

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO

GABRIELE GRANADA VELEDA

AVALIAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM EM MODELAGEM MATEMÁTICA NA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ELEMENTOS PARA UMA TEORIZAÇÃO

PONTA GROSSA
2018

GABRIELE GRANADA VELEDA

AVALIAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM EM MODELAGEM MATEMÁTICA NA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ELEMENTOS PARA UMA TEORIZAÇÃO

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Educação.

Orientador: Prof. Dr. Dionísio Burak.

PONTA GROSSA

2018

Ficha Catalográfica
Elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação BICEN/UEPG

Veleda, Gabriele Granada

V436 Avaliação para a aprendizagem em
modelagem matemática na educação
matemática: elementos para uma teorização/
Gabriele Granada Veleda. Ponta Grossa,
2018.
140f.

Tese (Doutorado em Educação - Área de
Concentração: Educação), Universidade
Estadual de Ponta Grossa.

Orientador: Prof. Dr. Dionísio Burak.

1.Modelagem matemática na Educação
Matemática. 2.Avaliação. 3.Matemática.
4.Teorização. I.Burak, Dionísio. II.
Universidade Estadual de Ponta Grossa.
Doutorado em Educação. III. T.

CDD: 371.3

GABRIELE GRANADA VELEDA

AVALIAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM EM MODELAGEM MATEMÁTICA NA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ELEMENTOS PARA UMA TEORIZAÇÃO

Tese apresentada para obtenção do título de doutora na Universidade
Estadual de Ponta Grossa, área de Educação.

Ponta Grossa, 26 de fevereiro de 2018.



Prof. Dr. Dionísio Burak – Orientador
Doutor em Educação
Universidade Estadual de Ponta Grossa



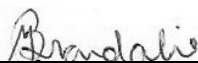
Prof. Dr. Ivo José Both
Doutor em Educação
Centro Universitário Internacional



Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan
Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática
Universidade Tecnológica Federal do Paraná



Prof. Dra. Celia Finck Brandt
Doutora em Educação Científica e Tecnológica
Universidade Estadual de Ponta Grossa



Prof. Dra. Mary Ângela Teixeira Brandalise
Doutora em Educação
Universidade Estadual de Ponta Grossa

Dedico aos meus avós, Pedro e Irene (*in memoriam*), à minha mãe, Genize, à minha irmã Gisele, e ao meu marido, Mauro.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pois acredito que essa força divina orienta a minha caminhada e as minhas escolhas.

A minha família, especialmente ao meu marido, que estiveram ao meu lado durante todo esse percurso, me dando força e incentivo.

Às minhas colegas de quarto, Marta e Viviane, que ampliaram meus conhecimentos em cada conversa e discussão.

Aos professores Ivo José Both, Rodolfo Eduardo Vertuan, Tiago Emanuel Klüber, Mary Ângela Teixeira Brandalise e Celia Finck Brandt, que trouxeram excelentes contribuições para a concretização deste trabalho.

Aos colegas do Grupo de Estudos Teóricos e Investigativos em Educação Matemática, linha com modelagem Matemática na e para a Educação Matemática, que fizeram ricas contribuições ao lerem as versões preliminares deste texto.

Ao professor Dionísio Burak, que pacientemente me orientou, não só na realização deste trabalho, mas no meu crescimento pessoal. Palavras não são suficientes para agradecer a esse paizão, presente, sobretudo, em momentos difíceis, nos quais eu parecia não ter para onde correr.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão desta pesquisa.

Muito obrigada.

Não basta gostar da literatura e das conversas sobre avaliação. É preciso decidir investir cotidianamente nessa atividade.

(Cipriano Carlos Luckesi)

RESUMO

Neste trabalho apresentamos a Modelagem Matemática na Educação Matemática como uma metodologia de ensino que visa a formação do estudante como um cidadão ativo na sociedade, capaz de usar a Matemática como uma ferramenta para compreender as situações sociais que o cercam. Mesmo que há tempos se defenda o uso da Modelagem em sala de aula, existem alguns obstáculos que dificultam a efetiva utilização dessa metodologia. Dentre esses obstáculos está a avaliação, uma vez que não se tem na literatura da área parâmetros, sugestões, ou indicações de como proceder uma avaliação durante o desenvolvimento de atividades com modelagem matemática na Educação Básica. Considerando o número inexpressivo de produções que tratam dessa temática, nesta tese temos como objetivo discutir elementos que embasem o início de uma teorização sobre a avaliação em Modelagem Matemática na Educação Matemática. Essa discussão é feita a partir dos dados coletados em práticas com modelagem matemática realizados com estudantes da Educação Básica. Participaram da investigação 24 estudantes de uma turma de 7º ano de uma escola pública do município de Porto Vitoria (PR) e a professora regente da turma. A questão que se coloca é: O que se revela nas práticas avaliativas do professor que utiliza a Modelagem Matemática como metodologia de ensino na Educação Básica? Para responder tal pergunta a metodologia de investigação adotada se sustenta nos pressupostos da pesquisa qualitativa e segue o delineamento de uma pesquisa colaborativa. Os dados coletados, denominados episódios, foram tratados segundo os pressupostos da *Grounded Theory*. Os referenciais teóricos que deram base a essa investigação e às análises tratam sobre as concepções de avaliação, como Franco (1990), Rodrigus (1994), Hadji (1994), Fernandes (2004, 2006, 2008, 2009), Guba e Lincoln (2011), Luckesi (2011) e Lopes e Silva (2012). A perspectiva com modelagem Matemática adotada é a de Burak (1992, 1994, 2010), discutida à luz da Educação Matemática conforme apresentada por Higginson (1980), Rius (1989), Burak e Klüber (2008) e Burak (2010). Os resultados mostram que na prática com a Modelagem na Educação Básica emergem diferentes concepções de avaliação, de modo que verificamos uma integração dessas diferentes concepções. No entanto, alguns episódios analisados retratam peculiaridades consideradas intrínsecas à Modelagem Matemática, como, por exemplo, o tema a ser trabalhado ser escolhido conforme interesse dos estudantes, a interdisciplinaridade que emerge no desenvolvimento da atividade e o livre exercício da curiosidade por parte dos estudantes. Esses episódios indicam que ao utilizar a Modelagem Matemática na Educação Básica novas relações entre o ensino e a aprendizagem surgem, de modo que a prática avaliativa deve ser (re)pensada para contemplar essas relações. Assim, nesta tese, damos início a uma teorização de avaliação para a aprendizagem. Os elementos discutidos nos permitiram teorizar por uma avaliação sistêmico-crítica, sustentada no paradigma Dialógico-Crítico, integrada aos processos de ensino e aprendizagem e cujo objetivo é avaliar os estudantes de forma contínua e completa. Defendemos que uma avaliação sistêmico-crítica é um processo deliberado e sistemático de busca por informações que permitam identificar o que os estudantes já sabem e o que ainda está em processo de maturação. Dado o inexpressivo número de trabalhos que tratam da avaliação em Modelagem Matemática na Educação Matemática, esta tese pode ser considerada um marco para o avanço das discussões dessa temática.

Palavras-Chave: Modelagem Matemática na Educação Matemática. Avaliação. Matemática. Teorização.

ABSTRACT

In this thesis, we present the Mathematical Modelling in Mathematics Education such as a didactic methodology that aims is to prepare the students to be an active citizen in society, able to use Mathematics like a tool to understand social situation. Even some researchers arguing about to use Modelling in the classroom, there are some obstacles that hinder this. Among these obstacles is assessment because no one present parameters, suggestions or ways of how teachers can make an assessment during a modelling activity in the Basic School. Considering the inexpressive number of articles on assessment in Mathematical Modelling in Mathematics Education, in this work we discuss elements that allow us to begin a theorization about this. The elements brought to discussion were collected during classes which the teacher used Mathematical Modeling. Twenty-seven students from a public school in Porto Vitória (PR) and the teacher from this class participated in this study. The question of our study was: What is revealed in the assessment practice when the teacher uses Mathematical Modeling as a didactic methodology in the Basic School? To answer this question we did a qualitative collaborative research. The collected data, which we call episode, were analyzed according to Grounded Theory. This investigation is supported on renamed researchers who discuss about assessment conception, such as Franco (1990), Rodrigues (1994), Hadji (1994), Fernandes (2004, 2006, 2008, 2009), Guba e Lincoln (2011), Luckesi (2011) e Lopes e Silva (2012). The perspective of Mathematical Modeling we adopted is that of Burak (1992, 1994, 2010), discussed in the light of Mathematical Education as presented by Higginson (1980), Rius (1989), Burak e Klüber (2008) e Burak (2010). The analyses show an integration of different assessment conceptions. However, some episodes reveal peculiarities considered intrinsic to Mathematical Modeling, such as the subject studied is chosen by the interest of the students, the subject chosen imply interdisciplinarity, and the students can develop curiosity. These episodes indicate new relation between teaching and learning in Mathematical Modeling, thus we need to (re)think about how to contemplate these relations. Therefore, in this thesis, we begin a theorization of assessment for learning. The elements discussed allowed us to theorize by a systemic-critical assessment. This theorization is sustained by Dialogical-Critical paradigm, integrating teaching and learning processes and whose goal is to assess the students in a continuous and whole way. We argue that a systemic-critical assessment is a deliberate and systematic process of searching for information that allows us to identify what students already know and what is still in the process of maturation. The inexpressive number of papers concerning assessment in Mathematical Modeling in Mathematics Education makes this thesis a landmark for the advancement of discussion about this subject.

Keywords: Mathematical Modeling in Mathematics Education. Assessment. Mathematics. Theorization.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O contato com a Modelagem Matemática e o caminho até o doutorado	13
Modelagem Matemática na Educação Matemática e a avaliação da aprendizagem: uma argumentação do porquê realizar a pesquisa	14
A pergunta norteadora e os objetivos da pesquisa	17
A estrutura do texto	19

CAPÍTULO 1

ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	21
1.1 A Modelagem Matemática no âmbito escolar e a problemática da prática avaliativa	21
1.2 Os participantes e o contexto da pesquisa	23
1.3 Delineamento da pesquisa	24
1.3.1 O método qualitativo de pesquisa	25
1.3.2 A coleta de dados.....	27
1.3.3 A seleção e a análise dos dados.....	28

CAPÍTULO 2

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: AS DIFERENTES COMPREENSÕES AO LONGO DO TEMPO	31
2.1 Perspectivas teóricas (e práticas) da avaliação da aprendizagem	31
2.1.1 Os paradigmas epistemológicos da avaliação	31
2.1.2 As gerações de avaliação	35
2.1.3 As funções e os objetivos da avaliação.....	40
2.1.4 Algumas interlocuções entre as diferentes perspectivas de avaliação apontadas	43
2.2 Avaliação da aprendizagem no contexto brasileiro	46
2.2.1 Avaliação da aprendizagem nos documentos oficiais vigentes.....	47
2.2.2 Avaliação da aprendizagem nas aulas de Matemática	50
2.3 Avaliação da aprendizagem: critérios e instrumentos	52
2.3.1 Critérios para avaliação da aprendizagem	52
2.3.2 Instrumentos para avaliação da aprendizagem.....	54

CAPÍTULO 3

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: PRESSUPOSTOS EPISTEMOLÓGICO, ONTOLÓGICO E METODOLÓGICO57

3.1 Modelagem Matemática na Educação Matemática: uma metodologia de ensino.....58

3.2 Aproximações entre a Modelagem Matemática na Educação Matemática e a teoria sócio-histórico-cultural de Vygotsky.....64

3.2.1 A teoria de Vygotsky: em foco a aprendizagem e o ensino.....65

3.2.2 Interlocuções entre a teoria vygotskyana e a Modelagem Matemática na Educação Matemática.....70

CAPÍTULO 4

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS PRÁTICAS AVALIATIVAS DURANTE AS ATIVIDADES COM MODELAGEM.....76

4.1 Atividade 1: futebol77

4.1.1 A escolha do tema e a pesquisa exploratória.....77

4.1.2 O levantamento do problema81

4.1.3 A resolução do problema e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema82

4.1.4 A análise crítica das soluções90

4.1.5 A avaliação durante e após a atividade com modelagem91

4.2 Atividade 2: Piquenique.....94

4.2.1 A escolha do tema.....94

4.2.2 A pesquisa exploratória.....97

4.2.3 O levantamento do problema101

4.2.4 A resolução do problema e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema101

4.2.5 A análise crítica da solução.....105

4.2.6 A avaliação durante e após a atividade com modelagem106

CAPÍTULO 5

AVALIAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM EM MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: DISCUTINDO ELEMENTOS PARA UMA TEORIZAÇÃO.....110

5.1 Integração: as concepções de avaliação que emergem das práticas com Modelagem Matemática na Educação Matemática.....110

5.2 Fundamentação teórica: por que teorizar uma concepção de avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação Matemática?117

5.3 Teorização: elementos que contribuem para avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação Matemática121

5.4 Reflexão: algumas considerações complementares acerca da teorização	129
CONSIDERAÇÕES FINAIS	132
REFERÊNCIAS	135

INTRODUÇÃO

O contato com a Modelagem Matemática e o caminho até o doutorado

Começo este texto escrevendo na primeira pessoa do singular, pois irei me apresentar ao leitor e explicar, de forma breve, como a minha experiência me levou ao desenvolvimento desta pesquisa.

Minha formação inicial é em Licenciatura em Matemática. Porém, ao terminar o curso, considerei que ainda não estava preparada suficientemente para a sala de aula e, por esse motivo, procurei uma Pós-Graduação cujo foco era o ensino e a aprendizagem da Matemática. Foi assim que dei início ao curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática na Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Durante esse curso tive o primeiro contato com a Modelagem Matemática na Educação Matemática. Esse contato se deu por meio de estudos de artigos que apresentavam e defendiam a Modelagem Matemática para ser utilizada na sala de aula, pelo desenvolvimento de uma atividade com modelagem em uma disciplina que tratava especificamente do tema e, também, pela produção de um trabalho final de dissertação no qual analisei como os diferentes autores descrevem, de maneira implícita em suas concepções com modelagem Matemática, a relação entre a Matemática e a realidade.

Até o final do curso de Mestrado não tive a oportunidade de ministrar aulas utilizando a Modelagem Matemática. Essa oportunidade aconteceu no ano seguinte, ao ministrar aulas na disciplina Matemática Elementar para o primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática na Instituição na qual trabalho. No entanto, por ser a primeira experiência, não sabia muito bem o que e como fazer.

No ano posterior comecei a ministrar aulas na disciplina Introdução à Modelagem Matemática, ofertada aos estudantes do quarto ano da Licenciatura em Matemática. Foi nesse período que me deparei com um problema: Como avaliar os estudantes em Modelagem Matemática? Naquele momento entendia avaliação como valoração do rendimento dos estudantes, de modo que nota de cada um deles era determinada de modo muito subjetivo. De maneira geral, eu observava a dedicação e compromisso dos estudantes com as tarefas por mim solicitadas.

De acordo com Deslauriers e Kérisit (2008), frequentemente o envolvimento do pesquisador com o seu objeto de pesquisa é emocional, de modo que o objeto escolhido é de preocupação ou de curiosidade pessoal. Comigo não foi diferente e, com a inquietação sobre a temática “avaliação em Modelagem”, resolvi dar continuidade nos meus estudos e pesquisar sobre esse tema, uma vez que a prática avaliativa usual, a saber, provas individuais que exigem a reprodução de técnicas e algoritmos, não parecem refletir a ampla aprendizagem que pode ocorrer durante uma atividade com modelagem.

Após uma breve pesquisa no cenário nacional, encontrei apenas um trabalho que versa sobre avaliação em Modelagem Matemática¹. Esse número inexpressivo de pesquisas sobre avaliação em Modelagem Matemática evidencia a necessidade de mais pesquisas e aprofundamento a respeito do tema.

Para dar início ao estudo sobre temática avaliação em Modelagem Matemática na Educação Matemática, em 2013 ingressei no Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática, coordenado pelo Prof. Dr. Dionísio Burak, um dos precursores da Modelagem Matemática na Educação Matemática no Brasil.

As discussões no grupo me permitiram a organização de um projeto de pesquisa que me possibilitou o ingresso no Programa de Doutorado em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG) e o desenvolvimento da pesquisa aqui apresentada.

Modelagem Matemática na Educação Matemática e a avaliação da aprendizagem: uma argumentação do porquê realizar a pesquisa

De acordo com Vieira e Caldeira (2008) e Biembengut (2009), o termo “Modelagem Matemática” vem sendo utilizado nas Engenharias e nas Ciências Econômicas desde o início do século XX. Nesse contexto, Modelagem Matemática é o processo de obtenção de um modelo que represente uma situação-problema, ou, ainda, “uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte

¹FIGUEIREDO, D. F. Uma proposta de avaliação de aprendizagem significativa em atividades com modelagem matemática na sala de aula. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

para outras aplicações e teorias” (BIEMBENGUT; HEIN, 2000, p. 13). Para exemplificar o papel da Modelagem Matemática na criação de teorias, Biembengut e Hein (2000) citam a descoberta de Pitágoras, que representou as diferentes durações das notas musicais por meio de frações, e o trabalho de Harvey, que se utilizou de conceitos matemáticos para representar o fluxo sanguíneo.

Assim, a Modelagem Matemática na perspectiva da Matemática Aplicada é um método de pesquisa e pressupõe os seguintes procedimentos: interação (reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado), matematização (formulação do problema e resolução do problema em termos do modelo) e modelo matemático (interpretação da solução e validação do modelo) (BIEMBENGUT; HEIN, 2000). Além disso, destacam Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), o pesquisador que se utiliza da Modelagem Matemática busca por um modelo que melhor descreva a realidade² e, por consequência, se preocupa com a qualidade da resposta que o modelo oferece ao problema em estudo.

Dada essa aproximação entre Matemática e realidade fornecida pela Modelagem Matemática e o anseio por novos currículos de Matemática que fossem contextualizados e com possibilidades de estabelecimento de relações entre a Matemática, as demais áreas do conhecimento e o cotidiano dos estudantes, nas últimas décadas diversos autores têm apontado um alto potencial educativo ao se utilizar a Modelagem Matemática no ambiente escolar como, por exemplo, Almeida, Silva e Vertuan (2013), Burak (1992; 2010) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2011).

No entanto, a efetiva utilização da Modelagem Matemática em sala de aula ainda enfrenta alguns obstáculos a serem transpostos, tais como a preocupação do professor em cumprir o conteúdo programático e em seguir a linearidade na sequência dos conteúdos, o tempo necessário para o desenvolvimento de uma atividade, que muitas vezes parece longo e atrasa o andamento programado, a preocupação com a reação dos pais e dos demais profissionais da escola e a própria estrutura escolar (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011).

Considerando a minha trajetória como professora, a questão de como avaliar os estudantes durante e/ou após uma atividade com modelagem matemática passou a configurar, para mim, outro obstáculo para a utilização da Modelagem Matemática em sala de aula. Na tentativa de vencer este obstáculo, enveredei na busca para

² Entendida, conforme o dicionário de filosofia, como “[...] o modo de ser das coisas existentes fora da mente humana ou independentemente dela” (ABBAGNANO, 2007, p. 831).

encontrar parâmetros, instruções, direcionamentos que pudessem me auxiliar a avaliar os estudantes.

