidade de indivíduos isolados nas estruturas sociais lite-<br>rárias mediante ataques. Sendo a remoção de comunidades detectadas<br>pelo algoritmo de <i>WalkTrap Communities</i> (linha cinza); remoção de um<br>grupo de indivíduos com o mesmo tamanho das comunidades, seguindo<br>a sequência de grau (linha azul); e remoção de um grupo de indivíduos<br>com o mesmo tamanho das comunidades, de forma aleatória (linha<br>vermelha). (A) J.R.R. Tolkien e (B) Homero. . . . . | 97  |
| Figura 5.21–Variação dos parâmetros $\delta^{(0)}$ e $\delta^{(1)}$ referentes a metodologia de remo-<br>ção dos indivíduos seguindo a distribuição de grau (A) e seguindo de<br>forma aleatória (B) com reposição. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 99  |
| Figura 5.22–Variação dos parâmetros $\delta^{(0)}$ e $\delta^{(1)}$ referentes a metodologia de remo-<br>ção de porcentagem de indivíduos seguindo a distribuição de conectivi-<br>dade nas duas estruturas sociais literárias . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                        | 100 |
| Figura 5.23–Variação do parâmetro $\delta^{(0)}$ e $\delta^{(1)}$ com a remoção de porcentagens de<br>indivíduos de forma aleatória nas duas estruturas sociais literárias . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 101 |
| Figura 5.24–Variação do parâmetro $\delta^{(0)}$ e $\delta^{(1)}$ com a remoção das comunidades<br>calculadas pelo algoritmo de <i>Walktrap Communities</i> . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 102 |
| Figura 5.25–Variação do parâmetro $\delta^0$ e $\delta^1$ com a remoção de um grupo de indivíduos<br>que tenha o mesmo tamanho das comunidades . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 103 |
| Figura 5.26–variação do parâmetro $\delta^0$ e $\delta^1$ com a remoção de um grupo de indivíduos<br>que tenha o mesmo tamanho das comunidades, seguindo escolhas aleatórias                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 104 |

Figura A.1 – Esquema de mineração das personagens de um trecho da obra literária A Sociedade do Anel. No passo um, há a identificação no texto das personagens; no passo dois, os nomes das personagens são separados e no passo três são analisadas as três relações sociais definidas (compartilhamento de evento, alusão à relação social e ligação direta) entre as personagens, formando assim a rede social literária. . . . . 111

# Lista de tabelas

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 5.1 – Tabela das propriedades das estruturas sociais literárias das obras de J.R.R. Tolkien e a Odisséia de Homero. Sendo $N$ o número de vértices, $L$ número de arestas, $A$ assortatividade, $T$ transitividade, $\langle k \rangle$ grau médio, $d$ distância de caminho médio, $C$ número de comunidades e $\langle \beta \rangle$ centralidade de intermediação média. . . . . | 73 |
| Tabela 5.2 – Parâmetros de ajustes das distribuições de conectividade das estruturas sociais literárias. Sendo $\nu$ parâmetro de normalização, $\alpha$ deslocamento da curva, $\beta$ parâmetro do truncamento exponencial, $\gamma$ parâmetro do decaimento da lei de potência e $R^2$ coeficiente de Person representando a qualidade do ajuste. . . . .                                | 74 |
| Tabela 5.3 – Parâmetros de ajustes das distribuições de centralidade de intermediação das estruturas sociais literárias. Sendo $\alpha$ parametro de nomalização, $\gamma$ o parâmetro relacionado ao decaimento exponencia e $R^2$ o coeficiente de Pearson                                                                                                                                | 75 |
| Tabela 5.4 – Propriedades das estruturas <i>Facebook A</i> , <i>Facebook B</i> e <i>Facebook C</i> . Sendo $N$ o número de vértices, $L$ número de arestas, $A$ assortatividade, $T$ transitividade, $\langle k \rangle$ grau médio, $d$ distância de caminho médio, $C$ número de comunidades. . . . .                                                                                     | 79 |
| Tabela 5.5 – Parâmetros de ajustes das distribuições das estruturas do <i>Facebook A</i> , <i>Facebook B</i> e <i>Facebook C</i> . Sendo $\nu$ parâmetro de normalização, $\alpha$ deslocamento da curva, $\beta$ parâmetro do truncamento exponencial, $\gamma$ parâmetro do decaimento da lei de potência e $R^2$ coeficiente de Person representando a qualidade do ajuste. . . . .      | 80 |
| Tabela 5.6 – Parâmetros de ajustes das distribuições de centralidade de intermediação das estruturas sociais do Facebook. Sendo $\alpha$ parametro de nomalização, $\eta$ o parâmetro relacionado ao decaimento exponencia e $R^2$ o coeficiente de Pearson                                                                                                                                 | 81 |
| Tabela 5.7 – Propriedades estruturais das redes do <i>Twitter</i> . Sendo $N$ o número de vértices, $L$ número de arestas, $A$ assortatividade, $T$ transitividade, $\langle k \rangle$ grau médio, $d$ distância de caminho médio, $C$ número de comunidades.                                                                                                                              | 84 |
| Tabela 5.8 – Parâmetros de ajustes das distribuições de grau das estruturas sociais do twitter. Sendo $\nu$ parâmetro de normalização, $\alpha$ deslocamento da curva, $\beta$ parâmetro do truncamento exponencial, $\gamma$ parâmetro do decaimento da lei de potência e $R^2$ coeficiente de Person representando a qualidade do ajuste.                                                 | 85 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 5.9 – Parâmetros de ajustes das distribuições de centralidade de intermediação das estruturas sociais do <i>Twitter</i> . Sendo $\nu$ parâmetro de normalização, $\alpha$ deslocamento da curva e o $\eta$ parâmetro do decaimento da lei de potência e $R^2$ coeficiente de Pearson representando a qualidade do ajuste. . . . . | 87 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

# Lista de símbolos

|                     |                                                                              |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| $k_i$               | Grau do vértice ou número de relações sociais do indivíduo $i$ ;             |
| $\langle k \rangle$ | Grau médio do vértice ou número de relações sociais média do indivíduo $i$ ; |
| $p(k)$              | Probabilidade de conectividade do indivíduo $i$ ;                            |
| $p(\beta)$          | Probabilidade de centralidade de intermediação do indivíduo $i$ ;            |
| $A$                 | Assortatividade;                                                             |
| $T$                 | Transitividade ;                                                             |
| $C$                 | Comunidades na rede;                                                         |
| $s^{(0)}$           | Entropia estrutural de ordem zero;                                           |
| $s^1$               | Entropia estrutural de ordem um ;                                            |
| $\delta^{(0)}$      | parâmetro de medida da Entropia estrutural de ordem zero mediante ataques;   |
| $\delta^1$          | parâmetro de medida da Entropia estrutural de ordem um mediante ataques;     |
| $V(g)$              | Vulnerabilidade da estrutura social mediante ataques;                        |
| $E(g)$              | Eficiencia da estrutura social mediante ataques;                             |

# Sumário

|          |                                                                                |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO</b>                                                              | <b>20</b> |
| <b>2</b> | <b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>                                                   | <b>25</b> |
| 2.1      | Estruturas sociais reais                                                       | 25        |
| 2.2      | Relações sociais literárias                                                    | 32        |
| 2.3      | Literatura de John Ronald Reuel Tolkien (J.R.R Tolkien) e sua estrutura social | 35        |
| 2.4      | Odisseia de Homero                                                             | 40        |
| <b>3</b> | <b>TEORIA DOS GRAFOS APLICADA A ESTRUTURAS SOCIAIS</b>                         | <b>42</b> |
| 3.1      | Propriedades Estruturais                                                       | 43        |
| 3.1.1    | Sequência de grau e grau médio                                                 | 43        |
| 3.2      | Distribuição de grau e o modelo de transferências de urnas                     | 44        |
| 3.3      | Distância de caminho médio                                                     | 50        |
| 3.4      | Coeficiente de agrupamento                                                     | 51        |
| 3.5      | Assortatividade                                                                | 52        |
| 3.6      | Centralidade de intermediação                                                  | 53        |
| 3.7      | Paradoxo da amizade                                                            | 56        |
| 3.8      | Comunidades                                                                    | 60        |
| 3.9      | Entropia Estrutural                                                            | 62        |
| <b>4</b> | <b>ESTRATÉGIA PARA ATAQUES EM ESTRUTURAS SOCIAIS</b>                           | <b>64</b> |
| 4.1      | Vulnerabilidade de estruturas sociais                                          | 64        |
| 4.2      | Eficiência e Vulnerabilidade em rede sociais                                   | 64        |
| 4.3      | Entropia como medida de vulnerabilidade da estrutura social                    | 66        |
| 4.4      | Estratégia de ataques                                                          | 66        |
| 4.4.1    | Ataques locais com reposição                                                   | 67        |
| 4.4.2    | Remoção de porcentagens de indivíduos sem reposição                            | 68        |
| 4.4.3    | Ataques por comunidades com reposição                                          | 69        |
| <b>5</b> | <b>RESULTADOS</b>                                                              | <b>71</b> |
| 5.1      | Análise estrutural                                                             | 71        |
| 5.2      | Paradoxo da amizade em estruturas literárias                                   | 88        |
| 5.3      | Vulnerabilidade e eficiência das estruturas sociais                            | 91        |
| 5.3.1    | Ataques locais                                                                 | 92        |

|       |                                                                      |                |
|-------|----------------------------------------------------------------------|----------------|
| 5.3.2 | Ataques globais . . . . .                                            | 93             |
| 5.4   | <b>Análise da entropia mediante metodologia de ataques . . . . .</b> | <b>98</b>      |
| 6     | <b>CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS . . . . .</b>                       | <b>106</b>     |
| 6.1   | Conclusão . . . . .                                                  | 106            |
| 6.2   | Trabalhos Futuros . . . . .                                          | 108            |
|       | <br><b>APÊNDICES . . . . .</b>                                       | <br><b>109</b> |
|       | <b>APÊNDICE A – CONSTRUÇÃO DAS ESTRUTURAS SOCIAIS . . . . .</b>      | <b>110</b>     |
| A.1   | Estruturas sociais online . . . . .                                  | 110            |
| A.2   | Construção das estruturas sociais literárias . . . . .               | 110            |
|       | <br><b>APÊNDICE B – SOFTWARES DE ANÁLISES E ALGORITMOS . . . . .</b> | <br><b>112</b> |
| B.1   | Pacote Igraph em linguagem R . . . . .                               | 112            |
| B.1.1 | WalkTrap Communities pacote Igraph . . . . .                         | 112            |
| B.2   | Software Gephi . . . . .                                             | 112            |
| B.3   | Algoritmo de Dijkstra . . . . .                                      | 113            |
| B.4   | Algoritmo de centralidade de intermediação . . . . .                 | 114            |
|       | <br><b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>                                     | <br><b>116</b> |

# 1 Introdução

Uma rede social é definida como um conjunto de pessoas que estão familiarizadas umas com as outras, interagindo nas mais diversas formas. Exemplos desses conjuntos são: escolas, universidades, empresas, famílias, etc. Matematicamente, uma rede social é representada por um conjunto de pontos ou vértices (que são as pessoas inseridas no contexto social) e por ligações entre seus pares (que são as relações sociais entre essas pessoas). Dependendo do número de pessoas dentro de uma rede social e de como se relacionam, teremos uma infinidade de ligações que resultam em uma estrutura não trivial, que denominaremos de rede complexa. Além do ponto de vista social, as aplicações dessas estruturas são inúmeras, destacando-se na literatura científica a propagação de informações e de epidemias ([COHEN; HAVLIN, 2010](#)), ([AHN et al., 2007](#)), ([POW et al., 2012](#)).

Um estudo empírico célebre sobre as relações sociais e a propagação de informação é o do sociólogo Stanley Milgram. Em suas pesquisas, concluiu que, no mundo, são necessários apenas seis laços de amizade, em média, para que duas pessoas quaisquer estejam ligadas. Stanley chegou a essa conclusão por meio de um experimento, conhecido como experimento de Milgram, em que cada indivíduo recebia uma carta identificando a pessoa alvo e deveria enviar uma nova carta para a pessoa identificada, caso a conhecesse, ou para uma pessoa qualquer de suas relações que tivesse maior chance de conhecer a pessoa alvo. A pessoa alvo, ao receber a carta, deveria enviar uma carta para os responsáveis pelo estudo. O objetivo desse envio de cartas era identificar o número de laços existente entre duas pessoas quaisquer ([MILGRAM, 1967a](#)),([NEWMAN, 2003](#)).

Trabalhos como o de Milgram podem revelar detalhes das estruturas sociais, sendo, portanto, cruciais para o entendimento do seu comportamento. Outros trabalhos restringem as redes sociais a redes de amizades entre membros do ensino médio, de universidades, de comunidades religiosas ou científicas a fim de analisar o comportamento das relações sociais entre os integrantes de tais comunidades.

Entretanto, há duas dificuldades na formação dessas estruturas sociais. A primeira é o mapeamento de todas as pessoas contidas em determinada comunidade, que se torna inviável na medida em que aumenta o número de integrantes. Por exemplo, mapear todas as pessoas da América do Sul e suas relações sociais é muito mais complexo do que mapear os estudantes de uma sala de aula e suas relações. A segunda é a sensibilidade à definição de relação social entre os indivíduos, ou seja, dependendo dos critérios utilizados para definir as relações sociais, geram-se estruturas sociais distintas dentro de um mesmo grupo analisado ([NEWMAN, 2003](#)).



Tais estruturas podem englobar diversos níveis sociais, como por exemplo, a interação de atores que trabalharam em um mesmo filme. Um famoso estudo relacionado a esse exemplo foi o do pesquisador de ciência da computação Brett Tjaden, que definiu o número de Bacon (um exemplo simples da interação social na comunidade artística). Por meio desse número, consideram-se as ligações entre atores que atuaram em um mesmo filme, objetivando descobrir o número de atores que seria necessário para que um deles conhecesse o ator Kevin Bacon. Por exemplo, a atriz brasileira Fernanda Montenegro possui um Número de Bacon igual a 2, devido ao fato de que atuou em “O Amor Nos Tempos do Cólera” com o ator Benjamin Bratt que, por sua vez, atuou com Kevin Bacon em “O Lenhador” (TJADEN; WASSON, 2002), (HAYES, 2000).

Exemplos clássicos das dificuldades para estabelecer as ligações sociais são as encontradas em uma sala de aula, pois, dependendo do critério utilizado, podem-se gerar estruturas bastante distintas, o que dificulta a análise da estrutura social que compõe a comunidade da sala de aula como um todo. Portanto, um ponto fundamental para evitar erro em tal análise, é definir a relação social entre os pares de indivíduos que compõem a estrutura social.

Uma definição dada por Coleman (COLEMAN, 1957) é a de que uma relação social é baseada no ato de amizade entre indivíduos, ou seja, se uma pessoa é amiga de outra será definido um vínculo social. Essa definição possibilitou a análise da estrutura social entre alunos dos colégios norte-americanos de Green Junction, Marketville, Elmtown e Maple Groove. Essa análise consistia em solicitar que o entrevistado respondesse a um questionário relatando se possuía um vínculo de amizade com outros integrantes da instituição que frequentava, formando assim uma estrutura social em que o vínculo era a amizade. Desde que a declaração fosse mutua entre dois indivíduos.

Outra definição é aquela utilizada pelos *sites* de relacionamentos (chamados de redes sociais virtuais) para estabelecer vínculos sociais. Dentre essas redes, duas são as mais famosas: a primeira é a rede social online Facebook que possui como critério de relação social o ato de determinado usuário estar inserido no perfil de outro ou de dois usuários – ainda que não estejam inseridos um no perfil do outro – trocarem mensagens entre si; a segunda é o *microblogging* denominado Twitter, em que o vínculo social é definido como o ato de seguir outros usuários ou quando se menciona alguém em suas postagens com as famosas *hashtags*. Logo, para o mundo virtual, o vínculo social é definido como a interação entre perfis que representam as pessoas, que podem ou não se conhecerem no mundo real. Para efeito de nomenclatura, a partir de agora chamaremos os *sites* de relacionamento acima de redes sociais reais.

Mais uma definição possível é aquela presente em obras literárias, nas quais pode-se

ou não formar uma estrutura social que se assemelhe a uma real (CARRON; KENNA, 2013). Carron e Kenna analisaram diversas obras literárias e suas estruturas, em especial as mitológicas (gregas e nórdicas), e estudaram as interações entre as personagens de tais obras, concluindo que elas apresentam uma mesma estrutura social fundamental. Tal conclusão foi baseada nos parâmetros clássicos da teoria dos grafos (CARRON; KENNA, 2012).

Dentre esses parâmetros destacam-se: a distribuição dos vínculos sociais entre os indivíduos inseridos na estrutura social; a tendência das ligações entre os pares de pessoas; o número médio das relações sociais por indivíduo; o quanto um indivíduo é intermediador entre outros dois na estrutura; a formação de comunidades sociais; a distância média entre as pessoas; etc. No entanto, o de maior relevância é o primeiro (a distribuição de conectividade entre as pessoas que compõem a estrutura social), devido ao fato de que, uma vez analisada a forma como as conexões se distribuem na rede, é possível entender como esses elementos se agrupam e quem é o mais conectado, ou seja, baseado nas relações sociais estabelecidas, quais seriam os indivíduos mais conhecidos. Segundo (ALBERT; BARABÁSI, 2002) e colaboradores, a distribuição de conectividade dessas estruturas segue uma lei de potência que descreve a distribuição das conexões entre os elementos, não somente na área social, mas também nas áreas biológicas. As redes que seguem essa distribuição são denominadas livres de escala.

Essa definição, porém, não se aplica a alguns fenômenos, por apresentarem uma distribuição ligeiramente distinta da apresentada pela literatura científica, ou seja, as distribuições de conectividade em ambas as estruturas sociais (reais e literárias) seguem uma outra lei, denominada lei de potência com truncamento exponencial, que foi proposta por Fenner e colaboradores (FENNER et al., 2005). Essas distribuições são uma extensão do modelo de Simons (SIMON, 1955), que descreve o processo estocástico da transferência de esferas (que simbolizam as pessoas) entre urnas, formando pinos (que simbolizam o número de relações sociais). Essa transferência gera, em cada processo, o acréscimo de um pino, culminando em um histograma das conexões que um indivíduo efetua quando inserido em uma rede social.

O modelo de Simons foi desenvolvido com base no processo de transferência de caixas, inicialmente proposto por Paul e Tatiana Ehrenfest, em um experimento realizado no ano de 1907, o qual confronta a segunda lei da termodinâmica (SIMON, 1955). Esse experimento consiste em duas urnas A e B, ligadas por uma pequena abertura. No início,  $N$  esferas estão na urna A e a urna B está vazia. A cada instante de tempo, uma esfera troca de compartimento, simulando assim a difusão de um gás monoatômico, estimando assim o tempo gasto para a configuração do sistema voltar ao estado inicial. Por fim, foi possível

concluir que demoraria mais do que a idade do universo para que tal fato acontecesse, comprovando o modelo de Boltzmann ([EHRENFEST, 2002](#)). Esse modelo de troca de urnas está inserido em uma mesma classe de universalidade dos modelos matemáticos da física estatística. Um exemplo é a função de energia livre por spin de um ferromagneto, que é descrita como a soma de uma parte singular e de uma parte regular, e é na parte regular que, de acordo com a hipótese de escala ou de homogeneidade, supõe-se que ela obedeça a família das funções do tipo lei de potência ([GLERIA et al., 2004](#)). Então, utilizar o modelo de lei de potência com truncamento exponencial permite determinar parâmetros que caracterizam a forma de conectividade de usuários nas redes sociais reais, nas virtuais (*Facebook* e o *Twitter*) e naquelas encontradas na literatura científica.

Todas essas análises clássicas de estudos de redes sociais possibilitam detectar o paradoxo da amizade que foi descoberto pelo sociólogo Scott Feld nos seus estudos sobre propriedades de redes sociais ([FELD, 1991](#)). Feld calculou o número médio de amigos que uma pessoa possuía na rede social e comparou-o com o número médio de amigos que um dos amigos dessa determinada pessoa possuía. Contrariando as expectativas, Feld constatou que o segundo número é sempre maior que o primeiro. Em outras palavras, seus amigos, em média, têm mais amigos que você. Uma característica desse efeito é o comportamento das ligações sociais que as pessoas realizam entre si, ou seja, a forma como as relações sociais são definidas pela distribuição das conectividades entre as pessoas que fazem parte de uma estrutura social.

Os cientistas Eom e Jo, ao analisar redes de coautoria de artigos científicos, generalizaram o paradoxo e buscaram condições matemáticas nas quais ele ocorre. Eles afirmaram que o paradoxo está ligado ao fato de como as pessoas estão se relacionando, ou seja, como está sendo definido o vínculo social entre elas ([EOM; JO, 2014](#)).

Os pesquisadores Christakis e Fowler utilizaram o paradoxo da amizade para analisar a propagação do vírus da gripe. Nesse estudo, foram convidados 319 estudantes da Universidade de Harvard que, por sua vez, escolheram um total de 425 amigos. Nessa análise, tanto através de uma autoavaliação, quanto por meio de análise dos dados do serviço de saúde de *Harvard*, observou-se que, em média, no grupo de amigos, a gripe se manifestou mais rápido do que em um grupo de pessoas que se relacionaram ao acaso ([ARNEY, 2014](#)).

Portanto, os parâmetros clássicos da teoria dos grafos são de extrema importância para a caracterização de redes sociais reais e literárias (de obras clássicas), sendo que, especialmente nestas, podem haver características da organização social que cada autor desejar propor em sua obra. Além disso, tanto as redes sociais reais como as literárias podem apresentar resultados relevantes que diferem dos propostos pela literatura científica

de redes sociais.

Segundo (WASSERMAN; FAUST, 1994), (SCOTT, 2012), (NEWMAN et al., 2001), (AMARAL et al., 2000), (ALBERT et al., 1999), (FOSTER et al., 1963), (FARARO; SUNSHINE, 1964) as distribuições de conectividade entre indivíduos em tais estruturas sociais são do tipo lei de potência, o que caracteriza a estrutura como um modelo livre de escala. Contudo, as distribuições que propomos neste trabalho vão de encontro a essa lei, pois nossos resultados possuem mais concordância com as estruturas sociais encontradas por meio da lei de potência com truncamento exponencial. Logo, ao utilizar essa lei, podemos comparar as estruturas sociais (reais e literárias) com maior aproximação.

Outro resultado relevante que obtivemos foi a possibilidade de detectar a variação da distância entre as personagens das obras (que é, em média, de aproximadamente 2). Ao retirarmos um conjunto mitológico de personagens da estrutura social em diversas obras clássicas, observamos que tal distância média aumenta para aproximadamente 4 (que é a encontrada nas estruturas sociais reais). Portanto, essa variação do caminho médio nas estruturas sociais literárias é um indicativo do atributo da onipresença do conjunto mitológico. Tal atributo é perfeitamente inserido pelos dois autores estudados neste trabalho ao criarem os enredos de suas obras. São eles: Homero (em sua obra “Odisseia”, que data do final do século VIII a.C.) e John Ronald Reuel Tolkien (J.R.R. Tolkien) (em suas obras “O Silmarillion”, de 1892; “O Hobbit”, de 1892 e a trilogia de “O Senhor dos Anéis”, de 1954).

Com isso, temos como objetivo principal estabelecer os parâmetros para a caracterização de redes sociais, tanto na literatura (nas obras literárias), quanto no mundo real, além de definir os possíveis vínculos sociais em obras literárias, que possam gerar estruturas sociais semelhantes às redes reais.

Esta tese foi dividida em seis capítulos. No segundo capítulo, será abordada a fundamentação teórica; no terceiro, a metodologia utilizada; no quarto, a metodologia para ataque nas estruturas sociais; no quinto, os resultados obtidos, e no sexto a conclusão. Os anexos são: a metodologia de criação das redes sociais, a coleta de dados nas redes reais virtuais e o desenvolvimento matemático para o modelo de Simons, que descreve o processo estocástico da transferência de esferas.

## 2 Fundamentação Teórica

### 2.1 Estruturas sociais reais

Nos últimos anos, os estudos sobre redes sociais vêm despertando o interesse dos pesquisadores nas mais diversas áreas do conhecimento, pois as estruturas formadas pelo agrupamento de indivíduos possibilitam a compreensão de como as pessoas se organizam na sociedade. Portanto, essas estruturas denominam-se redes sociais, que, de forma intuitiva são agrupamentos de indivíduos (ou de quaisquer elementos que possam ser individualizados) que estejam ligados por meio de algum vínculo social, também conhecido como relação social. Essas relações são a base da estrutura social e possuem um comportamento sensível, pois a cada definição utilizada, um mesmo agrupamento possui várias estruturas sociais distintas.

Portanto, para podermos estudar tais agrupamentos, precisamos definir primeiramente os vínculos sociais, para que possamos atribuir as relações sociais entre os indivíduos de um determinado grupo. Há diversas definições sociológicas para relações sociais, porém, a que mais se destaca é a do sociólogo Max Weber, que diz que a relação social é definida como reciprocidade, na medida em que duas ou mais pessoas baseiam seus comportamentos nas expectativas umas das outras. Ou seja, a relação social é a característica principal para a formação de uma rede social intrincada de ações que se orientam umas pelas outras, e o que a mantém perdurando é a expectativa dos indivíduos, que é a força social responsável por manter os grupos humanos reunidos.

Outra definição de relação social é a proposta pelo sociólogo James S. Coleman, em 1961, com a obra *Adolescent Society: The Social Life of the Teenager and Its Impacto in Education*. Nesse trabalho, ao estudar as organizações sociais fechadas que existem em escolas, e mais especificamente, as interações sociais entre os alunos de tais escolas, Coleman propôs um questionário em que o aluno entrevistado, ao responder várias perguntas, relatava se possuía ou não algum amigo na instituição em que estudava. Portanto, Coleman definiu que o vínculo social era a amizade entre alunos da instituição de ensino (COLEMAN et al., 1964).

A figura 2.1 representa a estrutura social que Coleman obteve ao analisar as respostas de tal questionário, aplicado na escola para meninos de MarketVille, no Centro Oeste dos Estados Unidos. O total de alunos que responderam ao questionário foi de 152 alunos, que se relacionavam por 165 vínculos de amizade.

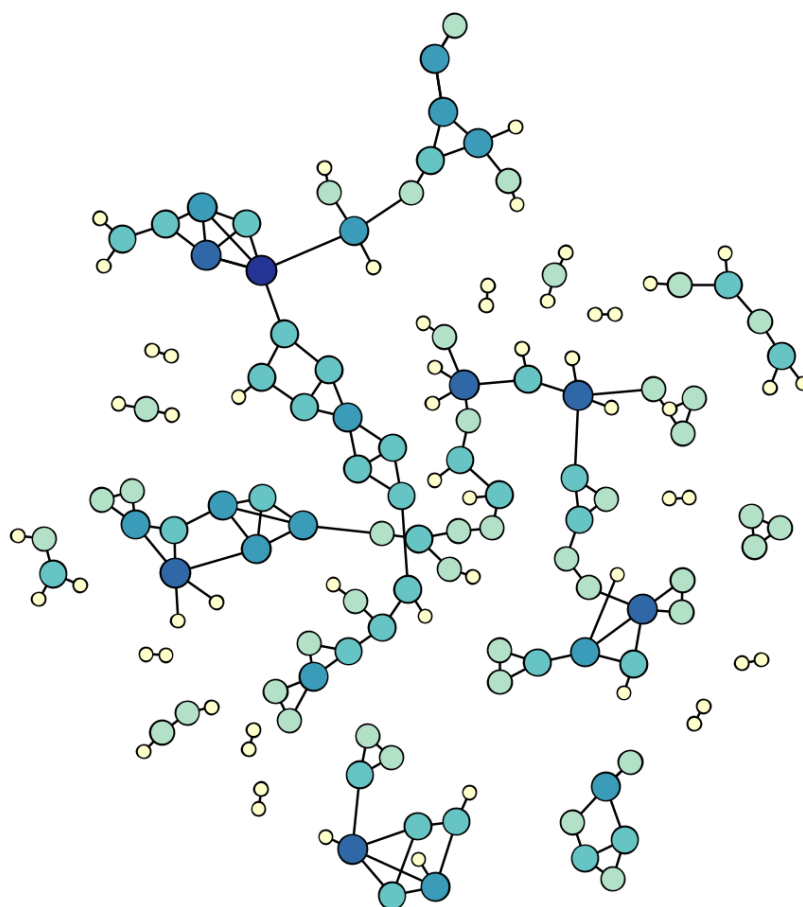


Figura 2.1 – Estrutura social do colégio norte-americano para meninos da cidade de Marketville. Os círculos representam os alunos que responderam ao questionário proposto por Coleman. O tamanho e a cor representam os alunos mais influentes sobre esse vínculo social da amizade (quanto maior o círculo e mais escura sua cor, mais influente é aquele aluno). As ligações representam as relações sociais entre os alunos.. Fonte: Adaptado de (COLEMAN et al., 1964).

Fonte: O autor.

Coleman, ao definir a relação social, por meio desse trabalho, pôde concluir que os alunos mais influentes eram os destacados em práticas desportivas e que a comunidade de alunos que preferiam a vida acadêmica era menor e, principalmente, que a maioria das relações sociais de amizade influenciava não somente na sociedade dentro da escola mas também fora dela (COLEMAN et al., 1964).

Já segundo Wasserman, uma estrutura social caracteriza-se pelas relações sociais que um grupo de indivíduos possui e se eles relacionam-se por meio dos denominados laços sociais. Esses laços podem ser definidos como a ligação estabelecida entre os pares de indivíduos que compõem uma sociedade. Exemplo desses laços são: amizades, transações

econômicas, relações formais (autoridade), relações biológicas, migrações, mobilidades físicas, etc. Ou seja, as relações sociais atribuídas entre os pares de indivíduos dependerão do laço escolhido para se formar a estrutura. Portanto, as relações sociais permitem estudar a interação dos indivíduos dentro de uma sociedade (WASSERMAN; FAUST, 1994).

Muitos outros estudos sobre o tema foram realizados, considerando os laços estabelecidos entre os grupos sociais. Exemplo desses estudos são: mobilidade ocupacional (BREIGER, 1990); impacto da urbanização (FISCHER, 1982); sistemas políticos e econômicos (SNYDER, 1979); ciências sociais (MULLINS, 1973), (MULLINS et al., 1977) e muitos outros.

Segundo Laumann, Marsden e Presky (1989), a relação social entre dois indivíduos pode ser definida de duas maneiras. A primeira refere-se a uma aproximação mais real, que se concentra nas relações percebidas pelos próprios indivíduos. Exemplo de uma estrutura que demonstra essa definição são as gangs de rua (entidades sociais cujos membros possuem o conhecimento que pertence a essa gang). Dessa maneira, em tais estruturas, as relações sociais ocorrem intuitivamente entre os indivíduos pertencentes àquele grupo. A segunda refere-se a uma aproximação nominalista, que se baseia em conceitos teóricos de pesquisa. Um exemplo seria construir uma estrutura de computadores que se comunicassem, para estudar e analisar o fluxo de informação entre eles. Em tal estrutura, os vínculos sociais já seriam pré-determinados para a realização de estudos específicos (LAUMANN et al., 1989).

Barnes, 1972, distingue as relações sociais entre os pares de indivíduos como sendo as atitudes tomadas pelos indivíduos com relação a determinado grupo de pessoas (BARNES, 1972). Especificamente, os tipos de relações que um indivíduo efetua são: relações individuais, transações de materiais, meios de comunicação, relações (informais e formais), relações de parentesco, etc.

As relações individuais são denominadas de sentimentais, pois um indivíduo as estabelece com um grupo de pessoas. Estas são uma das principais relações sociais estudadas pela sociologia, visto que refletem o histórico que o indivíduo possui quando se insere em um determinado grupo (MORENO, 1934), (DAVIS, 1970) e (DAVIS; LEINHARDT, 1972).

As transações de materiais são caracterizadas pelas importações e exportações de mercadorias, troca de presentes, venda de itens em um comércio. Elas são características das relações sociais comerciais, muito aplicadas em estruturas administrativas de comércio exterior (GALASKIEWICZ; MARSDEN, 1978), (GALASKIEWICZ, 1979), (LAUMANN et al., 1989).



Os meios de comunicação possibilitam efetuar relações sociais a longa distância, nas quais se pode analisar a difusão de informação entre os indivíduos de um dado grupo. Esse meio de comunicação subentende todos os meios de comunicações que o grupo de indivíduos possui, como por exemplo, celulares, computadores, cartas, etc (COLEMAN et al., 1964) (ROGERS, 1979), (MICHAELSON, 1990). A definição dessa relação social possibilitou estudos como o de Milgram (MILGRAM, 1967b), para analisar os graus de separação entre indivíduos em uma comunidade norte-americana.

As relações informais envolvem as interações físicas entre os indivíduos presentes em um mesmo local. Exemplos delas são conversação entre pessoas em uma festa, visitas à casa de pessoas, etc. Já as formais são as que ditam as relações sociais quando se há poder e autoridade de um indivíduo sobre outros. Tais relações são observadas em empresas, escolas, hospitais, etc. Ou seja, são as relações sociais em que se tem hierarquia no grupo (WHITE, 1961).

Por fim, as relações de parentesco são definidas pelas relações que ocorrem entre os indivíduos de uma família. Por meio delas, tais indivíduos estabelecem vínculos dentro dessa estrutura social que possui caráter dinâmico, pois cresce com o tempo à medida que lhe são inseridos novos elementos, como por exemplo o nascimento de filhos e os casamentos (WHITE, 1963), (BOYD, 1969).

LaSalle também contribui com a definição de relação social. Para ele, a relação social é definida em quatro estágios, que são: orientação, troca afetiva exploratória, intercâmbio afetivo e troca instável. A orientação caracteriza a relação que o indivíduo desenvolve ao revelar informações básicas sobre si para os outros, não havendo informação suficiente para uma conversa. A troca afetiva exploratória é definida quando os indivíduos começam a obter uma melhor compreensão da personalidade dos outros com o ato da conversa. A informação trocada nessa relação social é mais detalhada nesse processo. O intercâmbio afetivo é o estágio em que a relação social se torna mais íntima. Ou seja, a troca de informação é mais pessoal e a conversação é mais confortável entre os pares de indivíduos. E, por último, a troca instável (fase na qual a relação social é mais forte). Há uma total abertura para falar sobre todos os aspectos da vida – as pessoas desenvolvem expressões idiomáticas que tornam a conversa mais pessoal e ambígua (TAYLOR, 1969).

Portanto, considerando a existência de tantas definições de estruturas sociais, desenvolvidas por diversos estudiosos, podemos estabelecer que as relações sociais são definidas pelas características dos indivíduos e por suas interações com grupos de indivíduos. Ao analisar as particularidades de tais estruturas sociais, possivelmente formar-se-ão estruturas mais próximas da realidade.

No entanto, com o avanço da tecnologia e com a popularização da internet a



partir do século XXI, outro tipo de comunicação começou a ganhar espaço: os sites de relacionamento, também denominados de redes sociais online. Atualmente, a variedade de produtos desse mercado é enorme, apresentando inclusive categorias para os mais diversos usuários. As relações sociais nessas estruturas podem ser definidas por interesses por assuntos, visões políticas, atividades em comum, etc. Portanto, podemos definir uma estrutura social online como um serviço baseado na construção de perfil (público ou semipúblico) dentro de um sistema limitado, articulando uma lista de usuários com quem se pode compartilhar uma conexão dentro do sistema. A natureza dessas conexões pode variar de site para site.

Um benefício que as redes sociais online permitem é desenvolver e manter relacionamentos com indivíduos que se localizam perto ou não geograficamente. Quando se trata de localização, as redes sociais online permitem uma aproximação de familiares, casais e amigos através dos perfis inseridos nessas estruturas sociais. Exemplos destas estruturas sociais online são *Facebook*, *MySpace*, *Twitter*, *Linkedin*, *Researchgate*, *Cyworld*, *Bebo*, *Google+*, *Tumblr*, *Youtube*, etc. Embora com finalidades distintas, as estruturas sociais formadas por esses sites possuem vínculos em comum, que são as interações entre perfis de pessoas que se conheçam ou não pessoalmente, ou seja, a conexão entre indivíduos estranhos e conexões latentes que possuem alguma conexão desligada dos demais.

Duas redes sociais que possuem grande destaque são o *Facebook* e o *Twitter*. A primeira possui destaque devido ao número de usuários, que já ultrapassou a escala de 1,2 bilhão de pessoas com perfil ativo, fazendo dela a maior rede social do mundo. Já a segunda destaca-se por possuir aproximadamente 284 milhões de usuários, porém com o diferencial da utilização para manifestações e reclamações. Ao contrário do *Facebook*, o *Twitter* é mais limitado, pois suas mensagens podem conter no máximo 140 caracteres. No entanto, essas duas redes possuem uma característica em comum, que é o fato de o usuário precisar de um perfil para a interação com outros usuários. Logo, por meio de tais interações de perfis, os usuários encontram uma maneira de aumentar as suas conexões com diversos tipos de pessoas que possuam características comuns a eles. Isso possibilitou o aumento do número de comunidades que tratam de diversos assuntos, como música, livros, vídeos, etc.