Após um levantamento bibliográfico (VELEDA; BURAK, 2016), pude verificar o número inexpressivo de produções sobre Modelagem Matemática que tratam da avaliação, tanto em nível nacional como internacional.

A proposta de avaliação em Modelagem Matemática mais antiga encontrada data de 1984 e foi apresentada por Hall. Nessa proposta a Modelagem Matemática é entendida pelo autor como um método de pesquisa, de modo que o objetivo da avaliação é verificar como o estudante lida com as etapas da modelagem e seus desdobramentos: a determinação de variáveis, as generalizações em expressões matemáticas, a escolha do melhor modelo, as habilidades técnicas para manipular o modelo e as expressões matemáticas, etc. Essa aproximação da Modelagem Matemática em sala de aula como método de pesquisa pode ser justificada pelo fato de que essa proposta foi elaborada ainda no início do período de transição da Modelagem da Matemática Aplicada para o meio educacional, período o qual não se tinha muitas pesquisas acerca de como poderia acontecer essa adaptação. Além disso, nessa época, a Modelagem Matemática era utilizada, sobretudo, no ensino de cálculo dos cursos de engenharia, sendo objetivo simultâneo, aprender cálculo e suas técnicas e modelar situações-problema.

Ao longo do tempo, houve avanço nas pesquisas que tratam a respeito de como utilizar a Modelagem Matemática para o ensino, de modo que no início do século XXI, considerando os preceitos da Educação Matemática, o foco da Modelagem Matemática passa a ser o processo realizado para modelar certa situação e a preparação do estudante como um cidadão capaz de se utilizar da Matemática para transformar sua realidade. Nas palavras de Bassanezi (2002, p. 38),

[...] mais importante do que os modelos obtidos é o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sócio-cultural. O fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática. As discussões sobre o tema escolhido favorecem a preparação do estudante como elemento participativo na sociedade em que vive.

Os avanços nas discussões a respeito do ensino por meio da Modelagem Matemática parecem ter sido refletidos, de alguma forma, nas pesquisas sobre avaliação em Modelagem Matemática. Henning e Keune (2007), por exemplo, apontam para a necessidade de se avaliar o processo com modelagem ao longo de

diversas atividades afim de que se observe uma evolução por parte dos estudantes em saber lidar com problemas com referência à realidade e de reconhecer, compreender e refletir sobre o processo com modelagem. Avaliar o processo com modelagem também é foco da proposta de avaliação apresentada por Jesen (2007). No entanto, o autor propõe que o professor observe como o estudante perpassa pelas etapas da Modelagem Matemática e se ele compreende o processo de elaboração de um modelo.

As propostas mais recentes foram apresentadas por Leong (2012) e Figueiredo (2013). Leong (2012) apresenta um aspecto inovador, a autoavaliação. Mesmo que, segundo o autor, essa autoavaliação apresente fragilidades, essa foi a única proposta encontrada na literatura que propõe o estudante como participante do processo avaliativo. Já Figueiredo (2013), única proposta brasileira, sugere que a avaliação deva ocorrer após o desenvolvimento de atividades com modelagem com a finalidade de verificar se o estudante aprendeu e compreendeu os conteúdos matemáticos utilizados e se é capaz de aplicá-los em contextos semelhantes.

Considerando o pequeno número de pesquisas que tratam da avaliação em Modelagem Matemática e acreditando que a falta de orientações a respeito de como o professor pode proceder uma prática avaliativa adequada à metodologia de ensino Modelagem Matemática pode configurar como um obstáculo para a efetiva utilização dessa metodologia em sala de aula, o objeto de pesquisa escolhido é a avaliação da aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação Matemática. Ou seja, nossa pesquisa é pautada em (re)pensar o processo avaliativo em Modelagem Matemática na Educação Matemática. Isso porque a Modelagem Matemática na Educação Matemática propõe um ensino baseado na problematização, num currículo dinâmico, no qual o professor assume o papel de orientador e mediador. E isso implica que o estudante assuma responsabilidade pela própria aprendizagem. Assim, a avaliação em Modelagem Matemática não pode se pautar em práticas que estimulam a reprodução de técnicas e algoritmos e visam a classificação e hierarquização dos estudantes, como são as provas e testes aplicados frequentemente.

A pergunta norteadora e os objetivos da pesquisa

Ao longo dos quatro anos de doutorado enveredei pelos caminhos da pesquisa na área de avaliação. Busquei referenciais que me dessem suporte teórico para

compreender as diferentes formas de entender e praticar a avaliação da aprendizagem ao longo do tempo. Como resultado encontrei que as práticas avaliativas estão em comunhão com o modo de compreender a educação, o ensino e a aprendizagem.

Assim, ao (re)pensar o processo avaliativo em Modelagem Matemática na Educação Matemática, se mostrou relevante discutir elementos que emergem das práticas avaliativas do professor durante o desenvolvimento de uma atividade com modelagem que possam embasar uma proposta de teorização de avaliação para a aprendizagem quando esta é mediada pela Modelagem Matemática na Educação Matemática, uma vez que essa metodologia de ensino contempla uma diversidade de ações, de interações, de atitudes, de aprendizagens, etc. Esse é o objetivo da pesquisa desenvolvida.

Para atingir o objetivo de pesquisa, foram utilizados os procedimentos analíticos da *grounded theory*, metodologia de análise que busca fundamentar a teoria nos fatos, construindo-a a partir destes. Essa metodologia de análise é recomendada quando o tema em foco ainda foi pouco explorado e teorizado, como é o caso da avaliação em Modelagem na Educação Matemática.

A *grounded theory* é um método qualitativo e, portanto, traz consigo, características qualitativas como, por exemplo, o investigador se inserir no ambiente de pesquisa e os dados a serem analisados são palavras ou imagens. Na pesquisa realizada o ambiente foi a sala de aula de Matemática, mais precisamente as aulas que foram mediadas pela Modelagem Matemática na Educação Matemática. Os dados analisados são as transcrições das falas nas quais a pesquisadora ou a professora praticaram algum tipo de avaliação, denominados de *episódios*. Ou seja, para atingir o objetivo de pesquisa, foi necessário observar, identificar, descrever e analisar as práticas avaliativas do professor quando este utiliza a Modelagem Matemática na Educação Matemática em sua prática pedagógica.

A análise dos episódios foi direcionada pela seguinte questão: O que se revela nas práticas avaliativas do professor que utiliza a Modelagem Matemática como metodologia de ensino na Educação Básica?

Pensando sobre as particularidades do ensino e da aprendizagem por meio da Modelagem Matemática, são discutidos, mais especificamente, os episódios que revelam elementos que a utilização dessa metodologia necessita de parâmetros para

uma prática avaliativa que difere, de algum modo, dos parâmetros apontados pelas teorias de avaliação consolidadas na literatura.

A estrutura do texto

O presente texto está dividido em 5 capítulos, além dessa breve introdução, das considerações finais e referências.

O primeiro capítulo é destinado à metodologia da pesquisa. Iniciamos por discutir a respeito da problemática que nos moveu durante os quatro anos de doutoramento: a prática avaliativa em Modelagem Matemática na Educação Matemática. Ao avançarmos em nossas pesquisas, elencamos o seguinte problema: O que se revela nas práticas avaliativas do professor que utiliza a Modelagem Matemática como metodologia de ensino? Para responder essa questão foi necessário observar, identificar, descrever e analisar as práticas avaliativas do professor quando este utiliza a Modelagem Matemática na Educação Matemática em sua prática pedagógica. Assim, foi convidada uma professora³ que compartilha da nossa concepção de Modelagem Matemática na Educação Matemática para fazer parte da pesquisa. Também são participantes da pesquisa os estudantes que cursavam o sétimo ano na escola estadual em que a professora atuava em 2016.

Com o avanço dos estudos, estabelecemos como objetivo discutir os elementos que emergem das práticas avaliativas da professora durante o desenvolvimento de uma atividade com modelagem que possam embasar uma proposta de teorização de avaliação para a aprendizagem quando esta é mediada pela Modelagem Matemática na Educação Matemática. Para tanto, nos embasamos na *grounded theory* ou, em português, teoria fundamentada em dados. Além de esclarecermos sobre o procedimento de análise na *grounded theory*, no capítulo 1 explicamos o processo de seleção e coleta de dados.

O capítulo 2 está subdividido em três seções. Na primeira parte desse capítulo trazemos as diferentes perspectivas teóricas e práticas a respeito da temática avaliação construídas ao longo do tempo. Discutimos acerca dos paradigmas epistemológicos da avaliação, das gerações de avaliação e das funções e objetivos

³ A professora convidada foi orientada pela pesquisadora no Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) do Estado do Paraná. No PDE, a professora organizou e conduziu uma atividade com modelagem matemática com estudantes do sexto ano da Educação Básica.

da avaliação. Finalizamos essa parte com algumas reflexões que buscam estabelecer interlocuções entre as diferentes perspectivas de avaliação apresentadas. Na segunda parte discutimos a respeito da avaliação no contexto nacional, trazemos elementos dos documentos oficiais vigentes que regem a educação no Brasil que tratam da avaliação e um referencial teórico sobre avaliação em Matemática. Na terceira e última parte do capítulo 2, tratamos dos critérios e instrumentos para avaliação da aprendizagem.

No capítulo 3 trazemos os pressupostos epistemológico, ontológico e metodológico da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Nos apoiamos nas ideias de Dionísio Burak para defendermos a Modelagem como uma metodologia de ensino. Após uma reflexão sobre a teoria vygotskyana acerca do ensino e aprendizagem, apresentamos interlocuções entre esses dois campos teóricos com a finalidade de evidenciar que a Modelagem Matemática na Educação Matemática, como se defende, possibilita a aprendizagem dos estudantes.

No capítulo 4 são descritas e analisadas duas atividades desenvolvidas pelos estudantes do 7º ano conduzidas pela professora regente da turma. A análise, realizada ao passo que se apresenta os episódios, se dá no sentido de interpretar os elementos que emergem das práticas avaliativas das professoras.

No quinto e último capítulo, é discutido sobre os elementos que emergem das práticas avaliativas da professora durante o desenvolvimento de uma atividade com modelagem que possam embasar uma proposta de teorização de avaliação para a aprendizagem quando esta é mediada pela Modelagem Matemática na Educação Matemática. Compõem esse capítulo três seções. Na primeira fazemos uma análise das práticas avaliativas que emergem da prática pedagógica da professora com a Modelagem Matemática. Na segunda seção discutimos acerca da necessidade de se discutir elementos que possam embasar a proposta de uma teorização de avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação Matemática. Por fim, na terceira seção, buscamos refletir a respeito das implicações que os elementos discutidos trazem ao sistema educacional e, mais precisamente, ao sistema avaliativo em vigência.

CAPÍTULO 1

ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

1.1 A Modelagem Matemática no âmbito escolar e a problemática da prática avaliativa

Embora a Modelagem Matemática seja, originalmente, um método de pesquisa utilizado na Matemática Aplicada que visa descrever um problema em termos matemáticos (modelo matemático), diversos autores, nas últimas décadas, têm realizado experiências e apontado pontos positivos ao se utilizar a Modelagem Matemática para o ensino e para a aprendizagem da Matemática nos diferentes níveis de ensino (BASSANEZI, 2002; BARBOSA, 2003; BLUM; FERRI, 2009; BURAK, 2010; MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011).

No entanto, Kaiser e Sriraman (2006) e Burak e Klüber (2011) apontam que tanto no cenário internacional como no nacional, não existe uma compreensão homogênea acerca da Modelagem Matemática com fins educacionais, de modo que existem diferentes formas de compreender e praticar a Modelagem em sala de aula.

Neste trabalho, a Modelagem Matemática é entendida como uma tendência da Educação Matemática que visa a formação do estudante crítico e reflexivo sobre questões sociais, políticas, econômicas, etc. Isso porque a Modelagem⁴, enquanto metodologia de ensino, favorece o estudante a utilizar ou construir conhecimentos matemáticos que lhe permita interpretar, compreender e agir sobre os problemas que o cerca. Nessa visão, o ensino acontece para que o estudante possa ter na Matemática uma ferramenta para compreender o mundo e os problemas de sua vida cotidiana e, também para promovê-lo como um sujeito da construção do próprio conhecimento, autônomo e capaz de se tornar um cidadão crítico e participativo. Essas características imputadas à Modelagem na Educação Matemática implicam num conceito amplo de aprendizagem, que não se resume em memorização, acumulação e/ou reprodução de técnicas. Isto é, uma aprendizagem que inclua a aquisição de informações, de habilidades, de atitudes, de valores, enfim, uma

⁴ Para evitarmos repetições, utilizaremos apenas Modelagem ou Modelagem na Educação Matemática para nos referirmos à Modelagem Matemática na Educação Matemática.

aprendizagem que se constrói por meio de um ensino que privilegie uma visão mais global e que acontece por meio da interação social, conforme propõe Vygotsky (2001).

Essa forma de compreender o ensino e a sua prática acarreta mudanças no ambiente escolar, mais particularmente na sala de aula. O professor deixa de ser o foco principal da aula e passa a ser mediador e orientador dos estudantes, que deixam de ser receptores e passam a ser construtores e corresponsáveis no seu processo de aprendizagem. Seguindo a perspectiva apontada, o currículo deixa de ser estático e linear e passa a ser estabelecido de forma dinâmica e, durante o processo de ensino e aprendizagem, guiado pelos interesses dos estudantes, em outras palavras, o currículo é construído na ação resultante dos problemas suscitados pelos interesses dos estudantes. Por consequência, muda também a finalidade da avaliação, uma vez que a verificação da capacidade de reprodução não mais condiz com os objetivos educacionais, os quais se pautam na formação de um cidadão apto a enfrentar os desafios desse século XXI. Logo, as práticas avaliativas não podem estar centradas em instrumentos nos quais preponderam os resultados e o julgamento, mas sim nos quais permitam considerar o processo de aprendizagem e o aperfeiçoamento do estudante.

Nesse sentido, é necessário (re)pensar o processo de avaliação dos estudantes quando o professor utiliza como metodologia de ensino a Modelagem Matemática na Educação Matemática. Essa necessidade se dá na direção de considerar o processo de ensino e aprendizagem do estudante que ocorre durante o desenvolvimento de uma atividade com modelagem matemática⁵ em sala de aula, uma vez que as propostas existentes na literatura não o fazem (VELEDA; BURAK, 2016).

No intuito de (re)pensar o processo de avaliação em Modelagem na Educação Matemática, neste trabalho discutimos elementos que emergem das práticas avaliativas do professor durante o desenvolvimento de uma atividade com modelagem que possam, futuramente, embasar uma proposta de teorização de avaliação para a aprendizagem quando esta é mediada pela Modelagem Matemática na Educação Matemática. Desse modo, a pergunta norteadora ao desenvolvimento da pesquisa é a seguinte: O que se revela nas práticas avaliativas do professor que utiliza a Modelagem Matemática como metodologia de ensino na Educação Básica?

⁵ Neste texto, diferenciamos a metodologia de ensino Modelagem da atividade com modelagem realizada pelo estudante utilizando letra maiúscula para a primeira e minúscula para a segunda.

Para responder essa questão foi necessário observar, identificar, descrever e analisar as práticas avaliativas do professor quando este utiliza a Modelagem Matemática na Educação Matemática em sua prática pedagógica, conforme a perspectiva de Burak (2010), que é mais detalhada no capítulo 3 deste texto.

1.2 Os participantes e o contexto da pesquisa

Para a realização de uma pesquisa qualitativa, o pesquisador também recorre à amostra. Contudo, essa amostra não se constitui ao acaso, é definida em virtude de especificidades que o pesquisador pretende analisar (DESLAURIERS; KÉRISIT, 2008). Assim, na intenção de observar, identificar, descrever, analisar e interpretar os conceitos e concepções de avaliação que emergem, a partir da prática com Modelagem Matemática na Educação Matemática, foi escolhida para integrar a presente pesquisa a professora Maria Flor⁶, que compartilha da perspectiva de Burak (2010) sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática.

A professora Maria Flor tem formação em Magistério e em Ciências com habilitação em Matemática. Há 24 anos trabalha com as séries iniciais na Rede Municipal de Porto Vitória (PR) e há 20 anos trabalha na Rede Estadual do Paraná, na mesma cidade.

A primeira experiência com Modelagem Matemática da Maria Flor aconteceu no Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), curso de formação em serviço oferecido pelo Governo Estadual do Paraná. Após essa experiência, a professora se “encantou” com a Modelagem e como esta metodologia modifica a tradicional dinâmica de sala de aula. Entretanto, as inquietações com relação à avaliação e as notas que a escola cobra no final de cada bimestre começaram a pô-la em dúvida quanto a fazer modelagem matemática com seus estudantes⁷.

Com essas inquietações e com o convite da pesquisadora, a professora Maria Flor decidiu participar na realização desta pesquisa. Segundo Tripp (2005), a participação em uma pesquisa pode acontecer de quatro modos diferentes: obrigação, quando um participante não tem opção quanto ao assunto investigado; cooptação,

⁶ O nome utilizado neste trabalho é fictício e escolhido pela própria professora a fim de que ela possa identificar suas contribuições.

⁷ Essas informações foram colocadas pela professora Maria Flor durante as orientações realizadas pela pesquisadora durante o PDE.

quando um pesquisador persuade alguém a ajudá-lo em sua pesquisa; cooperação, quando a pessoa que coopera trabalha como parceiro do pesquisador sob muitos aspectos, mas num projeto que sempre “pertence” ao pesquisador; ou colaboração, quando as pessoas trabalham juntas como co-pesquisadores em um projeto no qual têm igual participação. A professora Maria Flor se insere nesta pesquisa na condição de cooperadora.

Também são participantes da pesquisa os 24 estudantes da turma vespertina do sétimo ano dos anos finais do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Educação na cidade de Porto Vitória, 12 meninos e 12 meninas, com idades entre 12 e 13 anos, todos cursando pela primeira vez o sétimo ano.

O contexto da pesquisa foram as aulas regulares⁸ de Matemática ministradas pela professora Maria Flor no Colégio Estadual. De acordo com as normas do Colégio, no Ensino Fundamental são ministradas 5 aulas semanais de Matemática, com 50min de duração cada uma. Na grade curricular de 2016, ano no qual ocorreu a coleta de dados com a professora Maria Flor, as aulas de Matemática estavam distribuídas em 3 dias da semana: duas aulas nas segunda-feira, das 14h40min às 15h30min e das 15h40min às 16h10min, duas aulas nas quarta-feira, das 15h40min às 17h e uma aula nas sexta-feira, das 16h10min às 17h.

A pesquisa teve início em junho de 2016, estendendo-se até início de novembro do mesmo ano. Durante esse período foram desenvolvidas 3 atividades com modelagem (Matemática no futebol, Olimpíadas do 7°C e Organização de um piquenique).

1.3 Delineamento da pesquisa

Esta seção é dedicada ao delineamento da pesquisa. De acordo com Deslauriers e Kérisit (2008) é no delineamento que o pesquisador apresenta os procedimentos adotados a fim de mostrar a pertinência de tais procedimentos em função dos objetivos da pesquisa.

Reiteramos o objetivo dessa tese que foi discutir elementos que emergem das práticas avaliativas do professor durante o desenvolvimento de uma atividade com

⁸ O termo regular é utilizado para designar que as aulas observadas aconteceram na turma devidamente matriculada e seguindo a grade de horário definido pela escola, isto é, não foram aulas em contra turno e nem com estudantes pré-selecionados para compor o grupo.

modelagem que possam, futuramente, embasar uma proposta de teorização de avaliação para a aprendizagem quando esta é mediada pela Modelagem Matemática na Educação Matemática. Por isso a presente pesquisa está ancorada no método qualitativo, segue a orientação metodológica da observação participante e os dados são analisados à luz da *grounded theory* (teoria fundamentada em dados).

1.3.1 O método qualitativo de pesquisa

Bogdan e Biklen (2010) começam o prefácio da décima segunda edição do livro *Investigação qualitativa em educação* destacando que desde 1982 (data da primeira edição desse livro) a investigação no campo educacional passou a valorizar aspectos qualitativos. Nas palavras dos autores:

Um campo que era dominado pelas questões da mensuração, definições operacionais, variáveis, teste de hipóteses e estatística, alargou-se para contemplar uma metodologia de investigação que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais. Designamos esta abordagem por “Investigação Qualitativa” (BOGDAN; BIKLEN, 2010, p. 11).

Uma investigação qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (2010), possui algumas características essenciais, de modo que podemos associá-las a pesquisa realizada.

A primeira característica de uma pesquisa qualitativa apontada pelos autores é que a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo ao investigador o instrumento principal (BOGDAN; BIKLEN, 2010). Isto é, o investigador se insere no ambiente de pesquisa e busca elucidar suas questões de investigação, desprendendo, muitas vezes, grande quantidade de tempo. Nesta pesquisa, o ambiente natural é a sala de aula de Matemática, mais precisamente, as aulas ministradas pela professora Maria Flor, nas quais a professora utilizou como metodologia de ensino a Modelagem.

Em decorrência do objetivo da pesquisa se fez necessário observar a prática pedagógica da professora Maria Flor a fim de identificar, descrever e analisar os elementos constitutivos das práticas avaliativas da professora durante o desenvolvimento de atividades com modelagem. Isso implicou na inserção da pesquisadora no ambiente escolar, de modo que a pesquisa segue a orientação metodológica da observação participante.

A inserção do pesquisador no ambiente natural pode se dar de diferentes modos (LÜDKE; ANDRÉ, 2012). Para esta pesquisa a inserção da pesquisadora se deu no papel de “observadora como participante” (LÜDKE; ANDRÉ, 2012), uma vez que a pesquisadora revelou, desde o início, à professora Maria Flor e aos estudantes, os objetivos da pesquisa e o motivo da sua presença nas aulas de Matemática.

A segunda característica de uma investigação qualitativa é que ela é descritiva, os dados coletados são em forma de palavras ou imagens, podendo ser “transcrição de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos, documentos pessoais, memorando e outros registros oficiais” (BOGDAN; BIKLEN, 2010, p. 48). Para o desenvolvimento desta pesquisa, os dados coletados são de cinco tipos de: 1) as gravações em áudio das interações verbais entre as professoras (Maria Flor e a pesquisadora) e os estudantes durante o desenvolvimento de atividades com modelagem, 2) as produções dos estudantes que a professora utilizou no processo avaliativo, 3) as anotações no caderno pessoal de cada estudante durante as aulas, 4) as gravações em áudio de reuniões de preparação entre a pesquisadora e a professora Maria Flor e 5) o diário de campo da pesquisadora.

Outras duas características de uma pesquisa qualitativa apontadas por Bogdan e Biklen (2010) dizem respeito à análise do investigador. Segundo os autores, “os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” e, geralmente, os pesquisadores analisam seus dados de forma indutiva, assim “as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos vão se agrupando” (BOGDAN; BIKLEN, 2010, p. 50).

É seguindo esse viés que os dados coletados são analisados à luz da *grounded theory*⁹. Laperrière (2008, p. 354) define que a “teorização enraizada tem por objeto a construção de teorias empiricamente fundamentadas, a partir de fenômenos sociais a propósito dos quais poucas análises foram articuladas”. Além disso, a “teorização enraizada recusa toda a construção a priori de conceitos ou de hipóteses de pesquisa sobre o fenômeno social pesquisado, sendo estes conceitos e hipóteses construídos e verificados à medida da progressão da pesquisa no campo” (LAPERRIÈRE, 2008, p. 354).

⁹ *Grounded theory* pode ser traduzida para o idioma português como teoria fundamentada, teoria fundamentada em dados ou, ainda, como teoria enraizada.

1.3.2 A coleta de dados

Quando se trata de uma pesquisa qualitativa, Deslauriers e Kérisit (2008), a partir de Zelditch (1969), apresentam dois critérios que julgam a validade dos instrumentos de coleta de dados. O primeiro é a capacidade de os instrumentos contemplarem as informações desejadas e o segundo é a eficácia dos instrumentos. Sendo assim, geralmente, o pesquisador qualitativo combina várias técnicas de coleta de dados, como a observação, a entrevista, as gravações em áudio e vídeo, a fim de recolher o máximo de informações pertinentes (DESLAURIERS; KÉRISIT, 2008).

Com a finalidade de identificar e descrever as práticas avaliativas da professora Maria Flor enquanto ela utilizava a Modelagem Matemática na Educação Matemática, conforme a perspectiva de Burak (2010), fez-se necessário capturar as interações verbais dos participantes ocorridas em sala de aula.

Inicialmente as interações verbais foram coletadas por meio de um gravador de voz disponibilizado para cada grupo de estudantes. Esse método gerou inúmeras horas de gravações, tornando o processo de análise dos áudios enfadonho, uma vez que muitas dessas interações não revelam elementos constitutivos das práticas avaliativas da professora, o que foge ao fenômeno foco da pesquisa. Desse modo, o processo de coleta de dados foi modificado e, tanto a professora Maria Flor como a pesquisadora, passaram a utilizar o gravador de voz próximo ao pescoço.

Hammersley e Atkinson (1983, apud JACCOUD; MAYER, 2008) salientam que o local de observação (contexto) não deve ser confundido com o fenômeno que será estudado. Segundo esses autores, no contexto se produz vários fenômenos que podem não ser de interesse do pesquisador, o que implica na seleção do que será analisado.

Na presente pesquisa, o contexto são as aulas de Matemática ministradas pela professora Maria Flor e, por se tratar de aulas regulares, diversos fenômenos são produzidos em virtude da dinâmica escolar, como, por exemplo, a discussão e as ações dos estudantes sobre a incerteza se haveria greve dos professores e a entrada de outras pessoas à sala de aula para dar avisos aos estudantes. No entanto, esses fenômenos não condizem com o fenômeno em foco na pesquisa, que é a prática avaliativa do professor durante o desenvolvimento de atividades com modelagem.

Nesse sentido, todo o áudio gravado passou por uma triagem, uma vez que as gravações se deram de forma ininterrupta. Essa triagem foi realizada com o objetivo

de selecionar os episódios¹⁰ nos quais a pesquisadora identificou algum aspecto que permita responder à pergunta norteadora desta pesquisa: O que se revela nas práticas avaliativas do professor que utiliza a Modelagem Matemática como metodologia de ensino?

A gravação em áudio também foi utilizada para registrar as reuniões de preparação e estudo que ocorreram entre a professora e a pesquisadora. Esses áudios também passaram pelo processo de triagem.

A técnica da fotocópia foi utilizada para coletar os registros escritos dos estudantes. Dentre esses registros estão os instrumentos de avaliação utilizados pela professora e, quando necessário, para complementar e facilitar a compreensão da interação verbal entre a professora e o estudante, o registro escrito dos cadernos pessoais dos estudantes.

Considerando que algumas aulas ocorreram fora da sala de aula, como no caso de alguns jogos realizados na quadra de esportes ou na ida aos supermercados locais para pesquisa de preços, a gravação do áudio não foi possível e, as análises dessas atividades são realizadas a partir do diário de campo da pesquisadora.

1.3.3 A seleção e a análise dos dados

No método qualitativo, a análise dos dados permeia as diversas fases da pesquisa. No entanto, a fase mais formal de análise consiste na construção de um conjunto de categorias descritivas, embora a categorização, por si mesma, não esgote a análise (LÜDKE; ANDRÉ, 2012).

É preciso que o pesquisador vá além, ultrapasse a mera descrição, buscando realmente acrescentar algo à discussão já existente sobre o assunto focalizado. Para isso ele terá que fazer um esforço de abstração, ultrapassando os dados, tentando estabelecer conexões e relações que possibilitem a proposição de novas explicações e interpretações (LÜDKE; ANDRÉ, 2012, p. 49).

Para propor uma concepção de avaliação para a aprendizagem quando esta é mediada pela Modelagem Matemática na Educação Matemática, optamos pelos procedimentos analíticos da *grounded theory*. A utilização da *grounded theory* é

¹⁰ O termo episódio é utilizado para designar os momentos, durante as aulas, nos quais a professora ou a pesquisadora pratica alguma forma de avaliação. Desse modo, em uma mesma aula pode haver vários episódios.

recomendada para temas nos quais se tem pouco conhecimento ou não se tem referências sobre o assunto (BIANCHI; IKEDA, 2010), como é o caso da avaliação em Modelagem Matemática na Educação Matemática.

De acordo com Laperrière (2008), a *grounded theory* busca fundamentar a teoria nos fatos, construindo-a a partir deles. Para isso, os dados coletados devem passar pelo processo de codificação, o qual consiste em três etapas que se alternam entre si.

A primeira etapa é a codificação aberta. Essa etapa tem por objetivo fazer emergir dos dados o maior número possível de conceitos e de categorias conceituais. Segundo Laperrière (2008), na *grounded theory*, conceito é a unidade de base da análise e designa o que o episódio observado representa, aquilo a que ele se refere, e não ao próprio episódio em si. Já a categoria conceitual é a reunião de diversos conceitos pertencentes a um mesmo universo (LAPERRIÈRE; 2008). De acordo com Fernandes e Maia (2001), a codificação aberta ocorre numa alternância entre duas ações do pesquisador: questionamento e comparação. Nesse processo contínuo, o pesquisador estabelece conceitos que serão agrupados, por similaridade, em categorias conceituais.

A segunda etapa da codificação, codificação axial, visa o estabelecimento de relações entre as categorias conceituais produzidas. Essa etapa se faz necessária em virtude do grande número de conceitos e categorias elencados na fase anterior. Strauss (1987, apud LAPERRIÈRE, 2008) indica que nessa etapa o pesquisador deve refletir sobre cada categoria indicando suas principais dimensões: suas causas, seu contexto, suas condições estruturais, as ações e interações que ela abrange, e suas consequências. Desse modo, os dados já conceitualizados são reorganizados na intenção de estabelecer ligações entre as categorias para além das propriedades.

Para o estabelecimento destas relações e atribuição de condições específicas a determinadas categorias, o investigador recorre de novo aos procedimentos analíticos inerentes à codificação aberta, ou seja, questionamento sistemático dos dados e comparação constante entre conceptualização e dados (FERNANDES; MAIA, 2001, p. 59).

A terceira e última etapa, denominada codificação seletiva, consiste na integração final da teoria em relação a uma categoria central, sempre seguindo o princípio do questionamento e da comparação. “Essa categoria central deve

possibilitar a inserção de todos os dados relativos ao fenômeno pesquisado, ou, pelo menos, de um máximo deles” (LAPERRIÈRE; 2008, p. 364).

Sendo assim, os episódios elencados a partir dos dados coletados passam pelo processo de codificação para, então, chegarmos ao objetivo desta tese: discutir elementos que emergem das práticas avaliativas do professor durante o desenvolvimento de uma atividade com modelagem que possam, futuramente, embasar uma proposta de teorização de avaliação para a aprendizagem quando esta é mediada pela Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Na *grounded theory*, o processo de pesquisa não é isento às teorias e ao conhecimento do pesquisador, “pois o pesquisador traz consigo conhecimento de teorias e outros trabalhos empíricos e durante o processo de trabalho pode-se recorrer a fundamentos teóricos para auxiliar o tratamento dos dados” (BIANCHI; IKEDA, 2010, p. 237). Desse modo, faz-se relevante discutirmos sobre a temática avaliação, mais especificamente, avaliação da aprendizagem. Esse tema é abordado no próximo capítulo.

CAPÍTULO 2

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: AS DIFERENTES COMPREENSÕES AO LONGO DO TEMPO

Neste capítulo abordamos o caminho histórico traçado pelo conceito de avaliação da aprendizagem. Sem a pretensão de esgotar a temática, discorreremos sobre algumas perspectivas teóricas da avaliação da aprendizagem na intenção de melhor compreender as nuances de cada perspectiva e traçar interlocuções entre elas.

Também buscamos compreender como o conceito de avaliação da aprendizagem chega às escolas brasileiras, sobretudo nas aulas de Matemática.

Completamos a investigação sobre a avaliação da aprendizagem discutindo brevemente algumas questões de ordem metodológica, nomeadamente, os critérios e os instrumentos para avaliação da aprendizagem.

2.1 Perspectivas teóricas (e práticas) da avaliação da aprendizagem

Nesta seção, as perspectivas teóricas e, por conseguinte, práticas acerca da avaliação da aprendizagem são fundamentadas. Tal fundamentação é indispensável, pois, segundo Franco (1990), há a necessidade de se aprofundar a compreensão dos pressupostos subjacentes às diferentes perspectivas de avaliação. É a partir dessa compreensão que o professor poderá assumir um posicionamento consciente (FRANCO; 1990). Sendo assim, na sequência, são expostas algumas perspectivas teóricas adotadas por diferentes autores renomados do campo da avaliação.

2.1.1 Os paradigmas epistemológicos da avaliação

É na intenção de aprofundar a análise dos pressupostos epistemológicos das diferentes ações educativas que Franco (1990) as divide em três vertentes (paradigmas): objetivista, subjetivista e o vínculo indivíduo-sociedade.

Franco (1990) classifica esses três paradigmas da avaliação tendo como foco as relações existentes entre a avaliação e os envolvidos neste processo (professor, estudante e sociedade). Semelhante a Franco (1990), para Rodrigues (1994, p. 94), no campo da avaliação,

[...] tudo parece depender da concepção que se adota a respeito da natureza humana e social, a que se associa um modo de conceber a relação e a interação humana social, de que se deduz um modo de a investigar e conhecer, a que corresponde um determinado tipo de conhecimento e de processo de a ele aceder, que se repercute também numa determinada pedagogia.

É a partir dessa compreensão que Rodrigues (1994), assim como Franco (1990), propõem que as diferentes formas de compreender a avaliação podem ser descritas em três grandes posturas, ou paradigmas epistemológicos: “*objetivista*, que leva a encarar a avaliação (e qualquer acção social) como *técnica*; *subjectivista*, que leva a conceber a avaliação como *prática*; *dialéctica*, ou *interacionista*, que numa *perspectiva crítica* conduz a considerar a avaliação como *práxis*” (RODRIGUES, 1994, p. 96, grifos do autor). Embora o terceiro paradigma proposto por Franco (1990) e por Rodrigues (1994) se diferencie pela nomenclatura, ambos seguem a mesma linha de raciocínio em suas proposições.

De acordo com Franco (1990), a vertente objetivista é pautada na matriz epistemológica positivista, cujo princípio fundamental é a sociedade ser regida por leis invariáveis, independentes da vontade e ação humana. Como consequência, o conhecimento é objetivo, isolado do sujeito que o estuda. “Ou seja, no contexto dessa conceituação, para se fazer ciência é necessário lidar com fatos ‘objetivos’, e o ‘objetivo’ passa a ser somente aquilo que pode ser observado, medido, palpado” (FRANCO, 1990, p. 64), logo, segue uma metodologia experimental. Nas palavras de Rodrigues (1994, p. 96), a postura objetivista

[...] parte do princípio de que a realidade social é idêntica à realidade física, estável e reversível, constituída por fenómenos que se repetem e que são independentes da vontade dos sujeitos e das suas opiniões e representações, passíveis consequentemente de uma *abordagem extrospectiva* e resultando num *conhecimento objectivo* (grifos do autor).

Tal concepção levou ao desenvolvimento de instrumentos, escalas de atitudes, categorias para análise de conteúdos e manuais de instrução. O objetivo é neutralizar a interferência do avaliador, visando a medida do produto observável e a objetividade da coleta (FRANCO, 1990). Isso leva a conceber a ação social da avaliação como técnica (RODRIGUES, 1994), para além, a avaliação identifica-se “a um processo de *controle externo* e não necessita explicar, questionar, fundamentar, ou

justificar o ‘referencial de avaliação’ estabelecido e imposto autoritariamente pelas hierarquias administrativas” (RODRIGUES, 1994, p. 97-98, grifos do autor).

Todos os aspectos levantados implicam numa pedagogia marcadamente assimétrica, na qual o professor assume o papel de transmissor do conhecimento e ao estudante cabe o papel de objeto dessa transmissão e passivo frente a sua aprendizagem.

Segundo Rodrigues (1994, p. 98), diferentemente da vertente objetivista, na vertente subjetivista rejeita-se “a identidade entre o mundo físico ou natural e o mundo humano e social. Postula-se em contrapartida a complexidade e irreversibilidade das situações, construídas pelos sujeitos a partir de interesses e valores diversos e em conflito [...]”.

Esse modelo é pautado na matriz idealista, na qual se admite que o sujeito tem predominância sobre o objeto do conhecimento, tornando-o parcial, determinado pelas experiências e valores do sujeito. Ou seja, o conhecimento é tomado como subjetivo,

[...] tendo o observador que assumir uma *posição interna* de *participação na investigação e na situação* em estudo e que recorrer à introspecção e à *redução fenomenológica* para compreender essa situação, privilegiando-se necessariamente a metodologia etnográfica ou etnometodologia (RODRIGUES, 1994, p. 98, grifos do autor).

A concepção subjetivista influenciou no desenvolvimento de pesquisas “psicologizantes”, pesquisas centradas no indivíduo e nas relações professor-estudante (FRANCO, 1990). Essa concepção superou a anterior, pois, no que diz respeito à avaliação, passou a considerar, além do produto observável, a apreensão das habilidades já adquiridas ou em desenvolvimento e visava captar o subjetivo e os processos cognitivos. Essa vertente deu destaque à necessidade de se respeitar o ritmo individual de aprendizagem e “iniciou a valorização da autoavaliação, o estudo dos aspectos afetivos e a análise das condições emocionais que interferem na aprendizagem” (FRANCO, 1990, p. 65). Os instrumentos de coleta de dados passaram a conter questões abertas, que permitiam ao sujeito elaborar a própria resposta ao invés de escolher entre alternativas predeterminadas. Assim, a ação social da avaliação deixa de ser técnica e passa a ser prática, e assume a função de autorregulação e de autoavaliação (RODRIGUES, 1994).

Nessa linha, a ação pedagógica é centrada no estudante, entendido como autônomo e sujeito de sua própria aprendizagem, o que implica no professor assumir o papel de facilitador.

O *vínculo* indivíduo-sociedade é apresentado por Franco (1990) como uma vertente alternativa às duas anteriores, pois ambas, a objetivista e a subjetivista, negligenciavam o caráter histórico e transitório dos fatos. Nessa vertente crítica, como nomeia Rodrigues (1994), os “indivíduos estão inseridos socialmente e são objeto de influências e determinações sociais externas. Eles são simultaneamente sujeitos e objetos das situações sociais [...]” (RODRIGUES, 1994, p. 99) e, também, são sujeitos e objetos do conhecimento. Logo, estudar a sociedade é estudar a si mesmo.