Em suma, podemos extrair três vínculos sociais que definem as relações dadas por essas estruturas online. Esses vínculos são: a interação entre perfis de usuários que se conheçam pessoalmente ou não; a troca de mensagens públicas de um perfil para outro; e a menção de um perfil em uma mensagem pública.

A interação entre perfis é a relação social que consiste em indexar os perfis de usuários que aceitam um convite para que possam trocar informações que estão contidas

em uma *timeline*. O processo consiste em um usuário enviar um convite para outro usuário, que irá aceitar o convite. Nesse caso, ambos os usuários terão acesso às informações que estão contidas em suas *timelines*<sup>1</sup>. Essa ação caracteriza a relação social de amizade entre os usuários. Porém, essa relação de amizade não necessita que os usuários da rede se conheçam pessoalmente, como definido nas relações sociais anteriores. A própria estrutura social online sugere pessoas que talvez se conheçam com base na lista de pessoas inseridas em cada perfil.

A troca de mensagens públicas, também denominada de postagens, consiste no fato de os usuários escreverem mensagens em *timelines*. Nesse caso, o usuário não precisa estar inserido no perfil do usuário para quem se envia a mensagem, ou seja, pode escrever uma postagem na *timeline* de um outro usuário qualquer, mesmo que este não esteja em sua estrutura social (desde que o perfil do usuário-alvo seja público e possibilite tal ação). Essa ação também é caracterizada como vínculo social na estrutura online. Esse vínculo é muito utilizado nos fóruns de discussões que a própria estrutura social disponibiliza. Exemplo são as páginas de discussões encontradas no *Facebook* que tratam de diversos assuntos, como música, livros, pensamentos, etc. A figura 2.2 representa a estrutura social formada com as relações sociais de amizade no *Facebook* e as cores simbolizam comunidades na estrutura social.

---

<sup>1</sup> O termo *timeline* é bastante conhecido entre os usuários das redes sociais na internet, como o Facebook, Twitter e Instagram. Trata-se da ordem das publicações feitas nas plataformas sociais online, ajudando o internauta a se orientar, exibindo as últimas atualizações feitas pelos seus amigos.

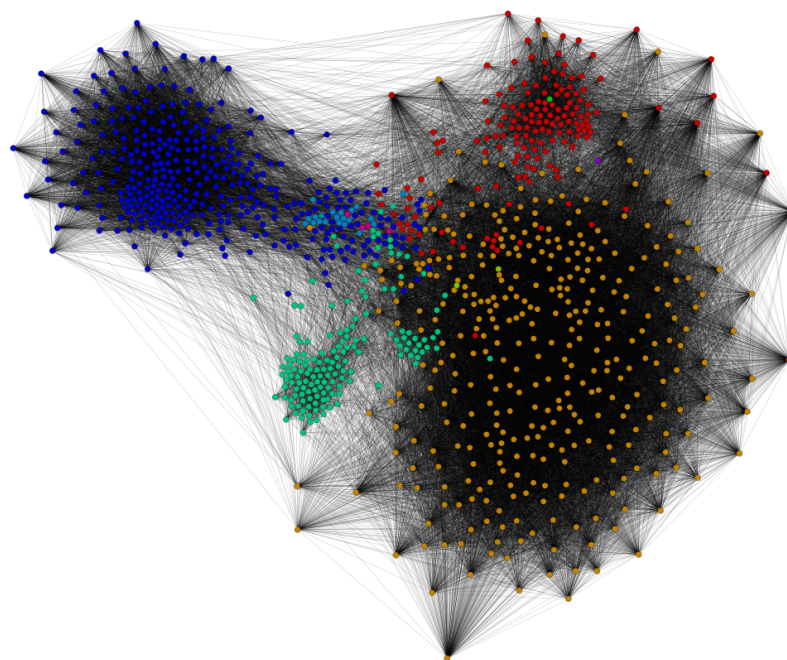


Figura 2.2 – Representação da estrutura social de *Facebook* com o vínculo social de interação de perfis dos usuários. As comunidades simbolizam as pessoas que estão inseridas em páginas de estilos musicais.

Fonte: O autor.

Por último, a relação social denominada de menção de usuários. Esse vínculo é a troca de mensagens característica da estrutura de microblogging que o *Twitter* disponibiliza para seus usuários. Para haver um vínculo entre os usuários, há a necessidade de um atributo, ou seja, uma hashtag (#) que caracteriza um assunto que esteja em discussão na estrutura social. Exemplo disso é a hashtag que discutiu a falta de água no estado de São Paulo em 2015. Um número determinado de pessoas discutiam como o governo tratava o problema do reservatório e do saneamento básico. Todas as pessoas que discutiam tal assunto, eram vinculadas por uma relação social que consistia no uso da hashtag, *#PSDBsecouSP*. Essa estrutura é ilustrada na figura 2.3

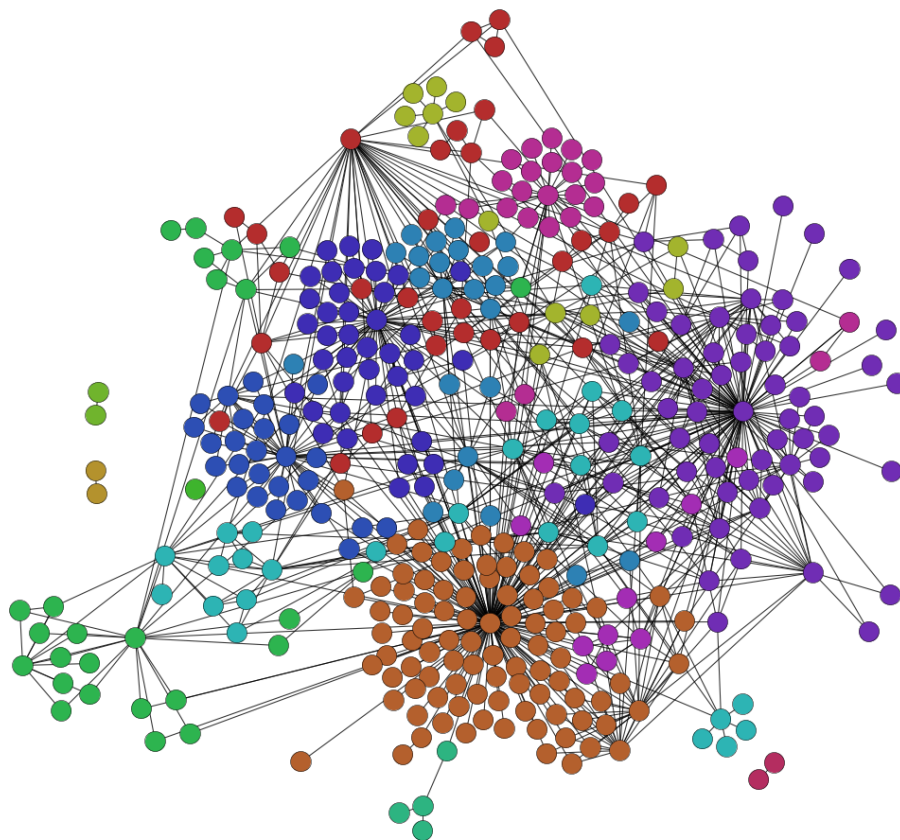


Figura 2.3 – Representação da estrutura social *Twitter* com o vínculo social dado pela *hashtag*:#PSDBsecouSP, as cores representam as comunidades de discussão entre os usuários sobre o tema.

Fonte: O autor.

## 2.2 Relações sociais literárias

Um ramo da ciência que vem crescendo é a análise de obras literárias, visando a compreender seus aspectos físico-matemáticos e computacionais (CARRON P. M. KENNA, 2013). Essas análises permitem emergir diversos tipos de padrões em textos clássicos. Exemplos delas são a semântica das palavras, palavras de coocorrência em um texto e a análise de substantivos próprios (nomes de pessoas, divindades, etc.). Os substantivos próprios são uma classe de palavras utilizada para designar seres individuais e específicos, particularizando-os dentro de sua espécie e distinguindo-os dos restantes em uma obra literária. Ou seja, podemos analisar obras literárias considerando as personagens (substantivos próprios) e suas possíveis relações sociais. Nesse contexto, em quais obras se pode analisar as estruturas sociais e as relações entre as personagens? E quais as relações sociais

que podem definir as interações entre as personagens?

Segundo (CARRON P. M.; KENNA, 2012), a resposta para a primeira pergunta seria: obras literárias que possuam variedades de culturas, narrativas mitológicas e o fenômeno de monomito. De acordo com o antropólogo Joseph Campbell, define-se monomito como a jornada cíclica de um herói, sendo constituído de três partes. A primeira, denominada de partida, define como o herói aspirante seguirá sua jornada, ou seja, o chamado para a aventura. A segunda é definida como iniciação, nessa etapa existem várias aventuras do herói ao longo de sua jornada. E por último, o retorno do herói a sua casa com o conhecimento e os poderes que adquiriu ao longo da sua jornada (CARRON P. M. KENNA, 2013).

Exemplo de obras que seguem a definição de monomito são as histórias de Prometeu, Osíris, Buda e Jesus Cristo. Há ainda, A Odisseia, de Homero, que apresenta repetições frequentes da fase de iniciação; a narrativa mitológica da lenda de Beowulf (que narra os feitos do herói épico escandinavo Beowulf); a *Ilíada* (poema grego atribuído a Homero) e *Tain Bó Cúailnge* (épico irlandês).

Ainda segundo Carron e Kenna, em seu trabalho intitulado *Viking Saga: Six degrees of Icelandic separation*, a segunda pergunta poderia ser respondida levando-se em consideração que as relações sociais literárias apresentam duas formas. A primeira é definida com base na amizade entre as personagens. Essa relação social é estabelecida com o ato de conversa entre amigos e familiares. A segunda é definida por meio da hostilidade que surge em conflitos entre as personagens, como guerras e brigas em geral. Essas duas relações sociais constituem os vínculos sociais em escrituras de obras literárias históricas medievais que relatam as cruzadas vikings pelas terras europeias.

(ALBERICH et al., 2002), define as relações sociais entre os pares de personagens da literatura do universo Marvel como sendo o aparecimento de duas ou mais personagens em uma mesma revista em quadrinhos. Nesse trabalho, foram analisadas 12942 revistas em quadrinhos, totalizando 6483 personagens coletadas, que possibilitaram analisar a formação de comunidades de heróis e também o comportamento das ligações que as personagens efetuavam. Outra análise importante foi a de personagens mais conectadas, que são os heróis mais conhecidos do universo Marvel e cujas aventuras, mais tarde, viriam a se tornar filmes.

Outra definição de relação social em obras literárias é a proposta por Grayson e colaboradores. Nesta, duas ou mais personagens são vinculadas quando conversam. Nesse trabalho foram consideradas as obras clássicas que estão contidas no projeto Gutenberg que é um esforço voluntário para digitalizar, arquivar e distribuir obras literárias que foi fundado em 1971. Dentre os escritores que compõem esse projeto estão a escritora Jane

Austin e o escritor Charles Dickens, que foram os autores selecionados para a formação das estruturas sociais neste estudo. Tais estruturas sociais encontradas nas obras clássicas desses escritores mostraram uma aproximação delas com as estruturas sociais reais que lhes serviram de base. E, ainda, confirmaram a hipótese de que a complexidade da estrutura social está ligada à complexidade da obra literária (GRAYSON et al., 2016).

Miranda e colaboradores propõem uma definição específica para as relações sociais (considerando obras mitológicas). O caso estudado foi o poema épico de Homero intitulado “A Odisseia” em que foram considerados dois vínculos sociais para as personagens que constituem a obra. O primeiro ocorre quando duas ou mais personagens conversam, trocando alguma informação. Nesse vínculo, é estabelecida uma ligação social direta entre as personagens. O segundo ocorre quando uma personagem fala sobre outra personagem para um terceiro (descrevendo-o em detalhes), fazendo com que este, mesmo sem conhecer a personagem de quem se fala, possa ter uma abstração de como seriam os traços físicos e/ou psicológicos dela. Esses vínculos considerados pelos autores permitiram analisar grupos que contenham determinados indivíduos com características particulares, como ocorre, por exemplo, em estruturas sociais de obras em que existem personagens mitológicas e divinas (MIRANDA et al., 2013).

Portanto, para analisar uma estrutura social que está inserida em uma obra literária clássica, temos que definir as relações sociais entre as personagens. Baseado nas definições anteriores, nós atribuímos três relações sociais para vincular as personagens das obras estudadas, que são: interação direta, compartilhamento de evento e alusão à relação social. A interação direta é o vínculo atribuído quando duas ou mais personagens da obra se relacionam diretamente. Exemplo são as conversas entre personagens no enredo da obra. O compartilhamento de evento é atribuído como vínculo quando um grupo de personagens compartilham um evento ou participam de uma determinada ação. Exemplo são festas, casamentos, batalhas, etc. Nesses casos as personagens não precisam ter interações diretas, porém devem compartilhar um mesmo evento. E por último, o vínculo de alusão à relação social, que é definido pela descrição de uma certa personagem com uma riqueza de detalhes para uma terceira personagem em um diálogo.

Essas três relações sociais citadas tentam se aproximar ao máximo dos vínculos sociais observados no dia-a-dia, fazendo com que os vínculos sociais das redes sociais literárias se aproximem ao máximo dos observados nas redes reais. Portanto, para analisar as estruturas sociais contidas nas obras literárias e no mundo real, precisa-se de um ferramental matemático que possa expressar as ligações sociais entre os indivíduos que as compõem. Nesse contexto, utilizamos a teoria dos grafos, ou a teoria das redes complexas, para podermos expressar as estruturas sociais de forma matemática e extrair as suas

propriedades estruturais.

## 2.3 Literatura de John Ronald Reuel Tolkien (J.R.R Tolkien) e sua estrutura social

A literatura tolkiana é uma das que mais marcaram a literatura mundial, por não ter perdido seu valor com o tempo, possuir um apelo universal e, principalmente, por ter influenciado outras obras. Exemplo de escritores que foram influenciados por Tolkien são Stephen King (Série A Torre Negra), Isaac Asimov, Marion Z. Bradley (As Brumas de Avalon), G.R.R Martin (As Crônicas de Fogo e Gelo) e muitos outros. As obras de J.R.R. Tolkien formam um mundo paralelo com a realidade. Segundo o próprio autor, suas obras relatam um mundo fictício, porém imaginariamente anterior ao mundo e toda a história real.

Tolkien criou a gênese para o seu mundo, que relata os mitos cosmogônicos, ou seja, a criação de seu mundo fictício através da mitologia. Um exemplo clássico de mitos cosmogônicos é a mitologia grega, que relata a criação do mundo por intermédio de deuses e também a interação humana com esses deuses e criaturas mitológicas. De maneira geral, a visão mitológica de Tolkien não foi somente baseada em mitologia grega. Ele também se baseou em mitologia nórdica, egípcia, celta, religião cristã, etc. A ideia principal era criar uma mitologia para o continente europeu, visando à criação do mundo.

A primeira obra escrita por Tolkien foi *O Hobbit*, publicado em 1937, que descreve as aventuras de um Hobbit (uma criatura fictícia, de baixa estatura, que possui pés grandes e peludos, cuja principal característica é morar em campos e tocas) e treze anões que vão em uma busca épica para libertar a montanha mágica (Erebor) do Dragão Smaug. O crescimento pessoal e as diferentes formas de heroísmo são os temas principais dessa obra. Segundo a crítica, isso é devido às experiências pessoais que Tolkien teve na primeira guerra mundial, ao seu conhecimento da literatura anglo-saxã e ao seu grande interesse sobre mitologias antigas. Esse é um clássico da literatura infantil que ganhou a Medalha Carnegie e o Prêmio do jornal norte-americano *New York Herald Tribune* como a melhor ficção infantil.

Encorajado com o sucesso de *O Hobbit*, o escritor inicia o seu trabalho com *O Senhor dos Anéis* e o manuscrito de *O Silmarillion*. Essas duas obras são uma continuação do mundo fictício e mitológico de Tolkien. A obra “*O Silmarillion*” é um compêndio de vários manuscritos mito-poéticos que relatam a criação de Arda, (planeta Terra fictício onde está localizada a Terra-Média). Essa obra é dividida em quatro partes: a primeira relata a gênese de Arda (O mundo como ele é); a segunda dá uma descrição dos seres

mitológicos (divindades) e de seus poderes sobrenaturais; a terceira trata dos eventos que ocorrem na primeira era de Arda e na Guerra das Silmarils (que são as jóias/gemas de poder e dão nome à obra); e a quarta e última descreve a queda da ilha de Numenor e de seu povo, dando início a Segunda Era da Terra Média.

A obra *O Senhor dos Anéis* relata os eventos que culminam na destruição do anel de poder, que se passa na Terceira Era da Terra-Média. É dividida em três grandes épicos. O primeiro é denominado de *A Sociedade do Anel* e trata da formação dessa sociedade, cujos integrantes partem para uma aventura pela Terra Média, com o objetivo de destruir o anel de poder. O segundo é intitulado como *As Duas Torres* e relata o rompimento da Sociedade do Anel e os acontecimentos entre as torres de Isengard e Minas Morgul. O terceiro e último recebe o nome de *O Retorno do Rei*, retratando a grande batalha em Minas Tirith e a destruição do anel de poder. Assim, finaliza-se uma das obras de ficção que mais influenciou as culturas ocidentais (influência esta que está presente nos mais diversos jogos e no cinema).

Nessas obras (*O Silmarillion*, *O Hobbit* e a Trilogia *O Senhor Dos Anéis*), há personagens importantes devido aos feitos mitológicos que o escritor designa a elas. Desta maneira, as divindades que se destacam nas obras de Tolkien são: Eru (o deus criador de todo o universo fictício) e aqueles que compõem a classe dos Ainur: Manwë (senhor dos ares), Ulmo (senhor dos mares), Aulë (governante de toda a Terra e dos materiais nela contidos), Mandos (senhor dos mortos), Oromë (domador de bestas e feras), Lórien (senhor dos sonhos e das visões), Tulkas (senhor da força), Varda (senhora da luz e das estrelas), Yavanna (senhora e criadora de todas as plantas e animais), Niënná (senhora do luto e da compaixão), Estë (senhora da cura e do repouso), Vairë (senhora do tempo ou tecelã do tempo), Nessa (senhora das danças) e Vana (senhora das flores). O total é de quinze principais divindades, que possuem uma semelhança com as divindades mitológicas gregas e nórdicas por representarem fenômenos naturais. Dessas personagens, há dez que se destacam devido a seu maior prestígio e poder, que são: Manwë, Ulmo, Aulë, Mandos, Oromé, Varda, Yavanna Nienna e Melkor.

Outras personagens possuem sua importância no decorrer do enredo das obras, pois ainda que não possuam caráter divino, estabelecem relações sociais importantes, muitas vezes com as próprias divindades, como é o caso de Aragorn, também conhecido como Passo Largo (personagem que viaja e participa das aventuras, interagindo com as mais diversas personagens, fazendo com que possua muitas relações sociais com elas). A importância das personagens nas obras Tolkienianas é extremamente notada devido à forma como são idealizadas, pois cada uma possui cultura, crença e língua características da região onde vive. Essa idealização faz com que as personagens possuam relações sociais



bem definidas, que formam uma estrutura social sólida. Seguindo as relações sociais definidas anteriormente (compartilhamento de evento, ligação direta e alusão à relação social) formar-se-á a estrutura social a ser estudada. Essas relações foram baseadas em outras definições de relações sociais para que pudéssemos obter a estrutura social que melhor representará a obra literária Tolkieniana.

Os dois exemplos a seguir mostram como surgem essas relações sociais que são propostas no enredo da obra. Essas relações sociais estabelecem as interações sociais entre as personagens para a formação da estrutura social. O primeiro exemplo mostra trechos que apresentam as relações sociais entre as personagens divinas e a divindade suprema por intermédio da ligação direta e do compartilhamento de evento:

(...) Houve então inquietação entre os Ainur; mas Eru os conclamou, e disse: - Conheço o desejo em suas mentes de que aquilo que viram venha na verdade a ser, não apenas no pensamento, mas como vocês são e, no entanto, diferente (TOLKIEN, 2011).

Nesse trecho, Eru compartilha um determinado evento, fazendo com que essa relação social conecte todas as personagens. Outra relação social que pode haver é a ligação direta, que nesse caso relacionaria somente Eru com as outras divindades conhecidas como Ainur (quatorze seres mitológicos citados anteriormente). Portanto, há duas estruturas sociais que se unirão para formar uma estrutura social única que representa esse trecho da obra. A figura 2.4 ilustra as estruturas sociais, em (A), a representação da estrutura social em que há o compartilhamento de evento entre as divindades; em (B), a relação social de ligação direta entre Eru e as outras divindades e em (C) a união das duas estruturas que representará as relações sociais referentes ao trecho da obra descrito acima.

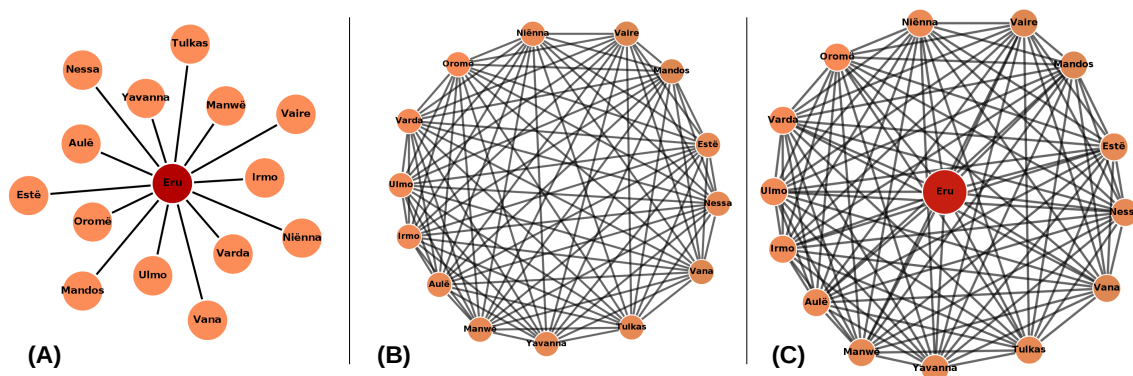


Figura 2.4 – Ilustração das relações sociais no trecho de "O Silmarillion" de J.R.R Tolkien. (A), a representação da estrutura social em que há o compartilhamento de evento entre as divindades; em (B), a relação social de ligação direta entre Eru e as outras divindades e em (C) a união das duas estruturas que representará as relações sociais

Fonte: O autor.

Como pode-se observar, essas duas relações sociais (ligação direta e compartilhamento de evento) vinculam as reuniões de personagens que estão presentes no decorrer de todo o enredo, como por exemplo as reuniões de planejamento de combates, as guerras e as festividades.

O segundo exemplo é o trecho a seguir, que ilustra as três definições de relações sociais (compartilhamento de eventos, alusão à relação social e ligação direta) que foram utilizadas para vincular as personagens nas obras literárias Tolkienianas. Segue o trecho em que Frodo, personagem fictício da obra, é apresentado

(...) Frodo viu Glorfindel e Glóin, e num canto, sozinho, estava Passolargo, vestido outra vez em suas surradas roupas de viagem. Elrond chamou Frodo para se sentar ao seu lado, e o apresentou ao grupo, dizendo:

-Aqui, meus amigos, está o hobbit, Frodo, filho de Drogo (TOLKIEN, 2001).

A primeira relação social a ser detectada entre as personagens no trecho é a definida pelo compartilhamento de evento, pois elas estão inseridas em uma reunião, interagindo, para que uma personagem principal seja apresentada às demais.

A segunda interação que surge no trecho citado é a ligação direta entre as personagens Elrond e Frodo. Nessa relação social, as personagens interagem quando uma delas se dirige à outra para que se sente ao seu lado, fazendo com que haja um vínculo social entre eles.

Por fim, a terceira relação (alusão à relação social), ocorre quando Frodo é apresentado pelas demais personagens, sendo tratado como Frodo, filho de Drogo. Nesse caso, há a alusão ao personagem Drogo, que irá criar com as demais personagens presentes um vínculo social. Tal relação é muito presente nas obras Tolkienianas, pois as personagens são conhecidas por sua afiliação, característica marcante da cultura criada nessas obras. A figura 2.5 representa as estruturas sociais para cada relação social: (A) é a relação social de compartilhamento de evento; (B), a relação social de ligação direta; e (C), a relação de alusão à relação social.

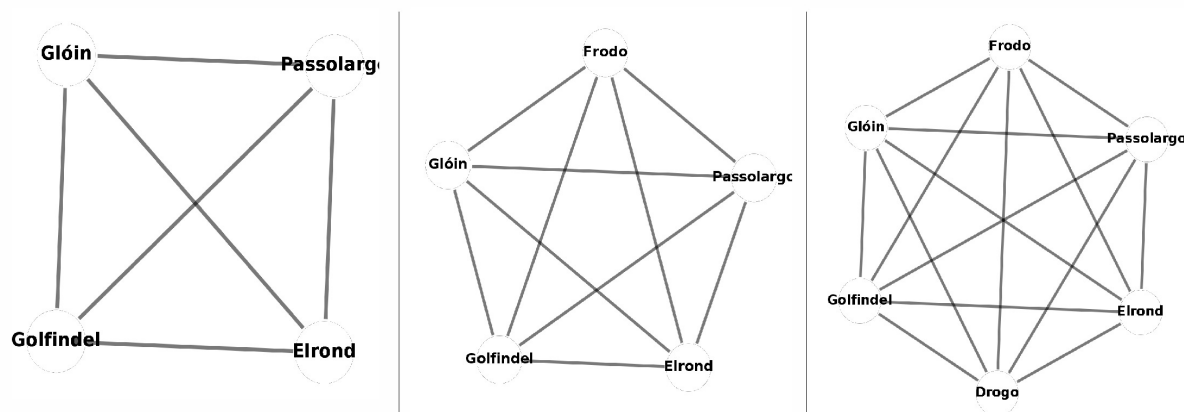


Figura 2.5 – Ilustração das relações sociais no trecho de "A Sociedade Do Anel" de J.R.R Tolkien. (A), a representação da estrutura social em que há o compartilhamento de evento entre as personagens na sala; em (B), a relação social de ligação direta entre as personagens e em (C) a união das duas estruturas que representará as relações sociais

Fonte: O autor.

Nesses dois trechos, pode-se observar como são vinculadas as personagens no decorrer das obras Tolkienianas, possibilitando assim a análise das relações sociais entre as personagens, por meio dos nomes próprios que o autor utiliza para nomeá-las, e se tais relações poderiam ou não constituir uma sociedade real. Nesse contexto, Tolkien, ao criar seu enredo, vinculou as personagens umas às outras, de modo que elas não vagassem sozinhas pelo enredo, mas tivessem sempre um vínculo social de relação com determinado grupo, mesmo havendo pessoas vivendo isoladas na Terra-Média. Durante o enredo, Tolkien sempre inclui as personagens em determinados grupos, para que tenham uma importância no decorrer da obra.

Portanto, as estruturas sociais encontradas nessas obras mostram personagens altamente relacionadas comprovando que há um árduo trabalho do escritor para relacionar as personagens e ambientá-las em seu mundo fictício.

A complexidade das relações sociais das obras Tolkienianas provém dos estudos que o escritor realizou para construir sua sociedade, pois em cada personagem há uma simbologia, ou seja, as personagens dessas obras são baseadas em uma coletânea de outras culturas e religiões. Exemplo disso são os eventos que ocorrem na ilha de Númenor até seu desaparecimento. Essa alegoria é baseada nas lendas da ilha grega de Atlantis, que desapareceu no oceano. Lendas como a de Atlantis e ilustrações religiosas como a própria criação de Arda são sempre mencionadas pelos habitantes da Terra-Média, mostrando assim que a sociedade inserida nas obras literárias Tolkienianas possui uma estrutura sólida e com cada personagem muito bem planejado (TOLKIEN, 2011).

Portanto, a escolha dessas obras para estudo é devida ao planejamento que o autor teve para descrever a sua sociedade, aliado ao comportamento das relações sociais propostas para a formação de sua estrutura social literária.

## 2.4 Odisseia de Homero

Considerada uma das maiores obras da literatura, além de construir, juntamente com a *Ilíada*, a obra iniciadora da literatura grega escrita, a *Odisseia*, de Homero, expressa com força e beleza a grandiosidade da remota civilização grega. Sendo um dos principais poemas épicos da Grécia antiga, atribuído supostamente a Homero, esse poema grego, assim como a *Ilíada*, era transmitido de pessoa para pessoa de forma oral e foi compilado de forma escrita no século VIII a.C., quando os gregos, após um longo período sem dispor de um sistema de escrita, adotaram o alfabeto fenício. Esse poema épico relata o regresso de Odisseu (ou Ulisses, no mito romano) a sua casa, depois da guerra de Tróia (M.A, 1994).

Além de representarem um símbolo da unidade e do espírito helênico, as duas obras são fontes de prazer estético e de ensinamento moral. Na *Odisseia*, especificamente, ressoa ainda o eco da guerra de Tróia, narrada parcialmente na *Ilíada*. Enquanto a *Ilíada* é a representação da vida guerreira e da época heróica, a *Odisseia* pode ser tomada como representação da vida doméstica, entremeada de narrações de viagens e de aventuras maravilhosas.

Devido a essas representações sobre a realidade e a todas as alegorias contidas na *Odisseia* de Homero, juntamente com as relações sociais propostas para vincular as personagens que compõem a sua estrutura social, Miranda e colaboradores estudaram, em seus trabalhos, a estrutura social dessa obra, comparando-a com outras obras literárias e analisando as comunidades formadas pelo agrupamento dos indivíduos na estrutura social (MIRANDA et al., 2013). Exemplo desse agrupamento é a assembleia dos Deuses,

que discutem os feitos de Homero e como será o seu regresso para Ítaca ([MIRANDA et al., 2013](#)).

As características mitológicas das obras de Homero foram base para algumas criações de personagens nas obras Tolkienianas, como por exemplo os deuses mitológicos gregos, comparados com os Ainur, que representam manifestações da natureza como os deuses gregos. Ou seja, a Odisseia de Homero é uma grande influência para muitas outras obras, como a Eneida, de Virgílio, Os Lusíadas, de Camões, ou Ulysses, de James Joyce e mesmo para as obras Tolkienianas. As aventuras de Ulisses, a superação desesperada dos perigos e as ameaças que lhe surgem na luta pela sobrevivência são a matriz de grande parte das narrativas modernas, desde a literatura até o cinema. Em português, bem como em diversos outros idiomas, a palavra odisseia passou a significar qualquer viagem longa, especialmente se apresentar características épicas.

### 3 Teoria dos grafos aplicada a estruturas sociais

A teoria dos grafos tem sido amplamente utilizada para a análise de estruturas sociais, devido ao fato de que um grafo representa as relações sociais que são estabelecidas em um conjunto de pessoas. E também, por podermos quantificar propriedades estruturais importantes através dele. Portanto, um grafo representa padrões formados pelas relações sociais e nos fornece o ferramental para análises desses padrões. Para o nosso estudo, consideramos que as relações de amizade não sejam direcionadas, ou seja, se o indivíduo A possui uma relação social com o indivíduo B e vice-versa, caracterizamos tal relação como estrutura não direcionada. Nas seções seguintes, iremos discutir o que é um grafo e quais são as suas propriedades no contexto das estruturas (sociais e literárias) (ALBERICH et al., 2002) (WATTS; STROGATZ, 1998)(ALBERT; BARABÁSI, 2002).

Por meio do uso de grafos, pode-se calcular desde quantas ligações um indivíduo possui na estrutura até a homogeneidade das relações sociais na estrutura. Portanto, definimos um grafo (ou rede social) como sendo a relação entre dois conjuntos. O conjunto dos vértices ( $V$ ) representará os indivíduos na estrutura social, e o conjunto das arestas ( $L$ ) representará as relações sociais entre os indivíduos.

Uma vez representada a estrutura social como um grafo, podemos obter a sua forma matricial, que iremos denominar de matriz de adjacência ou matriz de conectividade. Na teoria dos grafos, a matriz de adjacência representa as ligações que são efetuadas entre os pares de vértices, que são dadas da seguinte forma: se o vértice  $i$  está conectado ao vértice  $j$ , o elemento  $a_{ij}$  é igual a 1 (um). Caso contrário,  $a_{ij}$  é igual a zero. No contexto das estruturas sociais, podemos representar a matriz desta maneira: se o indivíduo  $i$  possuir um vínculo social com o indivíduo  $j$ , o elemento  $a_{ij}$  é igual a 1 (um). Caso não haja o vínculo social entre os indivíduos, o elemento  $a_{ij}$  é igual a zero. Portanto, a matriz de adjacência representará a matriz das relações sociais da estrutura social (COHEN; HAVLIN, 2010), (ALBERT; BARABÁSI, 2002), (AHN et al., 2007), (BARABÁSI et al., 2002).

Essa forma matricial da estrutura social não permite somente observar o comportamento e os padrões das relações sociais, ela permite também calcular as propriedades estruturais, como o número de ligações (relações sociais) que cada indivíduo possui na estrutura; a tendência dessas ligações; a propriedade de se conectar com outros indivíduos; etc.

## 3.1 Propriedades Estruturais

### 3.1.1 Sequência de grau e grau médio

Define-se grau ( $k_i$ ) de um vértice  $i$  como o número de ligações que esse vértice efetua com seus vértices adjacentes (COHEN; HAVLIN, 2010). Nas estruturas sociais, esse grau seria o número de relações sociais que o indivíduo  $i$  efetua com outros indivíduos da sua estrutura social. Em uma rede social como o Facebook ele seria o número de perfis que o usuário  $i$  tem adicionado a seu perfil (COHEN; HAVLIN, 2010). Esse cálculo é dado pela soma das linhas da matriz de adjacência que representa a estrutura social, ou seja,

$$k_i = \sum_j a_{ij} \quad (3.1)$$

A equação 3.1 forma a chamada sequência de grau, que representa as conectividades da estrutura. A figura 3.1 é um exemplo de uma estrutura fictícia em que cinco indivíduos possuem o vínculo social de amizade. Com a sequência de grau pode-se calcular o grau médio do grafo ou da estrutura social.

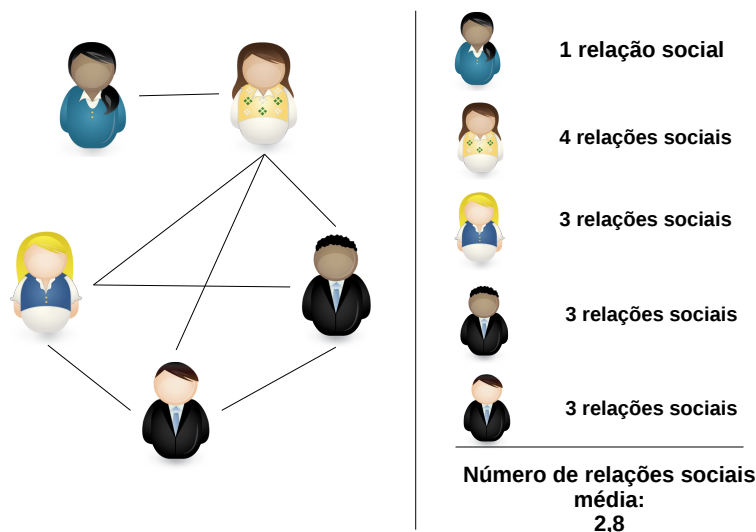


Figura 3.1 – Representação de uma estrutura social fictícia com 5 pessoas interagindo com a relação social de amizade.

Fonte: O autor.

Esse resultado, em estruturas sociais, representa o número médio de relações sociais que uma pessoa pode efetuar naquela estrutura social. A equação seguinte descreve, matematicamente, o número médio de indivíduos que compõem a estrutura social:

$$\langle k \rangle = \frac{\sum_i k_i}{N} \quad (3.2)$$

$N$  representa o número total de indivíduos que compõem a estrutura social e  $k_i$ , o número de relações de amizade do indivíduo  $i$ .

### 3.2 Distribuição de grau e o modelo de transferências de urnas

Uma vez que o número de relações sociais do indivíduo  $i$  é quantificado, pode-se estabelecer a probabilidade de um indivíduo possuir um número fixo de relações sociais na estrutura social. Uma maneira de quantificar essa distribuição é por meio de uma função acumulativa, em que  $p'(k)$  é a fração de indivíduos da rede com  $k$  ligações e  $P_k$  é a função acumulativa de distribuição de probabilidade.