Sendo os homens, em sua atividade concreta, o ponto de partida para a construção do conhecimento, a ciência real, a formação de conceitos, a aprendizagem, o desenvolvimento da personalidade começa na vida real, na atividade prática. Portanto, a verdadeira atividade, a *práxis*, é teórico-prática e, nesse sentido, é relacional, é crítica, é educativa, é transformadora, pois é teórica sem ser mera contemplação – uma vez que é a teoria que guia a ação – e é prática sem ser aplicação da teoria – uma vez que a prática é a própria ação guiada e mediada pela teoria; teoria aqui entendida como uma aquisição histórica, construída e produzida na interação que se estabelece entre os homens e o mundo (FRANCO, 1994, p. 66-67).

Desse modo, tem-se que a perspectiva epistemológica dessa vertente se alinha com a Teoria Crítica, na qual o conhecimento é dialético e crítico. Essa visão dialética corresponde a uma pedagogia reflexiva e crítica, na qual o estudante é agente de sua aprendizagem, enquanto o professor assume a função de orientador crítico. Com relação a avaliação, ela

[...] não será nem *externa* nem *interna*, não se justificando a atribuição de um valor absoluto a nenhuma das duas posturas [...], resultando o referencial de avaliação de uma co-construção assente no confronto, transformação e síntese dessas duas posições. O referencial de avaliação elabora-se e reconstrói-se à medida que se desenvolve e através do próprio processo de avaliação, numa “avaliação em acto” infundável. (RODRIGUES, 1994, p. 101-102)

O quadro a seguir sintetiza as características básicas de cada um dos três paradigmas epistemológicos da avaliação aqui expostos.

QUADRO 2.1 – Os paradigmas epistemológicos da avaliação da aprendizagem.

Paradigma	Objetivista	Subjetivista	Crítico
Dimensões			

Epistemologia	Positivismo	Fenomenologia	Teoria crítica
Conhecimento	Objetivo	Experimental/empírico	Dialético e reflexivo
Metodologia	Experimental	Etnometodologia	Investigação-ação
Ação social	Técnica	Prática	Práxis
Avaliação	Controle	Autoavaliação	Coavaliação
Papel do professor	Transmissor	Facilitador	Orientador
Papel do estudante	Passivo (objeto)	Central (sujeito)	Agente (sujeito e objeto)

Fonte: Adaptado de Rodrigues (1994).

2.1.2 As gerações de avaliação

Para Guba e Lincoln (2011), as diferentes concepções de avaliação estão associadas aos contextos históricos e sociais, aos propósitos que se pretende alcançar, às convicções e concepções filosóficas e ao desenvolvimento e a concretização das avaliações. A partir dessas premissas, esses autores distinguem quatro gerações de avaliação.

A primeira geração é denominada por Guba e Lincoln (2011) de geração da mensuração, uma vez que a avaliação é entendida como uma questão técnica que, utilizando-se de testes bem elaborados, permite medir com exatidão a aprendizagem dos estudantes. Ou seja, avaliação é sinônimo de medida.

De acordo com os autores supracitados, os testes foram considerados de suma importância para realizar uma triagem dos estudantes que entrariam nas escolas francesas, de forma a excluir as crianças que apresentassem algum atraso mental. O responsável por desenvolver tais testes foi o psicólogo francês Alfred Binet.

[...] Binet acabou conseguindo organizar as tarefas de acordo com a idade dos sujeitos do estudo normalmente capazes de concluí-las e, além disso, cunhar o termo “idade mental”. Por volta de 1912, já era comum dividir a idade mental obtida pela idade cronológica do sujeito do estudo para determinar o “quociente de inteligência”. O teste de Binet transpôs rapidamente o Atlântico em 1910, quando foi traduzido por Henry Golddard; e, 1916, quando Louis Terman reformou e renormalizou o teste de Binet (agora denominado Stanford-Binet) para aplicá-lo em crianças americanas, o teste de QI tornou-se parte permanente do sistema americano (GUBA; LINCOLN, 2011, p. 30).

Esses testes de QI, além de quantificar e ranquear os estudantes de modo a destacar os que tinham os maiores índices, foram utilizados também na triagem de pessoal para o alistamento nas forças armadas durante a Primeira Guerra Mundial, o que, de certo modo, influenciou positivamente na aceitação deste tipo de teste. Outro

fator de influência foi a aplicação da “abordagem científica” à pesquisa de fenômenos humanos e sociais, que até então não possuíam base sistemática para se sustentar (GUBA; LINCOLN, 2011).

Desse modo, o sucesso dessa primeira geração da avaliação pode ser creditado à possibilidade de se trabalhar matematicamente com os resultados, ou seja, após medir as aptidões e aprendizagens humanas, é possível quantificá-las, compará-las e ordená-las em uma escala. Além disso, essa quantificação matemática condiz com o modelo científico em vigor e, assim, justifica a credibilidade dos resultados.

Para Fernandes (2009), a primeira geração de avaliação tem por excelência as funções de classificar, selecionar e certificar, em geral é descontextualizada, privilegia a quantificação de resultados em busca da objetividade e neutralidade do professor, é referida a uma norma ou padrão (média), ocasionando na comparação de cada estudante com os demais. Nessa geração, a função do avaliador é técnica e ele deve conhecer o maior número de instrumentos de avaliação possíveis, de modo que o que se deseja investigar possa ser mensurado por meio do instrumento mais adequado. Para se ter clareza da infinidade de testes que havia na época, Guba e Lincoln (2011) citam que, em 1945, Gertrude Hildreth lançou um livro no qual eram listados mais de 5.200 testes mentais e escalas de classificação. Os termos *mensuração* e *avaliação* eram utilizados intercambiavelmente, embora o primeiro prevalecesse (GUBA; LINCOLN, 2011).

Os vestibulares, utilizados para selecionar quem será admitido nas universidades brasileiras, são um exemplo ilustrativo dessa primeira geração de avaliação. Outro exemplo que pode ser citado, clássico nas aulas de Matemática, é a tomada oral da tabuada.

A segunda geração de avaliação é a da descrição. Seu grande representante foi Ralph Tyler¹¹, membro do Departamento de Pesquisa Educacional da Universidade Estadual de Ohio (EUA), que procurou superar algumas limitações detectadas da primeira geração, principalmente no que diz respeito aos fatores determinantes para se avaliar um sistema. A avaliação como descrição considera, além dos resultados dos estudantes, outros fatores como, por exemplo, o currículo existente e as condições sociais do estudante. Tyler foi quem apontou a necessidade de se formular

¹¹ Dadas as consideráveis contribuições nas décadas de 1930 e 1940, Tyler é considerado o pai da avaliação da aprendizagem. O termo avaliação educacional foi cunhado por ele (VIANNA, 2005).

objetivos para que se possa definir mais claramente o que é avaliado. A formulação de objetivos comportamentais e a verificação se eles foram atingidos ou não é a marca dessa segunda geração da avaliação.

De acordo com Guba e Lincoln (2011), essa segunda geração surge após a Primeira Guerra Mundial. Foi nesse contexto que, em 1933, Tyler introduziu o “Estudo de Oito Anos”. O objetivo desse programa de estudos era oferecer aos estudantes que exibiam dificuldades em acompanhar os currículos preparatórios para as faculdades, conforme às exigências do sistema *Carnegie*¹², uma opção de ingresso no Ensino Superior.

[...] O propósito do programa Eighth-Year Study era demonstrar que os alunos capacitados de acordo com esses currículos não convencionais mesmo assim seriam capazes de ter um bom desempenho na faculdade. O período de oito anos foi escolhido para possibilitar que pelo menos uma coorte desses alunos concluísse quatro anos completos da escola secundária e quatro anos do ensino superior. (GUBA; LINCOLN, 2011, p. 34).

Um problema que passou a ser protagonista era avaliar se esses novos currículos estavam sendo desenvolvidos conforme planejado, afinal, “[...] não seria justo se os estudantes fracassassem na faculdade não porque os currículos fossem *em princípio* inadequados, mas apenas porque o eram *na prática*” (GUBA; LINCOLN, 2011, p. 34, grifo dos autores).

Antes de implementar o programa Estudo de Oito Anos, Tyler trabalhou no desenvolvimento de testes que permitiam avaliar se os estudantes haviam aprendido ou não, o que seus professores pretendiam que eles aprendessem. Tais resultados foram chamados de objetivos e o papel do avaliador era de descrever os pontos fortes e fracos dos avaliados conforme os objetivos estabelecidos. Tyler se comprometeu em realizar o mesmo tipo de trabalho nas escolas secundárias que participavam do programa Estudo de Oito Anos.

Essa segunda geração de avaliação supera à avaliação convencional advinda da primeira geração (mensuração) no seguinte sentido: a avaliação passa a agregar a função de descrever a qualidade dos currículos implementados com vistas ao aperfeiçoamento. Essa nova função da avaliação foi fundamental para o surgimento da avaliação de programas.

¹² Esse sistema determinava os tipos e as quantidades de créditos necessários para o estudante colar grau.

Na busca por superar as falhas das gerações anteriores, surge a terceira geração de avaliação, denominada por Guba e Lincoln (2011) de *geração do juízo de valor*. Incorporando o papel de “juízes”, de modo a formular um juízo de valor acerca dos objetos de avaliação, os avaliadores também mantinham a função técnica, advinda da primeira geração e, a função descritiva, advinda da segunda.

Uma importante figura dessa terceira geração foi Michael Scriven, que mostrou a importância de estudos de avaliação formativa e somativa quando se trata de aprimorar o desenvolvimento dos sistemas educacionais (VIANNA, 1998). A avaliação *formativa* está associada à regulação¹³ dos processos de ensino e de aprendizagem, isto é, com a decisão de desenvolver, modificar ou revisar um programa ou um curso, enquanto a avaliação *somativa* relaciona-se à decisão de continuar, encerrar ou adotar um programa.

A característica essencial da avaliação formativa é que ela ocorre durante a ação de formação, implicando diretamente nas ações didáticas do professor frente a eventuais dificuldades de aprendizagem dos estudantes. No entanto, esse conceito nasce em berço behaviorista¹⁴, isto é, durante a formação as ações e comportamentos devem ser ajustados de modo a alcançar os objetivos traçados. Mais tarde, este termo passa a ser utilizado pelos pesquisadores da quarta geração da avaliação, porém, com outro sentido, que será apresentado à frente.

De acordo com Fernandes (2009), na terceira geração começam a surgir ideias de que a avaliação deve induzir e/ou facilitar a tomada de decisões a fim de regular o ensino e a aprendizagem, tem de envolver a todos que fazem parte do processo educacional, como professores, estudantes, pais, entre outros. A coleta de informação deve ir além dos resultados individuais dos estudantes em testes, o contexto deve ser considerado e a definição de critérios é essencial para a apreciação do mérito e do valor dado. Fernandes (2009) destaca que, na maioria das vezes, a concretização dessa terceira geração no âmbito escolar é praticamente inexistente, sendo presente apenas em discursos e em recomendações.

¹³ Regulação no sentido de ajustar os processos de ensino e, por consequência, os de aprendizagem, para funcionar devidamente.

¹⁴ O Behaviorismo, ou, em português, Comportamentalismo, é uma postura filosófica dedicada ao estudo do comportamento observável do sujeito, busca estabelecer relações entre estímulo e resposta.

Embora a concepção de avaliação da aprendizagem tenha passado por uma evolução, essas três gerações ainda apresentam limitações como, por exemplo, o professor ser o único juiz nos processos de avaliação.

Na busca por vencer as limitações presentes nas três gerações descritas, Guba e Lincoln (2011) apresentam a avaliação de quarta geração, que estabelece certa ruptura epistemológica com as gerações anteriores, mas que não a isenta de dificuldades e outras limitações.

A avaliação de quarta geração, denominada *construtivista responsiva* ou *respondente*, destaca a avaliação como um processo interativo e de negociação, em que todos os envolvidos são ouvidos. O papel do avaliador, nessa geração, é de gerir as negociações em busca de consensos. As ideias e concepções dessa geração de avaliação se fundamentam na partilha da avaliação entre professor e estudante, na integração da avaliação nos processos de ensino e de aprendizagem e, na utilização de diversas técnicas, estratégias e instrumentos de avaliação. Na avaliação de quarta geração o *feedback* tem papel importante na autorregulação¹⁵ da aprendizagem dos estudantes.

Diversos autores fazem parte dessa quarta geração, cada um apresentando sua proposta de avaliação e enfatizando diferentes aspectos, como é o caso de Hadji (2001), que entende que a avaliação dos estudantes serve para que eles evoluam rumo ao êxito e a denomina *aprendizagem assistida por avaliação (AAA)*, e de Fernandes (2006; 2009), que utiliza o termo *avaliação formativa alternativa*, formativa, pois trata de “[...] uma avaliação mais interativa, mais situada nos contextos vividos por professor e estudantes, mais centrada na regulação e melhoria das aprendizagens, mais participativa, mais transparente e integrada nos processos de ensino e aprendizagem [...]” (FERNANDES, 2009, p. 56), e é *alternativa* à avaliação formativa psicométrica, de matriz behaviorista, utilizada pela terceira geração. Outros autores pertencentes a essa quarta geração são citados por Fernandes (2009) como, por exemplo, Tellez, Wiggins e Perrenoud, que versam sobre *avaliação autêntica*, Berlak, que propõe a *avaliação contextualizada*, Nunziati e Abrecht, que defendem a *avaliação reguladora*. Segundo Fernandes (2009, p. 57),

¹⁵ Diferente da terceira geração de avaliação, na qual a regulação tem o sentido de ajustar para o devido funcionamento, na quarta geração, o termo ganha um novo significado, designando a ideia de orientação, tornar a aprendizagem harmoniosa.

Independente de ênfases particulares inerentes a cada uma dessas conceitualizações resultantes das referências teóricas e concepções de seus autores, todas elas acabam por designar uma avaliação mais orientada para melhorar as aprendizagens do que para classificá-la, intrinsicamente associada ao ensino e à aprendizagem, devidamente contextualizada e em que os alunos têm um papel relevante a desempenhar.

O quadro a seguir sintetiza as características de cada uma das gerações de avaliação propostas por Guba e Lincoln (2011).

QUADRO 2.2 – Características das gerações da avaliação.

Geração Dimensões	Mensuração	Descrição	Juízo de valor	Construtivista
Objetivo da avaliação	Classificar	Descrever	Julgar	Investigar
Caráter da avaliação	Técnico	Verificador (de objetivos)	Julgador	Responsivo
Papel do avaliador	Técnico	Descritor	Juiz	Mediador
Papel do estudante	Reprodução	Atingir os objetivos pré-estabelecidos	Passivo, objeto de julgamento	Sujeito ativo

Fonte: A autora.

2.1.3 As funções e os objetivos da avaliação

Na perspectiva de Hadji (1994), as funções da avaliação se inserem no conjunto das práticas de ensino do professor. Para compreender essas funções, Hadji (1994) apresenta, a partir do que propõe De Landsheere (1974), três objetos possíveis da avaliação:

O *inventário* permite verificar se o aprendente domina bem as competências e capacidades que fazem parte do objeto do ensino. [...]. O *diagnóstico* é a ocasião, por um lado, de situar o nível actual das aptidões, das necessidades ou dos interesses de um indivíduo, de verificar a presença de pré-requisitos; mas, por outro lado, é, sobretudo, a ocasião de situar e de compreender as dificuldades sentidas pelo aprendente, tendo em vista a concepção das estratégias de remediação possíveis. Por fim, o *prognóstico* versa sobre as possibilidades de êxito ulterior em função do que, actualmente, parece aprendido (HADJI, 1994, p. 61-2, grifos do autor).

A partir desses três objetos, Hadji (1994) distingue três objetivos de avaliação, os quais conduzirão a uma estratégia de realização diferente, ou seja, com a intenção de atingir cada objetivo a avaliação possui uma função que lhe é peculiar. Segundo o autor, se o objetivo principal é de orientação, fala-se de avaliação diagnóstica, que

“trata de explorar ou de identificar algumas características de um aprendente [...] com vistas a escolher a sequência de formação mais bem adaptada às suas características” (HADJI, 1994, p. 62). Quando o objetivo é de regular¹⁶, fala-se da avaliação formativa¹⁷, cuja

[...] característica essencial é a de ser integrada na acção de “formação”, de ser incorporada no próprio ato de ensino. Tem por objectivo contribuir para melhorar a aprendizagem em curso, informando o professor sobre as condições em que está a decorrer essa aprendizagem, e instruindo o aprendente sobre o seu próprio percurso, os seus êxitos e as suas dificuldades (HADJI, 1994, p. 63-4).

A *avaliação somativa* está relacionada a um *balanço final* ao término de uma sequência ou um ciclo de formação, que pode ser, por exemplo, um curso, uma disciplina, uma unidade, uma atividade. Por isso, de maneira geral, ela é pontual (HADJI, 1994).

No que diz respeito aos objetivos da avaliação, Lopes e Silva (2012) também apontam três, nomeadamente: a *avaliação da aprendizagem*, *avaliação como aprendizagem* e *avaliação para a aprendizagem*.

A concepção de *avaliação da aprendizagem* está pautada em exames e testes que revelam o que o estudante atingiu dos objetivos propostos, ou seja, o que o estudante demonstra saber. Portanto, esse tipo de avaliação é utilizado para certificar e está alinhado à concepção de avaliação somativa apresentado por Hadji (1994).

A *avaliação como aprendizagem* é uma concepção que enfatiza o papel do estudante no processo de aprendizagem e de avaliação. Nessa direção, o estudante deve refletir sobre como monitorar os seus progressos para informar os seus futuros objetivos de aprendizagem. “Professor e alunos constroem em conjunto a aprendizagem e a avaliação, e coconstroem formas de monitorizar o progresso da aprendizagem (LOPES; SILVA, 2012, p. 4). Isso implica em responsabilizar o estudante no acompanhamento da própria aprendizagem, em obter informações acerca da qualidade desta e em (re)pensar adaptações e ajustes com vistas a melhorá-la. “Para poderem agir nesse sentido necessitam de possuir competências de questionamento reflexivo e de considerar uma série de estratégias para otimizar a

¹⁶ Hadji (1994), assim como os demais pesquisadores da área de avaliação que seguem a chamada escola francesa, utiliza o termo regular com o significado de guiar constantemente e facilitar o processo de aprendizagem.

¹⁷ No sentido apresentado pela quarta geração da avaliação.

aprendizagem futura” (LOPES; SILVA, 2012, p. 4). Além disso, esse tipo de avaliação envolve os estudantes em processos de auto e heteroavaliação.