Segundo (ALBERT; BARABÁSI, 2002) e (NEWMAN et al., 2001) vários fenômenos como os biológicos, os de informação (internet) e os sociais, possuem uma distribuição de probabilidade de conexão descrita como uma lei livre de escala dada pela equação:

$$p_{k'} \approx k'^{-\gamma} \quad (3.3)$$

No entanto, algumas estruturas sociais como o *Facebook*, o *Twitter* e as redes sociais literárias, possuem uma distribuição de probabilidade distinta da proposta por (ALBERT; BARABÁSI, 2002), (NEWMAN, 2003), (BRODER et al., 2000), (AMARAL et al., 2000). Essa distribuição de probabilidade de conexão é definida como lei de potência com corte exponencial, sendo modelada pelo processo de transferências de urnas. O modelo consiste em esferas indexadas com pinos (stubs) que são transferidos de uma urna para outra com uma certa probabilidade (FENNER et al., 2005). O processo é descrito considerando um conjunto de urnas,  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$  que inicialmente estão vazias, exceto a urna  $u_1$ , que contém uma esfera. Portanto, seja  $F_i(k)$  o número de esferas em  $u_i$  no estágio  $k$  do processo estocástico, então  $F_1(1) = 1$ . Então para  $k \geq 1$  no estágio  $k + 1$  podem ocorrer dois eventos:

1. Com probabilidade  $0 < p < 1$ , uma nova esfera contendo um pino é inserida dentro de  $u_1$ , ou
2. Com probabilidade  $(1 - p)$  uma nova urna  $u_i$  é selecionada, com uma probabilidade proporcional a  $iF_i(k)$  e uma esfera é escolhida dessa urna, com o número de pinos



proporcional ao índice  $i$  da caixa. Uma vez escolhida a esfera, dois outros eventos podem ocorrer :

- a) A esfera com probabilidade  $q$  entre 0 e 1 ser transferida para a urna  $u_{i+1}$  , ou
- b) a esfera com probabilidade  $1 - q$  ser descartada.

O desenvolvimento do modelo estocástico no estágio  $k$ , terá um número total esperado de esferas:

$$\begin{aligned} E \left( \sum_{i=1}^k F_i(k) \right) &= 1 + (k-1)(p - (1-p)(1-q)) \\ &= (1-p)(2-q) + k[p - (1-p)(1-q)] \end{aligned} \quad (3.4)$$

Qualquer alteração das condições iniciais não resulta em qualquer efeito na distribuição assintótica das esferas nas urnas com  $k$  que tende ao infinito. Desde que o processo não termine com todas as urnas vazias, isso garante que a média das esferas que são adicionadas ao sistema ou descartadas, sobre a contagem estabelecida na equação 3.4, se mantenha inalterada. Isso implicará que:

$$q > \frac{1-2p}{1-p} \quad (3.5)$$

A restrição anterior resultará na seguinte probabilidade:

$$1 - \left[ \frac{(1-p)(1-q)}{p} \right]^\delta, \quad (3.6)$$

onde  $\delta$  é o número de esferas na urna  $u_1$ . Com o avanço do processo, o número de pinos nas demais esferas  $u_i$  no estágio  $k$  será  $iF_i(k)$  e o número esperado de pinos nesse estágio é dado por:

$$\begin{aligned} E \left( \sum_{i=1}^k iF_i(k) \right) &= 1 + (k-1)[p - (1-p)q] - (1-p)(1-q) \sum_{j=1}^{k-1} \theta_j \\ &= k(p + (1-p)q) - (1-p)(1-q) \left( \sum_{j=1}^{k-1} \theta_j - 1 \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Onde  $\theta_j$  com  $1 < j \leq k-1$ , sendo  $\Theta_j$  o número de pinos conectados nas esferas no passo (2) do estágio  $j$ . Então

$$\theta_j = E(\Theta_j) = E \left( \frac{\sum_{i=1}^j i^2 F_i(j)}{\sum_{i=1}^j i F_i(j)} \right) \quad (3.8)$$

Isso resultará que o número de pinos  $\theta_i$  estará entre o primeiro estágio e o estágio  $j$ ,

$$1 \leq \theta_j \leq j \quad (3.9)$$

No estágio  $j$  não há urnas com esferas que contenham um número de pinos maior que  $j$ . Portanto, no estágio  $k$  do processo tem-se que o número máximo de esferas é dado por:

$$\theta^{(k)} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \theta_j \quad (3.10)$$

Uma vez que existam esferas com pinos no estágio  $k$  e seguindo as equações 3.4 e 3.7, teremos o número esperado de esferas entre o primeiro estágio e o estágio  $k$ :

$$1 \leq \theta^{(k)} \leq \frac{1}{1-q} \quad (3.11)$$

Na desigualdade 3.11 tem-se que  $\theta$  possui um limite inferior e um limite superior, portanto

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \theta^{(k)} = \theta \quad (3.12)$$

Ou seja, o processo estocástico assegura que haja um limite para as esferas com seus respectivos pinos e, portanto, que eles estejam contidos no mesmo intervalo do instante  $k$ . Então, no limite 3.13,

$$1 \leq \theta \leq \frac{1}{1-q} \quad (3.13)$$

Portanto, o processo estocástico assegura que tenhamos um limite para as esferas com pinos, e com isso, assumimos que a equação de campo médio com  $i > 0$  para esse processo é

$$E_k [F_i(k+1)] = F_i(k) + \beta_k [q(i-1)F_{i-1}(k) - iF_i(k)]. \quad (3.14)$$

Onde  $E_k [F_i(k+1)]$  é o valor esperado de  $F_i(k+1)$  no estágio  $k$ , e  $\beta_k$  o fator de normalização dado por:

$$\beta_k = \frac{1-p}{\sum_{i=1}^k iF_i(k)} \quad (3.15)$$

A equação 3.15 nos dá o valor esperado de esferas em  $u_i$  no estágio  $k+1$ , e apresenta também o valor de esferas da urna  $u_i$  juntamente com a probabilidade de pertencer a esta

urna, menos a probabilidade de remoção da esfera em  $u_i$ . Essa primeira probabilidade seria a de escolher uma esfera em  $u_{-1}$  e transferi-la para  $u_i$  no passo 2. Enquanto a segunda probabilidade seria a de escolher a esfera em  $u_i$  do processo 2. No caso em  $i = 1$ , temos:

$$E_k(F_1(k+1)) = F_1(k) + p - \beta_k F_1(k) \quad (3.16)$$

Sendo esse o número esperado de esferas em  $u_1$ , ou seja, o processo na primeira urna. Essa probabilidade é igual ao número de esferas previstos na primeira urna mais a probabilidade de inserir uma nova esfera na primeira urna no primeiro passo do processo estocástico que definimos anteriormente, menos a probabilidade de escolher uma esfera da primeira urna do passo dois. Para que a resolução do modelo assumisse valores grandes de  $k$ , os valores da variável aleatória  $\beta_k$  e aproximados por uma constante são dependentes somente de  $k$ . Uma aproximação proposta por Trevor e colaboradores (FENNER et al., 2005) é dada por:

$$\hat{\beta}_k = \frac{1-p}{k[p + (1-p)q - (1-p)(1-q)\theta^{(k)}]} \quad (3.17)$$

Temos, então, o valor esperado para essa aproximação e para sua linearidade, dado pelas duas equações abaixo:

$$E[F_i(k+1)] = E[F_i(k)] + \hat{\beta}_k [q(i-1)E(F_{i-1}(k)) - iE[F_i(k)]] \quad (3.18)$$

$$E[F_1(k+1)] = E[F_1(k)] + p - \hat{\beta}_k E[F_1(k)] \quad (3.19)$$

O comportamento assintótico da solução das equações 3.18 e 3.19, com  $\frac{E[F_i(k)]}{k}$ , convergirá para  $f_i$  com  $k \rightarrow \infty$ . Supondo que, neste caso, a convergência seja rápida, quando,  $E[F_i(k+1)] - E[F_i(k)]$  e tenda para  $f_i$ . Por essa rapidez de convergência, temos que  $\varepsilon_{i,k+1} - \varepsilon_{i,k}$  é  $\left(\frac{1}{k}\right)$ , para valores de  $k$  grandes, em que:

$$E[F_i(k)] = k(f_i + \varepsilon_{i,k}) \quad (3.20)$$

Agora, deixando

$$\beta = \frac{1-p}{p + (1-p)q - (1-p)(1-q)\theta} \quad (3.21)$$

Logo, quando  $k \rightarrow \infty$  temos que  $\hat{\beta}_k E(F_i(k)) \rightarrow \beta f_i$ , o que transforma as equações 3.18 e 3.19 em:

$$f_i = \beta (q(i-1)f_{i-1} - if_i) \quad (3.22)$$

para valores de  $i > 0$ , e

$$f_1 = p - \beta f_1 \quad (3.23)$$

Com isso, podemos observar que quando  $\varepsilon_{i,k}$  tende a zero, temos que  $k$  tende ao infinito, logo, assumindo que :

$$|\theta - \theta^{(k)}| \leq \frac{c}{k} \quad (3.24)$$

Sendo  $c$  constante. Em outras palavras, essa hipótese estabelece que o número esperado de pinos ligados às esferas escolhidas nos  $k$  primeiros estágios do processo estocástico são uma constante dentro do número assintótico esperado de pinos ligados à esfera escolhida, multiplicado por  $k$ , isto é,

$$k\theta - c \leq \sum_{j=1}^k \theta_j \leq k\theta + c \quad (3.25)$$

Como  $\beta_k$  pode ser aproximada por  $\hat{\beta}_k$  para valores grandes de  $k$ , e sobre os pressupostos tomados,  $f_i$  é a taxa assintótica do número de esferas na urna  $i$ , a proporção assintótica de esferas na urna  $i$  é proporcional ao  $f_i$ . Das equações 3.22 e 3.23, obtemos as seguintes equações:

$$f_i = \frac{\beta q(i-1)}{1+i\beta} = \frac{q(i-1)}{i+\varrho} f_{i-1} \quad (3.26)$$

$$f_i = \frac{p}{1+\beta} = \frac{\varrho p}{1+\varrho} \quad (3.27)$$

Sendo  $\varrho = \frac{1}{\beta}$ . Expandindo a equação 3.26, temos:

$$f_i = \frac{\varrho p q^{(i-1)} 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (i-1)}{(1+\varrho)(2+\varrho) \dots (i+\varrho)} = \frac{\varrho p \Gamma(1+\varrho) \Gamma(i) q^i}{q \Gamma(i+1+\varrho)} \quad (3.28)$$

Sendo  $\Gamma$  a função gamma. Então, para valores grandes de  $i$ , e utilizando a aproximação de Stirling, nós obtemos  $f_i$  na forma da lei de potência com truncamento exponencial, dada

pela equação:

$$f_i \approx \frac{Cq^i}{i^{1+\varrho}} \quad (3.29)$$

Sendo  $C = \frac{\varrho p \Gamma(1+\varrho)}{q}$ .

Para estudos das distribuições das conexões entre os elementos das redes que compõem este trabalho, utilizamos esta distribuição com algumas variações (RIBEIRO et al., 2016). A equação é dada por:

$$p(k|\nu, \alpha, \beta, \gamma) = \nu \left[ \frac{e^{-\beta k}}{(k + \alpha)^\gamma} \right] \quad (3.30)$$

Sendo  $\nu$  o parâmetro de normalização,  $\beta$  o parâmetro do truncamento exponencial,  $\alpha$  o parâmetro de deslocamento do ajuste e  $\gamma$  o decaimento exponencial.

A figura 3.2 ilustra o histograma em escala log-log para a distribuição de esferas contendo pinos. Nesse exemplo, temos dois valores:  $p$ , que é a probabilidade das caixas serem ocupadas pelas esferas com pinos e  $q$ , que é a probabilidade das esferas serem eliminadas.

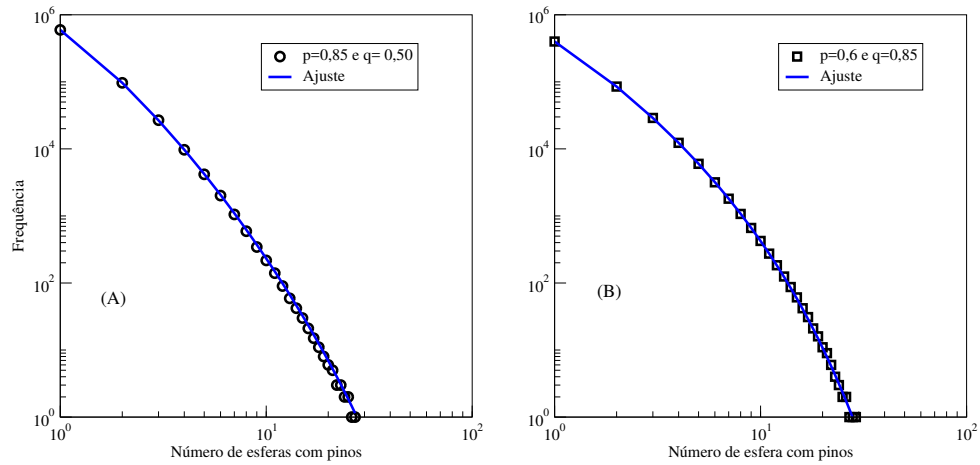


Figura 3.2 – Distribuição das esferas com pinos do modelo estocástico tipo lei de potência com truncamento exponencial, para os valores de  $p = 0,85$ ,  $q = 0,50$ ,  $p = 0,60$ ,  $q = 0,85$ . O ajuste em azul é referente ao ajuste com a equação 3.29, sendo os parâmetros do ajuste em (A)  $\nu = 661144$ ,  $\alpha = 0,80572$ ,  $\beta = 0,0947705$ ,  $\gamma = 3,9128$  e  $R^2 = 0,99999981$ . E os parâmetros de ajuste em (B) temos  $\nu = 137561$ ,  $\alpha = 0,46892$ ,  $\beta = 0,0191771$ ,  $\gamma = 2,64869$  e  $R^2 = 0,99999998$ .

Fonte: O autor.

A análise da distribuição de conexão entre os indivíduos permite comparar as estruturas sociais, pois as principais características comuns entre elas estão vinculadas à maneira em que as relações sociais estão distribuídas entre os indivíduos que fazem parte dessas estruturas. Dentre essas características, estão outras medidas que podem analisar o comportamento das relações sociais.

### 3.3 Distância de caminho médio

A distância de caminho médio é definida como a distância média que precisa ser percorrida de um indivíduo  $i$  para outro indivíduo  $j$  na estrutura social, ou seja, é o número médio de passos realizado para chegar de um indivíduo ao outro com as relações sociais atribuídas àquele grupo. Em estruturas sociais reais, como o Facebook, essa distância é de aproximadamente quatro, ou seja, um usuário  $i$  precisa de aproximadamente quatro relações sociais para chegar a outro indivíduo na estrutura social (RIBEIRO et al., 2016), (MIRANDA et al., 2013).

Matematicamente, a distância de caminho médio ( $\langle l \rangle$ ) é definida pela equação:

$$\langle l \rangle = \frac{2}{N(N+1)} \sum_{i \leq j} d_{ij} \quad (3.31)$$

Sendo  $N$  o número de indivíduos que fazem parte da estrutura social e  $d_{ij}$  o número de passos que separam os indivíduos  $i$  e  $j$ .

Nas estruturas sociais literárias, há uma distância média entre os indivíduos próxima de 2 passos, devido ao fato de que as relações sociais envolvem todas as personagens que compõem a estrutura, ou seja, relacionam personagens divinos e não divinos. Entretanto, em estruturas sociais reais não há elementos com características divinas. Com isso, a distância de caminho médio nessas estruturas possui aproximadamente 4 passos de separação entre quaisquer indivíduos.

As personagens divinas na estrutura literária tem características de acordo com a crença e a cultura na qual estão inseridas. Com isso, ao extrair as personagens divinas das estruturas sociais das obras literárias, a distância média entre suas personagens passa para aproximadamente 4. Ou seja, a estrutura social literária que possuía a presença de personagens divinos passa a comportar-se como uma estrutura social real quando da retirada de tais personagens. Tal fato é um indicativo do atributo divino de onipresença, atribuído às personagens divinas na sociedade da obra literária, fazendo com que a distância de caminho médio de aproximadamente 2 se tornasse semelhante ao comportamento das estruturas sociais reais (aproximadamente 4 passos) (RIBEIRO et al., 2016).

## 3.4 Coeficiente de agrupamento

O coeficiente de agrupamento, também denominado de transitividade, é uma medida que quantifica o agrupamento dos indivíduos em uma estrutura social. Na linguagem da teoria dos grafos, esse coeficiente é a quantificação dos triângulos formados pelas tríades de vértices (HOLLAND; LEINHARDT, 1971), (SOFFER; VAZQUEZ, 2005), (BARRAT et al., 2004). Já no contexto social, tal coeficiente é a tendência de “um amigo do seu amigo ser também seu amigo”. Para uma melhor exemplificação, vamos analisar a figura 3.3, que nos mostra em (A) que as pessoas B e C possuem um amigo em comum, o indivíduo (A). Em (B), a figura nos mostra que, dadas as circunstâncias e o contexto social de algum evento (tanto nas estruturas reais como até mesmo nos enredos das obras literárias), os indivíduos (B) e (C) acabam tendo um contato, acarretando em uma relação social, formando um triângulo social na estrutura.

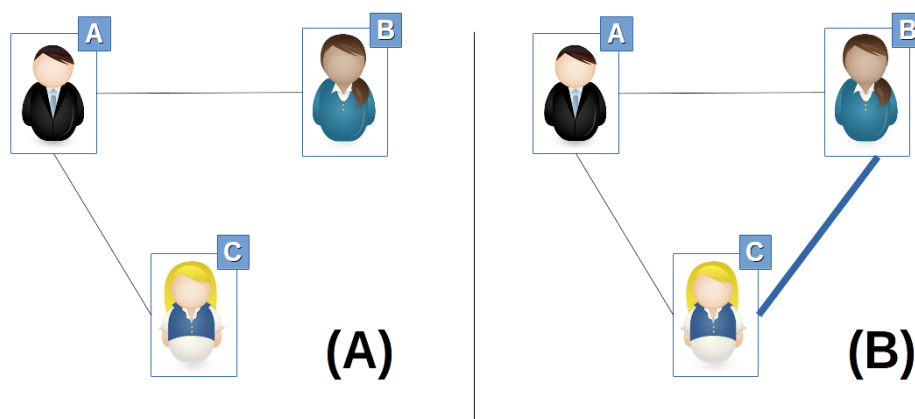


Figura 3.3 – Representação da transitividade nas relações sociais de amizade. (A) Relacionamento com transitividade nula e (B) relacionamento com transitividade alta.

Fonte: O autor.

Portanto, considerando todas os indivíduos que formam triângulos devido às suas relações sociais, podemos calcular a tendência dessa triangularização por indivíduo na estrutura social. Esse cálculo é dado por:

$$C_i = \frac{3\Omega}{\Delta} \quad (3.32)$$

Sendo  $\Omega$  número de triângulos e  $\Delta$  número de trios de usuários conectados. Para uma análise mais global nas estruturas sociais, calculamos o coeficiente de aglomeração médio, que é definido como:

$$\langle C \rangle = \frac{C_i}{N} \quad (3.33)$$

Esse coeficiente permite também quantificar a densidade das ligações, pois, quanto mais pessoas que se relacionam a estrutura possui, mais densa ela é.

### 3.5 Assortatividade

A medida de assortatividade de uma estrutura social representa a tendência das ligações que os indivíduos efetuam quando inseridos na sociedade. Essa medida representa a tendência de ligação de três maneiras: a primeira ocorre quando um indivíduo é inserido na estrutura social e a sua tendência é relacionar-se com outras pessoas com o mesmo número de relações sociais que ele. A segunda acontece quando o indivíduo se relaciona com pessoas com um número diferente de relações sociais das que ele possui. E a terceira se dá quando o indivíduo se relaciona de maneira aleatória na estrutura (NEWMAN, 2003), (NEWMAN, 2002) .

A definição de assortatividade é dada por:

$$r = \frac{L^{-1} \sum_i j_i k_i - [N^{-1} 0.5 \sum_i (j_i + k_i)]^2}{L^{-1} 0.5 \sum_i (j_i^2 + k_i^2) - [L^{-1} 0.5 \sum_i (j_i + k_i)]} \quad (3.34)$$

Sendo  $L$  o número total de relações sociais da estrutura,  $k_i$  o número total de relações sociais do indivíduo  $i$  e  $j_i$  é o número de relações sociais com o primeiro vizinho do  $i$ .

A assortatividade é, na verdade, o coeficiente de Pearson aplicado para os valores dos graus dos vértices das estruturas. No contexto das estruturas sociais, esse coeficiente é aplicado ao número de relações sociais que cada indivíduo possui na estrutura social. Dessa forma, podemos associar os valores do coeficiente de Pearson com a assortatividade, obtendo três diferentes resultados:



$r = 0$  : A tendência de um novo indivíduo relacionar-se na estrutura social é aleatória

$r > 0$  : A tendência de um novo indivíduo relacionar-se na estrutura social é que ele se conecte com indivíduos que tenham o mesmo número de ligações que ele, caracterizando a estrutura social como assortativa.

$r < 0$  : A tendência de um novo indivíduo relacionar-se na estrutura social é que ele se conecte com indivíduos que tenham mais ligações que ele, ou seja, indivíduos com maior conexão na estrutura social, caracterizando a estrutura social como desassortativa.

### 3.6 Centralidade de intermediação

A medida de centralidade de intermediação é uma propriedade da estrutura social que independe do número de ligações que o indivíduo realiza nela. Em outras palavras, tal conceito representa o quanto um indivíduo é intermediador entre dois grupos na estrutura social, ou seja, se ele serve como ponte de informação entre dois grupos diferentes (BRANDES, 2001). A figura 3.4 ilustra uma estrutura que possui um indivíduo com conectividade baixa, porém com alta centralidade de intermediação.

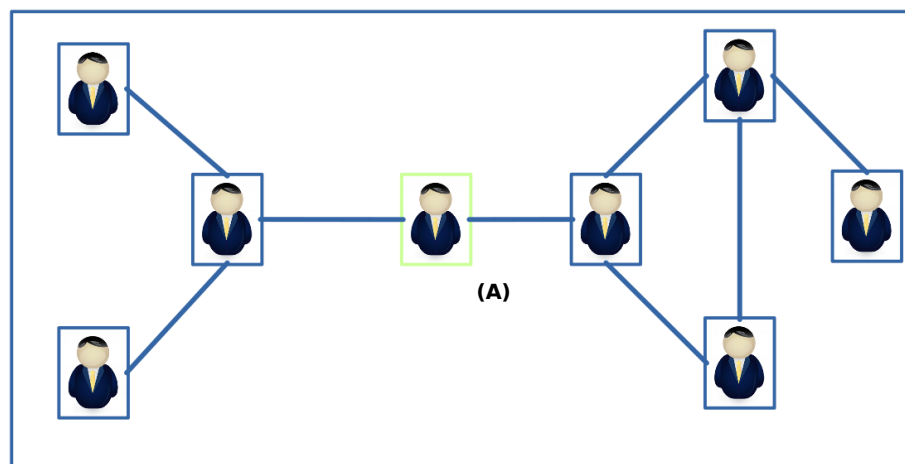


Figura 3.4 – Representação de uma estrutura social em que o indivíduo em amezarelo possui alta centralidade de intermediação.

Fonte: O autor.

A centralidade de intermediação baseia-se nos caminhos que as relações sociais formam na estrutura social, porém não considera como indivíduo mais importante aquele

que tem mais conexões ou maior número de relações sociais na estrutura. Matematicamente, define-se a centralidade de intermediação da seguinte forma:

$$\beta_i = \sum_{i \neq v \neq j \in V} \frac{\sigma_{ij}(v)}{\sigma_{ij}}, \quad (3.35)$$

Sendo  $\sigma_{ij}(v)$  o número total de caminhos que partem do indivíduo  $i$  até o indivíduo  $j$  passando por  $v$  e  $\sigma_{ij}$  o número total de caminhos que partem do indivíduo  $i$  até o indivíduo  $j$  e  $V$  o conjunto dos vértices ou conjunto de pessoas inseridas em uma estrutura social. A centralidade de intermediação nos mostra que nem sempre o indivíduo com mais relações sociais é a pessoa mais importante na estrutura, pois essa propriedade é calculada pelo caminhos formados pelas relações sociais na estrutura. Essa importância dos indivíduos na estrutura permite encontrar possíveis vulnerabilidades na estrutura social, ou seja, uma pessoa importante é aquela que, ao se desvincular da estrutura ocasionará uma fragmentação dela e prejudicará seu fluxo de informação (ULRIK, 2001). A figura 3.4 ilustra a importância do indivíduo A com o cálculo da centralidade de intermediação. Ao retirarmos o indivíduo da estrutura, há uma fragmentação que irá comprometer o fluxo de informação figura 3.5.

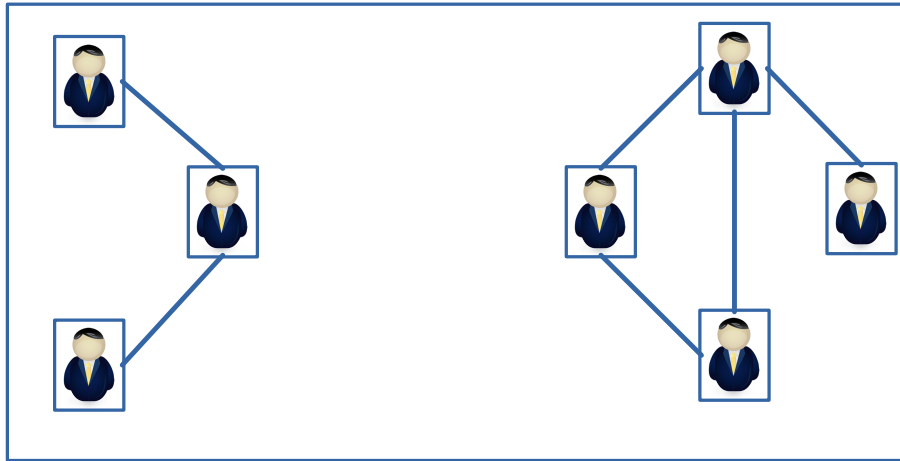


Figura 3.5 – Representação de fragmentação da estrutura social quando removido o indivíduo de maior centralidade de intermediação

Fonte: O autor.

Segundo (BARTHELEMY, 2004), o comportamento da distribuição de centralidade de intermediação a  $P_B(\beta_i)$  em estruturas reais, mais precisamente nas estruturas sociais, possui um comportamento do tipo lei de potência  $p(\beta_i) \approx \beta_i^{-\eta}$ , com  $\eta$  aproximadamente 2. A figura 3.6 ilustra o comportamento da centralidade de intermediação de um grupo de indivíduos da rede social online *Facebook*, sendo (A) a estrutura social e (B) a distribuição de probabilidade da centralidade de intermediação com um ajuste do tipo de lei de potência.

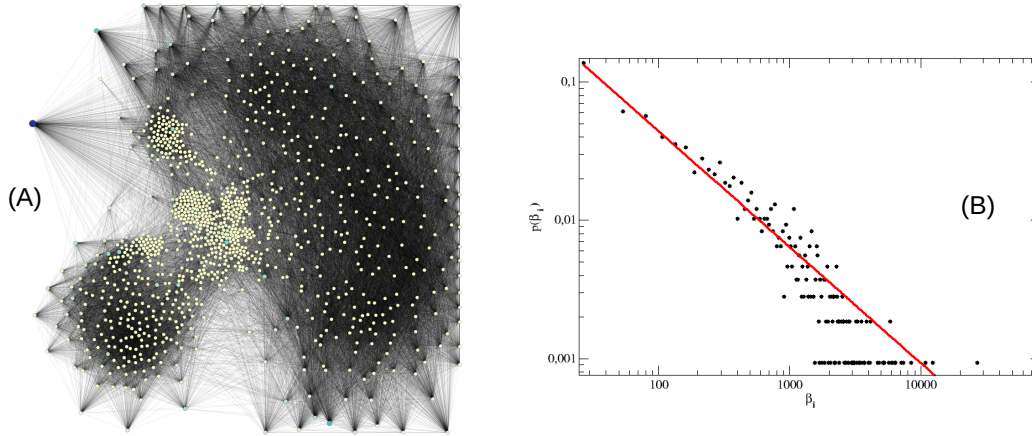


Figura 3.6 – Distribuição de centralidade de intermediação de um fragmento da estrutura social do *Facebook*. (A) Representação da estrutura social em que os elementos mais escuros representam alta centralidade de intermediação e (B) a distribuição tipo lei de potência com parâmetro de decaimento exponencial próximo de dois.

Fonte: O autor.

## 3.7 Paradoxo da amizade

As estruturas sociais que surgem com os vínculos sociais (relações sociais) possuem como característica as propriedades estruturais, mas também um paradoxo que relaciona o número de amizades que um pessoa tem na estrutura e o número médio de amigos dessa pessoa. Essa análise teve início com o sociólogo Scott Feld, que comparou o número de relações sociais que uma pessoa possui com o número médio de amigos que os amigos dessa pessoa possuíam. Contrariando as expectativas, Feld constatou que o segundo número é sempre maior que o primeiro. Desde então, pesquisadores verificaram que as estruturas sociais online (estruturas reais) como *Facebook* e *Twitter* apresentam essa características, ou seja, o denominado paradoxo da amizade (FELD, 1991).

Consideremos a estrutura social da figura 3.7, composta por quatro pessoas (Alice, Bob, Chloe e Dave) vinculadas pela relação social de amizade. Então temos que o único amigo de Alice é Bob. Bob possui como amigos Dave e Chloe, que são amigos entre si. Isso significa que Alice possui um amigo, Bob possui três, Chloe possui dois e Dave possui dois. Portanto, em média, as pessoas dessa estrutura social possuem dois amigos (8 relações sociais dividido por 4 pessoas).

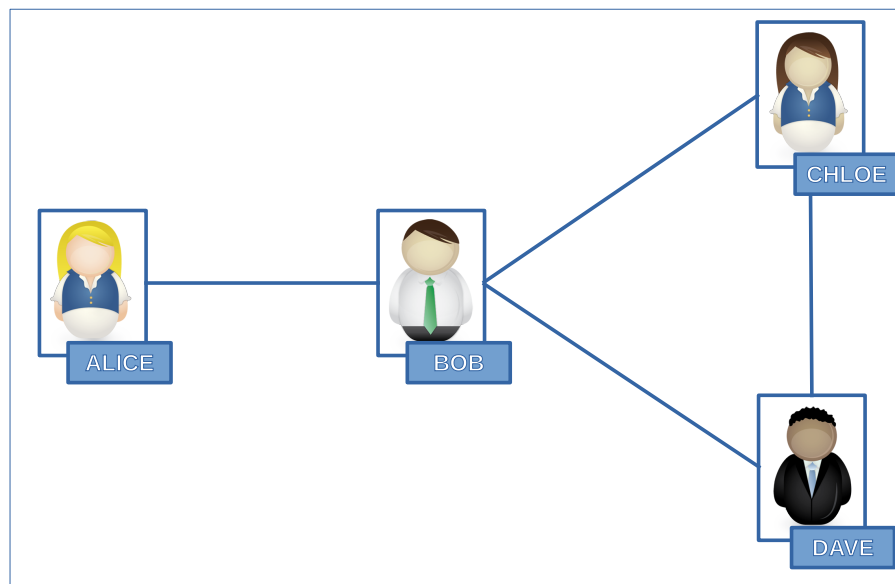


Figura 3.7 – Exemplo de estrutura social vinculadas pela relação social de amizade.

Fonte: O autor.

Agora vamos considerar o número de amigos de amigos que cada pessoa possui. Os amigos de Alice possuem 3 amigos, os amigos de Bob possuem 5 relações de amizade, os amigos de Chloe, 5, e os amigos de Dave, também 5. Totalizando 18 relações de amizade dos amigos dos amigos. No entanto, o número médio de amigos na estrutura social é 8, então, a média de relações de amizades dos amigos dos amigos e o número de amigos que a estrutura apresenta é de 2,25. Ou seja, o número em média de amigos dos amigos é maior que o número de amigos que cada pessoa possui na estrutura da figura [3.8](#).

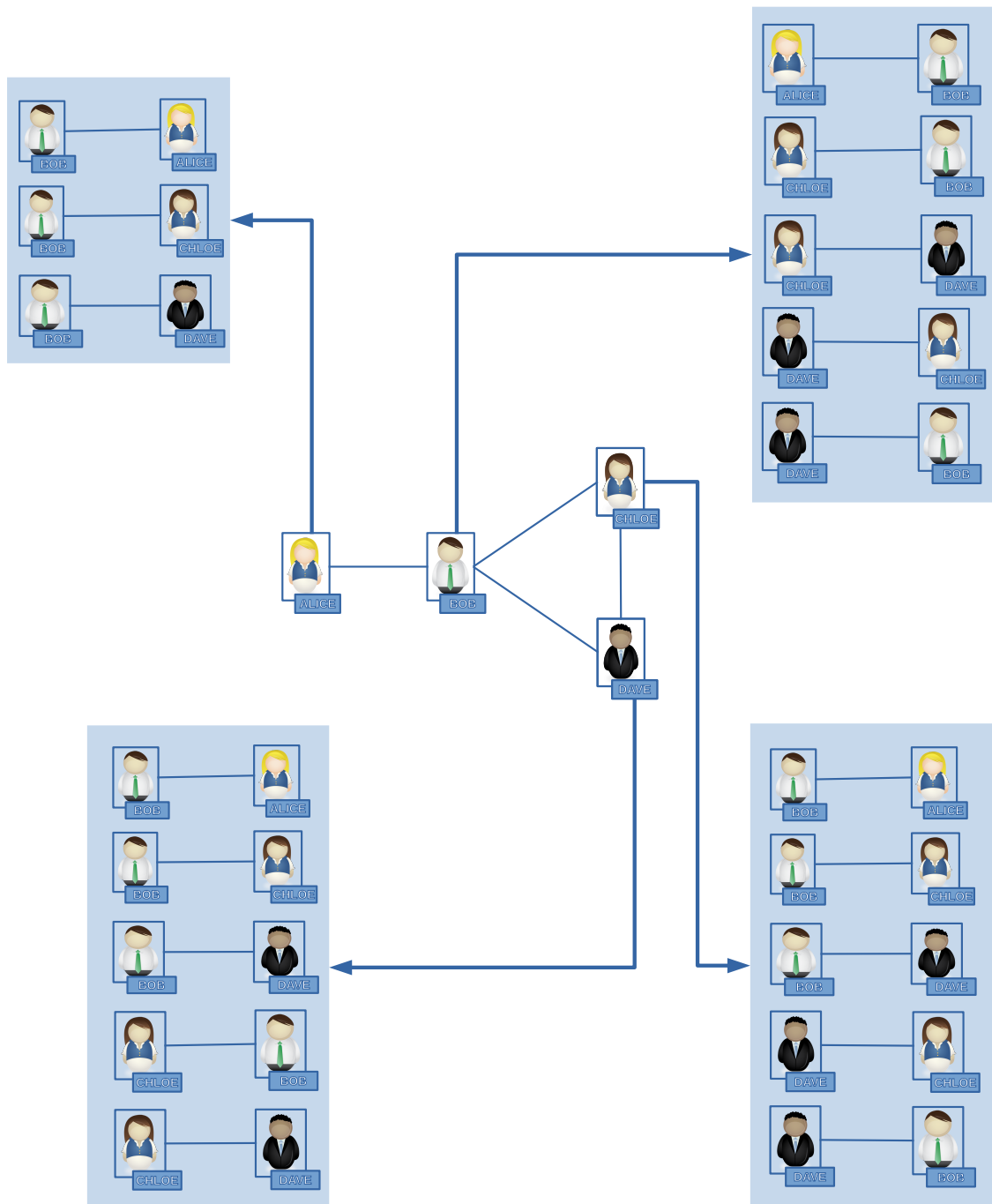


Figura 3.8 – Aplicação do paradoxo da amizade na estrutura social vinculada pela relação social da amizade.

Fonte: O autor.

O motivo desse comportamento é devido ao fato de Bob possuir mais relações sociais que as demais pessoas na estrutura. Essa característica de Bob faz com que ele seja mencionado muitas vezes na listagem dos amigos de amigos. É sabido que, em estruturas

sociais maiores, há indivíduos bem relacionados, com muitas relações sociais com diversas pessoas. Isso faz com que eles mudem o número médio de relações sociais para todos na estrutura social.

Diversos efeitos podem ser estudados em estruturas sociais que possuem o paradoxo da amizade. Um exemplo é o monitoramento de epidemias em estruturas sociais. O trabalho proposto pelos pesquisadores (GARCIA-HERRANZ et al., 2014) e (CHRISTAKIS; FOWLER, 2010), utiliza o paradoxo da amizade como um indicador de como aconteceu a disseminação do vírus da gripe entre os alunos de uma universidade americana. Com esse trabalho, puderam concluir que métodos amostrais estatísticos nem sempre são eficazes para o tratamento de epidemias, porém, com as estruturas sociais e o paradoxo da amizade pode-se estar a frente da problemática da epidemia e prever a sua disseminação. Outros pesquisadores como (EOM; JO, 2014) e (ZUCKERMAN; JOST, 2001) propuseram uma solução e generalização para o paradoxo da amizade em que avaliaram diferentes propriedades da estrutura social, como a assortatividade e a distribuição de conectividade dos indivíduos e obtiveram as condições que determinam se o paradoxo se aplica ou não. O vínculo selecionado para estudo na estrutura social dos pesquisadores foi a autoria ou não de trabalhos científicos (HODAS et al., 2013).

Portanto, o paradoxo da amizade é utilizado para análise das relações sociais entre indivíduos e para comparar estruturas sociais. Nesse caso, o utilizamos como indicativo para realizar a comparação entre estruturas sociais literárias e reais, pois o comportamento entre as duas tende a ser igual. Ou seja, se as estruturas formadas pelas personagens das obras literárias se comportarem como as estruturas encontradas no mundo real, então, ambas apresentarão o paradoxo da amizade.

Para se obter essa relação e quantificar o paradoxo na estrutura social, utiliza-se o conceito de grau do indivíduo  $i$  ( $k_i$ ) e grau médio dos seus amigos ( $\langle k_{nn} \rangle$ ) que é a média do número de relações sociais dos amigos do indivíduo  $i$  da estrutura. Então, temos as seguintes restrições: se  $k_i < k_{nn}$ , o indivíduo  $i$  é influenciado pela existência do paradoxo. Se  $k_i > k_{nn}$ , não haverá a presença do paradoxo para o indivíduo  $i$ .

A figura 3.9 ilustra uma estrutura social em que o vínculo entre os indivíduos é a amizade. Essa estrutura representa os 280 alunos do colégio norte-americano estudados no trabalho de Coleman, que se relacionavam através do vínculo da amizade (1620 relações de amizade) (COLEMAN, 1957). Em (A), observa-se o padrão formado pela estrutura social e em (B), o gráfico da relação entre o número de relações sociais do vértice  $i$  ( $k_i$ ) e o número médio de amizades dos amigos do indivíduo  $i$ . As escalas de cores simbolizam a probabilidade de ocorrer o paradoxo da amizade.

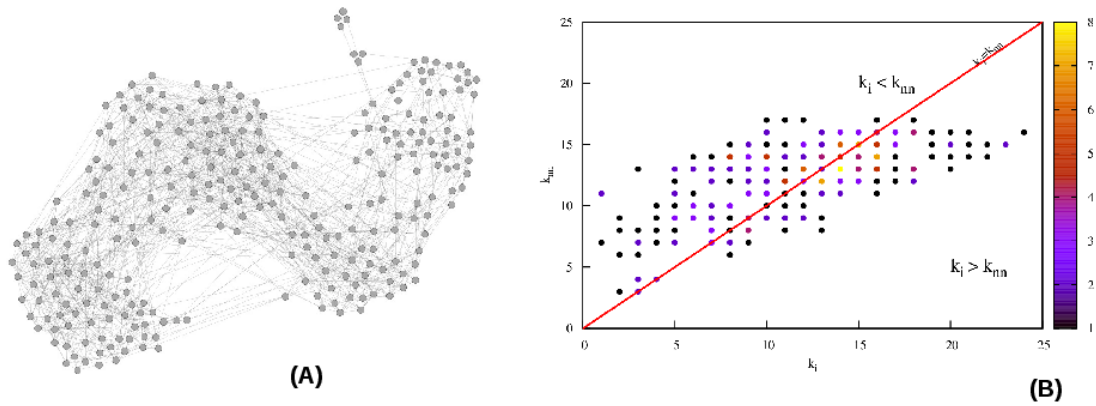


Figura 3.9 – Representação da estrutura social de um colégio norte-americano estudado pelo sociólogo Coleman. (A) Estrutura social em que o vínculo é a amizade e (B) histograma bidimensional.

Fonte: O autor.

### 3.8 Comunidades

Uma propriedade interessante nas estruturas sociais é a presença de estruturas modulares locais conhecidas como comunidades. Em estruturas sociais, podemos definir uma comunidade como um conjunto de pessoas densamente conectadas, ou seja, as relações sociais estabelecidas dentro de um conjunto de pessoas formam subconjuntos que são densamente conectados (DONETTI et al., 2004). Um exemplo clássico de formação de comunidades é o estudado pelo pesquisador Wayne Zachary, que observou as interações sociais de uma escola de karatê de uma universidade norte-americana. Esse trabalho consistiu na construção de uma estrutura social de indivíduos que faziam parte de uma academia de karatê. Zachary observou que existiam dois grupos distintos de pessoas, que tomaram decisões diferentes após a venda de tal academia. Um grupo acabou por apoiar o professor principal e outro apoiou o administrador da academia (PALLA et al., 2005), (PONS PASCAL; LATAPY, 2006).

A figura 3.10 ilustra a estrutura social que representa os vínculos sociais professor-aluno e de amizade entre os integrantes, considerando os dois grupos citados.



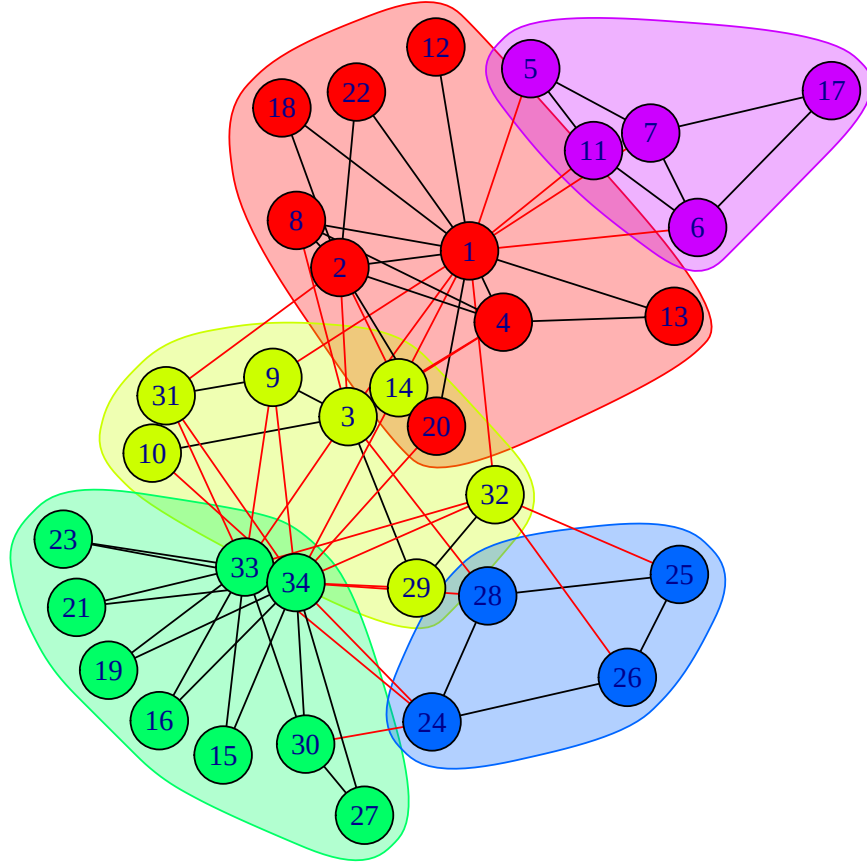


Figura 3.10 – Representação das comunidades calculadas pelo algoritmo de WalkTrap Communities na estrutura social da escola de karate.

Fonte: O autor.

Utilizando a teoria dos grafos e suas representações, definem-se as comunidades como partições de um grafo  $g$ . Essas partições são calculadas com a função de modularização (ONNELA et al., 2007), que é dada por:

$$\Delta Q = \frac{1}{4m} \sum_{i,j \in g} \left[ B_{ij} - \delta_{ij} \sum_{k \in g} B_{ik} \right] s_i s_j \equiv \frac{1}{4m} \vec{s}^T \vec{B}^{(g)} \vec{s} \quad (3.36)$$

Onde  $\delta_{ij}$  é delta de Kronecker,  $s_i^2 = 1$  e  $\vec{B}^{(g)} = B_{ij} - \delta_{ij} \sum_{k \in g}$  é uma matriz  $n_g \times n_g$

com elementos pertencentes ao grupo  $g$  e  $m$  o número total de relações sociais (arestas). A otimização da equação 3.36 é feita através de métodos computacionais. Exemplo são os algoritmos do pacote *igraph* (R Core Team, 2015) que utilizam diversos recursos para calcular as partições que otimizam a função de modularidade. O algoritmo que é utilizado nessa tese é o *WalkTrap Communities*, que otimiza a função de modularidade com o processo de caminhada aleatória. Esse algoritmo distribui pontos (caminhantes) que transitam pela estrutura social e que ficam confinados em passeios curtos na estrutura. Em um contexto de estruturas sociais, o caminhar aleatório transita pelas relações sociais definidas pelos grupos de indivíduos que as compõem.

Segundo Garton (1997) é possível encontrar, em estruturas sociais representadas por grafos, padrões específicos de relações, que seriam associados aos grupos sociais, permitindo o estudo de quem pertence ou não a um grupo de pessoas. Nas estruturas sociais online, uma comunidade é definida como um grupo de discussões sobre qualquer assunto. Exemplo disso são as páginas de discussões do *Facebook*, em que um grupo de indivíduos que possuem relações sociais discutem um determinado assunto (GARTON et al., 1997).

### 3.9 Entropia Estrutural

As conexões entre os indivíduos em uma estrutura social nem sempre são dadas de forma trivial, ou seja, são dadas de forma complexa, caracterizando-as como estruturas sociais complexas. Essas estruturas possuem uma complexidade intrínseca que os pesquisadores tentam mensurar com as definições de entropia. O conceito de entropia é muito mais amplo que o aplicado em redes complexas, no entanto, iremos nos restringir aos conceitos propostos por Bianconi e colaboradores. Nessa definição, as três características estruturais (os números totais de indivíduos e de relações sociais; o número de relações sociais por indivíduos; e o número de comunidades formadas nas estruturas) terão uma analogia com os ensembles da mecânica estatística, com a sua respectiva função de partição (BIANCONI, 2008), (VOSGERAU, 2016).

Portanto, segundo (BIANCONI, 2008), a primeira definição de ensemble considera as restrições entre o número total de indivíduos ( $N$ ) e o número total de relações sociais que conectam os indivíduos na estrutura social ( $L$ ). Com essas restrições, temos a entropia de ordem zero, que possui uma analogia com a entropia do ensemble microcanônico da mecânica estatística, dada por:

$$s^{(0)} = \ln \left[ \binom{\frac{N(N-1)}{2}}{L} \right] \quad (3.37)$$

A segunda é baseada no número de relações sociais que os indivíduos possuem na estrutura social (conceito este que é denominado como grau de um vértice, como vimos anteriormente na estrutura do tipo grafo). Essa restrição da estrutura é mais local que a anterior, pois trata de uma das relações sociais individualizadas que cada pessoa realiza na estrutura social. Como na restrição anterior, também há um análogo na mecânica estatística (BIANCONI, 2013). Essa restrição do grau de cada indivíduo na estrutura permite calcular a entropia no ensemble canônico, dado pela equação a seguir:

$$s^{(1)} \approx -\frac{1}{N} \left[ \sum_i k_i (\ln(k_i - 1)) - \frac{1}{2} \sum_i \ln(2\pi k_i) + \frac{1}{2} \langle k \rangle N [\ln(\langle k \rangle N) - 1] - \frac{1}{2} \left( \frac{\langle k^1 \rangle}{\langle k \rangle} \right)^2 \right] \quad (3.38)$$

A terceira e última é baseada nos agrupamentos de indivíduos que a estrutura fornece, que denominamos anteriormente como comunidades da estrutura social. Essa restrição caracteriza o ensemble gran canônico das estruturas tipo grafo, que são uma forma de representação das estruturas sociais (BIANCONI, 2013). Essa restrição das comunidades tem uma entropia vinculada para esse ensemble dada pela equação abaixo:

$$s^{(2)} \approx -\sum_i k_i w_i - \sum_{q < q'} A(q, q') w_{q, q'} + \sum_{i < j} \ln(1 + e^{(w_i + w_j + w_{q_i, q'_j})}) - \frac{\sum \ln(2\pi \alpha_i)}{2} - \frac{\sum_{q < q'} \ln(2\pi \alpha_{q, q_i})}{2} \quad (3.39)$$

Sendo  $w_i$  os multiplicadores de lagrange para otimização da entropia de comunidade,  $A(q, q')$  as ligações entre as comunidades  $q$  e  $q'$ ,  $\alpha_i$  o parâmetro relacionado aos multiplicadores de lagrange e  $k_i$  o número de relações do indivíduo  $i$  inserido na comunidade (VOSGERAU, 2016), (BIANCONI, 2008).

Analisar as estruturas sociais como um ensemble da mecânica estatística e calcular a sua entropia permite entender como o agrupamento de pessoas e suas relações sociais podem se dar de forma complexa. E, ainda, permite identificar como essa organização de pessoas pode ser afetada quando a estrutura sofre uma falha ou ataque. Exemplo disso é quando um elemento da estrutura é extraído, acarretando uma mudança significativa na entropia. Apesar disso, a restrição adotada para o cálculo de tal entropia considera apenas as relações por indivíduo, possibilitando, nesta tese, a exploração da entropia de ordem um nas estruturas sociais, ou seja, a entropia estrutural que as relações sociais apresentam em estruturas sociais reais e nas obras literárias (VOSGERAU, 2016).

## 4 Estratégia para ataques em estruturas sociais

### 4.1 Vulnerabilidade de estruturas sociais

O estudo da vulnerabilidade em redes sociais possui extrema importância pois pode-se observar o comportamento da estrutura social e se ela se rompe de maneira a comprometer a informação transmitida pelas relações sociais. Segundo a vulnerabilidade de uma estrutura social a ataques é definida como a diminuição do seu desempenho devido à remoção selecionada de indivíduos, ou seja, o desvínculo das relações sociais entre os indivíduos que a compõem. Um exemplo clássico de ataques em estrutura sociais são os ataques em redes de computadores. Neles, a estratégia de ataque é fazer com que algum computador da estrutura seja desligado, interrompendo a transmissão de informação na estrutura social.

Baseado nesse mesmo exemplo, podemos mudar a estratégia dos ataques e apenas danificar o elemento (ou indivíduo) que possua alta conectividade, denominado de hub na estrutura. Tal elemento é considerado o principal alvo, pois irá danificar a transmissão de informação. No entanto, trabalhos recentes mostram que os indivíduos removidos são os que possuem centralidade de intermediação alta, objetivando o comprometimento do tráfego de informação e a fragmentação da estrutura social. Dessa forma, temos as medidas clássicas para quantificar os possíveis danos causados na estrutura social mediante ataques. Exemplo dessas medidas são a eficiência da estrutura e a vulnerabilidade a ataques. Ambas as medidas são baseadas no caminho médio da estrutura social, pois ao sofrer o ataque, a estrutura modifica os percursos entre os elementos que compõem a estrutura social. Portanto, o cálculo das medidas de vulnerabilidade clássica são de extrema importância para analisar as modificações na estrutura social ([ALBERT et al., 2000](#)).

### 4.2 Eficiência e Vulnerabilidade em rede sociais

A eficiência de uma estrutura social está relacionada ao inverso da distância de caminho médio entre os elementos que compõem a estrutura social. Portanto, se a estrutura social possui uma distância de caminho médio pequena, a eficiência da estrutura é alta, e vice-versa (se a distância de caminho médio for grande, a eficiência da estrutura será baixa). Assim, a eficiência é uma medida global da estrutura, pois se baseia no comportamento de todos os elementos da estrutura social, ou seja, em como são dados os vínculos sociais

para as ligações entre os indivíduos que a compõem (ARIANOS et al., 2009), (ALBERT et al., 2000). Então, tal medida é definida matematicamente:

$$E = \frac{\sum_{i \neq j} d_{ij}^{-1}}{N(N-1)} \quad (4.1)$$

Sendo  $d_{ij}$  a distância entre os indivíduos  $i$  e  $j$  e  $N$ , o número total de indivíduos presentes na estrutura social. Quanto maior a distância entre os indivíduos, menor a eficiência da estrutura. Nesse caso, a transmissão de informação na estrutura social é mais rápida quando a eficiência da estrutura social for alta, ou seja, quando o caminho entre os indivíduos for menor, o que torna o fluxo de informação mais rápido.

Uma vez definida a eficiência da estrutura social, podemos analisar a sua vulnerabilidade. Essa medida é baseada não somente na eficiência da estrutura social, mas também na eficiência da estrutura danificada por ataques na estrutura social,  $E(l)$ . Há diversas definições de vulnerabilidade, porém a que mais se destaca e a mais intuitiva é a de (HOLMGREN, 2007) que indica a sensibilidade a eventos adversos que resultam em reduções significativas da funcionalidade de determinada estrutura social. Em estruturas sociais, essa funcionalidade é a maneira como a informação é transmitida, dados os caminhos que as relações sociais formam. Um exemplo dessa transmissão de informação em estrutura social é o experimento de Milgram, que utilizou o envio de cartas como forma de relacionar os indivíduos e, principalmente, como troca de informação entre eles.

Um exemplo dessa vulnerabilidade são os ataques, aos quais estruturas sociais, redes de computadores e sistemas biológicos estão sempre vulneráveis. Exemplo disso são as atuais estruturas de computadores (redes de computadores) em que, se algum servidor em que estão conectadas diversas máquinas ou que hospede redes sociais online for desligado ou apresentar defeito, isso irá comprometer o tráfego de informação entre os usuários. Outro exemplo são as estruturas biológicas, em que o metabolismo seja comprometido por uma patologia (PU; CUI, 2015), (NIE et al., 2015).

Outros modelos são propostos para o entendimento do fluxo de informação em estruturas sociais, biológicas e computacionais, porém esses modelos são baseados na caminhada aleatória que simula o fluxo de informação na estrutura. Um exemplo é o modelo proposto por Miranda e colaboradores, que analisa o fluxo de informação em uma estrutura biológica, previamente modelada através de uma rede direcionada. Nesse trabalho, foram removidos componentes do sistema imunológico na estrutura biológica (grafo) e, assim, calculada a variação do tráfego de informação na estrutura (MIRANDA et al., 2015).

Portanto, baseado nos vínculos que a estrutura social disponibiliza (como por exemplo a sua eficiência), podemos definir matematicamente a vulnerabilidade da estrutura

social, dada por:

$$V_l = \frac{|E^{(g)} - E^{(l)}|}{E^{(g)}} \quad (4.2)$$

sendo  $E^{(g)}$  a eficiência da estrutura antes de ser submetida aos ataques e  $E^{(l)}$ , a eficiência da estrutura após ser atacada. Portanto, quanto maior a vulnerabilidade, mais sensível a ataques é a estrutura, e ela depende da estratégia de ataque selecionada.

### 4.3 Entropia como medida de vulnerabilidade da estrutura social

Como definimos anteriormente, a entropia estrutural é baseada nos vínculos (número total de indivíduos, número total de relações sociais e número de relações sociais por indivíduo) que estão presentes na estrutura social. Assim, definimos o parâmetro  $\delta^{(j)}$  baseado nas aproximações para a entropia dos ensembles de redes complexas propostas por Bianconi e colaboradores (BIANCONI, 2008), (BIANCONI, 2013). A equação 4.3 representa o parâmetro de variação da entropia estrutural após a ocorrência de ataques na estrutura social:

$$\delta_l^{(j)} = \frac{|S_{rede}^{(j)} - \max(S_l^{(j)})|}{\min(S_l^{(j)} - \max(S_l^{(j)}))} \quad (4.3)$$

Sendo  $S_{rede}^{(j)}$  a entropia estrutural antes de efetuar os ataques e  $S_l^{(j)}$  a entropia estrutural após os ataques e  $j = 0, 1$ , as entropias estruturais de ordem zero e ordem um, respectivamente. O parâmetro  $\delta_l^{(j)}$  refere-se a quanto a estrutura social é modificada durante os ataques, pois, se o ataque causa mudanças significativas na estrutura social, a remoção pode ou não fragmentá-la (VOSGERAU, 2016). Podem-se definir as seguintes restrições para tal parâmetro:

- Se  $\delta_l^{(j)} = 0$  temos que a entropia da estrutura antes do ataque é igual à entropia após o ataque, resultando que o ataque não causa efeito na homogeneidade das ligações e não afeta a eficiência da estrutura.
- Se  $\delta_l^{(j)} > 0$  temos que a entropia da estrutura antes do ataque é maior do que a entropia após o ataque, resultando em uma perda da eficiência da estrutura social.

Esse parâmetro depende principalmente da estratégia de ataque escolhida. A vulnerabilidade e a eficiência da estrutura social também dependem de tal estratégia.

### 4.4 Estratégia de ataques

Em geral, a estratégia de ataques faz uso das propriedades intrínsecas da estrutura social e pode ser classificada como local (que depende do número de conexões que cada

indivíduo possui) ou global (que necessita das propriedades da estrutura como um todo, por exemplo, o número total de indivíduos presentes na estrutura). Nessa tese, iremos explorar as estratégias de ataques simples, como a remoção de indivíduos que seguem a sequência de grau de forma decrescente e a remoção de indivíduos de forma aleatória, ou seja, indivíduos escolhidos ao acaso. Para tanto, iremos atacar os hubs da estrutura, que caracterizaremos como ataques locais, que podem ou não romper a estrutura social, e também serão atacados indivíduos que possuam qualquer tipo de ligação.

Outra estratégia para ataques na estrutura social é a remoção de grupos de elementos que são calculados pela otimização da função de modularidade, que nos dá o número de comunidades da estrutura social. Ao atacadas, podem comprometer a eficiência, a vulnerabilidade e a entropia estrutural da rede social.

Portanto, definimos as seguintes estratégias de ataques para as redes sociais literárias: os ataques locais com reposição, que seguem a sequência de grau de forma crescente; os ataques com remoção de porcentagem de indivíduos da estrutura social, seguindo a sequência de grau, porém sem reposição; e a remoção das comunidades formadas pelos indivíduos (comunidades calculadas pela função de modularidade com o algoritmo de WalkTrap Communities).

#### 4.4.1 Ataques locais com reposição

A estratégia de ataques locais com reposição ocorre quando extraímos um indivíduo  $i$  e suas relações sociais da estrutura e analisamos o que acontece com ela, e logo depois, recolocamos esse indivíduo  $i$  na estrutura e removemos o próximo ( $j$ ), seguindo a sequência de grau ou uma sequência aleatória de indivíduos. Nessa estratégia, calculamos a sequência de grau da estrutura  $\{k_i\}_{i=1}^N$  em que é removido o indivíduo  $i$  com maior grau  $k_i$ , resultando no primeiro ataque. Na sequência, são efetuadas as mesmas análises, até percorrer toda a sequência de grau. Dessa forma, todos os elementos são removidos da estrutura social e analisamos o comportamento da vulnerabilidade da estrutura.

A figura 4.1 é um exemplo da metodologia dos ataques seguindo a sequência de grau de forma decrescente. Essa estrutura possui  $N = 5$  indivíduos efetuando  $L = 13$  relações sociais entre si. Foram removidos os indivíduos seguindo essa estratégia de ataques.

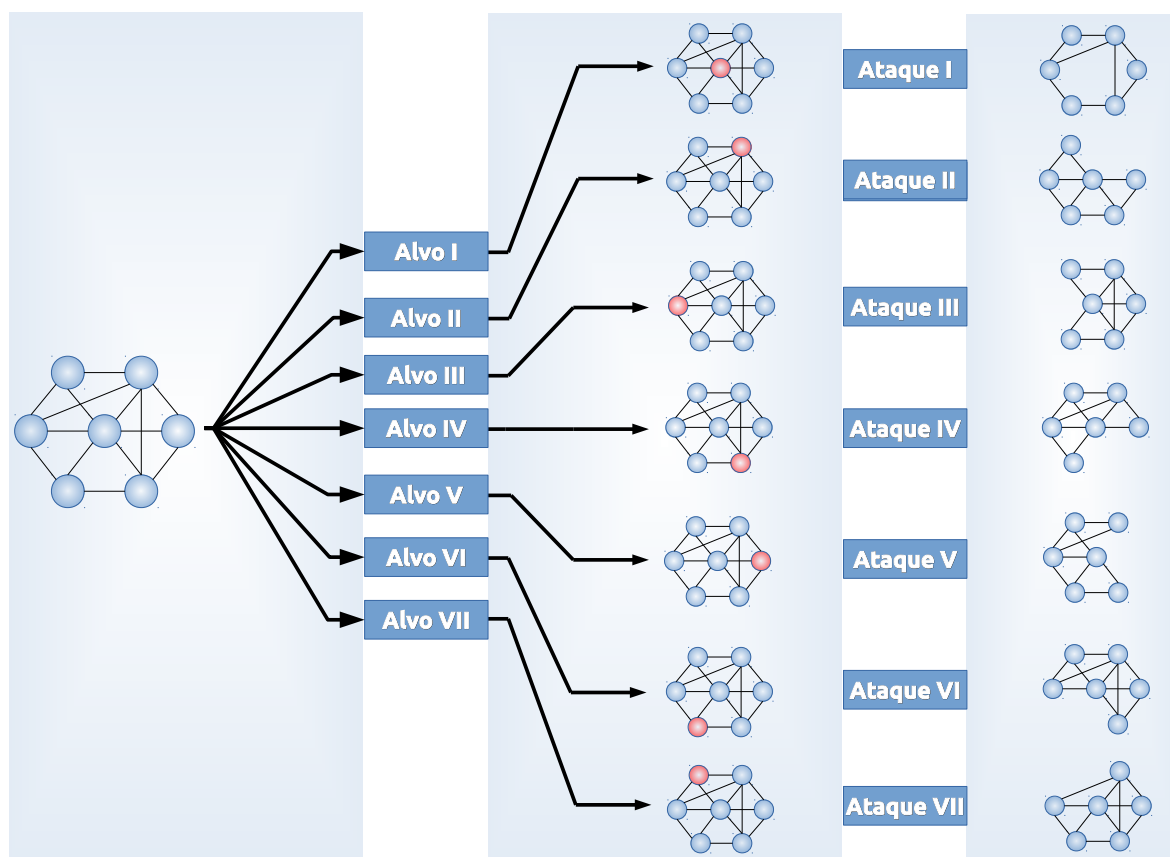


Figura 4.1 – Representação da estratégia de ataques locais seguindo a sequência de conectividade com reposição.

Fonte: O autor.

#### 4.4.2 Remoção de porcentagens de indivíduos sem reposição

A estratégia de remoção de porcentagens de indivíduos sem reposição é definida como um ataque global à estrutura, que consiste no seguinte: no primeiro ataque é removido 1% dos indivíduos de maior grau (maior conectividade); no segundo ataque são removidos 2% dos indivíduos, assim completando até aproximadamente 50% de remoção de indivíduos. Dessa forma, a estrutura é comprometida até perder aproximadamente 50% da sua funcionalidade e apresenta danos a ponto de passarem a existir indivíduos isolados na estrutura social, ou seja, indivíduos que não apresentam relações sociais com outros na estrutura. A figura 4.2 indica um exemplo da estratégia de ataques seguindo as sequências de grau em que são extraídas porcentagens de indivíduos da estrutura.



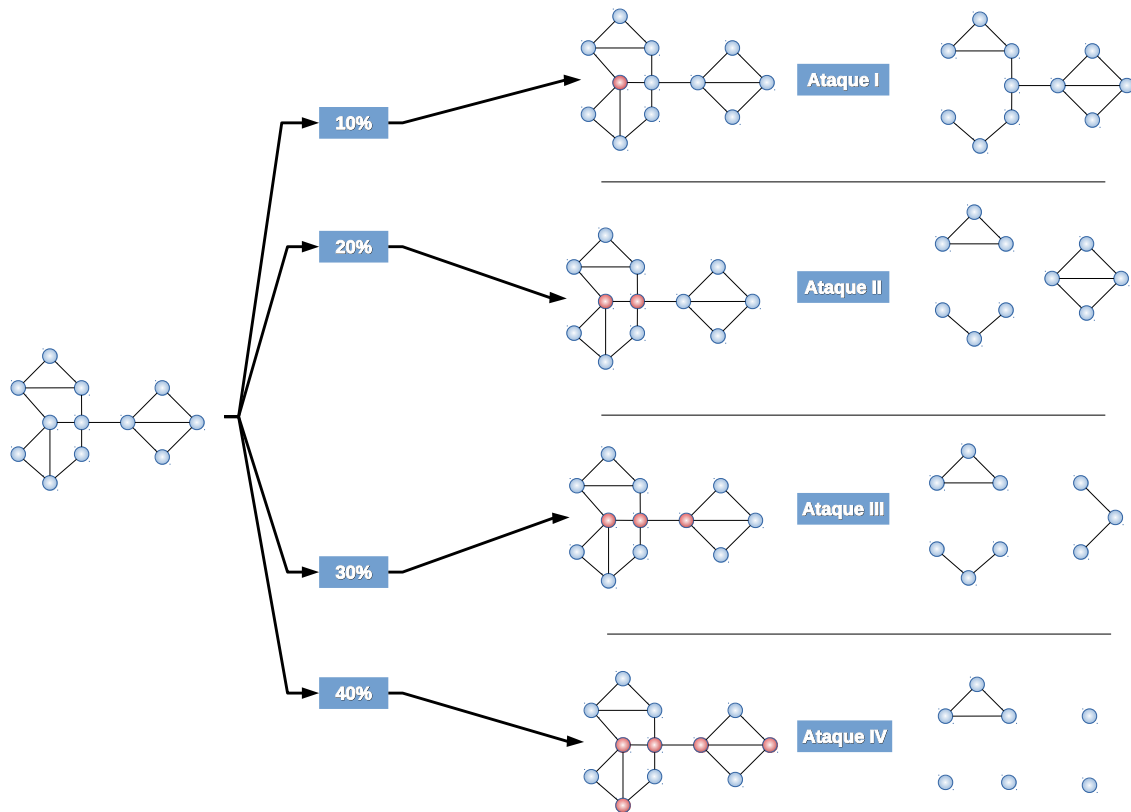


Figura 4.2 – Representação da estratégia de ataques com a remoção de porcentagens de elementos da estrutura sem reposição.

Fonte: O autor.

#### 4.4.3 Ataques por comunidades com reposição

As estratégias de ataques propostas anteriormente são realizadas localmente na estrutura social, ou seja, atacando indivíduos seguindo a sequência de grau. Outra estratégia que abordamos nessa tese é a global, que consiste no ataque a comunidades formadas na estrutura social. Como vimos anteriormente, podemos otimizar a função de modularidade e encontrar um número de subestruturas que podemos denominar comunidade. Muitas vezes, essas comunidades correspondem às encontradas na sociedade real. Portanto, os ataques que efetuamos nas comunidades são massivos e podem modificar drasticamente a estrutura, comprometendo sua eficiência, sua vulnerabilidade, e também sua entropia estrutural.

Assim, propomos uma estratégia de ataques removendo as comunidades da estrutura social, porém com reposição da comunidade removida. A estratégia consiste no seguinte:

1. Calcula-se o número de comunidades  $C_i$  da estrutura social através da otimização

da função de modularidade pela caminhada aleatória, utilizando-se o algoritmo de WalkTrap Communities;

2. Removem-se todos os indivíduos pertencentes a comunidade  $C_i$ , juntamente com as relações sociais que eles efetuam com outros da estrutura social;
3. Calculam-se as propriedades estruturais (eficiência, vulnerabilidade e entropia estrutural).

A figura 4.3 representa um exemplo dessa metodologia.

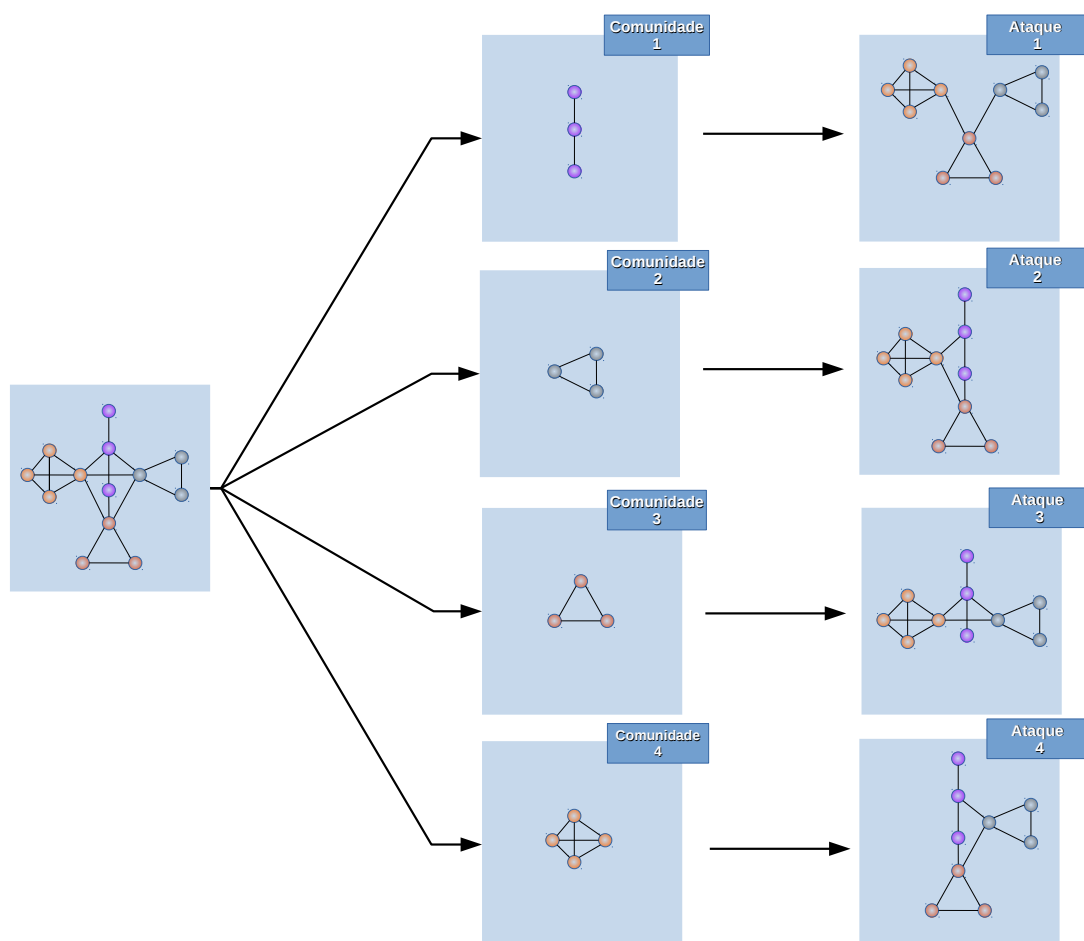


Figura 4.3 – Representação da estratégia de ataques com a remoção de comunidades da estrutura com reposição.

Fonte: O autor.

## 5 Resultados

### 5.1 Análise estrutural

As relações sociais propostas no capítulo 2 possibilitam o surgimento de duas estruturas sociais referentes às obras literárias de J.R.R Tolkien e de Homero. A figura 5.19a (A) representa a estrutura social das obras de Tolkien, na qual podemos observar a densidade das conexões entre as personagens. Essa estrutura social apresenta 618 personagens que se conectam através de 19.462 relações sociais. O número elevado de relações sociais nessa obra é devido às viagens que as personagens efetuam na obra e também às conexões que as divindades realizam.

A figura 5.19b (B) representa a estrutura social das obras de Homero, que é composta por 342 personagens, relacionados por meio de 1.747 relações sociais. Tanto nas obras Tolkienianas como na Odisseia, há relações entre personagens divinos e não divinos.

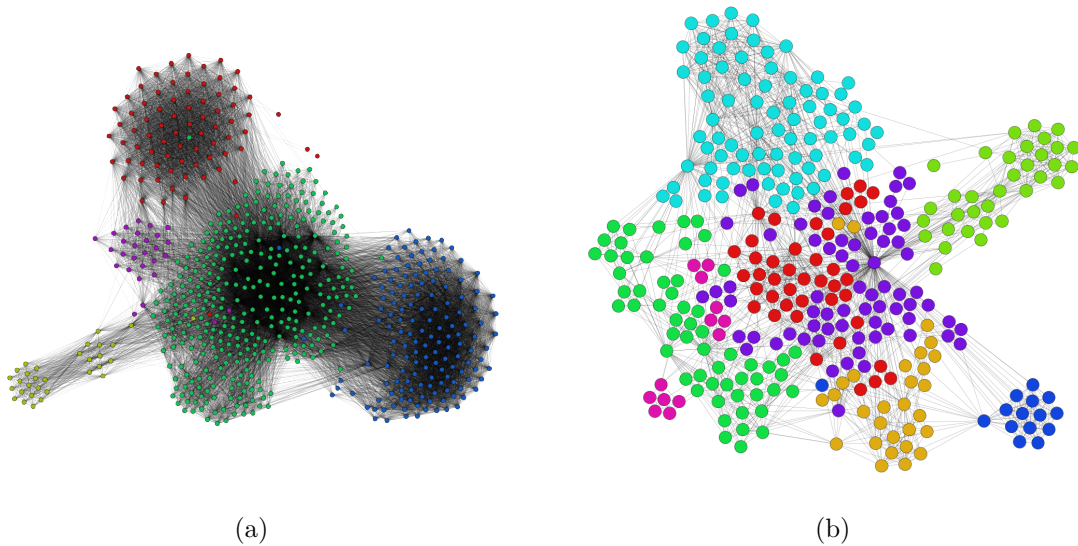


Figura 5.1 – Estruturas sociais literárias das obras clássicas. (a) J.R.R Tolkien e (b) Homero

Fonte: O autor.