Na concepção de *avaliação para a aprendizagem* cabe ao professor averiguar o conhecimento dos estudantes, as suas percepções, concepções alternativas e falhas na aprendizagem e usar desses dados para informar a organização das aulas e da prática pedagógica. A finalidade é que os estudantes possam atingir o máximo de suas competências. Assim, a avaliação para a aprendizagem pode ser compreendida como um suporte à aprendizagem do estudante. De acordo com Lopes e Silva (2012), a avaliação para a aprendizagem deve acontecer a todo o tempo, pois incentiva a participação ativa dos estudantes na sua aprendizagem e o aumento da sua autonomia. Para tanto, implica que o professor:

- Partilhe as metas de aprendizagem com os alunos, de forma que estas se tornem explícitas para eles;
- Ajude os alunos a compreender essas metas a fim de que as atinjam
- Forneça feedback construtivo que ajude os alunos a identificar as formas de melhorar o seu rendimento;
- Acredite que cada aluno pode melhorar seus resultados de aprendizagem anteriores e que os alunos possam rever e refletir sobre o desempenho e os progressos conseguidos;
- Se assegure de que os alunos aprendem estratégias de autoavaliação para identificarem áreas que precisam de melhorar;
- Reconheça que tanto a motivação como a autoestima, essenciais para uma aprendizagem eficaz e para o progresso, podem ser intensificadas através de técnicas de avaliação eficazes. (LOPES; SILVA, 2012, p. 4).

Esses dois tipos de avaliação – avaliação como aprendizagem e avaliação para a aprendizagem – estão alinhados com a concepção de avaliação formativa, uma vez que seguem

[...] um processo frequente, contínuo e dinâmico que envolve professores e alunos numa relação de cooperação, com vistas a recolherem dados sobre a aprendizagem. Ambos (o professor – avaliação para a aprendizagem – e o aluno – avaliação como aprendizagem) usam os dados obtidos para tomar decisões sobre que ações tomar para promover a aprendizagem futura (LOPES; SILVA, 2012, p. 6-7).

Lopes e Silva (2012, p. 3) baseiam-se na ideia de que os estudantes “[...] aprendem mais quando compreendem os objetivos pretendidos para a sua aprendizagem, onde estão em relação a esses objetivos e como podem alcançá-los [...]”.

Para fins de visualização, o Quadro 3 resume as funções e os objetivos da avaliação a partir do que é colocado por Hadji (1994) e Lopes e Silva (2012).

QUADRO 2.3 – As características de cada tipo de avaliação.

Dimensão \ Tipo de avaliação	Diagnóstica	Formativa	Somativa
Funções	Identificar e orientar	Inventariar e regular	Certificar e classificar
Objetivo	Avaliação <i>da e para a</i> aprendizagem	Avaliação <i>como e para a</i> aprendizagem	Avaliação <i>da</i> aprendizagem
Foco	No produtor e nas suas características	Nos processos e nas atividades em curso	Nos produtos
Ação social	Predição	Compreensão de dificuldades	Verificação (pôr à prova)
Ocorrência	Antes da ação de formação	Durante a ação de formação	Depois da ação de formação

Fonte: A autora.

2.1.4 Algumas interlocuções entre as diferentes perspectivas de avaliação apontadas

Alguns pontos em comum podem ser destacados entre as diferentes concepções de avaliação da aprendizagem abordadas anteriormente. De acordo com Franco (1990), as primeiras discussões sistemáticas acerca da avaliação educacional se deu no campo da Psicologia da Educação, mais precisamente em sua vertente psicométrica, na época em que a Psicologia começava a ganhar *status* de ciência. Pode-se dizer que a psicometria é a associação da Psicologia com a Matemática, afinal, a Matemática “fornece à ciência moderna, não só o instrumento privilegiado de análise, como também a lógica de investigação” (SANTOS; 1995, p.14). Esse pensamento no qual os aspectos científicos são pautados na quantificação está embasado nos pressupostos epistemológicos do positivismo. Nessa vertente, a ciência está relacionada somente ao que pode ser observado, medido, palpado (FRANCO, 1990).

Desse modo, tem-se que a avaliação nasce associada ao conceito de medida, buscando a objetividade e a isenção do avaliador. Essas são as características essências da primeira geração de avaliação, geração da avaliação como medida.

Essa geração tem os testes como marco, os quais serviram como “filtro”, tanto para a entrada dos estudantes nas escolas francesas como para a seleção dos jovens para as forças armadas dos Estados Unidos e também para verificar se os estudantes

estavam à altura das “especificações” que a escola havia estabelecido (GUBA; LINCOLN, 2011). Desse modo, pode-se dizer que a avaliação possuía caráter certificativo e controlador, assim como a avaliação somativa. A avaliação realizada é da aprendizagem, no sentido de verificar o que ficou.

Para Fernandes (2004, p. 14), a segunda e terceira gerações de avaliação também estão associadas à psicometria, cuja ênfase é avaliar aspectos mais mensuráveis, estando “associada a modelos de medida das aprendizagens, à *standardização* de tarefas de avaliação, de procedimentos de administração e de correções e à utilização de instrumentos referidos à norma”.

No caso da segunda geração, a avaliação como descrição amplia a função da avaliação como medida, uma vez que “vai um pouco mais além ao descrever até que ponto os alunos atingem os objectivos definidos” (FERNANDES, 2004, p. 11). No entanto, esses objetivos eram comportamentais e verificados ao final do programa de formação.

Além de mensurar e descrever a aprendizagem, o avaliador, na terceira geração de avaliação, também assume o papel de julgador. A ideia de emitir um juízo de valor acerca da aprendizagem implica na criação de critérios que permitem tal julgamento e evidencia a necessidade de tanto o desempenho dos estudantes quanto os objetivos definidos serem avaliados (GUBA; LINCOLN, 2011). Com isso, a terceira geração de avaliação alarga os horizontes da avaliação, agregando aos aspectos já citados,

[...] o conceito de avaliação sumativa, mais associada à prestação de contas, à certificação e à selecção e o conceito de avaliação formativa, mais associada ao desenvolvimento, à melhoria das aprendizagens e à regulação dos processos de ensino e de aprendizagem (FERNANDES, 2004, p. 12).

Além disso, é na terceira geração de avaliação que

Surgem as ideias de que a avaliação deve induzir e/ou facilitar a tomada de decisões, a recolha de informação deve ir para além dos resultados que os alunos obtêm nos testes, a avaliação tem que envolver os professores, os pais, os alunos e outros intervenientes, os contextos de ensino e de aprendizagem devem ser tidos em conta no processo de avaliação ou de que a definição de critérios é essencial para que se possa apreciar o mérito e o valor de um dado objecto de avaliação (FERNANDES, 2004, p.13).

No entanto, ainda prevalece uma excessiva dependência ao paradigma positivista, uma vez que a ideia central é manter a neutralidade do avaliador e da avaliação, pois, somente assim os resultados dificilmente serão questionados (FERNANDES, 2004).

Em suma, a evolução na concepção de avaliação até a terceira geração é uma evolução de incorporação, em que cada geração não transpôs a anterior, mas sim a sobrepujou, agregando novos conhecimentos e perspectivas aos já existentes.

De uma concepção inicial muito limitada, redutora e essencialmente técnica, evolui-se para uma concepção mais sistêmica e abrangente com a sistemática apreciação do mérito e do valor dos objetos avaliados, que deixaram de ser exclusivamente coisas relativas aos alunos para passarem a incluir professores, projetos, currículos, programas, matérias, ensino ou políticas (FERNANDES, 2009, p. 51)

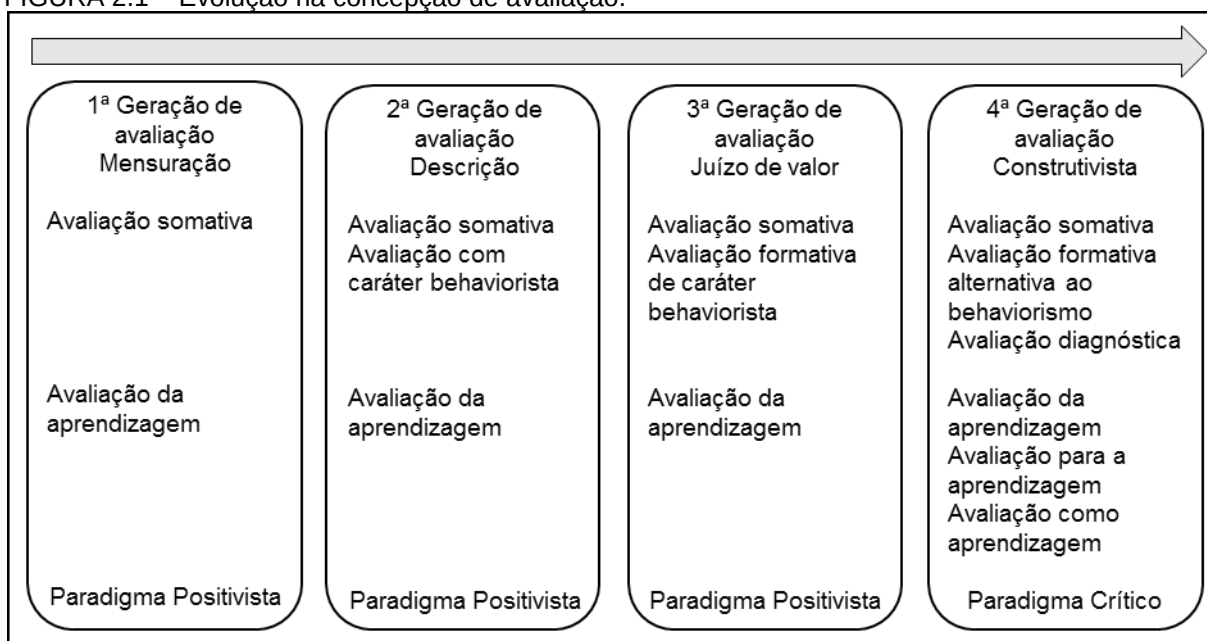
Já a avaliação de quarta geração apresenta certa ruptura com as anteriores, pois

[...] caracteriza-se por ser respondente, isto é, à partida, não estabelece parâmetros ou enquadramentos. Estes serão determinados e definidos através de um processo negociado e interactivo com aqueles que, de algum modo, estão envolvidos na avaliação. (FERNANDES, 2004, p.13).

Nessa quarta perspectiva, a avaliação não perde sua função somativa nem se exclui a avaliação da aprendizagem. Inclui-se a avaliação como aprendizagem, evidenciando o compartilhamento entre o professor e o estudante na responsabilidade da aprendizagem, que não havia nas gerações anteriores, e a avaliação para a aprendizagem, revelando que a avaliação deve ocorrer durante a formação, por isso denominada formativa, mas com um novo perfil, o de servir à aprendizagem para harmonizá-la e não aos objetivos comportamentais esperados pelas três gerações anteriores.

Assim, conforme exposto, a concepção de avaliação foi, ao longo do tempo, tornando-se mais complexa e sofisticada, conforme sintetizado na figura que segue.

FIGURA 2.1 – Evolução na concepção de avaliação.



Fonte: A autora.

2.2 Avaliação da aprendizagem no contexto brasileiro

Por meio de uma retomada histórica a respeito da avaliação da aprendizagem, constata-se que o termo começou a ser utilizado com Ralph Tyler na década de 1930. Esse termo, diferentemente dos exames escolares, que visam a classificação e seletividade, traz como característica intrínseca a necessidade do cuidado que os professores devem ter com a aprendizagem dos estudantes (LUCKESI, 2011).

No Brasil, segundo Luckesi (2011), o termo avaliação da aprendizagem começou a ser utilizado no final da década de 1960, início de 1970, mas não em documentos oficiais.

A LDB, de 1961, ainda contém um capítulo sobre os exames escolares e a Lei n. 5.692/71, que redefiniu o sistema de ensino no país, em 1971, deixou de utilizar a expressão “exames escolares” e passou a usar a expressão “aferição do aproveitamento escolar”, mas ainda não se serviu dos termos “avaliação da aprendizagem” (LUCKESI, 2011, p. 29).

Apenas em 1996, que o termo avaliação da aprendizagem passou a figurar em documentos oficiais brasileiros, conforme é exposto na sequência.

2.2.1 Avaliação da aprendizagem nos documentos oficiais vigentes

No Brasil, os documentos oficiais que regulamentam a educação a nível nacional são a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB – Lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996), as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Na LDB, lei que detalha os direitos e organiza os aspectos gerais do ensino brasileiro, a avaliação da aprendizagem aparece apenas no inciso V do artigo 24º e no artigo 31º, conforme segue:

Art. 24º: Inciso V - a verificação do rendimento escolar observará os seguintes critérios:

- a) avaliação contínua e cumulativa do desempenho do aluno, com prevalência dos aspectos qualitativos sobre os quantitativos e dos resultados ao longo do período sobre os de eventuais provas finais;

Art. 31º. Na educação infantil a avaliação far-se-á mediante acompanhamento e registro do seu desenvolvimento, sem o objetivo de promoção, mesmo para o acesso ao ensino fundamental. (BRASIL, Lei nº 9.394/96).

Mesmo que de forma tímida, a legislação educacional brasileira expressa as novas proposições acerca da aprendizagem escolar e se desfaz de termos que remetem ao exame e ao aproveitamento escolar.

Nos PCN, documento que visa apresentar um referencial de qualidade para a educação brasileira no Ensino Fundamental, vigente desde 1997,

A avaliação é considerada como elemento favorecedor da melhoria de qualidade da aprendizagem, deixando de funcionar como arma contra o aluno. É assumida como parte integrante e instrumento de autorregulação do processo de ensino e aprendizagem, para que os objetivos propostos sejam atingidos. A avaliação diz respeito não só ao aluno, mas também ao professor e ao próprio sistema escolar (BRASIL, 1997, p. 42).

Esse documento também orienta que a avaliação da aprendizagem “ocorra sistematicamente durante todo o processo de ensino e aprendizagem e não somente após o fechamento de etapas do trabalho, como é o habitual” (BRASIL, 1997, p. 55).

Em 2013, o Governo Federal brasileiro lançou novas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica, pois as diversas mudanças ocorridas no âmbito da escola, como o ensino de 9 anos e a obrigatoriedade do ensino gratuito para

crianças e adolescentes entre quatro e dezessete anos, tornaram os documentos anteriores defasados (BRASIL, 2013). Nessa nova DCN, a avaliação da aprendizagem é tratada de maneira bem sucinta, remetendo-se à LDB. A ideia de avaliação formativa fica explícita da seguinte forma:

O Conselho Nacional de Educação, em mais de um Parecer em que a avaliação da aprendizagem escolar é analisada, recomenda, aos sistemas de ensino e às escolas públicas e particulares, **que o caráter formativo deve predominar sobre o quantitativo e classificatório**. A este respeito, é preciso adotar uma estratégia de progresso individual e contínuo que favoreça o crescimento do estudante, preservando a qualidade necessária para a sua formação escolar (BRASIL, 2013, p. 52, grifos nossos).

A resolução nº 4, de 13 de julho de 2010, que define as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica, trata da avaliação no capítulo II. Com relação especificamente à avaliação da aprendizagem, a resolução traz:

Art. 47. A avaliação da aprendizagem baseia-se na concepção de educação que norteia a relação professor-estudante-conhecimento-vida em movimento, devendo ser um ato reflexo de reconstrução da prática pedagógica avaliativa, premissa básica e fundamental para se questionar o educar, transformando a mudança em ato, acima de tudo, político.

§ 1º A validade da avaliação, na sua função diagnóstica, liga-se à aprendizagem, possibilitando o aprendiz a recriar, refazer o que aprendeu criar, propor e, nesse contexto, aponta para uma avaliação global, que vai além do aspecto quantitativo, porque identifica o desenvolvimento da autonomia do estudante, que é indissociavelmente ético, social, intelectual.

§ 2º Em nível operacional, a avaliação da aprendizagem tem, como referência, o conjunto de conhecimentos, habilidades, atitudes, valores e emoções que os sujeitos do processo educativo projetam para si de modo integrado e articulado com aqueles princípios definidos para a Educação Básica, redimensionados para cada uma de suas etapas, bem assim no projeto político-pedagógico da escola.

§ 3º A avaliação na Educação Infantil é realizada mediante acompanhamento e registro do desenvolvimento da criança, sem o objetivo de promoção, mesmo em se tratando de acesso ao Ensino Fundamental.

§ 4º A avaliação da aprendizagem no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, de caráter formativo predominando sobre o quantitativo e classificatório, adota uma estratégia de progresso individual e contínuo que favorece o crescimento do educando, preservando a qualidade necessária para a sua formação escolar, sendo organizada de acordo com regras comuns a essas duas etapas (BRASIL, Resolução nº 4, 2010).

Essas passagens retiradas dos textos oficiais revelam que o Brasil, pelo menos em termos de legislação, apropriou-se da avaliação da aprendizagem como sendo uma avaliação alinhada com a concepção da quarta geração defendida por Guba e Lincoln (2011), já descrita anteriormente.

Corroborando com a perspectiva apontada nos documentos oficiais, Luckesi (2011, p. 29) coloca que:

O educando não vem para a escola para ser submetido a um processo seletivo, mas sim para aprender e, para tanto, necessita do investimento da escola e de seus educadores, tendo em vista efetivamente aprender. Por si, não interessa ao sistema escolar que o educando seja reprovado, interessa que ele aprenda e, por ter aprendido, seja aprovado.

Além disso, uma avaliação formativa deve ser “um dispositivo pedagógico adequado à concretização de uma efectiva igualdade de oportunidades de sucesso na escola básica” (AFONSO, 2000, p. 40).

Embora os documentos oficiais deem certo destaque para avaliação da aprendizagem como uma avaliação formativa, Luckesi (2011, p. 67) afirma que é difícil praticá-la, uma vez que a prática do exame está arraigada “em nossa história, em nossa sociedade e na personalidade pessoal de cada um de nós”. O autor sintetiza essa dificuldade de transitar da prática do exame à prática da avaliação para a aprendizagem em três pontos:

(1) as contribuições da história da educação (os exames escolares que conhecemos hoje foram sistematizados com a emergência da modernidade, no século XVI), (2) o modelo de sociedade no qual vivemos (o modelo burguês de sociedade, em sua constituição, é excludente, característica reproduzida pelos exames escolares), (3) a repetição inconsciente do que ocorreu com cada um de nós, ao longo de nossa vida escolar (LUCKESI, 2011, p. 68).

Segundo Luckesi (2011, p. 71), para praticar uma avaliação de fato formativa, os educadores necessitam ter a consciência

[...] de que estão rompendo com o modelo social excludente (a avaliação é inclusiva), com **cinco séculos de história da educação** (os exames escolares foram sistematizados no século XVI e a avaliação da aprendizagem no século XX), assim como os **próprios fantasmas internos adquiridos ao longo de sua vida pessoal e escolar** (os medos e ansiedades que passamos não devem ser argumento suficiente para que também geremos o medo e a ansiedade junto aos nossos educandos) (grifos nossos).

Dadas as dificuldades de se desvencilhar da prática da avaliação como o ato de examinar e classificar, essa ideia de avaliação ainda é muito presente nas escolas. Com relação à avaliação da aprendizagem matemática, conforme se discute a seguir, não é diferente.

2.2.2 Avaliação da aprendizagem nas aulas de Matemática

Embora nos últimos anos alguns grupos tenham se dedicado em pesquisar sobre as avaliações em larga escala, como o PISA, *Programme for International Student Assessment* (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) e sobre os resultados dos estudantes nessas avaliações de nível macro, poucos são os trabalhos que tratam da aprendizagem matemática do estudante em sala de aula.