A primeira propriedade analisada foi a distância de caminho médio. A estrutura social de Tolkien apresenta um caminho médio de aproximadamente dois passos, como ocorre em outras obras estudadas na literatura. Porém, ao extrairmos as divindades da estrutura social literária mitológica de Tolkien, essa propriedade estrutural varia para

aproximadamente quatro passos, distância característica das estruturas sociais online, mais especificamente como o encontrado na estrutura social do *Facebook*, conforme veremos adiante.

Segundo Miranda e colaboradores, a estrutura social encontrada na Odisseia de Homero se comporta de maneira análoga a das obras de Tolkien, pois, ao extrairmos a assembleia dos deuses da estrutura social da Odisseia, há uma variação de caminho médio semelhante. Ou seja, nas obras dos dois autores, observa-se variações próximas na distância de caminho médio (MIRANDA et al., 2013).

Essa característica observada nas duas estruturas sociais é definida pela onipresença que as personagens divinas possuem no enredo da obra. O escritor necessita de um estudo aprofundado da sociedade real para ser capaz de construir a sociedade fictícia que será inserida em sua obra, porém, ainda precisa inserir nela personagens que se comportem como divindades.

Outra propriedade analisada nas estruturas sociais (literárias e online) foi a assortatividade, que nos mostrou que as estruturas literárias são disassortativas, ou seja, que nelas, as personagens tendem a relacionar-se com outras personagens que possuam, em relação a elas, um número de relações sociais distinto. Essa característica é devida à interação das personagens heroicas quando saem em suas aventuras. Um exemplo nas obras Tolkienianas é a sociedade formada por anões que saem para reconquistar a montanha de Ereborn do Dragão Smaug. Já na Odisseia, a disassortatividade ocorre devido às aventuras de Homero junto aos argonautas, quando regressam a Ítaca após a Guerra de Troia.

As jornadas de heróis nas duas obras não fazem somente com que as estruturas sejam disassortativas, mas também geram a triangularização entre as personagens em tais estruturas sociais, ou seja, ocorre o surgimento de transitividade entre elas. Essa triangularização entre as personagens é devida ao compartilhamento de eventos e à relação de alusão à relação social, ocasionando que uma relação entre um trio de pessoas, na linguagem da teoria de grafos, seja denominada como um triângulo de vértices. Ou seja, triângulos de relações sociais são efetuados durante o enredo das obras literárias.

Na tabela 5.1 estão listadas as propriedades estruturais das obras literárias estudadas. Sendo  $N$  o número de indivíduos da estrutura social,  $L$  o número de relações sociais efetuadas pelas personagens,  $\langle k \rangle$  o número médio de relações sociais e  $d$ , a distância de caminho médio entre as personagens.

Tabela 5.1 – Tabela das propriedades das estruturas sociais literárias das obras de J.R.R. Tolkien e a Odisseia de Homero. Sendo  $N$  o número de vértices,  $L$  número de arestas,  $A$  assortatividade,  $T$  transitividade,  $\langle k \rangle$  grau médio,  $d$  distância de caminho médio,  $C$  número de comunidades e  $\langle \beta \rangle$  centralidade de intermediação média.

| Propriedades            | Homero    | Tolkien  |
|-------------------------|-----------|----------|
| $V$                     | 342       | 618      |
| $L$                     | 1747      | 19486    |
| $A$                     | -0,150521 | -0,36320 |
| $T$                     | 0,27956   | 0,31941  |
| $\langle k \rangle$     | 10,21     | 63,06    |
| $d$                     | 2,589     | 1,988    |
| $C$                     | 32        | 5        |
| $\langle \beta \rangle$ | 271,032   | 304,894  |

Fonte: O autor.

Dessa forma, ambas as estruturas sociais literárias apresentam suas distribuições de grau (também chamadas de distribuições de probabilidade de conectividade entre as personagens) de forma semelhante à encontrada nas estruturas sociais online. No entanto, ambos os casos (literário e online) apresentam um ajuste na forma de lei de potência com truncamento exponencial, diferindo dos resultados encontrados por Newman, Carron e Barabasi em seus estudos sobre estruturas sociais (CARRON P. M.; KENNA, 2012), (NEWMAN, 2003), (ALBERT; BARABÁSI, 2002). Essas distribuições mostram que o comportamento da conectividade das personagens em tais obras literárias assemelha-se ao encontrado nas estruturas sociais online, demonstrando assim que, de maneira geral, as estruturas sociais oriundas de obras literárias clássicas se aproximam das estruturas sociais reais (online).

A figura 5.2, ilustra a distribuição de grau obtida nas obras literárias de Tolkien e de Homero. Sendo (A) a distribuição de probabilidade das relações sociais das obras literárias de J.R.R. Tolkien e (B) a distribuição de probabilidade das relações sociais da Odisseia de Homero.

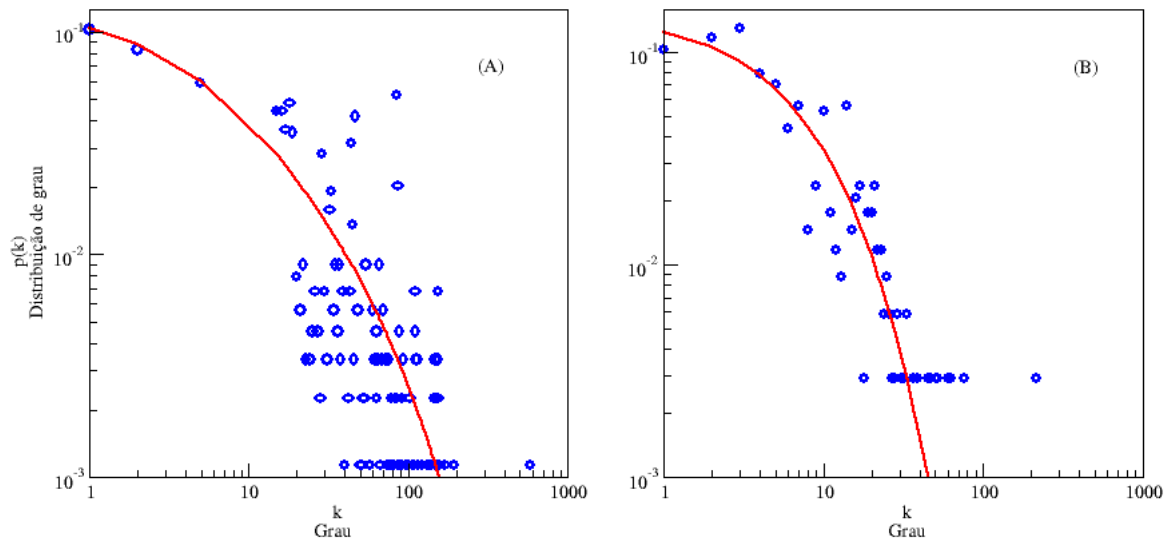


Figura 5.2 – Distribuições de probabilidade de conexão entre as personagens das obras literárias. (a) J.R.R Tolkien e (B) Homero

Fonte: O autor.

A tabela 5.2 apresenta os parâmetros de ajustes das distribuições de grau das estruturas sociais literárias representadas na figura 5.2.

Tabela 5.2 – Parâmetros de ajustes das distribuições de conectividade das estruturas sociais literárias. Sendo  $\nu$  parâmetro de normalização,  $\alpha$  deslocamento da curva,  $\beta$  parâmetro do truncamento exponencial,  $\gamma$  parâmetro do decaimento da lei de potência e  $R^2$  coeficiente de Person representando a qualidade do ajuste.

| Parâmetros | Tolkien | Homero |
|------------|---------|--------|
| $\nu$      | 2,318   | 3,387  |
| $\alpha$   | 8,301   | 10,010 |
| $\beta$    | 0,005   | 0,054  |
| $\gamma$   | 1,406   | 1,348  |
| $R^2$      | 0,9004  | 0,9269 |

Fonte: O autor.

A figura 5.3 representa a distribuição de centralidade de intermediação das estruturas sociais literárias que seguiram uma lei de potência. Ao considerar as relações sociais entre as personagens das obras literárias, temos indivíduos que são mais importantes considerando que apresentam elevado grau de intermediação entre os grupos sociais.

Na tabela 5.3 estão representados os parâmetros de ajuste das probabilidades de

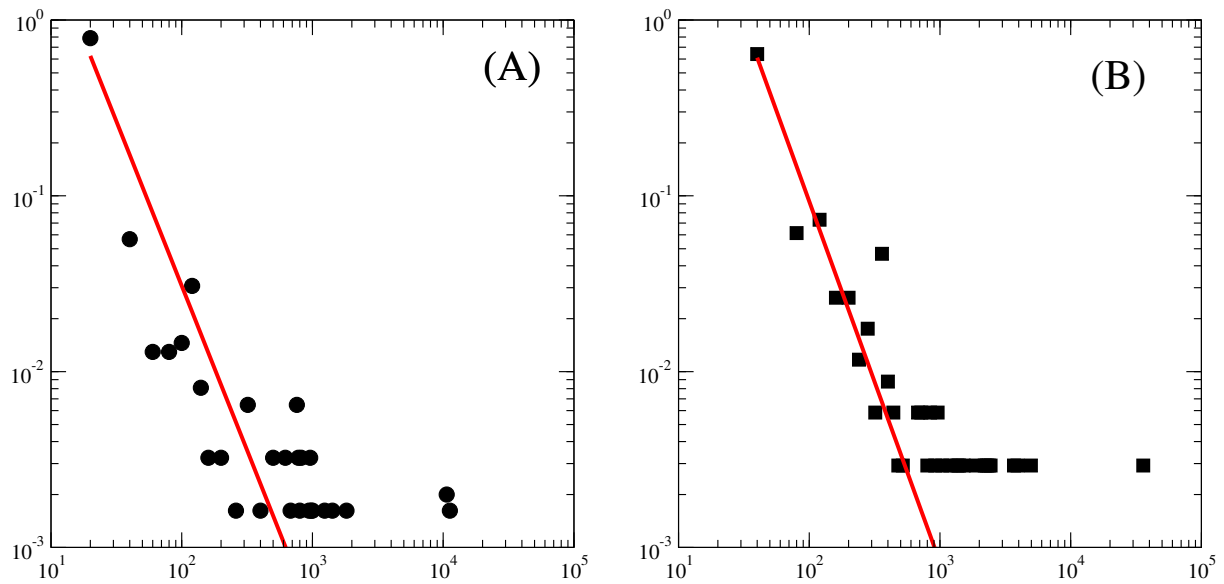


Figura 5.3 – Distribuições de centralidade de intermediação das obras literárias clássicas: (A) J.R.R Tolkien e (B) Homero.

Fonte: O autor.

centralidade de intermediação das estruturas sociais, sendo  $\alpha$  parametro de normalização,  $\gamma$  o parâmetro relacionado ao decaimento exponencia e  $R^2$  o coeficiente de Pearson.

Tabela 5.3 – Parâmetros de ajustes das distribuições de centralidade de intermediação das estruturas sociais literárias. Sendo  $\alpha$  parametro de normalização,  $\gamma$  o parâmetro relacionado ao decaimento exponencia e  $R^2$  o coeficiente de Pearson

| Parâmetros | Tolkien | Homero |
|------------|---------|--------|
| $\alpha$   | 169,988 | 1189,3 |
| $\beta$    | 1,87111 | 2,0534 |
| $R^2$      | 0,97365 | 0,9894 |

Fonte: O autor.

Consideramos que, ao comparar as propriedades estatísticas encontradas nas relações sociais de estruturas online com as encontradas em estruturas literárias, há um comportamento semelhante. Portanto, como tais estruturas sociais comportam-se de forma semelhante, conclui-se que as estruturas sociais reais (online) dos dias de hoje reproduzem o que os escritores clássicos faziam em suas obras. Consequentemente, a análise das estruturas sociais online contribui para caracterizar as estruturas sociais encontradas na literatura.

Por esse motivo, analisamos as duas principais estruturas sociais online: o *Facebook* e o *Twitter*. O *Facebook* foi dividido em três subgrupos: o primeiro considera as relações sociais estabelecidas através da interação entre os perfis do próprio site; o segundo considera



as mensagens trocadas entre indivíduos por meio de postagens na linha do tempo; e o terceiro é composto por dados coletados de um aplicativo nativo da própria estrutura social que utiliza um número limitado de usuários para formar seu banco de dados.

As figuras 5.4, 5.5 e 5.6 representam as estruturas sociais encontradas nesses três subgrupos do site *Facebook*, respectivamente (A) dados coletados com o aplicativo NETVIZZ na site de relacionamento *Facebook*, (B) estrutura social em que a relação social é dada pela troca de postagens dos indivíduos inseridos na estrutura social *Facebook* e (C) a estrutura social em que os vínculos sociais são formadas pela amizade entre os indivíduos na estrutura social *Facebook*.

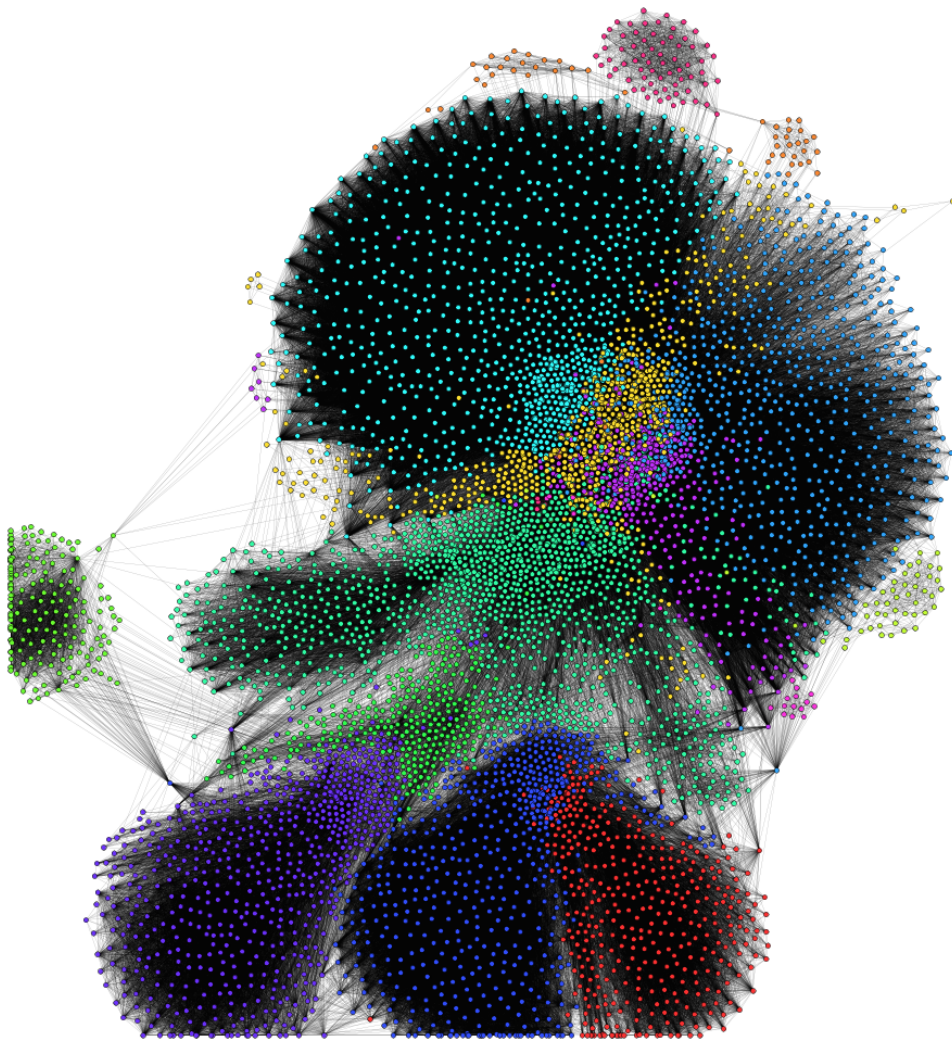


Figura 5.4 – Redes sociais online do *Facebook* com  $N = 7853$  usuários efetuando  $L = 275414$  relações sociais

Fonte: O autor.



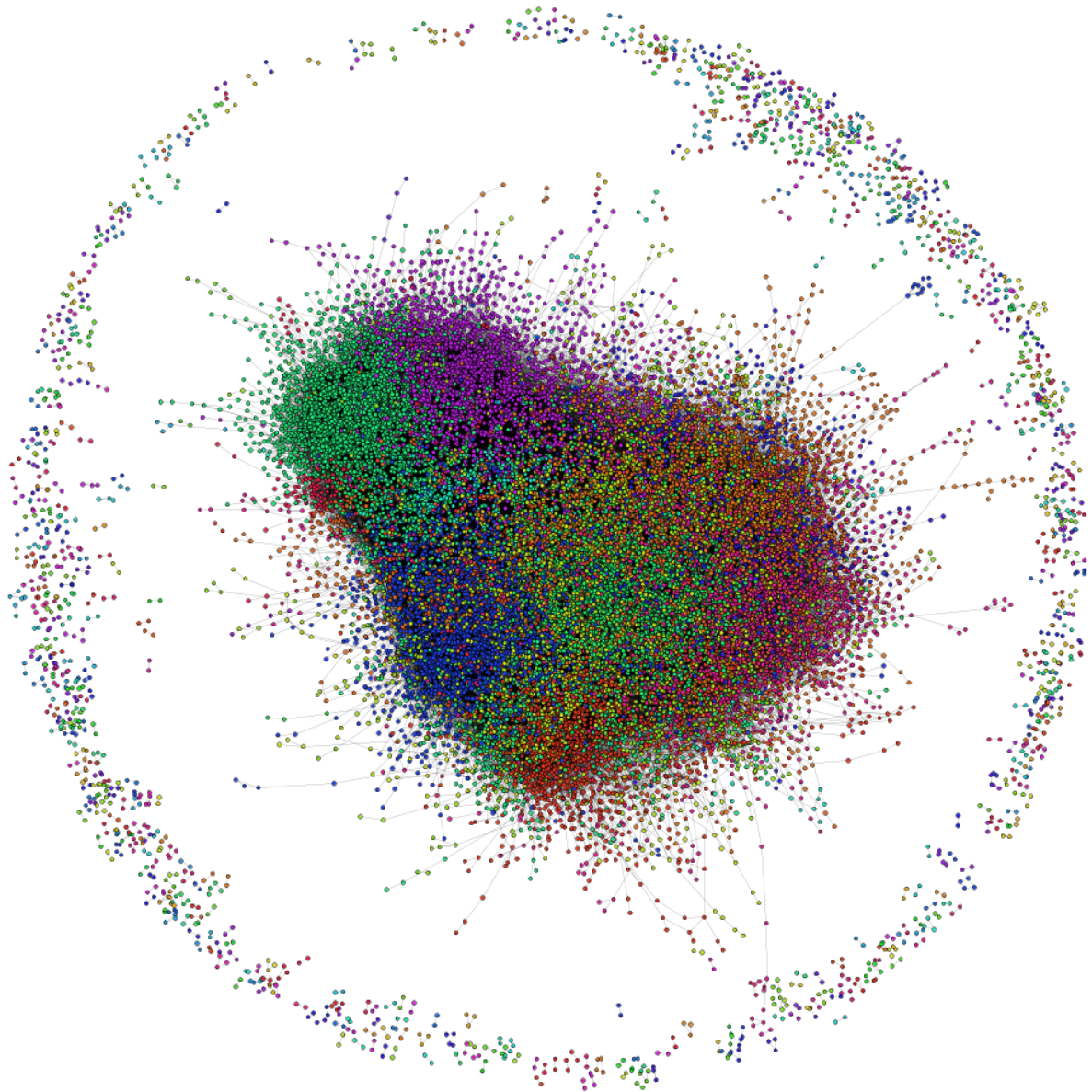


Figura 5.5 – Redes sociais online do *Facebook* coletada do do banco de dado KONEKT com  $N = 45813$  usuários efetuando  $L = 183412$  relações sociais

Fonte: O autor.

Na tabela 5.4 estão listadas as propriedades estruturais do *Facebook* estudadas. Sendo  $N$  o número de indivíduos da estrutura social,  $L$  o número de relações sociais efetuadas pelas personagens,  $\langle k \rangle$  o número médio de relações sociais e  $d$ , a distância de caminho médio entre as personagens.

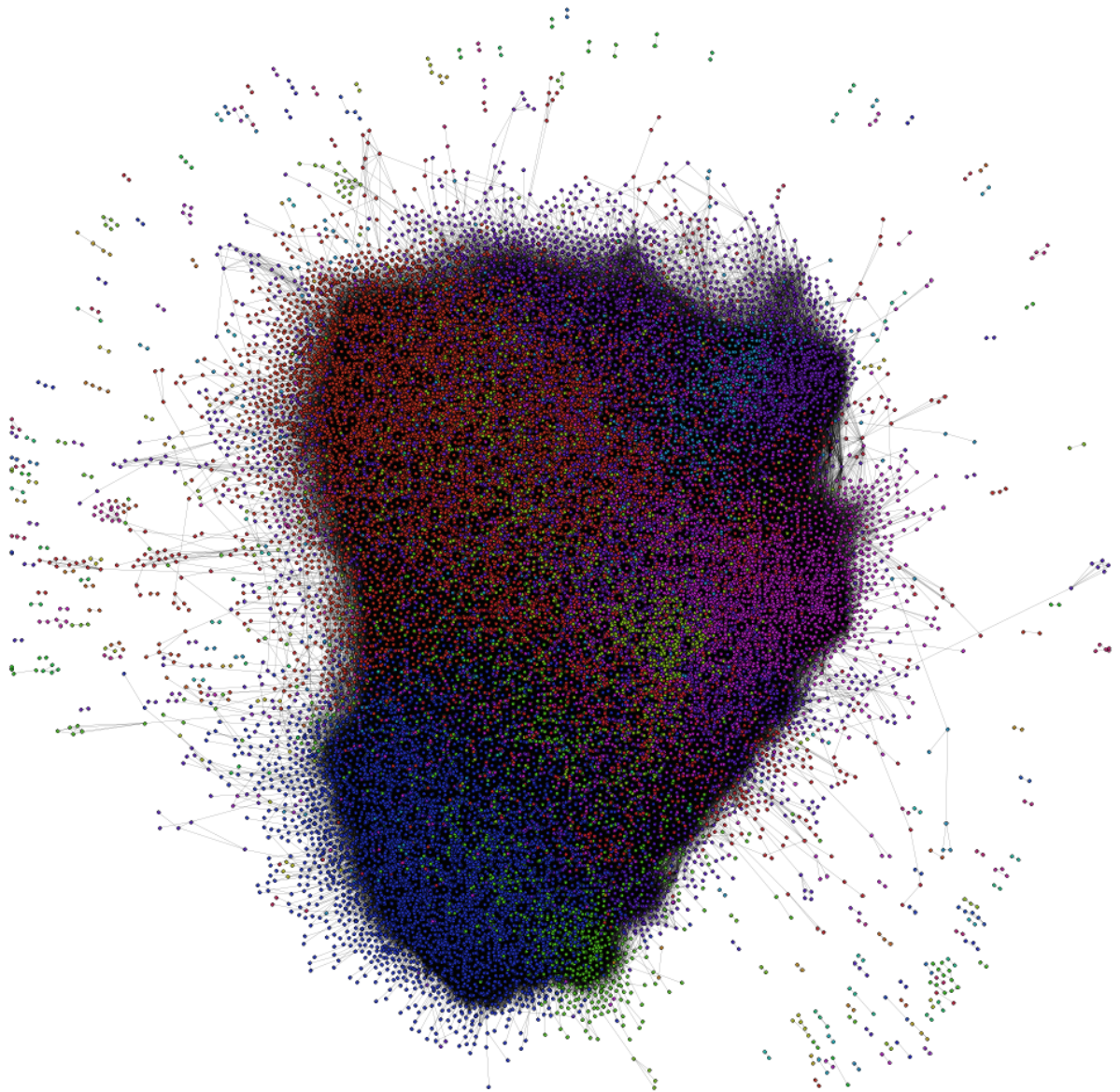


Figura 5.6 – Redes sociais online do *Facebook* de troca de postagens do banco de dados KONEKT com  $N = 60867$  usuários interagindo entre  $L = 1048576$  relações sociais.

Fonte: O autor.

As relações sociais da estrutura social do *Facebook* em (A) e (B) são altamente conectadas, ou seja, os indivíduos inseridos na estrutura social possuem muitas relações sociais (alta conexão) uns com os outros. Segundo ([FACEBOOK, 2016](#)), em média, uma pessoa possui entre 50 e 200 relações sociais na estrutura social do *Facebook*, o que torna a densidade das relações sociais alta. Esse número médio de relações sociais é calculado

Tabela 5.4 – Propriedades das estruturas *Facebook A*, *Facebook B* e *Facebook C*. Sendo  $N$  o número de vértices,  $L$  número de arestas,  $A$  assortatividade,  $T$  transitividade,  $\langle k \rangle$  grau médio,  $d$  distância de caminho médio,  $C$  número de comunidades.

| Propriedades        | <i>Facebook A</i> | <i>Facebook B</i> | <i>Facebook C</i> |
|---------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $N$                 | 7853              | 45813             | 60867             |
| $L$                 | 275414            | 183412            | 1048576           |
| $A$                 | -0,0065           | -0,3299           | -0,1374           |
| $T$                 | 0,2967            | 0,285             | 0,2235            |
| $\langle k \rangle$ | 70,142            | 8,006             | 34,454            |
| $d$                 | 2,8259            | 5,6               | 4,3473            |

Fonte: O autor.

pelo grau médio do grafo que representa a estrutura social, que, em (A), (B) e (C) é de aproximadamente 30 a 80 relações sociais. Isso é devido ao tamanho finito da estrutura social que consideramos.

As estruturas sociais online do *Facebook* se apresentaram disassortativas, ou seja, em todos os casos, os indivíduos, quando adicionam perfis ou trocam postagens, tendem a relacionar-se com outras pessoas que possuam, em relação a elas, um número de relações sociais distinto, gerando transitividade (densidade) nas estruturas sociais online do *Facebook*, características já observadas anteriormente nas obras literárias.

Com a tendência de relacionamento dos indivíduos e a densidade de conexão, obtemos uma distância de caminho médio entre três e quatro passos, que é o esperado nessas estruturas sociais. Essa medida possibilita o comparativo com a onipresença das personagens divinas das duas obras sociais literárias citadas, principalmente com as de Tolkien.

As características de tendência com que as relações sociais são efetuadas; as densidades de tais relações sociais; e a distância de caminho médio entre os indivíduos nas estruturas sociais possibilitaram analisar o arranjo das probabilidades das conexões entre os indivíduos, ou seja, a distribuição de probabilidade das relações sociais dos indivíduos no *Facebook*. Considerando os três subgrupos contidos na estrutura social do *Facebook* citados anteriormente, obtemos as distribuições de conectividade dos indivíduos, como mostra a figura 5.7.

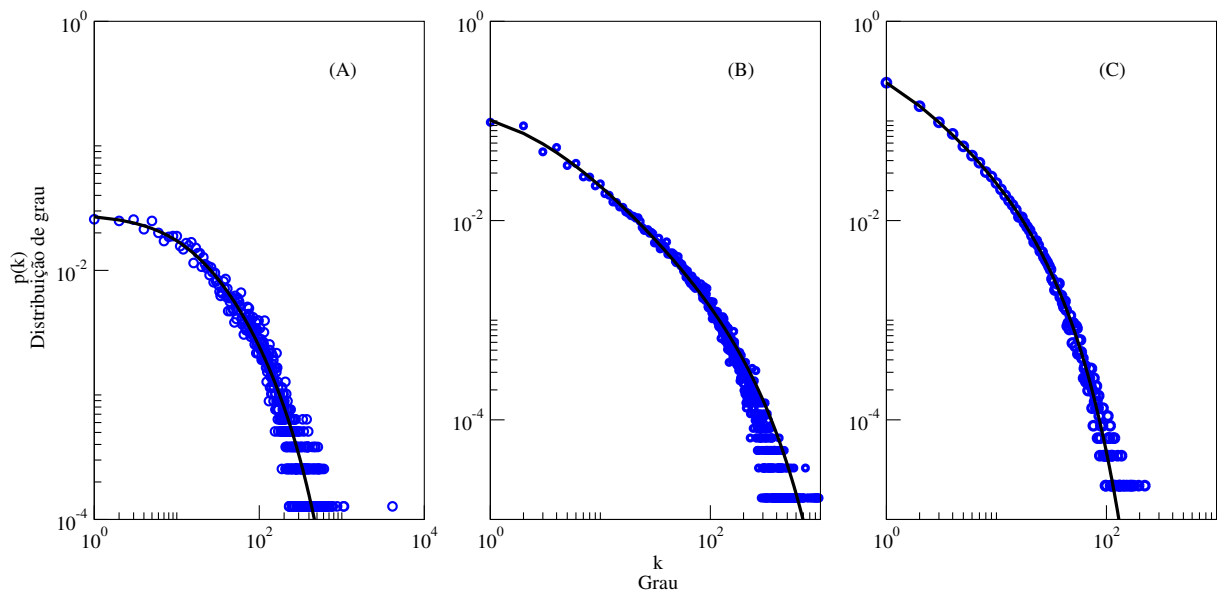


Figura 5.7 – Distribuição de conectividade entre os indivíduos que compõem as estruturas sociais do *Facebook*. A linha preta representa o ajuste com o modelo do tipo lei de potência com truncamento exponencial.

Fonte: O autor.

As distribuições de probabilidade de conectividade entre os indivíduos da estrutura social online (*Facebook*) comportaram-se de maneira análoga às encontradas nas estruturas literárias das obras de Homero e de Tolkien. A tabela 5.5 mostra os parâmetros de ajustes para as distribuições de conectividades com o ajuste de distribuição de probabilidade do tipo lei de potência com truncamento exponencial.

Tabela 5.5 – Parâmetros de ajustes das distribuições das estruturas do *Facebook* A, *Facebook* B e *Facebook* C. Sendo  $\nu$  parâmetro de normalização,  $\alpha$  deslocamento da curva,  $\beta$  parâmetro do truncamento exponencial,  $\gamma$  parâmetro do decaimento da lei de potência e  $R^2$  coeficiente de Person representando a qualidade do ajuste.

| Propriedades | <i>Facebook</i> A | <i>Facebook</i> B | <i>Facebook</i> C |
|--------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $\nu$        | 0,352             | 0,542             | 0,426             |
| $\alpha$     | 14,702            | 2,332             | 0,656             |
| $\beta$      | 0,005             | 0,005             | 0,042             |
| $\gamma$     | 0,936             | 1,180             | 1,046             |
| $R^2$        | 0,991             | 0,992             | 0,999             |

Fonte: O autor.

Assim como nas estruturas sociais literárias, analisamos a distribuição de centralidade de intermediação nas estruturas sociais online, considerando também que a importância do indivíduo está diretamente relacionada ao seu grau de intermediação entre grupos sociais. Essas distribuições comportaram-se como leis de potência, como previsto no trabalho de (GOH et al., 2002).

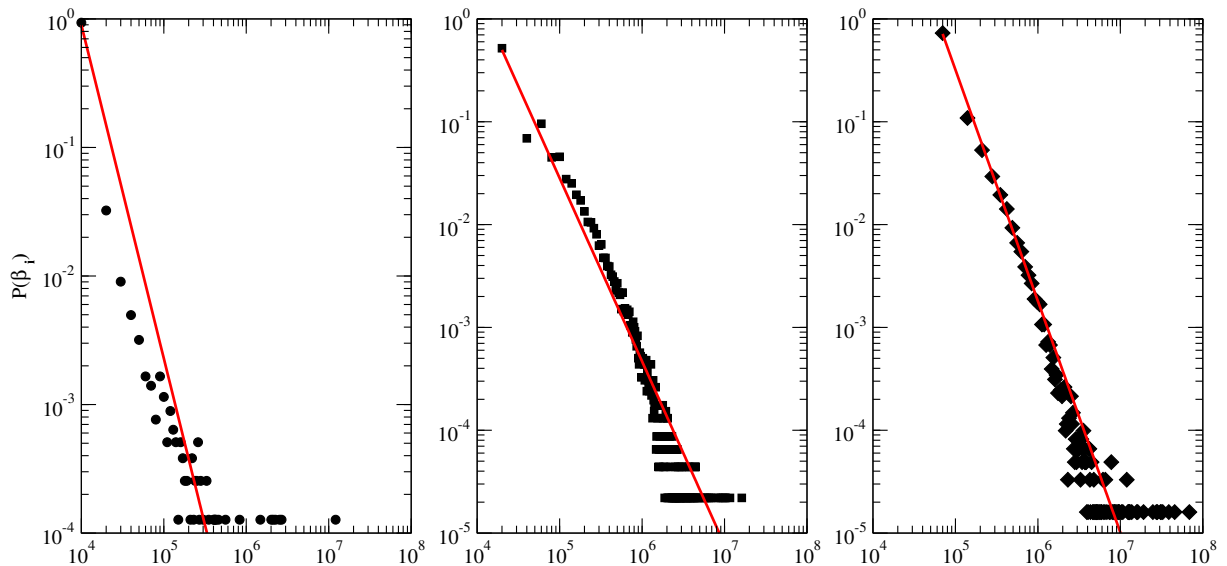


Figura 5.8 – Distribuições de centralidade de intermediação das estruturas sociais online do *Facebook*.

Fonte: O autor.

Na tabela 5.6 estão representados os parâmetros de ajuste das probabilidades de centralidade de intermediação das estruturas sociais do facebook, sendo  $\alpha$  parametro de nomalização,  $\gamma$  o parâmetro relacionado ao decaimento exponencia e  $R^2$  o coeficiente de Pearson.

Tabela 5.6 – Parâmetros de ajustes das distribuições de centralidade de intermediação das estruturas sociais do Facebook. Sendo  $\alpha$  parametro de nomalização,  $\eta$  o parâmetro relacionado ao decaimento exponencia e  $R^2$  o coeficiente de Pearson

| Parâmetros | <i>Facebook A</i> | <i>Facebook B</i> | <i>Facebook C</i> |
|------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $\alpha$   | 169,988           | 1189,3            | 4283,9            |
| $\eta$     | 1,87111           | 2,0534            | 2,2249            |
| $R^2$      | 0,97365           | 0,9894            | 0,9980            |

Fonte: O autor.

A segunda estrutura social online analisada foi a do *Twitter*, que possui uma dependência direta das hashtags para a criação do vínculo social que forma as estruturas sociais. Para os estudos desta tese, coletamos as seguintes hashtags: *#ripchaves*, *#spaguas*,

*#ferguson*, *#lavajato* e *#davidbowie*, que serviram de conexões entre os indivíduos inseridos na estrutura social. A figura 5.9 representa as estruturas formadas pelas relações sociais constituídas por meio das hashtags, em que as cores simbolizam as comunidades calculadas nas estruturas sociais. Essas comunidades formadas são fóruns de discussões dos perfis dos principais meios de notícia, (CNN, Globo News, SBTNotícias, Veja, EXAME, BandNews, etc.), ou seja, são formadas por perfis de pessoas vinculadas por discutirem determinado assunto divulgado por tais meios de notícia, utilizando-se das hashtags.



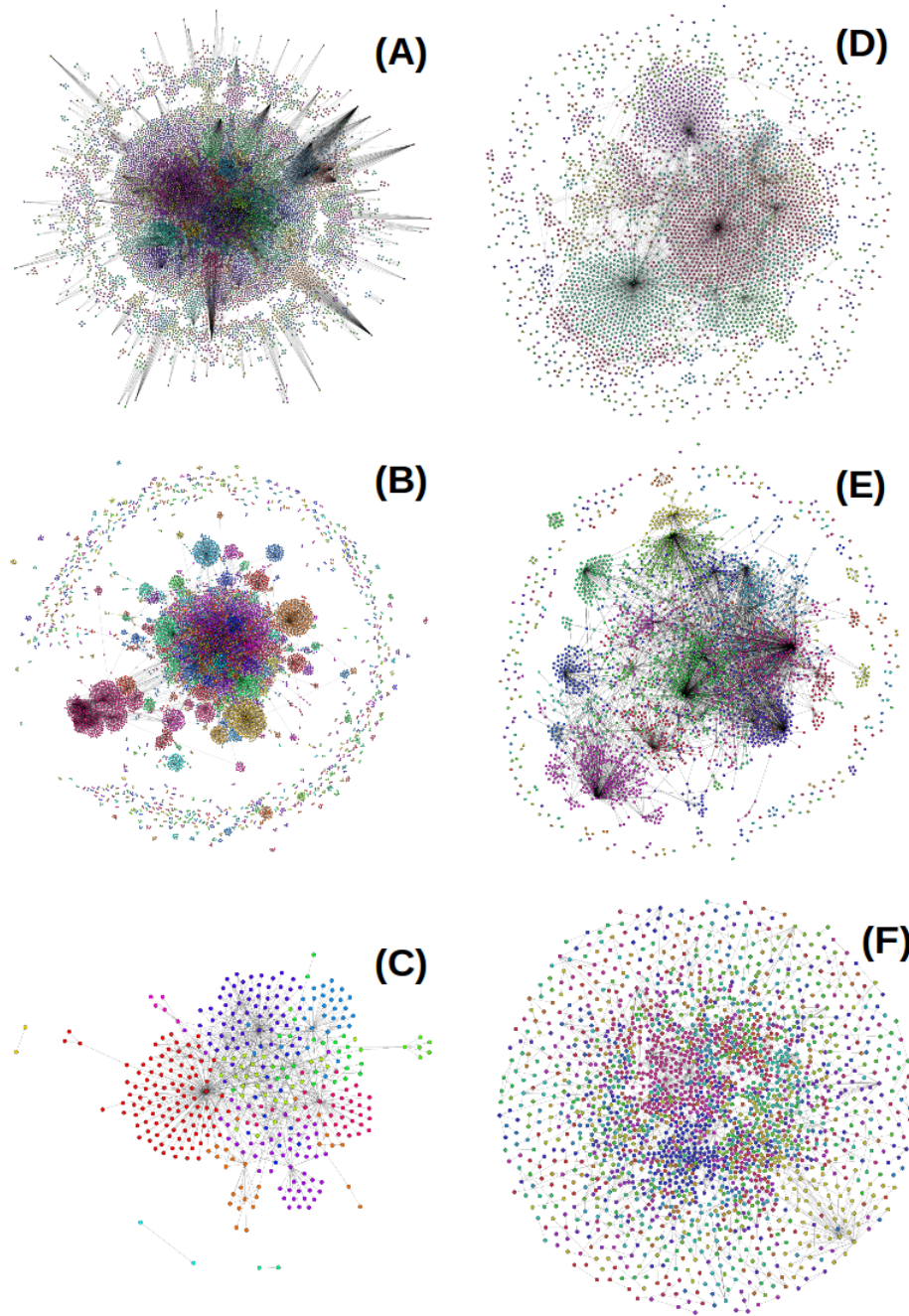


Figura 5.9 – Estruturas sociais online do *Twitter*. Sendo (A) *#ferguson* com  $N = 13825$  e  $L = 22507$ , (B) *#lavajato* com  $N = 2652$  e  $L = 4626$ , (C) *#petrobras* com  $N = 3465$  e  $L = 5083$ , (D) *#spagua* com  $N = 395$  e  $L = 864$ , (E) *#ripchaves* com  $N = 9578$  e  $L = 13030$  e (F) *#davidbowie* com  $N = 2131$  e  $L = 3246$

No *Twitter*, as estruturas sociais apresentaram-se disassortativas, assim como já observado tanto nas obras literárias, como no *Facebook*. Ou seja, os indivíduos inseridos na estrutura social do microblog tendem a relacionar-se com indivíduos que possuam, em relação a eles, um número de relações sociais distinto. Apesar de disassortativas, essas estruturas apresentam densidade baixa, algumas atingindo densidade nula. Isso indica que, nelas, há pouca triangularização de indivíduos, fato que, nesse contexto, indica que as pessoas inseridas em tais estruturas, ao se relacionarem, não formam tríades de relacionamento (resultado diferente do encontrado nas estruturas sociais do *Facebook* e nas literárias). Essa característica do *Twitter* faz com que alguns perfis possuam alta conectividade, como é o caso dos canais de notícia.

Na tabela 5.8 estão listadas as propriedades estruturais do *Twitter* estudadas. Sendo  $N$  o número de indivíduos da estrutura social,  $L$  o número de relações sociais efetuadas pelas personagens,  $\langle k \rangle$  o número médio de relações sociais e  $d$ , a distância de caminho médio entre as personagens.

Tabela 5.7 – Propriedades estruturais das redes do *Twitter*. Sendo  $N$  o número de vértices,  $L$  número de arestas,  $A$  assortatividade,  $T$  transitividade,  $\langle k \rangle$  grau médio,  $d$  distância de caminho médio,  $C$  número de comunidades.

| Propriedades        | <i>Twitter</i> A | <i>Twitter</i> B | <i>Twitter</i> C | <i>Twitter</i> D | <i>Twitter</i> E | <i>Twitter</i> F |
|---------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| $N$                 | 13825            | 2652             | 3465             | 395              | 9578             | 2131             |
| $L$                 | 22507            | 4626             | 5083             | 864              | 13030            | 3246             |
| $A$                 | -0,0095          | -0,055           | -0,132           | -0,2235          | -0,1358          | -0,01548         |
| $T$                 | 0,0100           | 0,0182           | 0,0052           | 0,0651           | 0,0651           | 0,0              |
| $\langle k \rangle$ | 3,25             | 3,48             | 2,93             | 4,37             | 2,72             | 3,04             |
| $d$                 | 4,64             | 3,21             | 3,37             | 3,13             | 3,64             | 3,99             |

Fonte: O autor.

Devido à tendência dos indivíduos de se conectarem disassortativamente e com transitividade quase nula nas estruturas sociais, foi possível obter suas distribuições de conectividade. As figuras 5.10 ilustram as distribuições de conectividade entre os indivíduos das estruturas sociais do *Twitter*. Essas distribuições seguiram uma lei de potência com truncamento exponencial com algumas particularidades, como o deslocamento  $\alpha$  próximo de zero.



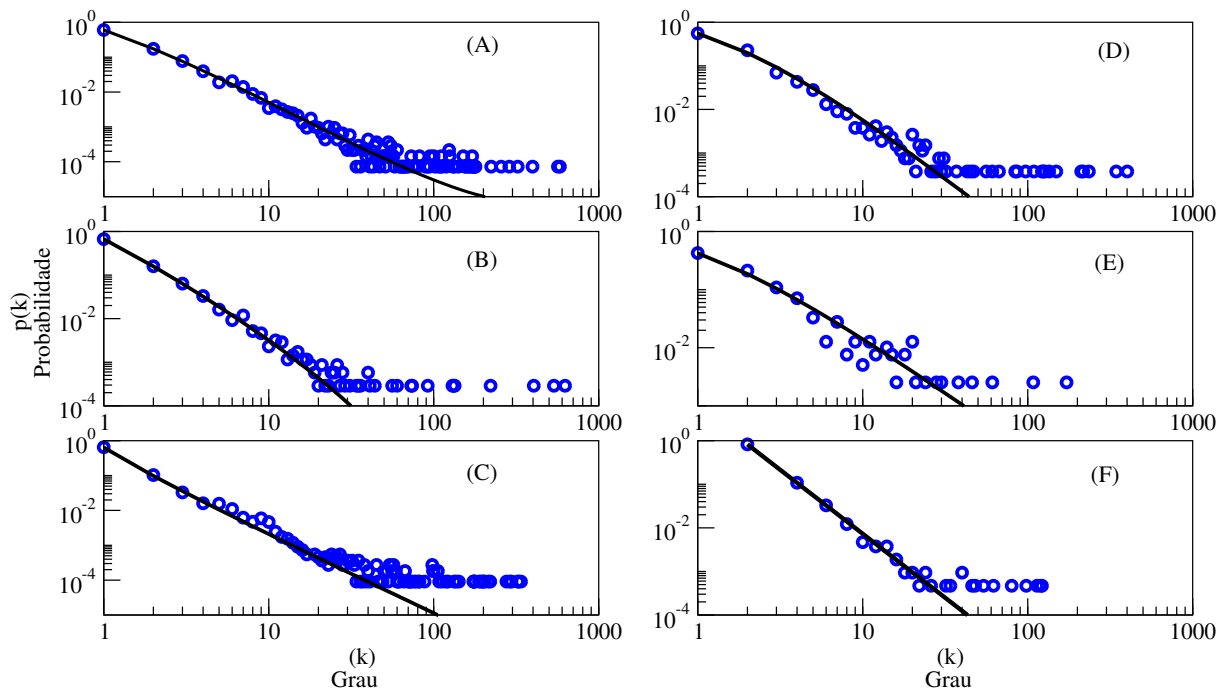


Figura 5.10 – Distribuição de centralidade de intermediação das estruturas sociais do *Twitter*. Sendo (A) #ferguson com  $N = 13825$  e  $L = 22507$ , (B) #lavajato com  $N = 2652$  e  $L = 4626$ , (C) #petrobras com  $N = 3465$  e  $L = 5083$ , (D) #spagua com  $N = 395$  e  $L = 864$ , (E) #ripchaves com  $N = 9578$  e  $L = 13030$  e (F) #davidbowie com  $N = 2131$  e  $L = 3246$

Fonte: O autor.

A tabela 5.8 ilustra os parâmetros de ajuste das distribuições de conectividade das estruturas sociais do *Twitter*, sendo  $\nu$  o parâmetro de normalização,  $\alpha$  o parâmetro deslocamento da curva,  $\beta$  o parâmetro do truncamento exponencial,  $\gamma$  o parâmetro do decaimento da lei de potência e  $R^2$  coeficiente de Pearson representando a qualidade do ajuste.

Tabela 5.8 – Parâmetros de ajustes das distribuições de grau das estruturas sociais do twitter. Sendo  $\nu$  parâmetro de normalização,  $\alpha$  deslocamento da curva,  $\beta$  parâmetro do truncamento exponencial,  $\gamma$  parâmetro do decaimento da lei de potência e  $R^2$  coeficiente de Person representando a qualidade do ajuste.

| Propriedades | <i>Twitter</i> A | <i>Twitter</i> B | <i>Twitter</i> C   | <i>Twitter</i> D | <i>Twitter</i> E       | <i>Twitter</i> F |
|--------------|------------------|------------------|--------------------|------------------|------------------------|------------------|
| $\nu$        | 1,856            | 1,212            | 0,352              | 4,623            | 15,695                 | 0,290            |
| $\alpha$     | -0,0066          | 0,003            | $6 \times 10^{-8}$ | $10^{-5}$        | $3,509 \times 10^{-8}$ | 0,008            |
| $\beta$      | 0,56364          | 0,264            | -0,232             | 1,165            | 2,515                  | 4,571            |
| $\gamma$     | 2,5302           | 2,407            | 2,246              | 2,740            | 2,839                  | 0,926            |
| $R^2$        | 0,9999           | 0,999            | 0,999              | 0,997            | 0,998                  | 0,997            |

Fonte: O autor.

As figuras 5.11 representam a distribuição de probabilidade de centralidade de intermediação das estruturas sociais do *Twitter*. Essas estruturas seguiram uma distribuição do tipo lei de potência com truncamento exponencial, como observado nas estruturas anteriores.

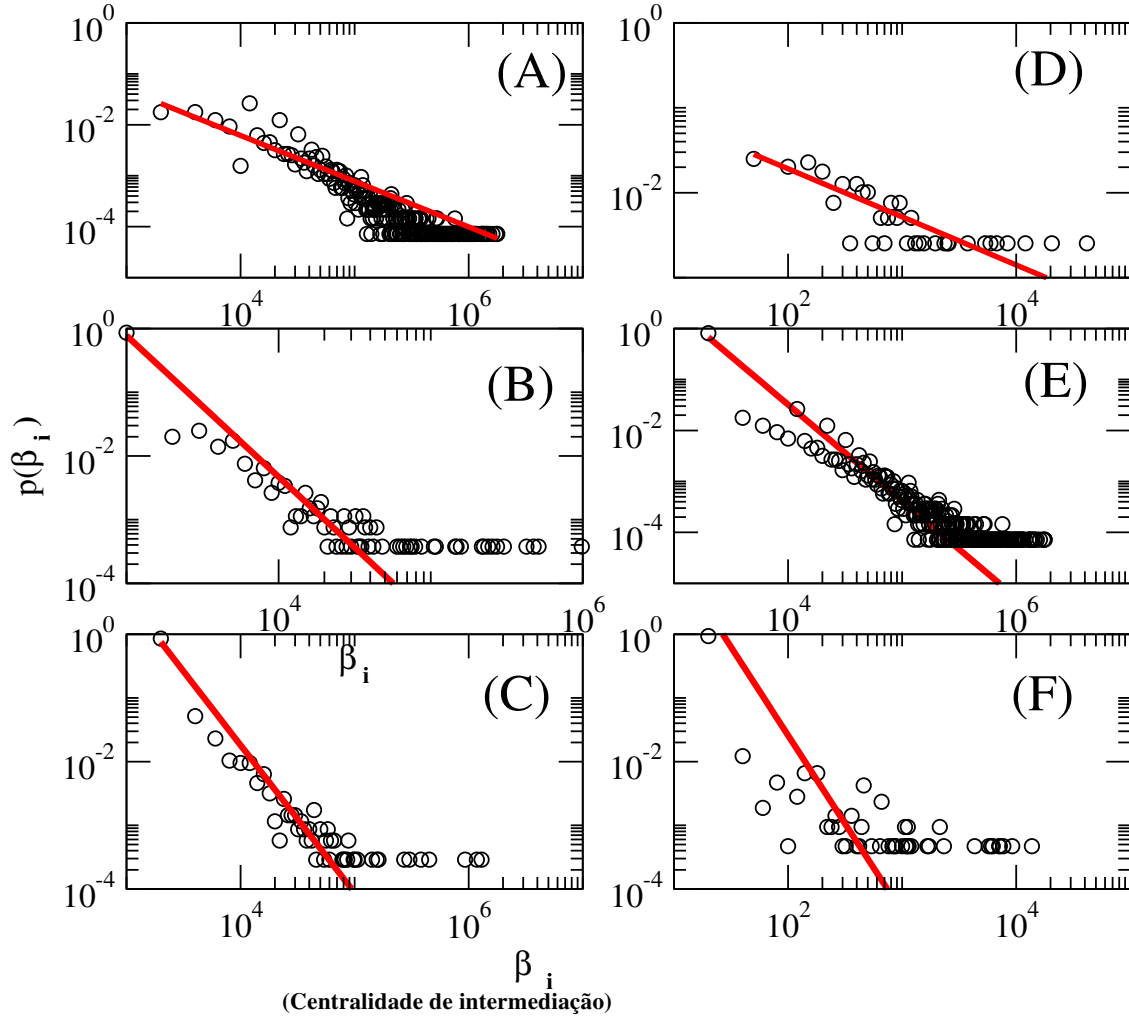


Figura 5.11 – As distribuições de centralidade de intermediação das estrutura sociais do *Twitter*. (A) *#ferguson* com  $N = 13825$  e  $L = 22507$ , (B) *#lavajato* com  $N = 2652$  e  $L = 4626$ , (C) *#petrobras* com  $N = 3465$  e  $L = 5083$ , (D) *#spagua* com  $N = 395$  e  $L = 864$ , (E) *#ripchaves* com  $N = 9578$  e  $L = 13030$  e (F) *#davidbowie* com  $N = 2131$  e  $L = 3246$

Fonte: O autor.

A tabela 5.9 ilustra os parâmetros obtidos pelos ajustes de distribuições das centralidades de intermediação das estruturas sociais do *Twitter*.

Tabela 5.9 – Parâmetros de ajustes das distribuições de centralidade de intermediação das estruturas sociais do *Twitter*. Sendo  $\nu$  parâmetro de normalização,  $\alpha$  deslocamento da curva e o  $\eta$  parâmetro do decaimento da lei de potência e  $R^2$  coeficiente de Pearson representando a qualidade do ajuste.

| Propriedades | <i>Twitter</i> A | <i>Twitter</i> B    | <i>Twitter</i> C | <i>Twitter</i> D   | <i>Twitter</i> E | <i>Twitter</i> F |
|--------------|------------------|---------------------|------------------|--------------------|------------------|------------------|
| $\alpha$     | 44,2645          | $2,484 \times 10^7$ | 1282,53          | $5,49 \times 10^5$ | 2600,79          | 3287,58          |
| $\eta$       | 0,9923           | 2,407               | 1,304            | 2,740              | 2,095            | 2,685            |
| $R^2$        | 0,7622           | 0,978               | 0,872            | 0,982              | 0,975            | 0,988            |

Fonte: O autor.

Portanto, as relações sociais estudadas tanto nas obras literárias como nas estruturas sociais online comportam-se de maneira semelhante, ou seja, as relações sociais definidas nas obras literárias para vincular as personagens aproximam-se das relações sociais das estruturas encontradas no mundo virtual. Dessa forma, as propriedades estatísticas de grafos ilustram que o comportamento das ligações entre as personagens das obras Tolkienianas e as estruturas sociais online são semelhantes, assim, demonstrando que as obras literárias clássicas reproduzem o comportamento social encontrado na vida real. Outra característica que as obras literárias clássicas apresentam é a onipresença das divindades, que é possível de ser detectada pela variação da distância de caminho médio, calculada por meio da teoria dos grafos.

As similaridades entre os parâmetros estruturais das estruturas sociais literárias e das estruturas sociais online mostram que o processo de criação da sociedade em uma obra literária clássica é bem elaborado e representa as estruturas encontradas na realidade. Além disso, se as estruturas sociais literárias apresentarem o paradoxo da amizade, então, isso será mais um indício de que, realmente, tais obras descrevem uma sociedade semelhante à real.

## 5.2 Paradoxo da amizade em estruturas literárias

Devido às semelhanças encontradas entre as estruturas sociais estudadas, foi possível detectar o paradoxo da amizade, que é observado quando o número de caminho médio das relações sociais dos amigos de um dado indivíduo é maior que o do próprio indivíduo. Tal característica (a presença do paradoxo) foi observada nas estruturas sociais literárias e online. Pela figura 5.12, podemos observar que existe a presença do paradoxo nas estruturas sociais e que, nas obras literárias, esse paradoxo está fortemente presente, pois aproximadamente 90% dos indivíduos apresentam essas características.

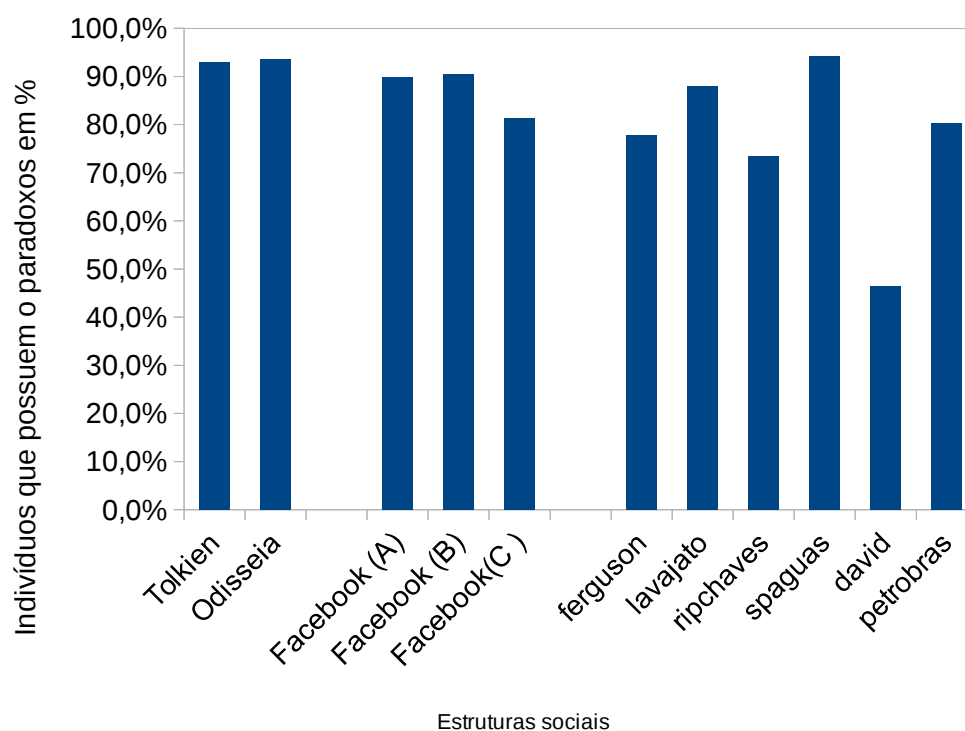


Figura 5.12 – Gráfico de barras das porcentagens de indivíduos que apresentam o paradoxo da amizade nas estruturas sociais literárias e online.

Fonte: O autor.

A figura anterior ilustra que todas as estruturas sociais possuem, em média, mais de 50% de indivíduos que apresentam o paradoxo da amizade. Essa característica é devida às relações sociais construídas pelos indivíduos inseridos nos dois tipos de estruturas sociais analisadas. Ou seja, essa análise mostra que as estruturas sociais literárias e online possuem características similares no nível da vizinhança dos indivíduos que as compõem. As figuras 5.13 ilustram os histogramas bidimensionais em escala logarítmica das estruturas sociais literárias, com suas respectivas relações. As cores ilustram a frequência de relações sociais por indivíduos nas estruturas.

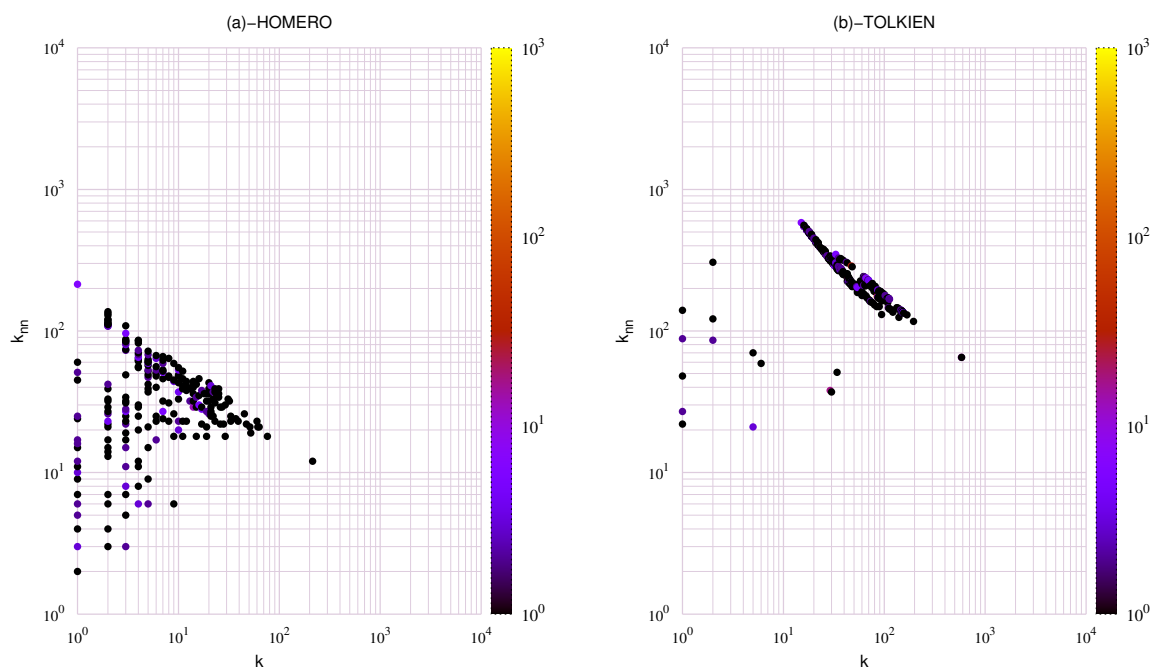


Figura 5.13 – Gráfico do histograma bidimensional representando a densidade de indivíduos que satisfazem o paradoxo da amizade. (a) Obras de J.R.R. Tolkien e (b) Homero.

As figuras 5.15 ilustram os histogramas bidimensionais em escala logarítmica das estruturas sociais online do *Facebook*, com suas respectivas relações. As cores ilustram a frequência de relações sociais por indivíduos nas estruturas. Sendo (A) *Facebook* A, (B) *Facebook* B e (C) *Facebook* C, citadas anteriormente.

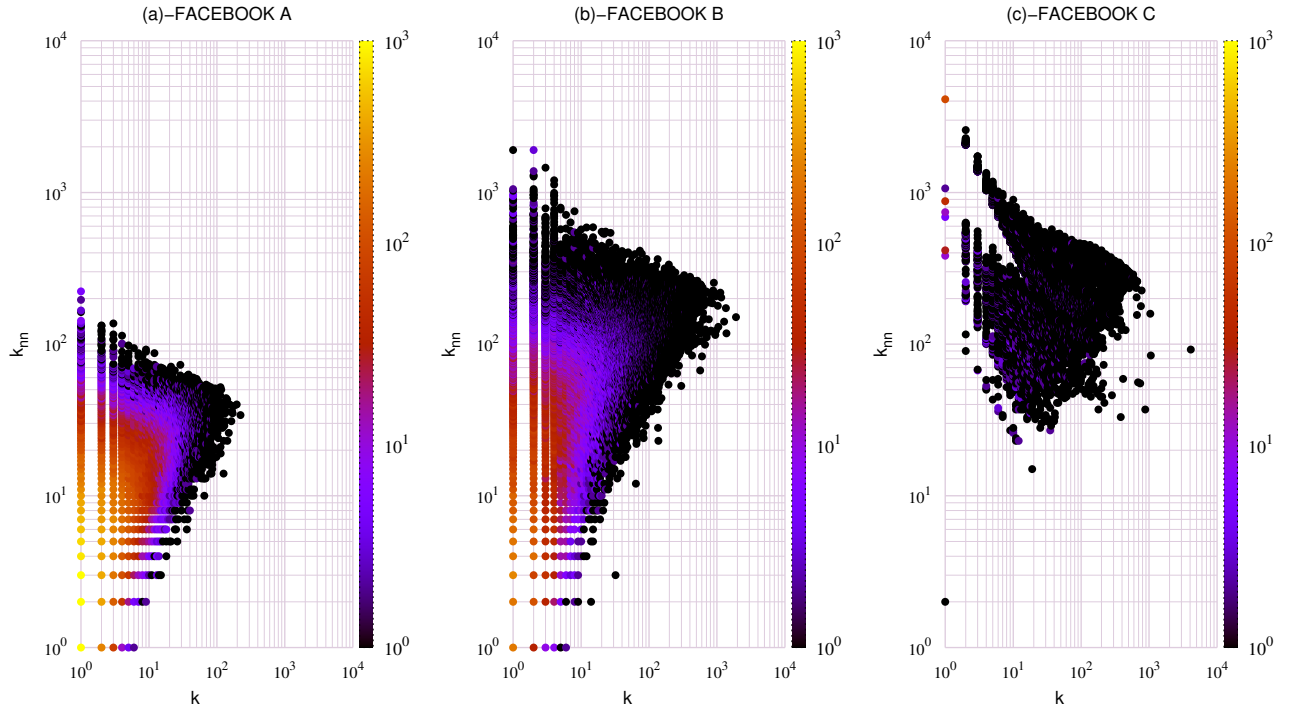


Figura 5.14 – Gráfico do histograma bidimensional representando a densidade de indivíduos que satisfazem o paradoxo da amizade das estruturas do *Facebook*.

Fonte: O autor.

As figuras 5.15 ilustram os histogramas bidimensionais em escala logarítmica das estruturas sociais online do *Twitter*, com suas respectivas relações. As cores ilustram a frequência de relações sociais por indivíduos nas estruturas. Sendo (A) *#ferguson*, (B) *#petrobras*, (C) *#ripchaves*, (D) *#lavajato*, (E) *#spaguas* e (F) *#davidbowie*.

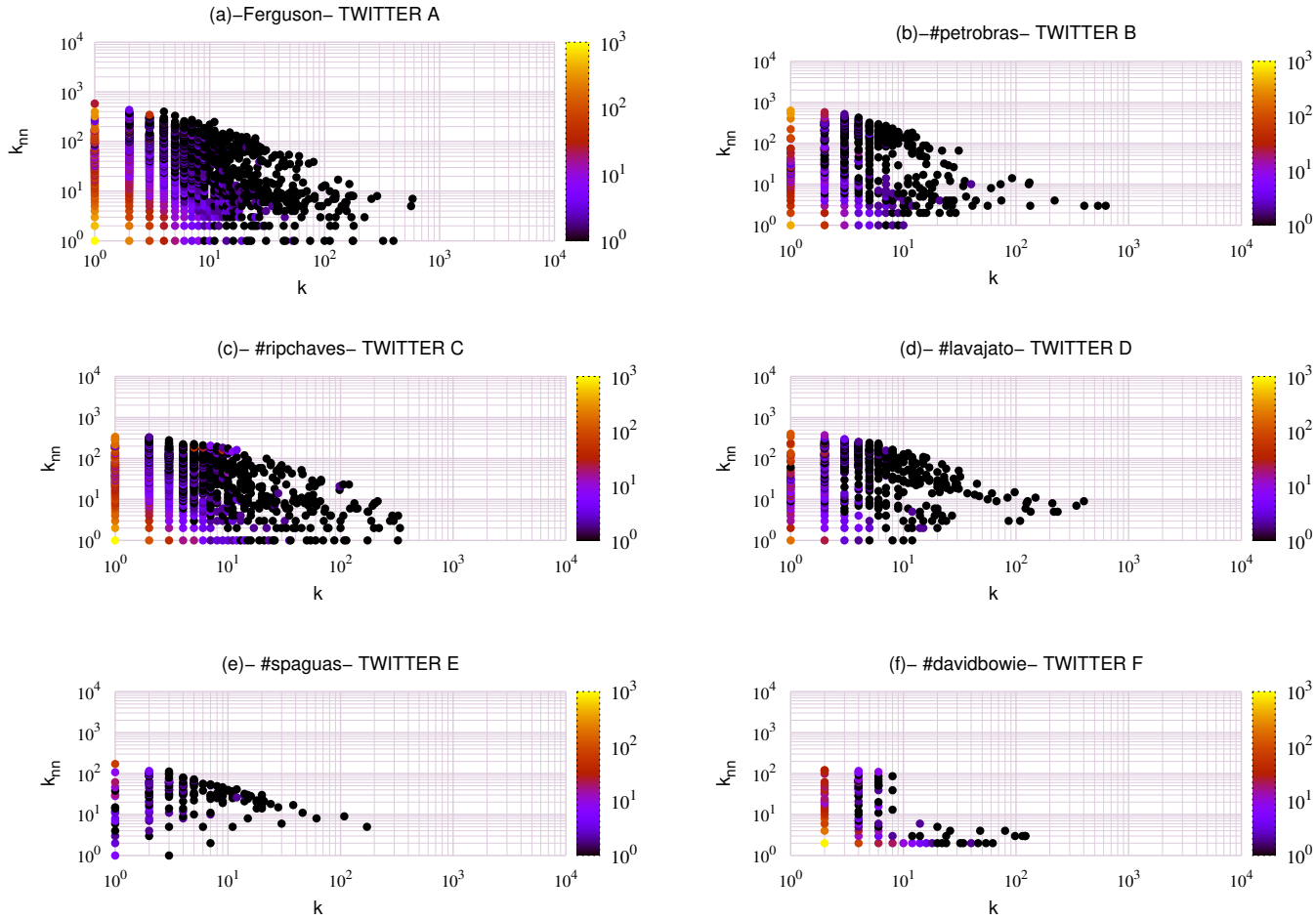


Figura 5.15 – Gráfico do histograma bidimensional representando a densidade de indivíduos que satisfazem o paradoxo da amizade das estruturas do *Twitter*.

Fonte: O autor.

### 5.3 Vulnerabilidade e eficiência das estruturas sociais

Nessa tese, calculamos a vulnerabilidade e a eficiência das estruturas sociais literárias para analisar sua robustez.

A análise da vulnerabilidade e da eficiência das estruturas sociais mediante ataques (ou seja, as remoções de indivíduos seguindo as metodologias do capítulo 4) possibilita verificar se ocorre ou não a desconexão deles das estruturas sociais literárias. Sabe-se que tais ataques podem ser efetuados, basicamente, de duas maneiras: por meio da remoção de indivíduos isoladamente ou removendo comunidades inteiras. Assim, após um ataque que remova uma comunidade como um todo, não restarão indivíduos isolados, uma vez que toda a comunidade foi retirada. Portanto, nesse caso, os indivíduos pertencentes às outras comunidades da estrutura social continuarão conectados entre si. Tal resultado é diferente

do encontrado quando ocorre a retirada de apenas um indivíduo, pois, nesse caso, sim, restará(ão) indivíduo(s) isolado(s) na estrutura.

De qualquer maneira, tais remoções de indivíduos ou de grupos (comunidades) de indivíduos, ou seja, os ataques, comprometem a transmissão de informação nas estruturas.

### 5.3.1 Ataques locais

As figuras 5.16 ilustram o comportamento da vulnerabilidade das estruturas sociais literárias de Tolkien (Azul) e de Homero (Vermelha) ao remover os indivíduos seguindo a sequência de grau e de forma aleatória.

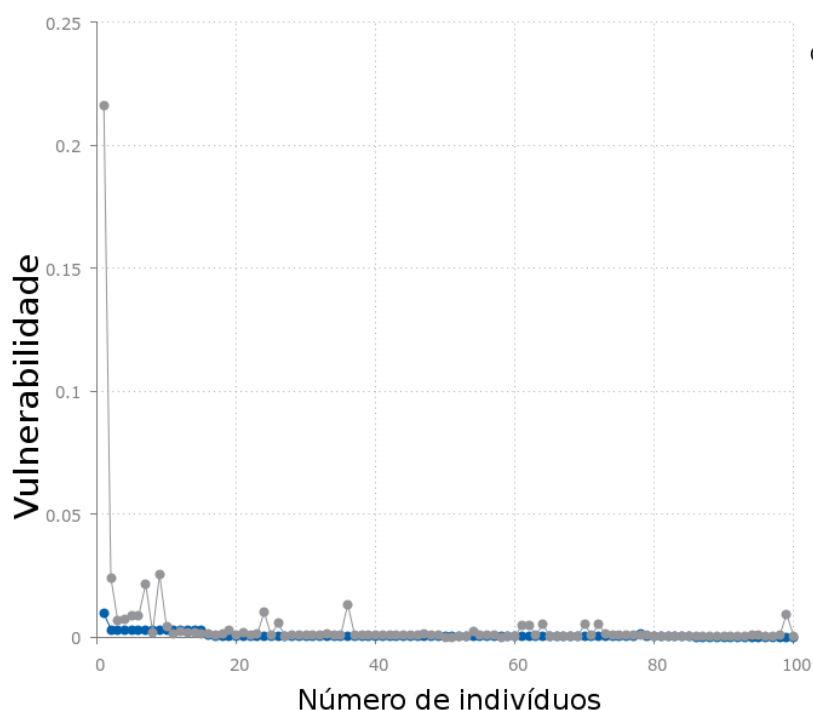


Figura 5.16 – Gráfico do comportamento da vulnerabilidade das estruturas sociais literárias. Sendo Tolkien a linha Azul e de Homero a linha Vermelha.

Fonte: O autor.

As figuras 5.17 ilustram o comportamento da eficiência das estruturas sociais literárias de Tolkien (A) e de Homero (B) seguindo os mesmos padrões utilizados no cálculo da vulnerabilidade, citado anteriormente.