Pavanello e Nogueira (2006), apoiadas em Caraça (1989), citam duas maneiras de compreender a natureza da ciência Matemática que estão relacionadas com a avaliação da aprendizagem praticada pelos professores que ensinam Matemática¹⁸. A primeira delas é de que a Matemática é pronta e acabada, seu corpo de conhecimento é harmonioso e encadeado logicamente. A segunda compreensão concebe a Matemática como uma ciência historicamente construída, de modo que “seu grau de desenvolvimento e de evolução em determinada época é o reflexo das interações dialéticas entre as diversas forças econômicas, políticas e sociais vigentes nesse período” (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 31).

A compreensão de que a Matemática é axiomática e logicamente encadeada e, portanto, ancorada na primeira concepção citada, implica que o seu ensino se dê por meio de aulas expositivas, nas quais o professor transmite os conteúdos prontos, usualmente seguindo a sequência: definição, exemplos, exercícios de reprodução. Os conteúdos dados pelo professor devem ser bem exercitados, uma vez que será base para a aprendizagem de um próximo conteúdo. Partindo dessa concepção, é natural que a avaliação seja classificada como *da* aprendizagem e, portanto, recaia na reprodução, uma vez que durante as aulas os estudantes são treinados e, no momento da avaliação, cujo instrumento geralmente é a prova escrita sem consulta, devem reproduzir as técnicas que foram ensinadas.

¹⁸ Optamos por utilizar a expressão “professores que ensinam Matemática”, pois entendemos que nem todos que ensinam Matemática são, necessariamente, professores de Matemática. Como exemplo, citamos os professores dos Anos Iniciais da Educação Básica brasileira, os quais, em grande número, são pedagogos ou professores com formação específica em outras áreas do conhecimento.

Partindo da lógica do exame, o que se busca na sala de aula é o treino para responder corretamente às questões propostas e o domínio de estratégias de dar respostas certas às questões formuladas. **Por essa ótica, a avaliação tem servido para reconhecer a presença ou não de determinado conteúdo, mas não para indicar o que os alunos sabem ou como interpretam as leituras que fazem.** Tampouco fornece informações sobre o seu processo de aprendizagem, nem indica os limites da interpretação do professor (BURIASCO; SOARES, 2008, p. 106-7, grifos nossos).

Essa prática de avaliar a aprendizagem matemática de maneira somativa, que enfatiza e contabiliza os erros e os acertos, condiz com o papel inicial denotado para a avaliação escolar. Segundo Moura e Palma (2008, p. 15),

A avaliação escolar surgiu como um mecanismo de manutenção da sociedade de classes. Pelo seu aspecto predominantemente quantitativo, ela é usada para diferenciar, num processo competitivo, aquele que pode galgar os melhores lugares na sociedade. Por meio desse sistema avaliativo, naturaliza-se a falsa afirmação de que “as chances são dadas a todos, mas só alguns sabem aproveitá-las”; sendo assim, camufla a desigualdade social que esse processo avaliativo aprofunda e legítima.

Ao conceber a Matemática como uma construção humana que adveio de problemas enfrentados em determinado contexto histórico e social, o processo de ensino e aprendizagem pode se dar no sentido de que o estudante faça essa (re)descoberta a partir de seu próprio contexto histórico e social. Essa mudança na concepção tradicional de como ensinar Matemática acarreta em mudanças no papel do professor, que deixa de ser o foco principal e passa a ser companheiro e orientador; no papel do estudante, que deixa de ser receptor e passa a ser construtor e corresponsável no seu processo de aprendizagem; na compreensão de currículo, que passa a ser dinâmico e determinado pelos interesses dos estudantes e, por consequência, nas práticas avaliativas, que não podem ser centradas em instrumentos nos quais preponderam os resultados e o julgamento, mas sim nos que permitem considerar o processo e o aperfeiçoamento.

Com relação a essa mudança nas práticas avaliativas, Sameshima (2008, p. 116) destaca que

[...] é essencial que a avaliação da aprendizagem matemática se torne agente facilitador da construção do conhecimento matemático do aluno, ao mesmo tempo que lhe permita perceber-se como pessoa e conhecer, interpretar e agir deliberadamente no contexto socioeconômico em que vive.

Além disso, segundo Buriasco e Soares (2008, p. 110),

[...] a avaliação da aprendizagem matemática deve ser vista na escola como um processo de investigação, uma atividade compartilhada por professores e alunos, de caráter sistemático, dinâmico e contínuo. As tarefas de aprendizagem devem se constituir, ao mesmo tempo, em tarefas de avaliação, uma vez que a avaliação é parte integrante da rotina das atividades escolares e não uma sua lacuna.

Ou seja, a avaliação é parte dos processos de ensino e de aprendizagem e deve estar de acordo com a(s) metodologia(s) adotadas pelo professor.

2.3 Avaliação da aprendizagem: critérios e instrumentos

A avaliação da aprendizagem nas escolas, muitas vezes, é realizada com o objetivo de classificar os estudantes e mensurar a aprendizagem através da nota. Nessa visão,

[...] o foco do professor volta-se à obtenção de informações “absolutas” a respeito do que o estudante “sabe ou não sabe”, a olhar para a produção desse estudante quase que exclusivamente em momentos “formais” de avaliação, que em geral resumem-se à realização de provas escritas. Nessa direção, o sentido atribuído à ação de avaliar com frequência resume-se à atribuição de um valor (MENDES; TREVISAN; BURIASCO, 2012, p. 3).

Essa associação entre avaliação e nota leva tanto professores como estudantes a se valer do termo *avaliação da aprendizagem* para referenciar o que, na verdade, são os critérios e os instrumentos utilizados para a realização da avaliação. Portanto, faz-se necessário esclarecer o que são critérios e instrumentos para avaliação, uma vez que, em última instância, serão eles que decidirão o destino escolar dos estudantes, isto é, se serão aprovados, reprovados, ou indicados para “classes especiais” (FRANCO, 1990).

2.3.1 Critérios para avaliação da aprendizagem

Quando se fala em critérios para avaliação da aprendizagem, muitos pensam na quantidade de provas e trabalhos que serão realizados no período, ou, ainda, como será o cálculo da nota final. A quantidade de provas e trabalhos e qual o peso que

terão na nota final dos estudantes não são critérios para avaliação da aprendizagem, mas sim modos de como pode acontecer o processo avaliativo.

Em termos filosóficos, critério designa “uma regra para decidir o que é verdadeiro ou falso, o que se deve fazer ou não” (ABBAGNANO; 2007, p. 223). No contexto da avaliação da aprendizagem “critérios são parâmetros, normas e regras que servem como base e referências para a análise e interpretação dos resultados” (DEPRESBITERIS, TAVARES; 2009, p. 64).

Os critérios para avaliação da aprendizagem são princípios que servirão de base para o julgamento da qualidade do processo de ensino e de aprendizagem e podem variar conforme a área do conhecimento, os objetivos e, também, com a concepção de avaliação de cada professor (GESSINGER; GRILLO; FREITAS, 2010). Além disso, Gessinger, Grillo e Freitas (2010) destacam a dinamicidade e circunstancialidade dos critérios para avaliação da aprendizagem, uma vez que para elaborar esses critérios o professor deve ter em consideração as particularidades da turma, do momento, dos objetivos, da disciplina, entre outros.

Diferentes autores utilizam distintas nomenclaturas para designar *critério*, como, por exemplo, dimensão ou indicador. No entanto, é consenso que os critérios para avaliação da aprendizagem estejam explícitos e claros, tanto para o professor, quanto para os estudantes (DEPRESBITERIS; TAVARES, 2009; GRILLO; LIMA, 2010; SANT’ANA, 2010; GESSINGER; GRILLO; FREITAS, 2010; LOPES; SILVA, 2012; TREVISAN; MENDES; BURIASCO, 2014).

Os critérios para a avaliação da aprendizagem descrevem o que o estudante deve ser capaz de fazer ou deverá saber após uma sequência de formação. Depresbiteris e Tavares (2009, p. 70), apoiadas em Airasian (1996), apresentam as seguintes orientações para o estabelecimento de critérios:

- identificar o desempenho ou tarefa a avaliar e realizá-la, ou em último caso imaginar como ela seria desenvolvida pelo aluno;
- listar os aspectos importantes do desempenho esperado como produto final;
- tentar limitar o número de critérios de desempenho, de modo a que se possam ser efetivamente observados;
- escrever os critérios de desempenho em termos objetivos de forma que possam ser compreendido por todos;
- organizar os critérios pela ordem em que provavelmente serão observados.

A importância do estabelecimento de critérios se justifica, pois, fundamentam a fidedignidade, a validade e a eficiência da avaliação que se realiza.

2.3.2 Instrumentos para avaliação da aprendizagem

De acordo com o dicionário eletrônico Houaiss, instrumento é “qualquer objeto considerado em relação à sua função, ao uso que dele se faz; utensílio” (HOUAISS, 2001). Nessa linha, a trena, utilizada para medir o tamanho de objetos, é um instrumento de medição. No entanto, não podemos dizer que uma prova escrita ou um seminário em grupo é um instrumento de avaliação, pois nenhum deles, por si só, avaliam a aprendizagem do estudante. É necessária a interpretação do avaliador a partir dos critérios estabelecidos.

Desse modo, optamos por utilizar a expressão *instrumento para avaliação da aprendizagem*, uma vez que esses instrumentos auxiliarão o professor na tarefa de avaliar. Outros autores utilizam diferentes expressões, como Lima, Grillo e Harres (2010), que chamam de procedimentos e Luckesi (2014), que define como instrumento de coleta de dados para a avaliação:

[...] os instrumentos de coleta de dados para a avaliação têm por objetivo obter dados essenciais, relevantes, que possibilitem uma descritiva satisfatória da realidade, que, no caso da avaliação da aprendizagem, significa uma descritiva do desempenho do estudante na apropriação dos conteúdos ensinados (LUCKESI, 2014, p. 70).

Existem diversos instrumentos para a avaliação da aprendizagem: provas, testes de múltipla escolha, tarefas, exercícios, redações, seminários, portfólio, autoavaliação, entre outros¹⁹. De acordo com Lima, Grillo e Harres (2010), a seleção e organização dos instrumentos para a avaliação da aprendizagem estão diretamente relacionados com o que o professor identifica como tópicos essenciais a serem aprendidos pelos estudantes. Logo, conforme o que o professor deseja observar, ele optará por um instrumento ou outro, ou, ainda, optará por mais de um tipo de instrumento.

¹⁹ Não é intenção, neste texto, discutir sobre os diferentes instrumentos para avaliação da aprendizagem. Para quem desejar se aprofundar nesse assunto deixamos, como sugestão, a leitura do livro *Por que falar ainda em avaliação?* organizado por Grillo e Gessinger, lançado pela editora EDIPUCRS em 2010.

Apoiadas em Vieira (1993), Depresbiteris e Tavares (2009, p. 71) apontam seis critérios que embasam a escolha do(s) instrumento(s) para a avaliação da aprendizagem a ser(em) utilizado(s), sendo eles:

- adequação ao que se deseja avaliar e aos princípios da própria avaliação;
- possibilidades de adaptação a situações diversas;
- potencial em termos de desenvolvimento do aluno e de tomada de decisões no processo de ensino e aprendizagem;
- capacidade de abarcar o que se deseja avaliar;
- articulação do que será avaliado com o que foi ensinado;
- fundamentação teórica conhecida.

Thorndike (1973, *apud* DEPRESBITERIS; TAVARES, 2009, p. 59-60) aponta alguns problemas relativos aos instrumentos para avaliação da aprendizagem:

- Os programas dos cursos apresentam objetivos que abarcam, na maioria das vezes, uma ampla variedade de habilidades cognitivas que vão da simples memorização de conhecimentos à análise e aplicação de princípios. Ocorre, quase sempre, que os instrumentos medem apenas a memorização e a compreensão de determinado conteúdo.
- As instruções e questões são ambíguas, a tarefa proposta geralmente apresenta-se incompleta, o que resulta em respostas que não correspondem ao esperado pelo professor.
- As características dos instrumentos não estão adequadas ao propósito do professor sobre seus objetivos. O docente está interessado em verificar o domínio dos alunos com relação à análise e solução de problemas, mas elabora uma prova que verifica tão-somente os conteúdos que o aluno deve dominar para resolver o problema e não as estratégias que levariam à sua resolução.

Luckesi (2014) afirma que, para evitar fragilidades no instrumento, a sua elaboração deve contemplar quatro características. A primeira delas é a sistematicidade, pois o instrumento “deve ser capaz de coletar *todos* os dados necessários para revelar se o educando aprendeu *tudo* o que deveria ter aprendido, ou não” (LUCKESI, 2014, p. 74). A segunda característica é que o instrumento deve ter uma linguagem compreensível ao estudante. Os instrumentos elaborados pelo professor também devem apresentar compatibilidade entre os conteúdos ensinados e os solicitados, entre os níveis de dificuldade (ensina-se fácil, pede-se difícil), entre os níveis de complexidade (ensina-se simples, pede-se complexo) e compatibilidade metodológica (ensina-se com uma metodologia, pergunta-se com outra). Por fim, os instrumentos devem ter precisão, pois, “sem precisão, o educando poderá responder

à pergunta a partir do seu entendimento e não a partir de um entendimento unívoco com o do professor” (LUCKESI, 2014, p. 80).

Ou seja, a escolha e a elaboração de instrumentos para a avaliação da aprendizagem não constituem tarefas fáceis. Para evitar as fragilidades levantadas, Depresbiteris e Tavares (2009, p. 60) orientam aos professores responderem as seguintes questões, antes de elaborarem um instrumento para avaliação da aprendizagem:

- Quais as finalidades da avaliação?
- O que será avaliado?
- Quais os critérios de avaliação?
- Qual o tempo que se dispõe para a avaliação?
- Como zelar pela qualidade dos instrumentos?
- Que uso se fará das informações obtidas?

Vale ressaltar que a aprendizagem do estudante é interna, portanto, inacessível ao professor. O professor apenas tem acesso ao desempenho do estudante, que é externado nos instrumentos para avaliação. Por isso a importância e relevância de se discutir e refletir sobre a escolha e elaboração de instrumentos para a avaliação da aprendizagem. Um instrumento mal elaborado não permitirá ao professor uma boa análise do que foi aprendido, ou não, pelo estudante.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: PRESSUPOSTOS EPISTEMOLÓGICO, ONTOLÓGICO E METODOLÓGICO

Tradicionalmente, o ensino da Matemática tem o professor como figura central, de modo que cabe a ele decidir e transmitir o que o estudante deve aprender. Nesse contexto, talvez, o termo mais adequado seja *apreender* os conhecimentos, isto é, os estudantes capturam os conhecimentos fornecidos pelo professor. Nesse modo de ensino dito *tradicional*, o professor discursa suas ideias e seus conhecimentos e a aprendizagem do estudante é medida por meio da reprodução de definições e procedimentos, no sentido de verificar quanto da mensagem do professor foi apreendida e reproduzida pelo estudante. Essa forma de ensino em que o estudante é considerado uma tábula rasa na qual o professor “deposita” seus conhecimentos Freire (1979) denomina a *educação bancária*.

Esse modelo, alinhado com o modelo da racionalidade técnica, tem predominado na formação profissional dos professores que a reproduzem nas salas de aula da Educação Básica (DINIZ-PEREIRA, 2014). Nesse padrão, “o professor é visto como um técnico, um especialista que rigorosamente põe em prática as regras científicas e/ou pedagógicas” (DINIZ-PEREIRA, 2014, p. 36).

Na perspectiva de mudança e superação dessa forma de ensino com relação à Matemática, principalmente no âmbito da Educação Básica, diferentes metodologias ancoradas nos pressupostos da Educação Matemática têm sido propostas. Dentre elas, a Modelagem Matemática.

A Modelagem Matemática tem sua origem na Matemática Aplicada e, portanto, sua adaptação para a Educação Matemática não é imediata. A Modelagem Matemática na perspectiva da Matemática Aplicada é um método de pesquisa cujo objetivo é encontrar respostas o mais precisas possível para dado problema, por meio da Matemática. Utilizar a Modelagem Matemática *ipsis litteris* em sala de aula nada de novo traz ao ensino, de modo que o professor continuará a transmitir o conhecimento, só que justificado pela necessidade do problema.

Logo, adaptar a Modelagem Matemática para o campo educacional segundo os pressupostos da Educação Matemática é transpor essa visão de ensino na perspectiva do modelo de racionalidade técnica, trazendo novas bases teóricas, como o modelo de racionalidade crítica.

No modelo da racionalidade crítica, a educação é historicamente localizada – ela acontece contra um pano de fundo sócio histórico e projeta uma visão do tipo de futuro que nós esperamos construir –, uma atividade social – com consequências sociais, não apenas uma questão de desenvolvimento individual –, intrinsecamente política – afetando as escolhas de vida daqueles envolvidos no processo – e finalmente, problemática – “seu propósito, a situação social que ele modela ou sugere, o caminho que ele cria ou determina relações entre os participantes, o tipo de meio na qual ele trabalha e o tipo de conhecimento para o qual ele dá forma” (CARR e KEMMIS: 1986, p. 39) (DINIZ-PEREIRA, 2014, p. 39).

Na sequência, trazemos a conhecer a concepção adotada de Modelagem Matemática na Educação Matemática, entendida como uma metodologia de ensino. Na continuidade, a Modelagem Matemática na Educação Matemática é assinalada como facilitadora do desenvolvimento e da aprendizagem dos estudantes conforme a concepção de desenvolvimento e aprendizagem de Vygotsky.

3.1 Modelagem Matemática na Educação Matemática: uma metodologia de ensino

Segundo Kilpatrick (1996), eram chamados de educadores²⁰ matemáticos aqueles que se preocupavam com as condições do ensino da Matemática, o que levou esse autor a entender que a Educação Matemática é um antigo campo de atividade, pois desde que existe a Matemática, ela tem sido ensinada. Além disso, a Educação Matemática passou a ser reconhecida quando a formação de professores se tornou uma função importante nas Universidades, nos anos finais do século XIX (KILPATRICK, 1996).

De acordo com Miguel *et. al.* (2004), foi na virada para o século XX que John Dewey deu os primeiros passos na direção de tornar a Educação Matemática uma área de pesquisa, ao publicar, em 1895, o livro *Psicologia do número*, que pregava uma relação mais cooperativa entre o estudante e o professor e uma integração entre as disciplinas escolares.

²⁰ De acordo com Kilpatrick (1996), o termo educador é utilizado nos Estados Unidos como um meio de evitar conotações desagradáveis, pois o professor é visto, muitas vezes, como um pedante prolixo.

Para Miguel *et. al.* (2004), o passo mais importante na constituição da Educação Matemática como uma subárea interdisciplinar da Matemática e da Educação foi a publicação de Félix Klein em 1908, na qual ele defendia que o professor levasse em conta o processo psíquico do estudante e que as escolas deviam se ater mais às bases psicológicas do que às sistemáticas.

Ao lado da Matemática, a Psicologia deu suporte ao campo da Educação Matemática, uma vez que, apoiados nos conhecimentos da Psicologia, os futuros educadores se preparavam para ensinar Matemática estudando como as crianças aprendiam (KILPATRICK, 1996). Mais tarde, “elas se juntaram a outras disciplinas, como a Antropologia, Sociologia, Epistemologia, Ciência Cognitiva, Semiótica e Economia” (KILPATRICK, 1996, p. 111).