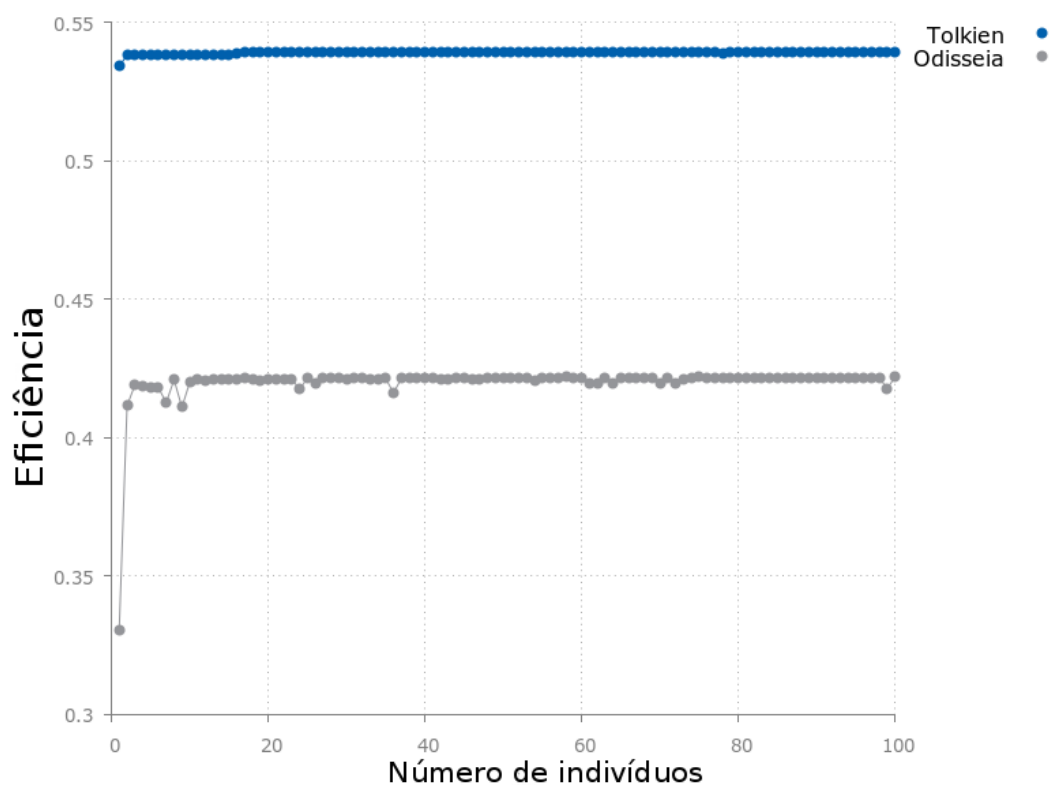
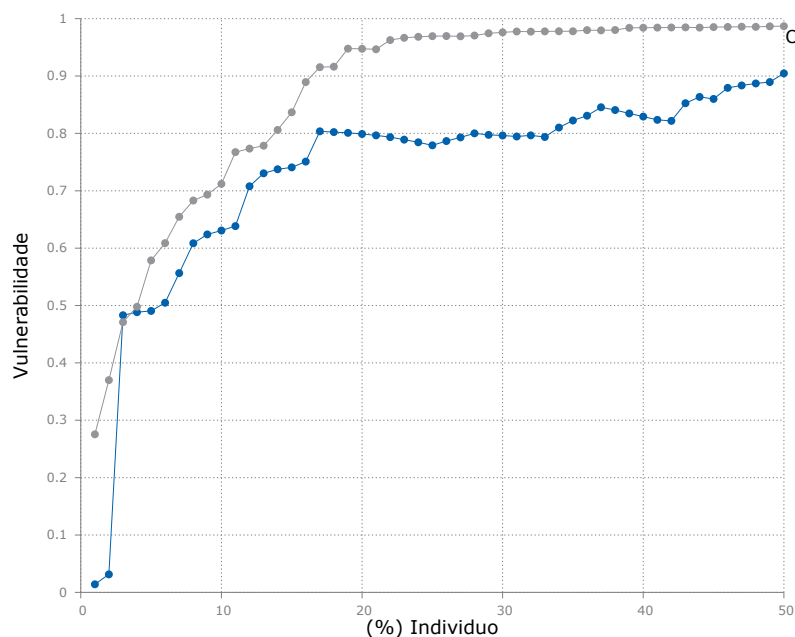


Figura 5.17 – Gráfico do comportamento da eficiência das estruturas sociais literárias. Sendo Tolkien a linha Azul e de Homero a linha Vermelha.

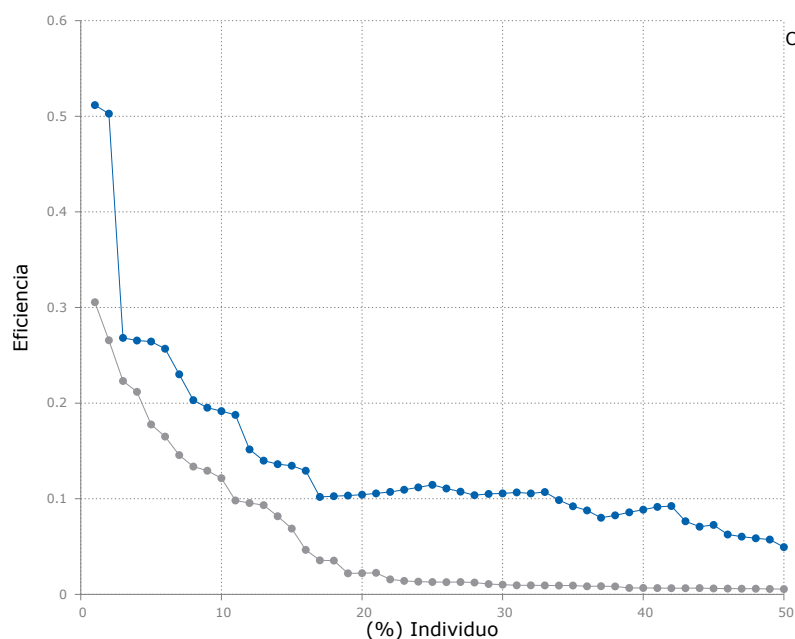
Fonte: O autor.

### 5.3.2 Ataques globais

As figuras 5.18 ilustram as variações de vulnerabilidade (A) e de eficiência (B) das estruturas sociais literárias quando há a remoção de certas porcentagens de indivíduos. Essas porcentagens variam de 1% a 50% de indivíduos removidos.



(a) Vulnerabilidade



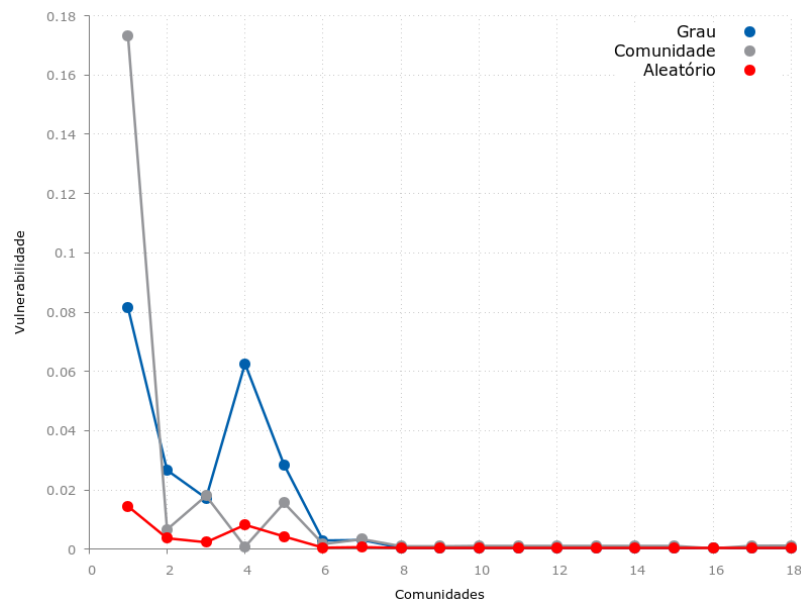
(b) Eficiência

Figura 5.18 – Gráfico do comportamento da vulnerabilidade (A) e da eficiência (B) das estruturas sociais literárias com a remoção das porcentagens de indivíduos.

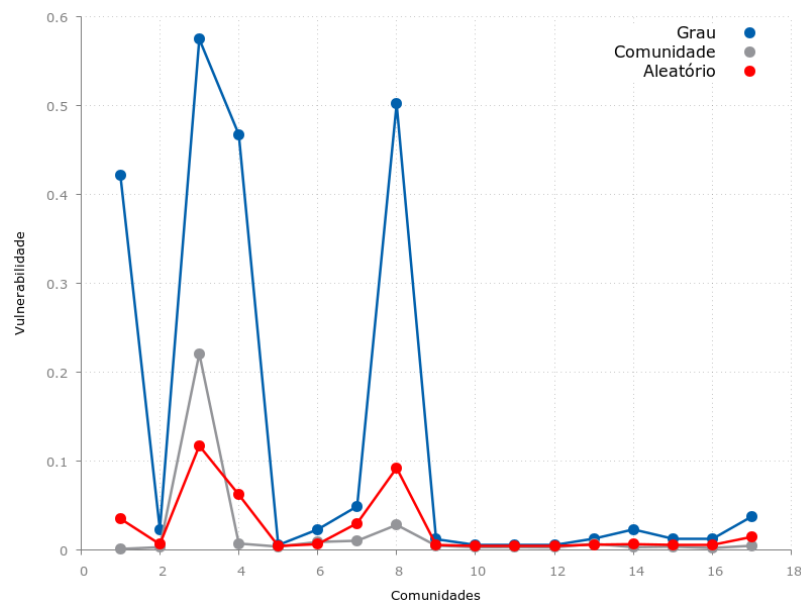
Fonte: O autor.

Para os cálculos relacionados às retiradas de comunidades, efetuamos uma mudança no parâmetro referente ao número de passos que o caminhante aleatório pode dar, para que fosse detectado o número máximo de comunidades em que se poderia empregar a metodologia proposta.

As figuras 5.19 ilustram as variações do comportamento da vulnerabilidade e da eficiência das estruturas sociais literárias ao serem realizados ataques das seguintes maneiras: remoção de comunidades detectadas pelo algoritmo de *WalkTrap Communities* (linha cinza); remoção de um grupo de indivíduos com o mesmo tamanho das comunidades, seguindo a sequência de grau (linha azul); e remoção de um grupo de indivíduos com o mesmo tamanho das comunidades, de forma aleatória (linha vermelha).



(a) J.R.R. Tolkien

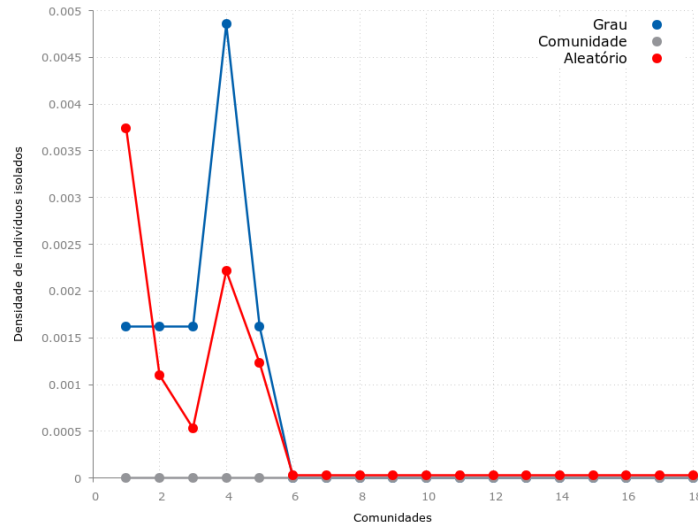


(b) Homero

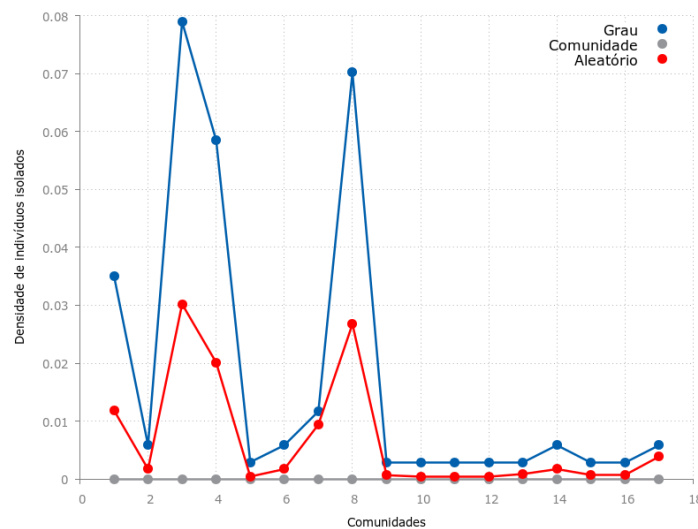
Figura 5.19 – Gráfico da vulnerabilidade nas estruturas sociais literárias mediante ataques. Sendo a remoção de comunidades detectadas pelo algoritmo de *WalkTrap Communities* (linha cinza); remoção de um grupo de indivíduos com o mesmo tamanho das comunidades, seguindo a sequência de grau (linha azul); e remoção de um grupo de indivíduos com o mesmo tamanho das comunidades, de forma aleatória (linha vermelha). (A) J.R.R. Tolkien e (B) Homero.

Fonte: O autor.

As figuras 5.20 ilustram a variação da densidade de indivíduos isolados resultantes dos dois ataques citados: seguindo a sequência de grau (linha azul) e de forma aleatória (linha vermelha). Nos ataques em que há a remoção de comunidades da estrutura social (linha cinza), não restam indivíduos isolados, como já relatado anteriormente.



(a) J.R.R. Tolkien



(b) Homero

Figura 5.20 – Gráfico da densidade de indivíduos isolados nas estruturas sociais literárias mediante ataques. Sendo a remoção de comunidades detectadas pelo algoritmo de *WalkTrap Communities* (linha cinza); remoção de um grupo de indivíduos com o mesmo tamanho das comunidades, seguindo a sequência de grau (linha azul); e remoção de um grupo de indivíduos com o mesmo tamanho das comunidades, de forma aleatória (linha vermelha). (A) J.R.R. Tolkien e (B) Homero.

Fonte: O autor.

Comparando-se os resultados mostrados nos gráficos referentes às estruturas sociais de Tolkien (A) e Homero (B), verificamos que: Em relação à estrutura social Tolkieniana, a estrutura social da Odisseia apresenta uma vulnerabilidade maior aos três diferentes tipos de ataques; Os indivíduos são mais conectados na estrutura social Tolkieniana, portanto, ao ser atacada, ocorrem mais danos em tal estrutura e ela se torna mais vulnerável a ataques posteriores; A estrutura social homérica, por apresentar maior vulnerabilidade, possui menor eficiência quando comparada à estrutura social Tolkieniana; Na estrutura social homérica, os ataques que seguem a sequência de grau e os realizados de forma aleatória resultaram em uma densidade de indivíduos isolados maior em relação à estrutura social Tolkieniana.

## 5.4 Análise da entropia mediante metodologia de ataques

Como as estruturas sociais apresentaram modificações na eficiência e na vulnerabilidade, efetuamos o cálculo do parâmetro  $\delta$ , que ilustra a variação da entropia mediante ataques nas estruturas sociais literárias. As figuras 5.21 ilustram o comportamento do parâmetro  $\delta$  para as metodologias citadas anteriormente, com a remoção dos indivíduos seguindo a distribuição de grau e seguindo de forma aleatória com reposição.

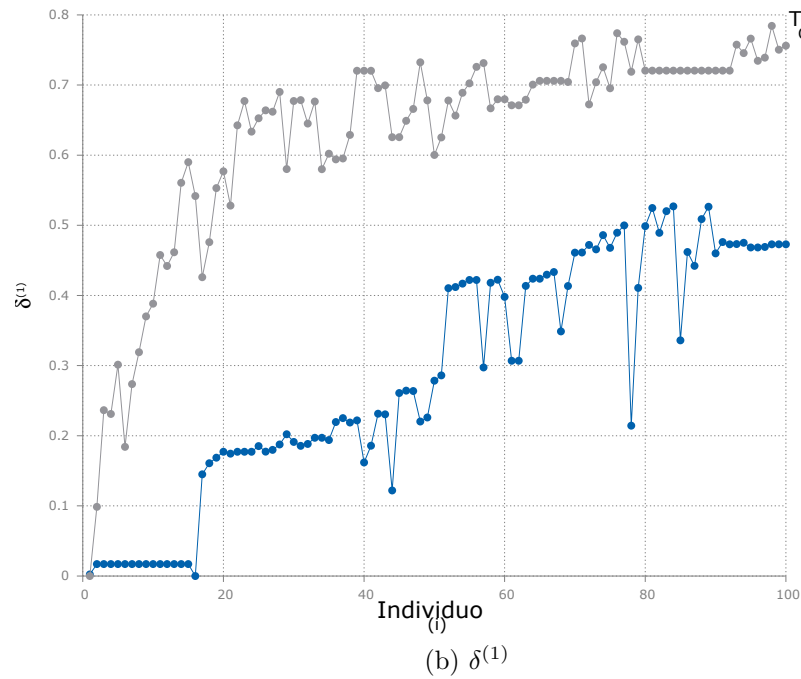
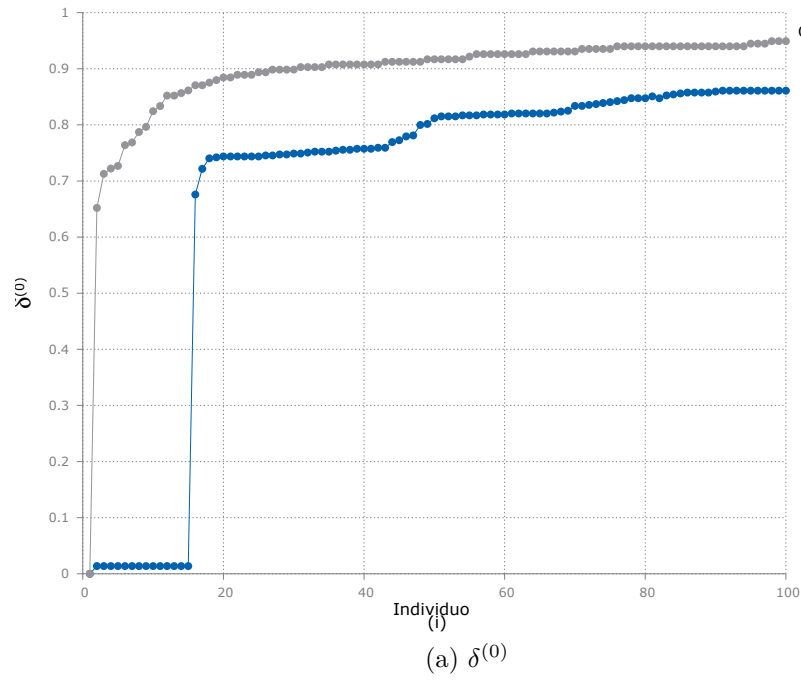


Figura 5.21 – Variação dos parâmetros  $\delta^{(0)}$  e  $\delta^{(1)}$  referentes a metodologia de remoção dos indivíduos seguindo a distribuição de grau (A) e seguindo de forma aleatória (B) com reposição.

Fonte: O autor.

As figuras 5.22 ilustram a variação do parâmetro  $\delta$  com a remoção de porcentagem de indivíduos seguindo a distribuição de conectividade nas duas estruturas sociais literárias.

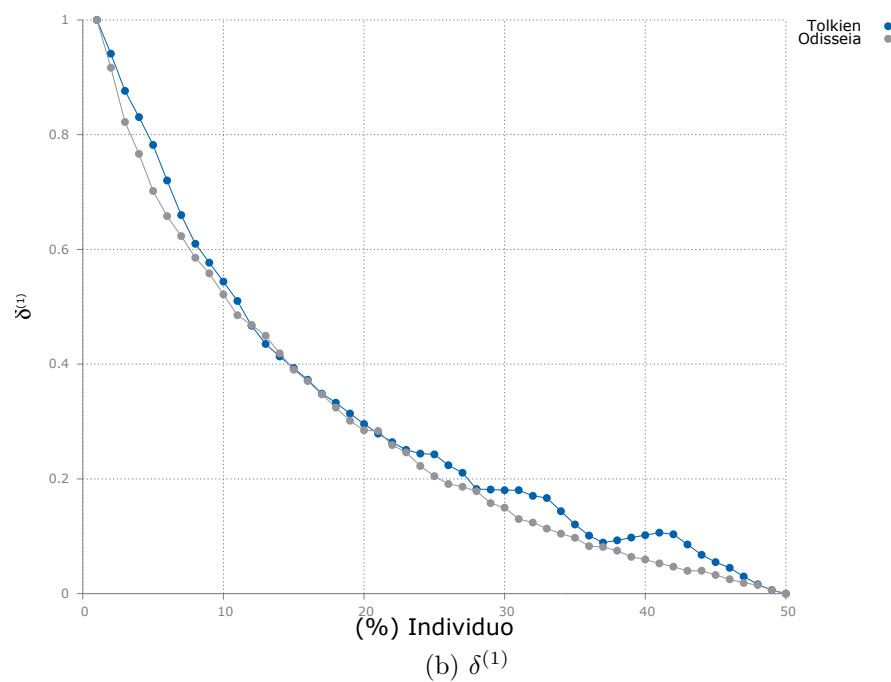
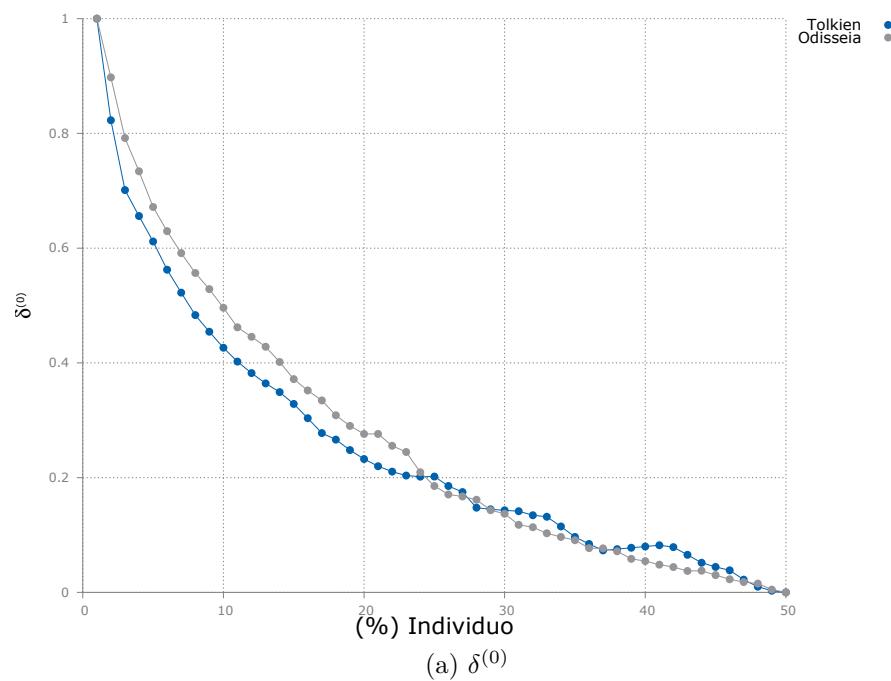


Figura 5.22 – Variação dos parâmetros  $\delta^{(0)}$  e  $\delta^{(1)}$  referentes a metodologia de remoção de porcentagem de indivíduos seguindo a distribuição de conectividade nas duas estruturas sociais literárias

Fonte: O autor.

As figuras 5.23 ilustram a variação do parâmetro  $\delta$  com a remoção de porcentagens de indivíduos de forma aleatória nas duas estruturas sociais literárias.



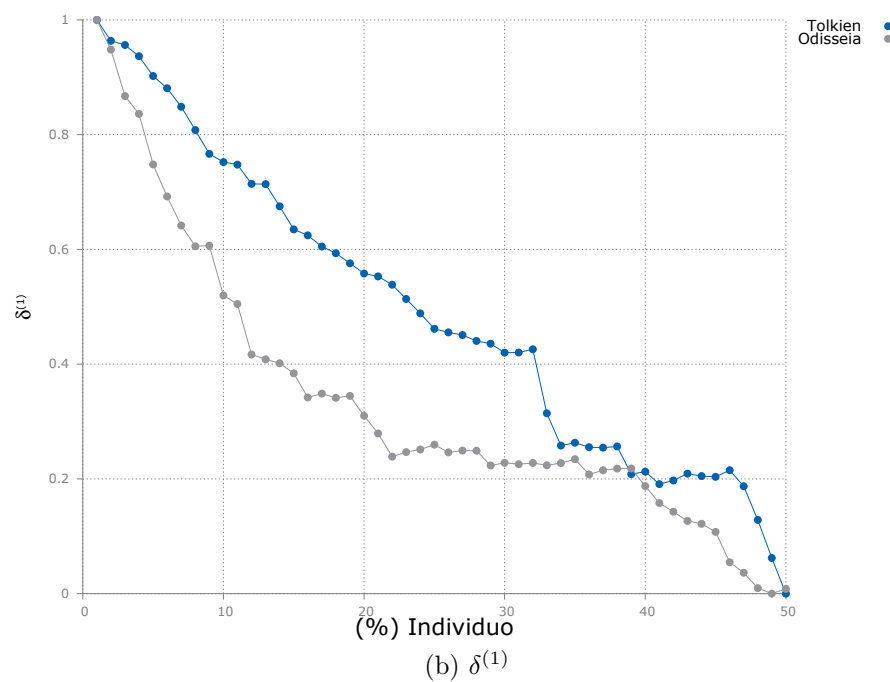
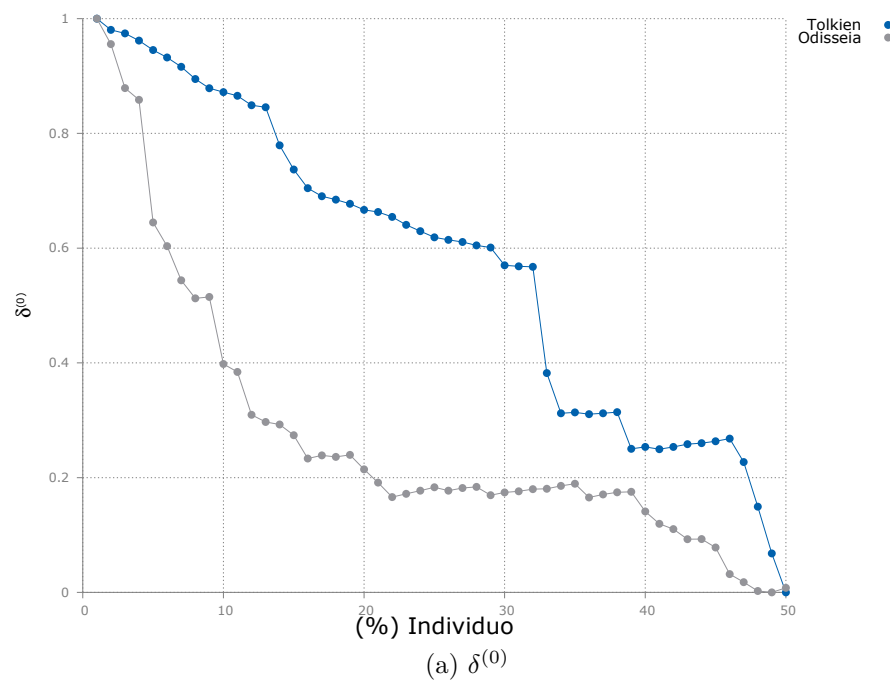


Figura 5.23 – Variação do parâmetro  $\delta^{(0)}$  e  $\delta^{(1)}$  com a remoção de porcentagens de indivíduos de forma aleatória nas duas estruturas sociais literárias

Fonte: O autor.

As figuras 5.24 ilustram a variação do parâmetro  $\delta$  com a remoção das comunidades calculadas pelo algoritmo de *Walktrap Communities*.

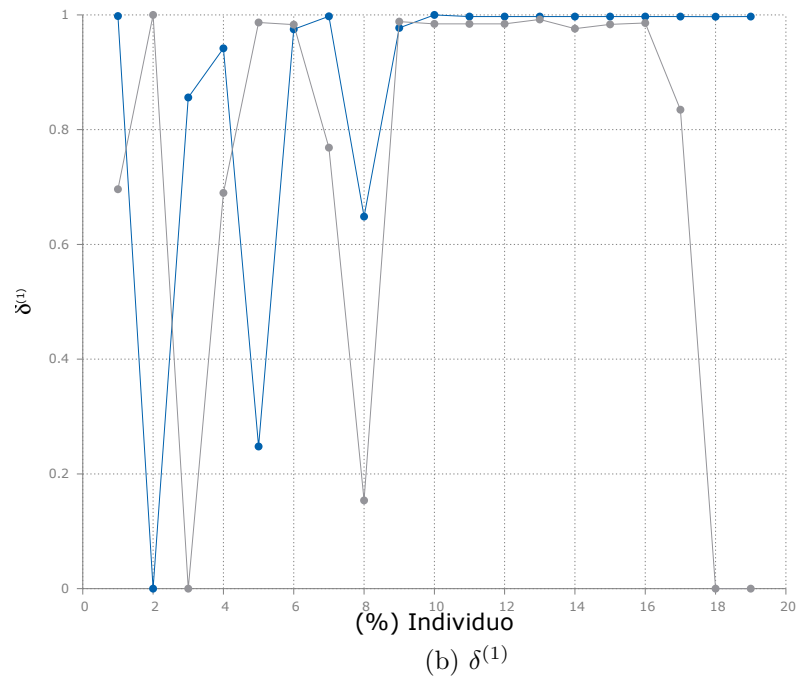
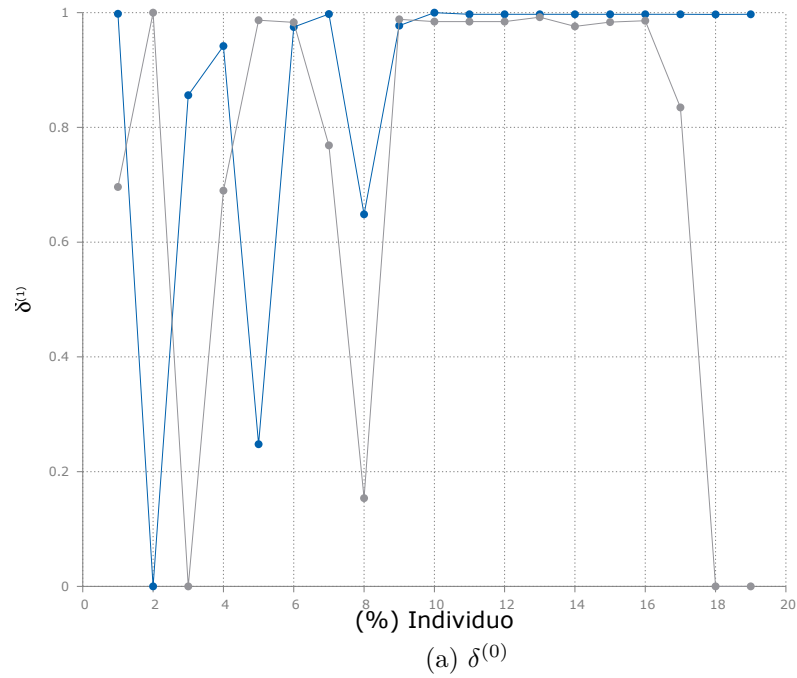


Figura 5.24 – Variação do parâmetro  $\delta^{(0)}$  e  $\delta^{(1)}$  com a remoção das comunidades calculadas pelo algoritmo de *Walktrap Communities*.

Fonte: O autor.

As figuras 5.25 ilustram a variação do parâmetro  $\delta^0$  e  $\delta^1$  com a remoção de um grupo de indivíduos que tenha o mesmo tamanho das comunidades (tal grupo possui o mesmo número de indivíduos que determinada comunidade), seguindo a sequência de grau.

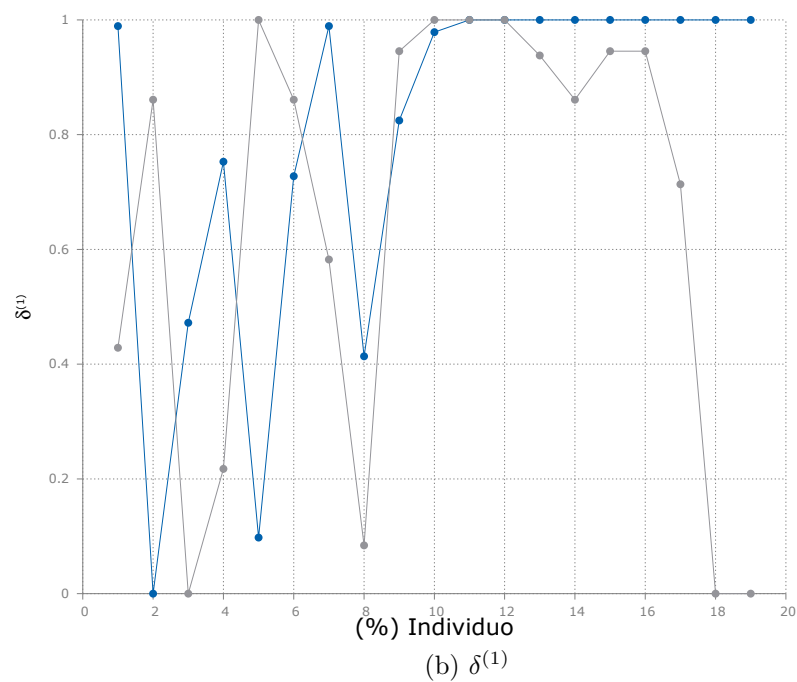
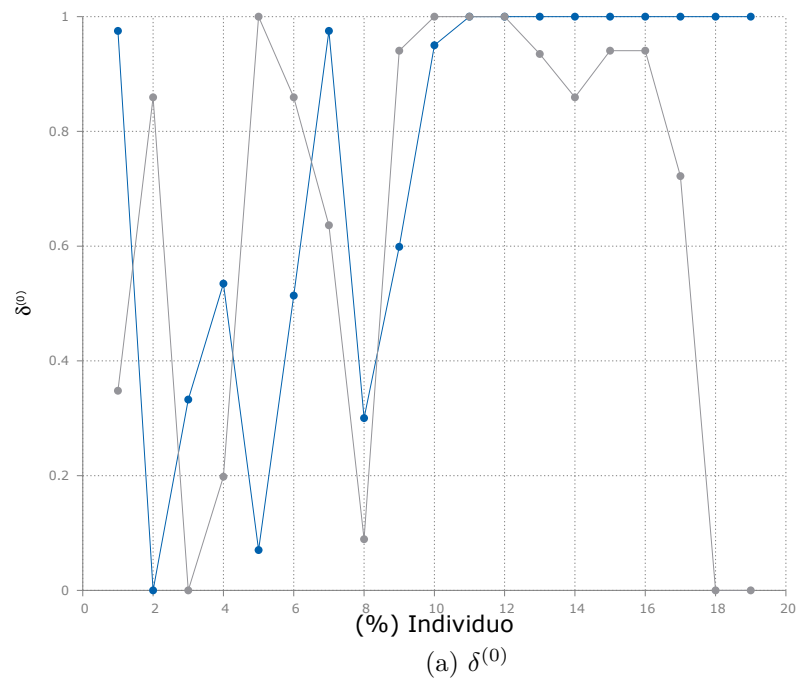


Figura 5.25 – Variação do parâmetro  $\delta^0$  e  $\delta^1$  com a remoção de um grupo de indivíduos que tenha o mesmo tamanho das comunidades

Fonte: O autor.

As figuras 5.26 ilustram a variação do parâmetro  $\delta^0$  e  $\delta^1$  com a remoção de um grupo de indivíduos que tenha o mesmo tamanho das comunidades (tal grupo possui o mesmo número de indivíduos que determinada comunidade), seguindo escolhas aleatórias.

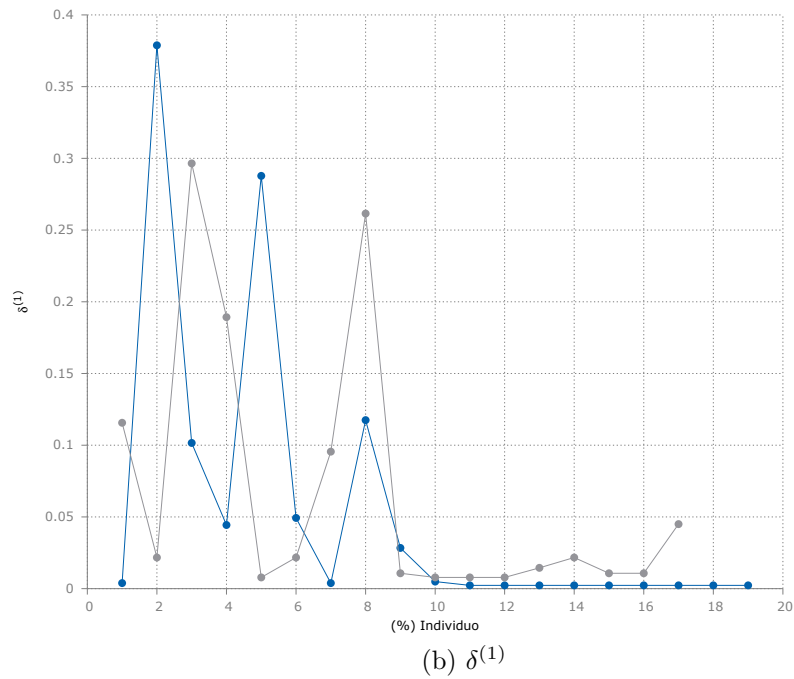
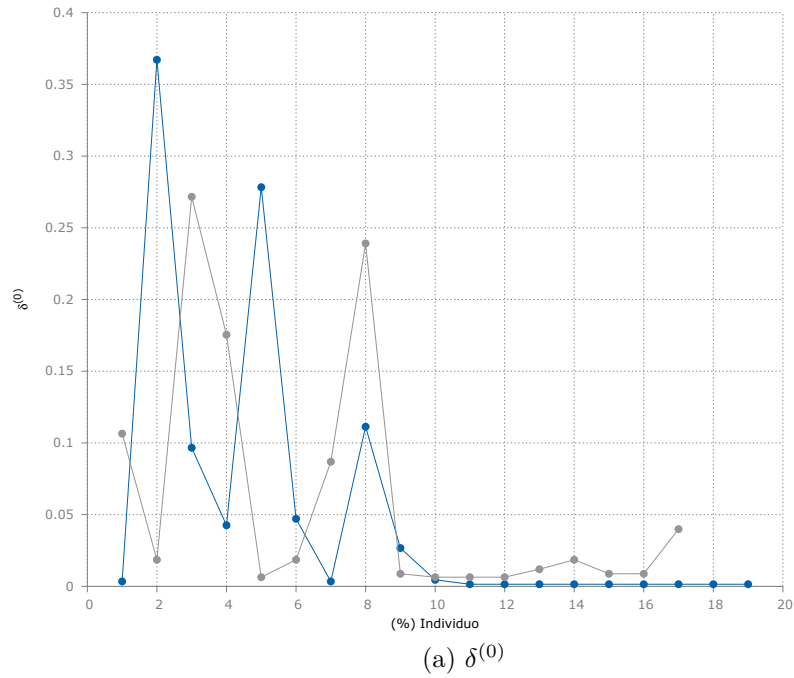


Figura 5.26 – variação do parâmetro  $\delta^0$  e  $\delta^1$  com a remoção de um grupo de indivíduos que tenha o mesmo tamanho das comunidades, seguindo escolhas aleatórias

Fonte: O autor.