Rius (1989) afirma que existem diversos pontos de vista que buscam explicar a natureza da Educação Matemática, sendo que cada um deles possui um enfoque distinto e dá ênfase a um aspecto particular. Apesar desses distintos enfoques, de maneira geral, todos consideram a Educação Matemática “[...] como uma atividade operacional fundamentada em uma variedade de áreas de estudos e cujo objetivo é analisar a comunicação em Matemática” (WAIN, 1978, apud RIUS, 1989, p. 30)²¹.

Burak (2010) destaca que diferentes discursos parecem emergir do entendimento que se tem de Educação Matemática. Para o referido autor, algumas questões, geralmente deixadas em segundo plano, necessitam ser (re)pensadas com mais cuidado:

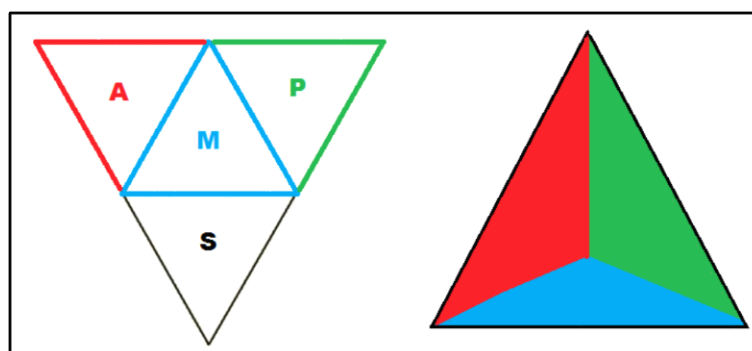
[...] é necessário se perguntar de qual “educação matemática” se fala? Será que todos entendem essa expressão de uma mesma forma? Será que ao pronunciarmos essa expressão estamos todos considerando os mesmos elementos? Quais elementos estão sendo considerados? Será que há uma única forma de conceber a educação matemática? Será que as práticas sob a denominação de Educação Matemática são iguais? [...] (BURAK, 2010, p. 11).

Essas questões indicam a necessidade de explicitarmos como concebemos a Educação Matemática. Desse modo, no decorrer deste texto, as respostas apresentadas são de caráter pessoal, isto é, posicionamo-nos frente às questões levantadas por Burak (2010) sem pormos em discussão ou em confronto outras possíveis respostas, uma vez que tal discussão foge do escopo deste trabalho.

²¹ Tradução de: “[...] como una actividad operacional fundamentada en una variedad de áreas de estudio y cuyo objetivo es el análisis de la comunicación en las Matemáticas”.

Assim, a concepção de Educação Matemática adotada está ancorada na compreensão de Higginson (1980), na qual a Educação Matemática pode ser descrita por meio de um tetraedro denominado MAPS, cujas faces representam os domínios da Matemática (M), da Filosofia (A), da Psicologia (P) e da Sociologia (S), conforme ilustra a FIGURA 3.1. Essas quatro áreas correspondem, respectivamente, ao que se ensina, por que se ensina, quando e como se ensina e, a quem e onde se ensina.

FIGURA 3.1: Tetraedro MAPS.



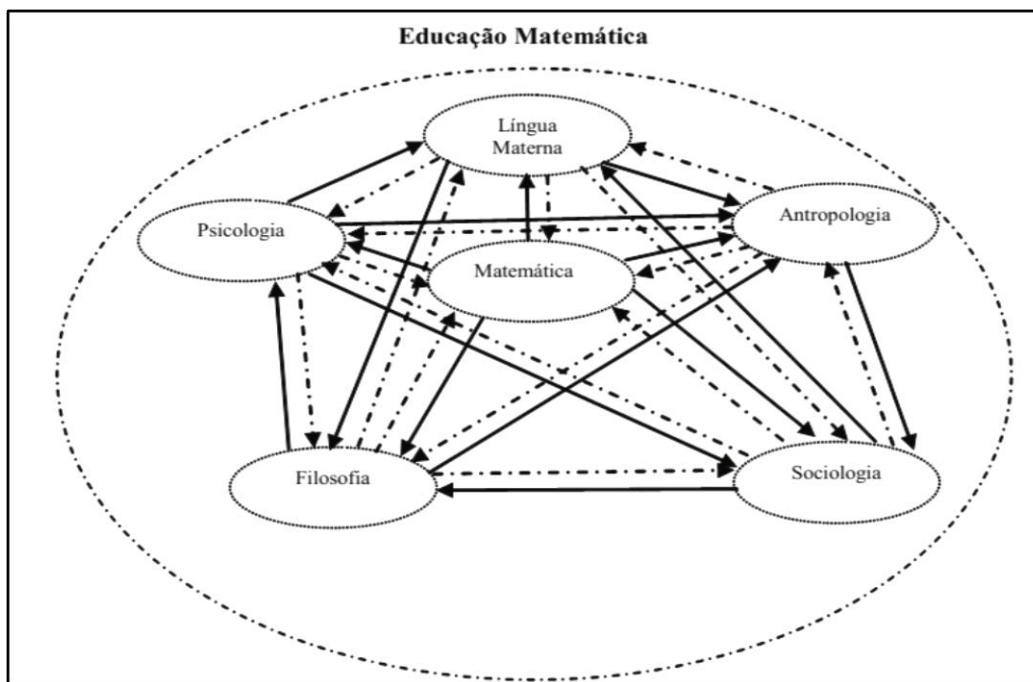
Fonte: A autora.

Para Higginson (1980), ao vértice MAP, por exemplo, confluem os interesses da Matemática, Filosofia e Psicologia, como é o caso dos estudos de Piaget. De forma análoga, os demais vértices e arestas do tetraedro representam a intersecção entre os campos de estudo das áreas da Matemática, da Filosofia, da Psicologia e da Sociologia. Ou seja, a FIGURA 3.1 ilustra, além das quatro faces que representam os interesses de cada uma de suas respectivas áreas, os quatro vértices (MAP, MAS, MPS, APS) que são os pontos de confluência das áreas que compõem o tetraedro, tomadas três a três e, as seis arestas (MA, MP, MS, AP, AS, OS), que indicam a intersecção das faces constituídas pela Matemática, Filosofia, Psicologia e Sociologia, que compõem o tetraedro, tomadas duas a duas.

Como a Educação Matemática está em desenvolvimento, esta representação geométrica tridimensional pode ser modificada conforme a contribuição de outras áreas do conhecimento. Além disso, as arestas que não estão diretamente ligadas à Matemática, como é o caso da aresta AS, que é a intersecção dos interesses da Filosofia com os da Sociologia, podem levar o leigo a interpretar que na área da Educação Matemática existem estudos que não envolvem a Matemática e, parece estranho admitir uma Educação Matemática sem a Matemática! Essas preocupações são refletidas por Burak e Klüber (2008), que propõem um novo esquema ilustrativo para a Educação Matemática (FIGURA 3.2), no qual a Matemática figura num mesmo

plano (não fechado, o que indica que outras áreas do conhecimento podem compor esse plano) que as demais áreas do conhecimento que subjazem à Educação e todas elas interligadas entre si.

FIGURA 3.2: As diferentes áreas que compõem a Educação Matemática



Fonte: BURAK; KLÜBER, 2008, p. 98.

Essas interlocuções entre as diferentes áreas do conhecimento esboçadas na FIGURA 3.2 sugerem que o educador matemático se valha de suas concepções filosóficas, sociológicas, psicológicas, etc. em sua prática pedagógica, ou seja, as escolhas do educador estão imbricadas com a sua concepção de homem e de mundo.

[...] A visão de que tipo de “homem” que se pretende formar para enfrentar os desafios do século XXI é uma questão que tem a ver com a forma de se ensinar e com o que se quer com essa forma de ensinar. Esta questão provoca e invoca algumas respostas: desejamos um cidadão que desenvolva a autonomia, que seja crítico, capaz de trabalhar em grupo, capaz de tomar decisões diante das situações do cotidiano, da sua vida familiar, da sua vida profissional, ou de sua condição de cidadão (BURAK, 2010, p. 17).

Sendo assim, é possível afirmar que a Educação Matemática que se defende está alinhada a uma concepção de Educação na qual se abomina a imposição de fórmulas, o discurso de aulas, a imposição de conteúdos em face de prevalecer as práticas educativas que permitam ao estudante pensar, recriar, agir, inventar e reinventar.

Propor situações em sala de aula que permitam e estimulem o pensamento, a reflexão, o questionamento, a participação, o posicionamento, o diálogo, contribuem de forma significativa na formação do estudante como cidadão atuante. O professor também necessita estimular o estudante para que participe do seu próprio processo de construção do conhecimento e, para isso, o professor deve lançar mão de metodologias de ensino que sejam compatíveis com tais propósitos.

É no contexto da concepção de Educação Matemática apresentada que se vislumbra a Modelagem, já que esta metodologia de ensino favorece aos educandos estudar conceitos matemáticos e admite construir uma visão mais abrangente de aspectos do seu cotidiano.

Essa afirmação é pautada na concepção que se adota nesta tese de que “a Modelagem Matemática se constitui em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões” (BURAK; 1992, p. 62). Ainda, Burak (1992) afirma que uma atividade com modelagem parte de duas premissas: o tema a ser estudado deve partir do interesse do grupo de estudantes e os dados a serem utilizados no estudo devem ser coletados, sempre que possível, onde se dá o interesse do grupo.

A primeira delas diz respeito ao interesse do grupo de pessoas envolvidas, pois segundo o autor, a Psicologia explica que muitas de nossas ações são motivadas pelo interesse, de modo que é o interesse que gera envolvimento com o tema em estudo e sustenta os procedimentos e os encaminhamentos realizados durante a atividade com modelagem. A segunda premissa é a de que os dados devem ser coletados no ambiente onde se localiza o interesse do grupo, o que pode ser compreendido como uma pesquisa etnográfica e, assim, o ensino e a aprendizagem se encaixam em um contexto mais amplo.

A partir das experiências vivenciadas, Burak (2010) sugere 5 etapas que podem favorecer os encaminhamentos das atividades com modelagem em sala de aula, sendo elas: a escolha do tema; a pesquisa exploratória; o levantamento do(s) problema(s); a resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema e a análise crítica da(s) solução(ões).

O tema deve ser escolhido a partir do interesse e da curiosidade do grupo de estudantes envolvidos, seguindo a primeira premissa supracitada. Com isso, é provável que cada grupo possua um tema de interesse e, caso o professor tenha

pouca experiência com a metodologia, poderá entrar em acordo com a turma e trabalhar um tema de cada vez. A premissa de os próprios estudantes escolherem seu tema de interesse conforma a perspectiva de que o estudante deve deixar de ser “seguidor” para se tornar um “buscador”, isto é, o estudante pode desenvolver autonomia, iniciativa e liberdade de conjecturar, “competências necessárias à formação de um cidadão capaz de fazer a diferença em sua comunidade” (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 90). Dar liberdade aos estudantes escolherem temas de seus interesses pessoais para dar início ao ensino evidencia o diálogo entre o professor e o estudante e permite que os estudantes tomem consciência da sua participação no processo da própria aprendizagem, uma vez que o professor deixa de impor os assuntos que serão estudados e partilha a responsabilidade da aprendizagem.

A pesquisa exploratória, seguindo a premissa de que os dados devem ser coletados no ambiente onde se localiza o interesse do grupo, possibilita a formação de um estudante mais crítico, mais atento, com atitudes e postura voltadas para a investigação. A busca por dados e informações relacionados ao tema faz com que os estudantes se organizem em como o grupo deve proceder, definindo os procedimentos de coleta de dados, que tipo de informações desejam, a quem devem perguntar, o que devem perguntar. “Saber como organizar os dados e como fazer o tratamento desses dados, constitui-se um importante valor formativo do nosso estudante” (BURAK, 2010, p. 21). Além disso, a fase da pesquisa exploratória possibilita aos estudantes se inserirem e discutirem acerca das problemáticas que os rodeia.

A partir da pesquisa exploratória do tema, algumas questões e indagações vão sendo estabelecidas e, neste processo, ocorre o levantamento do(s) problema(s) que serão investigados, que é a terceira etapa proposta por Burak (2010). Essa terceira etapa auxilia no desenvolvimento da autonomia do estudante e na capacidade de articular informações, pois o tratamento dado às informações coletadas, a construção de hipóteses, a análise e a tomada de decisões são feitas pelo estudante de forma livre.

Construir no estudante a capacidade de levantar e propor problemas, advindos dos dados coletados e mediada pelo professor é, sem dúvida, um privilégio educativo. Constitui-se nos primeiros passos para desenvolver no estudante a capacidade cidadã de traduzir e transformar situações do cotidiano em situações matemáticas, para quantificar uma situação e nas ciências sociais e humanas buscar as

soluções que muitas vezes não são matemáticas, mas de atitudes e comportamento (BURAK, 2010, p. 22).

É na quarta etapa, a da resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, que o conteúdo matemática ganha importância e significado (BURAK, 2010). Caso a resolução do problema necessite de alguma ferramenta matemática, ainda não conhecida dos estudantes, cabe ao professor, na condição de mediador, proporcionar ao estudante a construção desse conhecimento, podendo optar por diferentes formas de investigação, auxiliar em pesquisas no livro-texto ou internet.

A etapa referente à análise crítica da(s) solução(ões) é o momento para o professor analisar e discutir junto com os estudantes as soluções encontradas, as hipóteses levantadas e a relação entre elas. Essa quinta etapa possibilita o aprofundamento tanto dos aspectos matemáticos quanto dos não matemáticos trabalhados durante a atividade com modelagem.

Objetiva-se, nesta fase, discutir as ações decorrentes de uma constatação matemática, ou não, que resultou em um problema ou uma situação-problema, as consequências das decisões tomadas, as relações, as repercussões em vários níveis (dentre eles o individual, familiar e comunitário) e as relações possíveis sob diversos enfoques [...] (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 100).

A partir da descrição das etapas da Modelagem Matemática na Educação Matemática, é possível vislumbrar essa metodologia de ensino como possibilidade de estimular atitudes de análise e reflexão, de participação em grupo, de compreensão que a Matemática pode ser utilizada como uma ferramenta para resolver problemas do cotidiano, de partilha da responsabilidade no processo de aprendizagem. Sendo assim, é propício discorrer sobre aprendizagem, tratada na próxima seção.

3.2 Aproximações entre a Modelagem Matemática na Educação Matemática e a teoria sócio-histórico-cultural de Vygotsky

Ao reconhecer que a Modelagem Matemática na Educação Matemática é pautada em atividades nas quais os estudantes trabalham em grupos e, portanto, propicia a interação entre os sujeitos envolvidos na construção do conhecimento (estudantes e professor), reconhece-se também a importância da interação social.

A interação social e o intercâmbio entre estudantes e entre o estudante e o professor, uma das características intrínsecas à concepção de modelagem adotada, remetem aos pressupostos teóricos de Lev Semenovitch Vygotsky, psicólogo bielorrusso que entende a interação social como imprescindível à aprendizagem. Nas palavras do autor: “[...] o aprendizado humano pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças penetram na vida intelectual daquelas que as cercam” (VYGOTSKY, 1991, p. 59). Nessa acepção fica explicitado que é por meio da interação social que se dá a aprendizagem.

Nesta seção abordamos a teoria sócio-histórico-cultural de L. S. Vygotsky, destacando, mais especificamente, os aspectos relacionados à aprendizagem e ao ensino, uma vez que estes aspectos estão diretamente ligados aos propósitos desta investigação.

Assim, na sequência trazemos algumas aproximações entre a aprendizagem e o ensino na visão de Vygotsky (1991; 2001; 2010) e a Modelagem Matemática na Educação Matemática conforme argumentada por Burak (1992; 2010).

3.2.1 A teoria de Vygotsky: em foco a aprendizagem e o ensino

A teoria de Vygotsky (1896-1934) aponta que o desenvolvimento cognitivo acontece por meio das relações interpessoais com referência ao contexto social, histórico e cultural no qual ocorre. Segundo Ivic (2010), é difícil definir a especificidade da teoria de Vygotsky, uma vez que é uma teoria fundamentada nas seguintes ideias: sociabilidade do homem, interação social, signo e instrumento, cultura, história, funções mentais superiores.

E se houvesse que reunir essas palavras e essas fórmulas em uma única expressão, poder-se-ia dizer que a teoria de Vygotsky é uma “teoria sócio-histórico-cultural do desenvolvimento das funções mentais superiores”, ainda que ela seja chamada mais frequentemente de “teoria histórico-cultural” (IVIC, 2010, p. 15).

Não é o caso de considerar o meio social apenas como uma variável importante no desenvolvimento cognitivo do sujeito, pelo contrário, na perspectiva da teoria sócio-histórico-cultural o desenvolvimento cognitivo é a conversão de relações estabelecidas socialmente em funções mentais. “Não é através do desenvolvimento cognitivo que o indivíduo se torna capaz de socializar, é através da socialização que

se dá o desenvolvimento dos processos mentais superiores” (MOREIRA, 2016, p. 19). É por meio da mediação, processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação, que as relações sociais se convertem em funções psicológicas.

Quer dizer, a conversão de relações sociais em funções mentais superiores não é direta, é mediada e essa mediação inclui o uso de instrumentos e signos. Esse processo de interiorização implica uma mediação essencialmente humana e semiótica na qual a linguagem e, em particular, a palavra, é essencial (MOREIRA, 2016, p. 19).

Vale destacar que Vygotsky entende que desenvolvimento e aprendizagem não são sinônimos e nem processos coincidentes. Para o referido autor,

[...] o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em operação com seus companheiros. Uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento independente da criança (VYGOTSKY, 1991, p. 60-61).

Segundo os pressupostos Vygotskyanos, é por meio da aprendizagem que se pode despertar o desenvolvimento de Funções Psicológicas Superiores²² (FPS), tais como a intenção, o planejamento, a atenção, a memória, a formação de conceitos. Logo, o desenvolvimento humano está ligado de maneira intrínseca à aprendizagem, que se dá em determinado grupo social e a partir da interação com os demais.

Resumindo, o aspecto mais essencial de nossa hipótese é a noção de que os processos de desenvolvimento não coincidem com os processos de aprendizado. Ou melhor, o processo de desenvolvimento progride de forma mais lenta e atrás do processo de aprendizado; desta sequenciação resultam, então, as zonas de desenvolvimento proximal (VYGOTSKY, 1991, p. 61).

De acordo com Vygotsky (1991), existem dois níveis de desenvolvimento. “O primeiro nível pode ser chamado de nível de desenvolvimento real, isto é, o nível de desenvolvimento das funções mentais da criança que se estabeleceram como resultado de certos ciclos de desenvolvimento já completados” (VYGOTSKY, 1991, p. 57). O segundo, é o nível de desenvolvimento potencial, “determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com

²² As FPS são funções que exigem consciência e controle deliberado.

companheiros mais capazes” (VYGOTSKY, 1991, p. 58). É nessa perspectiva que se destaca a zona de desenvolvimento proximal (ZDP).

Vygotsky (2001) define a ZDP como a diferença entre a idade mental real de uma criança (estudante) e o nível que ela atinge quando resolve problemas com o auxílio de outras pessoas mais experientes. Ou seja, a ZDP é a distância entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial.