Nas análises das estruturas sociais mediante ataques, verificando o parâmetro  $\delta^{(0)}$  e  $\delta^{(1)}$ , constatamos que as estruturas possuem severas modificações na homogeneidade das conexões (relações sociais), ou seja, tais modificações possivelmente comprometem a troca de informação entre os indivíduos que compõem essas estruturas sociais. Isso pode

ser observado por meio dos cálculos da vulnerabilidade das estruturas mediante ataques. Além disso, nos ataques em que são removidas comunidades inteiras ou grupos maiores de indivíduos das estruturas sociais, há uma variação ainda maior dos parâmetros  $\delta^{(0)}$  e  $\delta^{(1)}$ , pois há grupos de indivíduos que, quando extraídos, geram maior comprometimento da estrutura social.

Comparando os ataques seguindo as sequências de grau e aqueles com indivíduos selecionados aleatoriamente com reposição, verificamos que o parâmetro  $\delta^1$  apresentou-se mais sensível para os ataques aleatórios nas estruturas sociais, pois esse parâmetro está relacionado com a entropia de ordem um, que, por sua vez, está vinculada diretamente às relações sociais que cada indivíduo possui. Assim, demonstrando que essa metodologia de ataques nas estruturas sociais depende do indivíduo a ser retirado, portanto, há uma variação nas relações sociais resultantes após esse ataque.

Nos ataques em que foram extraídas porcentagens de indivíduos nas estruturas sociais, há um decaimento dos dois parâmetros  $\delta$  para as duas estruturas sociais literárias analisadas, pois, a cada retirada de grupos de indivíduos em porcentagens, não há reposição desses grupos. Sendo assim, a estrutura perde em eficiência e vulnerabilidade, e o grau de homogeneidade das relações sociais também é reduzido, causando um efeito de cascata de desestrututuação de tais estruturas.

No entanto, removendo grupos de indivíduos detectados pela caminhada aleatória (*WalkTrap Communities*), o efeito final dependerá de qual comunidade for removida da estrutura social, pois, caso sejam retiradas comunidades com elevado número de relações sociais com outras comunidades, serão ocasionados danos significativos em tal estrutura, tornando-a mais vulnerável e menos eficiente, ou seja, as estruturas sociais podem se fragmentar em duas ou mais subestruturas.

## 6 Conclusão e trabalhos futuros

### 6.1 Conclusão

Considerada uma área relativamente nova na ciência, o estudo da formação de estruturas sociais pode nos dizer muito sobre o comportamento coletivo das pessoas que compõem uma sociedade. Mais especificamente, pode nos auxiliar a compreender como um escritor forma as sociedades em suas obras e, após formadas, como elas se comportam mediante comparação com estruturas sociais reais (*online*). Entretanto, a principal contribuição de tal estudo é a definição das relações sociais que vinculam os indivíduos componentes de determinadas estruturas sociais, verificando se o comportamento de tais estruturas pode corresponder coerentemente ao observado nas sociedades reais da atualidade, e ainda, se elas podem ser analisadas por meio da utilização das medidas clássicas da teoria dos grafos.

Assim, nesta tese, estudamos obras de dois escritores clássicos: Homero (“Odisseia”) e J.R.R. Tolkien (“O Silmarillion”, “O Hobbit” e a trilogia “O Senhor dos Anéis”), comparando seu comportamento ao apresentado pelas principais estruturas sociais reais (*online*) que temos atualmente (*Facebook* e *Twitter*).

Tal comparação demonstrou que esses autores refletem, por meio da criação de suas obras, a composição de sociedades complexas e de comportamento semelhante às principais estruturas sociais reais citadas.

Para realizar tal estudo, optamos por comparar essas estruturas, para que pudéssemos definir as relações sociais entre as personagens com base em ?? e detectamos que as estruturas sociais das obras literárias selecionadas se comportam de maneira disassortativa e transitiva, ou seja, cada vez que uma personagem é inserida na estrutura social literária seguindo o contexto da obra, ela se relaciona com outras personagens com número de relações sociais distintas das que ela possui. Além disso, devido aos vínculos sociais de alusão à relação social e ao compartilhamento de evento, há a formação de tríades de indivíduos, resultando na densidade das estruturas sociais literárias e das estruturas sociais online do *Facebook*. Já no caso do *Twitter*, essa densidade (formação de tríades) é nula, pois os indivíduos se conectam mais com os principais canais de notícia e dificilmente entre si.

Um resultado importante são as distribuições de probabilidade de conectividade entre indivíduos nas estruturas sociais, que, ao contrário do previsto pela literatura científica de Barabasi e colaboradores, não seguiram apenas a lei de potência, mas a lei de potência

com truncamento exponencial, exceto a estrutura social do *Twitter*, que, sim, segue tal lei sem o truncamento.

Também foi analisada uma propriedade proveniente das relações sociais: a distribuição de centralidade de intermediação, que se comportaram como uma lei de potência, ou seja, há indivíduos nas estruturas sociais que, independentemente da sua conectividade (número de relações sociais), possuem grande importância na estrutura social, pois apresentam alto grau de intermediação. Assim, há uma estrutura hierarquizada, não somente de conectividade entre os indivíduos, mas também de grau de intermediação entre eles. Nessas distribuições, os parâmetros de decaimento das probabilidades de conexão foram próximos de dois, pois segundo (BARTHELEMY, 2004), são característicos de estruturas sociais reais.

Outra característica interessante foi a variação do caminho médio nas estruturas sociais literárias, pois, ao retirarmos as personagens divinas das estruturas, a distância de caminho médio que era de aproximadamente dois passou para o valor encontrado nas estruturas sociais reais (quatro), ou seja, ao extrairmos as divindades da estrutura social literária, ela passa a se comportar como uma estrutura social real (*online*). Dessa forma, foi possível detectar o atributo da onipresença das divindades nas obras literárias, ou seja, a interação delas com as outras personagens durante o enredo das obras literárias.

As relações sociais propostas para a construção de uma estrutura social literária em obras clássicas respondem de forma satisfatória às relações sociais encontradas nas estruturas reais (*online*), ou seja, elas apresentam características em comum, resultando na detecção do paradoxo da amizade em ambas as estruturas sociais.

O paradoxo da amizade é uma característica observada, primordialmente, em estruturas sociais reais, em que existe uma hierarquia invisível. Tal comportamento também foi observado nas estruturas sociais literárias, fazendo com que determinados grupos de personagens sejam muito relevantes para a construção da estrutura social proposta pelo autor da obra. Essas personagens de maior relevância são as que apresentam forte influência do paradoxo da amizade, por possuírem contato direto com as divindades presentes no enredo da obra, já que tais divindades possuem conexões próximas da ordem de grandeza total da estrutura social literária. Assim, concluímos que as divindades são peça fundamental para o surgimento do paradoxo da amizade em obras literárias.

Por possuírem características similares às estruturas sociais reais (*online*), as estruturas sociais literárias possibilitaram a análise de sua eficiência e vulnerabilidade mediante diferentes metodologias de ataques, locais e globais. Com os ataques locais, concluímos que a vulnerabilidade, a eficiência e os parâmetros  $\delta^{(0)}$  e  $\delta^{(1)}$  possuem variações significativas quando os indivíduos com mais relações sociais são retirados das estruturas sociais. Já nos

ataques globais (que geram mais dano às estruturas sociais literárias, quando comparados aos locais), ao removermos porcentagens de indivíduos, há um decaimento na eficiência e um aumento da vulnerabilidade dessas estruturas e dos valores dos parâmetros  $\delta^{(0)}$  e  $\delta^{(1)}$ , ocasionando um crescimento na homogeneidade das conexões entre as personagens.

A metodologia de remoções das comunidades nas estruturas sociais literárias mostrou que as comunidades que mais influenciam as estruturas sociais causam variações significativas na sua eficiência, o que deixa as estruturas mais vulneráveis a esses ataques. Portanto, as estruturas sociais se tornam vulneráveis e menos eficientes para ataques globais, diferentemente dos ataques locais, em que não há muita variação nos parâmetros estudados. A estrutura social da Odisseia é mais vulnerável a ataques quando removemos grupos seguindo a sequência de grau ou escolhidos aleatoriamente, já a estrutura Tolkieniana fica mais vulnerável quando optamos pela remoção de comunidades detectadas na estrutura social pelo algoritmo de *WalkTrap Communities*.

Portanto, a conclusão fundamental é de que as estruturas sociais literárias das obras clássicas estudadas comportam-se como estruturas sociais reais (*online*), e, para que haja tal comportamento, é essencial que o escritor realize uma vasta e detalhada observação da sociedade real.

## 6.2 Trabalhos Futuros

- Analisar outras obras clássicas para verificar se há as mesmas correspondências com estruturas sociais reais (*online*);
- Verificar se em outras estruturas sociais literárias o comportamento da distribuição de conectividade dos indivíduos que a compõem segue também uma distribuição do tipo lei de potência com truncamento exponencial;
- Analisar o comportamento da vulnerabilidade em estruturas sociais reais (*online*) como o *Facebook* e o *Twitter*, por meio da metodologia de ataques proposta;
- Analisar a variação do fluxo de informação em estruturas sociais reais (*online*) como o *Facebook* e o *Twitter*, por meio da metodologia de ataques proposta;
- Analisar a variação da entropia estrutural e da entropia de informação em estruturas sociais reais (*online*) como o *Facebook* e o *Twitter*, por meio da metodologia de ataques proposta.



## Apêndices

# APÊNDICE A – Construção das estruturas sociais

## A.1 Estruturas sociais online

As estruturas sociais online foram separadas em duas categorias. A primeira refere-se ao *Facebook*, em que foram coletadas três estruturas sociais (sendo duas obtidas pelo banco de dados KONECT, e uma terceira construída com a coleta de dados por meio do aplicativo nativo NETVIZZ 1.6 (BONSIGNORE et al., 2009)). No banco de dados KONECT estão contidas diversas estruturas descritas pela teoria de grafos (KUNEGIS, 2013). Já o aplicativo NETVIZZ 1.6, com a eventual permissão do indivíduo  $i$ , rastreia suas conexões e tem como resultado uma lista de adjacência.

Já a segunda, envolve o Twitter, que depende da hashtag coletada. A metodologia aplicada utilizou o aplicativo NODEXL, que funciona em parceria com o Excel (do pacote Microsoft) para a construção das listas de adjacência entre usuários contidos na rede que possuam como relação social determinada hashtag selecionada.

## A.2 Construção das estruturas sociais literárias

A mineração de dados em obras literárias é efetuada respeitando as relações sociais propostas na seção de fundamentos teóricos (compartilhamento de evento, alusão à relação social e ligação direta). Uma vez definidas as relações sociais, podemos minerar os dados contidos em uma obra literária e assim formar a lista de adjacências, ou lista de relações sociais entre as personagens que constituem a obra literária. A figura A.1 ilustra a mineração de dados de um trecho do livro: "A sociedade do anel" de J.R.R. Tolkien.

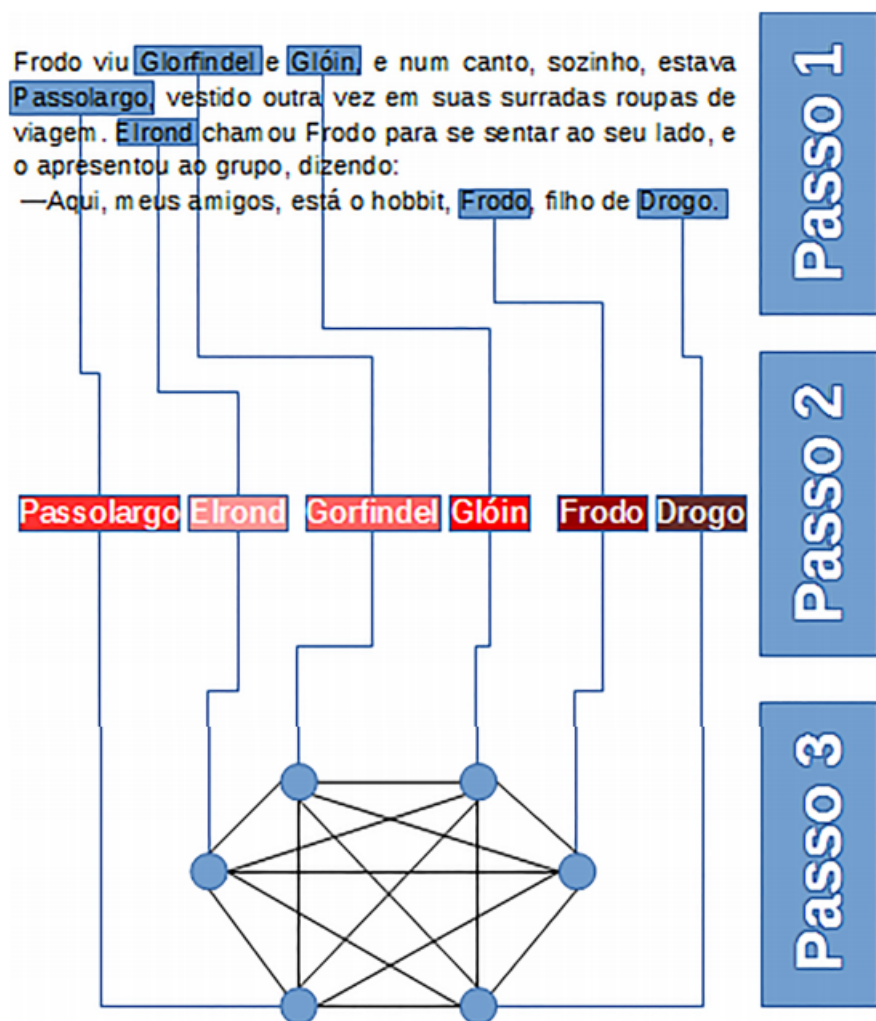


Figura A.1 – Esquema de mineração das personagens de um trecho da obra literária A Sociedade do Anel. No passo um, há a identificação no texto das personagens; no passo dois, os nomes das personagens são separados e no passo três são analisadas as três relações sociais definidas (compartilhamento de evento, alusão à relação social e ligação direta) entre as personagens, formando assim a rede social literária.

Fonte: O autor.

## APÊNDICE B – Softwares de análises e algoritmos

### B.1 Pacote Igraph em linguagem R

A linguagem R é um interpretador para análise estatística de dados, porém, tal interpretador apresenta algumas bibliotecas que são interessantes para análise de estruturas sociais. Exemplo disso é a biblioteca Igraph, que disponibiliza muitas funções para cálculos rápidos para análise de estruturas sociais. Uma das bibliotecas utilizadas foi a IGRAPH 0.7, que possui todo um ferramental para o cálculo das propriedades estruturais das redes sociais, como a assortatividade ([NEWMAN, 2002](#)), a transitividade ([HOLLAND; LEINHARDT, 1971](#)), a centralidade de intermediação ([ULRIK, 2001](#)), a centralidade de grau e outras.

#### B.1.1 WalkTrap Communities pacote Igraph

É uma abordagem baseada em caminhos aleatórios. A ideia geral é que se forem realizadas caminhadas aleatórias no grafo, em seguida, os caminhantes são mais propensos a permanecerem dentro da mesma comunidade, porque há apenas algumas arestas que conduzem para fora de uma determinada comunidade. O algoritmo de Walktrap Communities realiza caminhadas aleatórias curtas de 3, 4 ou 5 passos (dependendo de um de seus parâmetros) e usa os resultados dessas caminhadas aleatórias para mesclar comunidades separadas. Novamente, pode-se usar a modularidade para selecionar a separação das comunidades. Esse algoritmo é um pouco mais lento do que os métodos convencionais, porém, um pouco mais preciso ([R Core Team, 2015](#)).

### B.2 Software Gephi

O Gephi é um software para a visualização de estruturas do tipo grafo. Sendo um software escrito em JAVA sobre a plataforma NetBeans. Tal software tem sido utilizado para uma série de projetos de pesquisas acadêmicas, análises sociais, etc. Um exemplo de sua aplicação é a análise da conectividade global de conteúdos dos principais canais de jornalismo, como o *New York Times* e a análise do tráfego de informação durante uma discussão em uma estrutura social. Sendo um excelente visualizador de estruturas sociais e

também um importante recurso na importação e exportação de dados em outros formatos (.gdf, .net, .dat, .csv, etc.) possibilitando uma melhor conexão entre outros softwares para análise estatística e também para programas elaborados na linguagem de programação C (BASTIAN et al., 2009).

## B.3 Algoritmo de Dijkstra

O Algoritmo de Dijkstra é um dos algoritmos que calcula o caminho mínimo entre vértices de um grafo. Escolhido um vértice como raiz da busca, esse algoritmo calcula a distância mínima entre o vértice  $i$  e todos os demais vértices do grafo. Ele é bastante simples e com um bom nível de performance. Não garante, contudo, a exatidão da solução caso haja a presença de arestas com valores negativos. Para os cálculos com as estruturas sociais representadas por um grafo nessa tese, as arestas possuem peso um. Esse algoritmo parte de uma estimativa inicial para o percurso mínimo e vai progressivamente se ajustando. Os passos para o algoritmo são descritos da seguinte maneira:

**Primeiro Passo:** Iniciam-se os valores:

$$\begin{aligned}\forall v \in V[G] \\ d[v] &\leftarrow \infty \\ \pi[v] &\leftarrow -1 \\ d[s] &\leftarrow 0\end{aligned}$$

Sendo  $V[G]$  o conjunto de vértices ( $v$ ) que formam o grafo  $G$ ,  $d[v]$  o vetor de distâncias de  $s$  até cada  $v$  (admitindo-se, por estimativa possível, o caminho infinito) e  $\pi[v]$  o vértice onde se origina uma conexão até  $v$ .

**Segundo passo :** Usando o conjunto de vértices  $Q$  que não possuem o valor dos menores caminhos de  $d[v]$  determinados:

$$Q \leftarrow V[G]$$

**Terceiro Passo:** É realizada uma série de relaxamentos das arestas, de acordo com o pseudo-código abaixo:  $Q \neq \emptyset$

```

 $u \leftarrow \text{extrair } \min(Q)$ 
Para cada  $v$  adjacente a  $u$ 
Se  $d[v] > d[u] + w(u, v)$ 
Então  $d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v)$ 
 $\pi[v] \leftarrow u$ 

```

Sendo  $w(u, v)$  o peso da aresta que vai de  $u$  a  $v$ , descrevendo os caminhos de  $u$  a  $v$ .

## B.4 Algoritmo de centralidade de intermediação

A implementação da centralidade de intermediação foi realizada utilizando-se o algoritmo de Fast Betweenness que está inserido no pacote Igraph 0.7. O pseudo-código está descrito para o cálculo da centralidade de intermediação para grafos não ponderados, ou seja, para grafos que não possuem peso nas arestas. Sendo o pseudo-código descrito do seguinte modo:

$C_B \leftarrow 0, v \in V;$

Para  $s \in V$ , faça:

```

 $S \leftarrow \emptyset$ 
 $P[w] \leftarrow \text{lista vazia}, w \in V$ 
 $\sigma[t] \leftarrow 0, t \in V; \sigma[s] \leftarrow 1$ 
 $d[t] \leftarrow -1, t \in V; d[s] \leftarrow 0$ 
 $Q \leftarrow \text{Lista vazia.}$ 
 $s \rightarrow Q$ 

```

Enquanto:

```

 $v \leftarrow Q$ 
 $v \leftarrow Q$ 
 $v \rightarrow Q$ 

```

Para cada: Vizinho  $w$  de  $v$ , faça:

```

Se  $d[w] < 0$ , então:
 $w \leftarrow Q$ 

```

$d[w] \leftarrow d[v] + 1$

fim.

Se  $d[w] = d[v] + 1$ , então:

$\sigma[w] \leftarrow \sigma[w] + \sigma[v] \quad v \rightarrow P[w]$

fim.

fim.

fim.

$\sigma[v] \leftarrow 0, v \in V$ .

Enquanto  $S$  não forazio, faça:  $w \leftarrow S$

$v \in P[w]$  faça:  $\sigma[v] \leftarrow \sigma[v] + \frac{\sigma[v]}{\sigma[w]}(1 + \sigma[w]);$

Se  $w \neq s$  então:  $C_B[w] \leftarrow C_B[w] + \delta[w];$

Sendo  $C_B[w]$  o vetor que contém a centralidade de intermediação do grafo  $G$ .

## Referências

- AHN, Y.-Y.; HAN, S.; KWAK, H.; MOON, S.; JEONG, H. Analysis of topological characteristics of huge online social networking services. In: **Proceedings of the 16th International Conference on World Wide Web**. New York, NY, USA: ACM, 2007. p. 835–844.
- ALBERICH, R.; MIRO-JULIA, J.; ROSSELLÓ, F. Marvel universe looks almost like a real social network. **arXiv preprint cond-mat/0202174**, 2002.
- ALBERT, R.; BARABÁSI, A.-L. Statistical mechanics of complex networks. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 74, p. 47–97, Jan 2002.
- ALBERT, R.; JEONG, H.; BARABÁSI, A.-L. Internet: Diameter of the world-wide web. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 401, n. 6749, p. 130–131, 1999.
- ALBERT, R.; JEONG, H.; BARABÁSI, A.-L. Error and attack tolerance of complex networks. **nature**, Nature Publishing Group, v. 406, n. 6794, p. 378–382, 2000.
- AMARAL, L. A. N.; SCALA, A.; BARTHÉLÉMY, M.; STANLEY, H. E. Classes of small-world networks. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, v. 97, n. 21, p. 11149–11152, 2000.
- ARIANOS, S.; BOMPARD, E.; CARBONE, A.; XUE, F. Power grid vulnerability: A complex network approach. **Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science**, AIP Publishing, v. 19, n. 1, p. 013119, 2009.
- ARNEY, C. Connected: The surprising power of our social networks and how they shape our lives-how your friends' friends' friends affect everything you feel, think, and do. **Mathematics and Computer Education**, MATYC Journal, Inc., v. 48, n. 2, p. 201, 2014.
- BARABÁSI, A.; JEONG, H.; NÉDA, Z.; RAVASZ, E.; SCHUBERT, A.; VICSEK, T. Evolution of the social network of scientific collaborations. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 311, n. 3–4, p. 590 – 614, 2002. ISSN 0378-4371.
- BARNES, J. A. **Social networks**. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing Company, 1972. v. 26.
- BARRAT, A.; BARTHELEMY, M.; PASTOR-SATORRAS, R.; VESPIGNANI, A. The architecture of complex weighted networks. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, National Acad Sciences, v. 101, n. 11, p. 3747–3752, 2004.
- BARTHELEMY, M. Betweenness centrality in large complex networks. **The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems**, Springer, v. 38, n. 2, p. 163–168, 2004.



- BASTIAN, M.; HEYMANN, S.; JACOMY, M. Gephi: An open source software for exploring and manipulating networks. 2009. Disponível em: <<http://www.aiai.org/ocs/index.php/ICWSM/09/paper/view/154>>.
- BIANCONI, G. The entropy of randomized network ensembles. **EPL (Europhysics Letters)**, v. 81, n. 2, 2008.
- BIANCONI, G. Statistical mechanics of multiplex networks: Entropy and overlap. **Phys. Rev. E**, American Physical Society, v. 87, p. 062806, Jun 2013.
- BONSIGNORE, E. M.; DUNNE, C.; ROTMAN, D.; SMITH, M.; CAPONE, T.; HANSEN, D. L.; SHNEIDERMAN, B. First steps to netvizz nirvana: evaluating social network analysis with nodexl. In: IEEE. **Computational Science and Engineering, 2009. CSE'09. International Conference on**. [S.l.], 2009. v. 4, p. 332–339.
- BOYD, J. P. The algebra of group kinship. **Journal of Mathematical Psychology**, Elsevier, v. 6, n. 1, p. 139–167, 1969.
- BRANDES, U. A faster algorithm for betweenness centrality. **Journal of Mathematical Sociology**, Taylor & Francis, v. 25, n. 2, p. 163–177, 2001.
- BREIGER, R. L. **Social mobility and social structure**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1990.
- BRODER, A.; KUMAR, R.; MAGHOUL, F.; RAGHAVAN, P.; RAJAGOPALAN, S.; STATA, R.; TOMKINS, A.; WIENER, J. Graph structure in the web. **Computer networks**, Elsevier, v. 33, n. 1, p. 309–320, 2000.
- CARRON, P. M.; KENNA, R. Universal properties of mythological networks. **EPL (Europhysics Letters)**, IOP Publishing, v. 99, n. 2, p. 28002, 2012.
- CARRON, P. M.; KENNA, R. Network analysis of the Íslendinga sögur – the sagas of icelanders. **The European Physical Journal B**, Springer Berlin Heidelberg, v. 86, n. 10, 2013. ISSN 1434-6028.
- CARRON P. M.; KENNA, R. Universal properties of mitological networks. **EPL (Europhysics Letters)**, 2012.
- CARRON P. M. KENNA, R. Network analysis of the islendinga sögur'the sagas of icelanders. **The European Physical Journal B**, 2013.
- CHRISTAKIS, N. A.; FOWLER, J. H. Social network sensors for early detection of contagious outbreaks. **PloS one**, Public Library of Science, v. 5, n. 9, p. e12948, 2010.
- COHEN, R.; HAVLIN, S. **Complex Network: Structure, Robustness and Function**. [S.l.]: Cambridge university press, 2010. Único.
- COLEMAN, J. S. **The Adolescent Society**. [S.l.]: Free Press, 1957.
- COLEMAN, J. S. et al. Introduction to mathematical sociology. **London Free Press Glencoe.**, 1964.

- DAVIS, J.; LEINHARDT, S. **Sociological Theories in Progress, Volume 2 The Structure of Positive Interpersonal Relations in Small Groups 218-251**. [S.l.]: Boston: Houghton Mifflin, 1972.
- DAVIS, J. A. Clustering and hierarchy in interpersonal relations: Testing two graph theoretical models on 742 sociomatrices. **American Sociological Review**, JSTOR, p. 843–851, 1970.
- DONETTI, L. et al. Detecting network communities: a new systematic and efficient algorithm. **Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment**, IOP Publishing, v. 2004, n. 10, p. P10012, 2004.
- EHRENFEST, T. **The conceptual foundations of the statistical approach in mechanics**. [S.l.]: Courier Corporation, 2002.
- EOM, Y.; JO, H. Generalized friendship paradox in complex networks: The case of scientific collaboration. **Sci. Rep.**, v. 4, n. 4603, Mar 2014.
- FACEBOOK. Facebook. [www.facebook.com](http://www.facebook.com), Março 2016. Disponível em: [https://www.facebook.com/help/?helpref=hc\\_global\\_nav](https://www.facebook.com/help/?helpref=hc_global_nav).
- FARARO, T. J.; SUNSHINE, M. H. **A study of a biased friendship net**. [S.l.]: Youth Development Center, Syracuse University, 1964.
- FELD, S. L. Why your friends have more friends than you do. **American Journal of Sociology**, University of Chicago Press, v. 96, n. 6, p. 1464–1477, 1991.
- FENNER, T.; LEVENE, M.; LOIZOU, G. A stochastic evolutionary model exhibiting power-law behaviour with an exponential cutoff. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 355, n. 2, p. 641–656, 2005.
- FISCHER, C. S. **To dwell among friends: Personal networks in town and city**. [S.l.]: University of Chicago Press, 1982.
- FOSTER, C. C.; RAPOPORT, A.; ORWANT, C. J. A study of a large sociogram ii. elimination of free parameters. **Behavioral science**, University of Michigan, Mental Health Research Institute, v. 8, n. 1, p. 56, 1963.
- GALASKIEWICZ, J. **Exchange networks and community politics**. [S.l.]: JSTOR, 1979.
- GALASKIEWICZ, J.; MARSDEN, P. V. Interorganizational resource networks: Formal patterns of overlap. **Social science research**, Elsevier, v. 7, n. 2, p. 89–107, 1978.
- GARCIA-HERRANZ, M.; MORO, E.; CEBRIAN, M.; CHRISTAKIS, N. A.; FOWLER, J. H. Using friends as sensors to detect global-scale contagious outbreaks. **PloS one**, Public Library of Science, v. 9, n. 4, p. e92413, 2014.
- GARTON, L.; HAYTHORNTHWAITE, C.; WELLMAN, B. Studying online social networks. **Journal of Computer-Mediated Communication**, Blackwell Publishing Ltd, v. 3, n. 1, p. 0–0, 1997. ISSN 1083-6101. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1083-6101.1997.tb00062.x>.

- GLERIA, I.; MATSUSHITA, R.; SILVA, S. D. Complex systems, criticality, and power laws. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, SciELO Brasil, v. 26, n. 2, p. 99–108, 2004.
- GOH, K.-I.; OH, E.; JEONG, H.; KAHNG, B.; KIM, D. Classification of scale-free networks. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, National Acad Sciences, v. 99, n. 20, p. 12583–12588, 2002.
- GRAYSON, S.; WADE, K.; MEANEY, G.; ROTHWELL, J.; MULVANY, M.; GREENE, D. Discovering structure in social networks of 19th century fiction. In: ACM. **Proceedings of the 8th ACM Conference on Web Science**. [S.l.], 2016. p. 325–326.
- HAYES, B. Computing science: Graph theory in practice: Part i. **American Scientist**, JSTOR, v. 88, n. 1, p. 9–13, 2000.
- HODAS, N. O.; KOOTI, F.; LERMAN, K. Friendship paradox redux: Your friends are more interesting than you. **arXiv preprint arXiv:1304.3480**, 2013.
- HOLLAND, P. W.; LEINHARDT, S. Transitivity in structural models of small groups. **Comparative Group Studies**, 1971.
- HOLMGREN, Å. J. A framework for vulnerability assessment of electric power systems. In: **Critical Infrastructure**. [S.l.]: Springer, 2007. p. 31–55.
- KUNEGIS, J. Konect - the koblenz network collection. In **Proc. Int. Web Observatory Workshop**, 2013.
- LAUMANN, E. O.; MARSDEN, P. V.; PRENSKY, D. The boundary specification problem in network analysis. **Research methods in social network analysis**, George Mason University Press Fairfax, VA, v. 61, p. 87, 1989.
- M.A, P. E. C. **Odisséia de Homero**. [S.l.]: Sá de Costa Editora, 1994.
- MICHAELSON, A. G. **Network mechanisms underlying diffusion processes: interaction and friendship in a scientific community**. [S.l.: s.n.], 1990.
- MILGRAM, S. The small-world problem. **Psychology Today**, v. 01, n. 01, 1967.
- MILGRAM, S. The small world problem. **Psychology today**, New York, v. 2, n. 1, p. 60–67, 1967.
- MIRANDA, P. J.; BAPTISTA, M. S.; PINTO, S. E. d. S. Analysis of communities in a mythological social network. **arXiv preprint arXiv:1306.2537**, 2013.
- MIRANDA, P. J.; DELGOBO, M.; MARINO, G. F.; PALUDO, K. S.; BAPTISTA, M. da S.; PINTO, S. E. de S. The oral tolerance as a complex network phenomenon. **PloS one**, Public Library of Science, v. 10, n. 6, p. e0130762, 2015.
- MORENO, J. L. **Who shall survive**. [S.l.]: JSTOR, 1934. v. 58.
- MULLINS, N. C. Theories and theory groups in contemporary american sociology. Harper and Row, 1973.

- MULLINS, N. C.; HARGENS, L. L.; HECHT, P. K.; KICK, E. L. The group structure of cocitation clusters: A comparative study. **American sociological review**, JSTOR, p. 552–562, 1977.
- NEWMAN, M. The structure and function of complex networks. **SIAM Review**, v. 45, n. 2, p. 167–256, 2003.
- NEWMAN, M. E. Assortative mixing in networks. **Physical review letters**, APS, v. 89, n. 20, p. 208701, 2002.
- NEWMAN, M. E. Mixing patterns in networks. **Physical Review E**, APS, v. 67, n. 2, p. 026126, 2003.
- NEWMAN, M. E.; STROGATZ, S. H.; WATTS, D. J. Random graphs with arbitrary degree distributions and their applications. **Physical review E**, APS, v. 64, n. 2, p. 026118, 2001.
- NIE, T.; GUO, Z.; ZHAO, K.; LU, Z.-M. New attack strategies for complex networks. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 424, p. 248–253, 2015.
- ONNELA, J.-P.; SARAMÄKI, J.; HYVÖNEN, J.; SZABÓ, G.; LAZER, D.; KASKI, K.; KERTÉSZ, J.; BARABÁSI, A.-L. Structure and tie strengths in mobile communication networks. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, National Acad Sciences, v. 104, n. 18, p. 7332–7336, 2007.
- PALLA, G.; DERENYI, I.; FARKAS, I.; VICSEK, T. Uncovering the overlapping community structure of complex networks in nature and society. **Nature**, v. 435, n. 7043, p. 814–818, jun. 2005. ISSN 0028-0836. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1038/nature03607>>.
- PONS PASCAL; LATAPY, M. Computing communities in large networks using random walks. **J. Graph Algorithms Appl.**, v. 10, n. 2, p. 191–218, 2006.
- POW, J.; GAYEN, K.; ELLIOTT, L.; RAESIDE, R. Understanding complex interactions using social network analysis. **Journal of Clinical Nursing**, Blackwell Publishing Ltd, v. 21, n. 19pt20, p. 2772–2779, 2012. ISSN 1365-2702. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2702.2011.04036.x>>.
- PU, C.-L.; CUI, W. Vulnerability of complex networks under path-based attacks. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 419, p. 622–629, 2015.
- R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2015. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>.
- RIBEIRO, M. A.; VOSGERAU, A. R.; ANDRUICHIW, M. L. P.; PINTO, S. E. de S. A rede social complexa de o senhor do aneis. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 2016.
- ROGERS, E. M. Network analysis of the diffusion of innovations. Academic Press, 1979.

- SCOTT, J. **Social network analysis**. [S.l.]: Sage, 2012.
- SIMON, H. A. On a class of skew distribution functions. **Biometrika**, JSTOR, v. 42, n. 3/4, p. 425–440, 1955.
- SNYDER, E. L. K. D. Structural position in the world system and economic growth, 1955-1970: A multiple-network analysis of transnational interactions. **American Journal of Sociology**, University of Chicago Press, v. 84, n. 5, p. 1096–1126, 1979.
- SOFFER, S. N.; VAZQUEZ, A. Network clustering coefficient without degree-correlation biases. **Physical Review E**, APS, v. 71, n. 5, p. 057101, 2005.
- TAYLOR, M. Influence structures. **Sociometry**, JSTOR, p. 490–502, 1969.
- TJADEN, B. C.; WASSON, G. The oracle of bacon at virginia. URL: <http://www.cs.virginia.edu/oracle>, 2002.
- TOLKIEN, J. **O Silmarillion**. [S.l.]: WMF Martins Fontes, 2011.
- TOLKIEN, J. J. R. **O Senhor dos Aneis**. [S.l.]: WMF Martins Fontes, 2001.
- ULRIK, B. Network algorithm for betweenness centrality. **Journal of Mathematical Sociology**, v. 2, n. 25, p. 163–177, Fev 2001.
- VOSGERAU, R. A. **ANÁLISE DA ENTROPIA EM REDES COMPLEXAS**. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2016.
- WASSERMAN, S.; FAUST, K. **Social network analysis: Methods and applications**. [S.l.]: Cambridge university press, 1994. v. 8.
- WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective dynamics of /‘small-world/’ networks. **Nature**, v. 393, n. 6684, p. 440–442, jun. 1998.
- WHITE, H. Management conflict and sociometric structure. **American Journal of Sociology**, JSTOR, p. 185–199, 1961.
- WHITE, H. C. **An anatomy of kinship: mathematical models for structures of cumulated roles**. [S.l.]: Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1963.
- ZUCKERMAN, E. W.; JOST, J. T. What makes you think you’re so popular? self-evaluation maintenance and the subjective side of the "friendship paradox". **Social Psychology Quarterly**, JSTOR, p. 207–223, 2001.