A ZDP está em constante modificação, pois é formada por funções que ainda não amadureceram, mas estão em processo de maturação. Tão logo uma função amadureça, ou seja, torne-se um desenvolvimento real, uma nova ZDP é estabelecida.

A teoria desenvolvida por Vygotsky traz implicações imediatas para o ensino escolar. Compreender a aprendizagem como um processo de internalização²³ do estudante revela que a aprendizagem está associada às ações e às reflexões desse estudante no ambiente escolar. A partir desse entendimento, não faz sentido pensar em aprendizagem por meio de metodologias nas quais apenas o professor fala, não permite a interação entre os demais sujeitos e exige a correta aplicação e manipulação de conceitos.

Outra implicação está no objetivo do ensino. Uma vez que a aprendizagem e o desenvolvimento são importantes, a escola tem papel essencial;

[...] a escola [deve] dirigir o ensino não para etapas intelectuais já alcançadas, mas sim para estágios de desenvolvimentos ainda não incorporados pelos alunos, funcionando como um motor de novas conquistas psicológicas. Para a criança que frequenta a escola, o aprendizado escolar é elemento central no seu desenvolvimento (OLIVEIRA, 2001, p. 62).

Por isso que Vygotsky (2010, p. 114) aponta que “o único bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento”. Assim, o professor deve buscar identificar os desenvolvimentos, ainda não internalizados pelos estudantes em vistas de propor tarefas que provoquem avanços que não ocorreriam espontaneamente (OLIVEIRA, 2001).

Entretanto, a aprendizagem escolar não parte do zero. Para exemplificar tal afirmação, Vygotsky (2010) lança mão do exemplo de uma criança que antes de

²³ Segundo Vygotsky (1991, p. 40), “internalização é a reconstrução interna de uma operação externa”. A internalização envolve a operação de reconstruir uma atividade externa para tornar-se uma atividade interna e a transformação de um processo interpessoal em intrapessoal.

frequentar a escola e as aulas de Matemática já adquiriu determinada experiência referente a quantidades, a operações de divisão e adição. Por esse motivo o autor coloca que a criança teve uma pré-escola de aritmética e, ao chegar à escola, traz consigo alguns conceitos (VYGOTSKY, 2010).

A partir das obras de Vygotsky, Martins (2011, p. 14) define conceito como “uma parte ativa do processo intelectual, constantemente a serviço da comunicação, do entendimento e da solução de problemas”. Além disso,

[...] os conceitos originam-se a partir de um processo que se inicia na fase mais precoce da infância. O processo de aquisição/construção de conceitos se traduz num conjunto de desafios: o de se destacar das situações e objetos; o de destacar um objeto do outro; o de decompor, analisar, sintetizar objetos e situações; o de generalizar o aprendido em utilização concomitante ou posterior (MARTINS, 2011, p. 14).

Vygotsky (2001) coloca a existência de dois tipos de conceitos: os conceitos espontâneos (ou quotidianos) e os conceitos científicos. Moysés (2007, p. 35) resume esses dois conceitos da seguinte maneira:

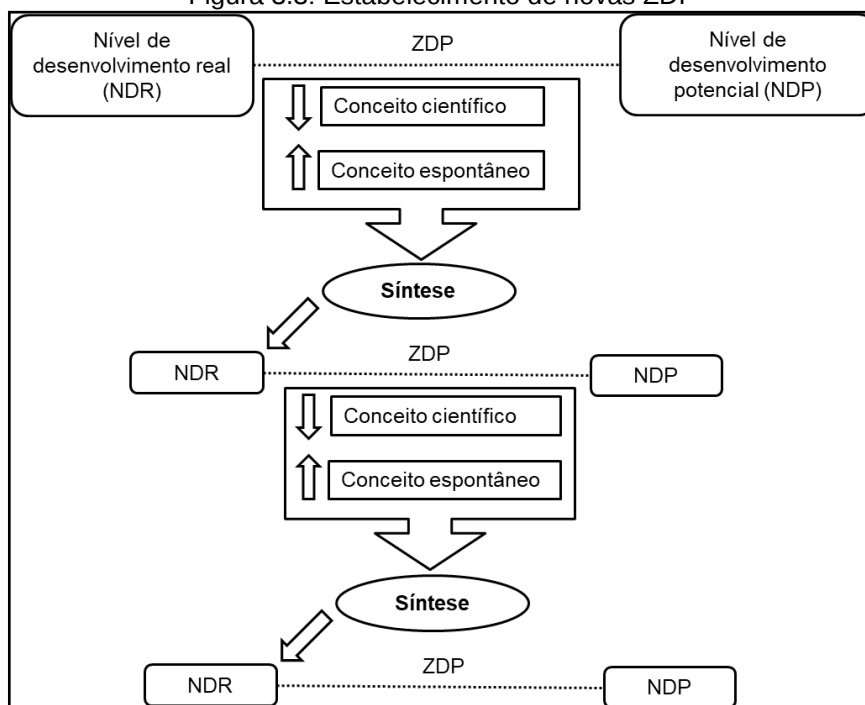
[...] os primeiros como sendo aqueles que a criança aprende no seu dia a dia, nascidos do contato que ela possa ter tido com determinados objetos, fatos, fenômenos, etc., dos quais ela não tem sequer consciência. E os últimos, como sendo aqueles sistematizados e transmitidos intencionalmente, em geral, segundo uma metodologia específica. São, por excelência, os conceitos que se aprendem na situação escolar.

Embora sejam diferentes, os conceitos espontâneos e científicos estão inter-relacionados. Os conceitos espontâneos, ligados diretamente a situações concretas, fornecem concretude aos conceitos científicos, que são abstratos. O movimento contrário também é válido. Sobre isso, Vygotsky (2001, p. 108) escreve:

[...] ao forçarem lentamente o seu caminho ascendente, os conceitos quotidianos abrem caminho para os conceitos científicos e o seu desenvolvimento descendente. Cria uma série de estruturas necessárias para a evolução dos aspectos mais primitivos e elementares de um conceito, que lhe dão corpo e vitalidade. Os conceitos científicos, por seu turno, fornecem estruturas para o desenvolvimento ascendente dos conceitos espontâneos da criança rumo à consciência e à utilização deliberada. Os conceitos científicos desenvolvem-se para baixo, através dos conceitos espontâneos; os conceitos espontâneos desenvolvem-se para cima, através dos conceitos científicos.

Para Vygotsky (2001), os conceitos científicos e os espontâneos são confrontados e o nível de desenvolvimento real do estudante é ampliado após a realização de uma síntese entre esses dois tipos de conceitos. Esse processo de confronto e síntese ocorre na zona de desenvolvimento proximal, ou seja, na distância existente entre o que o estudante é capaz de fazer sozinho (desenvolvimento real) e o que ele consegue fazer com o auxílio de outro (desenvolvimento potencial). Da síntese, o estudante amplia seu nível de desenvolvimento real, de modo que uma nova ZDP é estabelecida. Esse processo ocorre de forma recorrente, conforme exposto na figura.

Figura 3.3: Estabelecimento de novas ZDP



Fonte: A autora.

Desse modo, conforme propõe Oliveira (2001), o ensino escolar deve ter como ponto de partida o nível de desenvolvimento real do estudante e como ponto de chegada os objetivos estabelecidos pelo professor, os quais devem estar adequados ao nível de conhecimento e de habilidades de cada estudante.

A partir do que aqui foi exposto, neste relatório de pesquisa, apoiados na teoria vygotskyana, assumimos a aprendizagem como um processo pelo qual o estudante internaliza conceitos a partir do seu contato pessoal com as pessoas e com o meio social que o cercam. Assim, o professor precisa assumir a responsabilidade de escolher metodologias de ensino que considerem situações em sala de aula que

estimulem a aprendizagem e o desenvolvimento das Funções Psicológicas Superiores como o pensamento, a reflexão, o posicionamento, o diálogo.

3.2.2 Interlocuções entre a teoria vygotskyana e a Modelagem Matemática na Educação Matemática

A teoria sócio-histórico-cultural de L.S. Vygotsky tem sido recentemente abordada em diversos trabalhos que discutem sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática (TORTOLA, 2012; VERTUAN, 2013; VERTUAN; BORSSOI; ALMEIDA, 2013, BOLDT *et. al*, 2013; KACZMAREK, 2014; SILVA; SILVA; ROSA, 2015; TORTOLA, 2016). Assim, nesta investigação, tencionamos ampliar possibilidades de aproximação entres esses dois aportes teóricos.

Para traçarmos algumas dessas aproximações reiteramos que, a partir de Burak (1992; 2010), compreendemos a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino que possibilita aos estudantes, reunidos em grupos, estudarem situações do seu contexto social, sendo ponto de partida desse estudo um tema de interesse dos grupos. Essa compreensão de Modelagem traz consigo a característica intrínseca de o tema a ser estudado estar vinculado aos interesses dos estudantes e, também, que a aprendizagem acontece por meio de um trabalho colaborativo²⁴.

Para que esse trabalho colaborativo ocorra, é necessário que durante as atividades com modelagem

[...] se estabeleça um diálogo entre os componentes do grupo, de modo que duas diferentes percepções e estratégias conversem e constituam uma terceira, por assim dizer, mais coletiva e elaborada, faz-se necessário que os alunos, primeiro, saibam expressar – descrever – seus processos de pensamento e; segundo, estejam abertos a compreender o modo de pensar do outro sob a ótica do outro (na medida do possível) e abertos à reelaboração de suas ideias (VERTUAN; 2013, p. 45).

É na experiência com atividades colaborativas, em conjunto com os demais, que Vygotsky entende que ocorre o desenvolvimento. Segundo Moysés (2007), os estudos realizados por Vygotsky e seus colaboradores apontam que, de maneira

²⁴ Assim como Vertuan (2013), entendemos que um trabalho é colaborativo quando os estudantes reunidos em grupo trabalham juntos, se apoiam mutuamente, compartilham a responsabilidade pela condução das ações e visam atingir objetivos comuns elencados pelo próprio grupo.

geral, o desenvolvimento acontece do social para o individual, isto é, “uma função compartilhada por duas pessoas torna-se um modo de organização de cada indivíduo, no qual a ação intersíquica vai se transformando em ação intrapsíquica” (MOYSÉS, 2007, p. 52). Essa é uma primeira aproximação entre a concepção de Modelagem Matemática adotada e a teoria sócio-histórico-cultural Vygotskyana.

Uma segunda aproximação se sustenta na relação dos estudantes com a situação social promovida pela Modelagem Matemática. Sob a ótica da teoria sócio-histórico-cultural, uma situação social só é capaz de levar ao desenvolvimento cognitivo se ela estiver relacionada ao sujeito (MOYSÉS, 2007). Sabendo que a essência de uma atividade com modelagem é investigar um tema proposto pelos próprios estudantes, optar por essa metodologia de ensino implica em transformar o ambiente de sala de aula em um ambiente de investigação de uma situação social próxima dos estudantes, capaz de levá-los ao desenvolvimento.

Na teoria Vygotskyana, aprendizagem e desenvolvimento não são sinônimos e nem processos coincidentes, porém, a correta organização da aprendizagem conduz ao desenvolvimento (VYGOTSKY, 2010). Logo, se a Modelagem Matemática na perspectiva adotada é capaz de levar o estudante ao desenvolvimento cognitivo leva, antes, à aprendizagem.

Conforme anunciado anteriormente, assumimos a aprendizagem como um processo pelo qual o estudante internaliza conceitos a partir do seu contato pessoal com as pessoas e com o meio social que o cercam. É característica essencial da aprendizagem gerar a zona de desenvolvimento proximal (ZDP). Isto é, as interações sociais que provocam a aprendizagem determinam e, ao mesmo tempo, agem sobre a ZDP, que tem como limite inferior o nível de desenvolvimento real e, como limite superior, o nível de desenvolvimento potencial. Esse limite superior é determinado por processos instrucionais, como é o caso do ensino formal escolar, que ocorrem por meio da interação social (MOREIRA, 2016).

Disso, segue que o ensino escolar é uma das principais fontes de conceitos e também uma poderosa força na orientação do desenvolvimento cognitivo (VYGOTSKY, 2001). Para além, é papel do professor promover um ensino que se adiante ao desenvolvimento (VYGOTSKY, 2010). No entanto, o professor deve estar atento ao modo como conduz o ensino, uma vez que, “[...] processos já consolidados, por um lado, não necessitam de ação externa para serem desencadeados; processos ainda nem iniciados, por outro lado, não se beneficiam dessa ação externa”

(OLIVEIRA; 2001, p. 61). Por exemplo, no Ensino Fundamental é comum que ao resolver equações do segundo grau que não possuem raiz real, o professor diga ao estudante que não existe raiz de número negativo, quando, na verdade, a raiz de um número negativo está definida em outro conjunto numérico, os Complexos, que deve ser ensinado, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), apenas no Ensino Médio. Entendemos que se a resolução de uma atividade com modelagem implica em calcular as raízes de uma equação do segundo grau, então o professor tem a oportunidade de ampliar os conhecimentos dos estudantes acerca da existência de outros conjuntos numéricos. Uma vez que a situação social da qual emerge uma atividade com modelagem é próxima ao estudante, embasado pela teoria vygotskyana, a mediação do professor poderá se efetivar em aprendizagem e culminar no desenvolvimento da compreensão dos números complexos.

Assim, nossa compreensão de Modelagem Matemática na Educação Matemática associada aos pressupostos vygotskyanos põe em xeque a linearidade do currículo. Por outro lado, retomando a ideia de Oliveira (2001), na qual afirma que processos, ainda não iniciados não se beneficiam da ação externa. Ou seja, o professor impor o ensino de números complexos quando as situações em estudo não carecem desse conceito, faz apenas para cumprir com o currículo, pouca ou nenhuma contribuição esse ensino trará à aprendizagem e ao desenvolvimento do estudante. No máximo, o estudante saberá repetir e reproduzir esse conceito, sem ter, de fato, compreendido.

Na perspectiva vygotskyana, o professor é um mediador indispensável à aprendizagem, isto é, ele trabalha junto com o estudante, fornece informações, faz perguntas, orienta e corrige erros, com o objetivo de verificar os níveis de desenvolvimento real e potencial, determinando, assim, a zona de desenvolvimento proximal (MOREIRA, 2016). Sendo assim, o professor deve propor ao estudante situações que o estimule a desenvolver a autonomia, permita-lhe criar as próprias estratégias na busca por soluções às situações-problemas e favoreça, também, a internalização dos conceitos (matemáticos). Ou seja, o professor deve promover, em sala de aula, situações de ensino que patrocinem a aprendizagem.

Entendemos que nossa compreensão de Modelagem Matemática na Educação Matemática é uma metodologia de ensino que propicia tais situações, uma vez que a investigação de uma situação-problema durante uma atividade com modelagem é determinada pela ação colaborativa de professor e estudantes e os

encaminhamentos feitos durante essa investigação não são predeterminados, de modo que, ainda que partindo do mesmo tema, diferentes abordagens podem ser realizadas. “Nesse contexto, a apresentação das diferentes resoluções entre os grupos pode contribuir para a aprendizagem dos conceitos envolvidos nas diferentes resoluções, sejam esses de cunho matemático, de estratégias de resolução ou de assuntos extra matemáticos” (VERTUAN, 2013, p. 46).

Além da função de mediador, que visa estabelecer pontes cognitivas entre o conhecimento social e historicamente construído e o conhecimento do estudante, ao se utilizar da metodologia de ensino Modelagem Matemática, o professor agrega outras funções (BURAK; ARAGÃO, 2012; VERTUAN, 2013), tais como: organizador, o que implica em (re)conhecer aspectos relativos às condições socioculturais dos seus estudantes e, a partir disso, selecionar e propor situações adequadas à aprendizagem; incentivador, de modo a estimular e nortear a prática colaborativa em substituição à competitiva, assim como incentivar a troca e o confronto de ideias e pontos de vista, oferecendo e indicando textos, materiais e informações para fundamentá-las; problematizador, uma vez que busca e cria novas hipóteses sobre as situações em estudo, desafiando os estudantes à investigação com perspectivas de aprendizagem; orientador, no sentido de indicar caminhos com vistas a auxiliar o estudante a transpor barreiras; avaliador, que busca identificar e atribuir significados às manifestações dos estudantes, avaliando, assim, o processo de aprendizagem, com a finalidade de verificar se a aprendizagem dos conceitos condiz com o que é aceito socialmente (MOREIRA, 2016), e o processo de ensino que, como uma autoavaliação, foca nos métodos, técnicas e materiais, sempre que verificar diferenças entre o que espera do estudante e o que este apresenta como resultado.

Na interação social que deve caracterizar o ensino, o professor é o participante que já internalizou significados socialmente compartilhados para os materiais educativos do currículo. Em um episódio de ensino, o professor, de alguma maneira, apresenta ao aluno significados socialmente aceitos, no contexto da matéria de ensino [...]. O aluno deve, então, de alguma maneira "devolver" ao professor o significado que captou (MOREIRA, 2016, p. 22).

Isso revela que são os estudantes os responsáveis pela própria aprendizagem. A Modelagem, ao promover a interação entre professor e estudante e entre os próprios estudantes, promove, também, a constante modificação na ZDP de cada um dos envolvidos na atividade com modelagem, suscitando a aprendizagem e,

por consequência, o desenvolvimento cognitivo, ou seja, o desenvolvimento das Funções Psicológicas Superiores (FPS).

Durante as três primeiras etapas de uma atividade com modelagem matemática, escolha do tema, pesquisa exploratória e levantamento do(s) problema(s), a interação se dá mais entre os estudantes, possibilitando o desenvolvimento de FPS como a argumentação, o planejamento, a atenção, a análise e a síntese. A intervenção do professor, nesses momentos, deverá acontecer somente conforme necessidade. Por exemplo, o professor poderá orientar os estudantes em como e onde podem procurar informações referente ao tema escolhido.

A quarta etapa, resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, requer uma maior interação entre o professor e os estudantes, já que é nessa etapa que os conceitos matemáticos que auxiliarão na resolução da situação-problema são utilizados e/ou formalizados. Para resolver os problemas levantados e representar a situação em estudo, os estudantes podem recorrer a conceitos matemáticos que já aprenderam. Caso os estudantes, ainda não tenham os conhecimentos socialmente construídos (conceito científico) necessários para representar a situação ou tenham um conhecimento limitado (conceito espontâneo, muitas vezes oriundo da mediação dos colegas) acerca do conceito envolvido, o professor deve aproveitar a oportunidade para construir esse conhecimento de forma colaborativa.

Para finalizar a atividade com modelagem matemática, os estudantes devem passar à quinta etapa, análise crítica das soluções. Nesse momento, novamente os estudantes têm a possibilidade de desenvolver a argumentação, a atenção, a análise e a síntese, uma vez que o objetivo dessa etapa é analisar e discutir acerca dos encaminhamentos dados durante a atividade e como eles implicam na solução obtida.

Em decorrência das discussões trazidas nessa seção, em episódios de ensino mediados por atividades com modelagem o professor precisa acompanhar os encaminhamentos dados pelos estudantes na busca de indícios da ZDP de cada um deles, ou seja, o professor deve verificar o que os estudantes fazem sozinhos e o que eles ainda precisam de ajuda para realizar de forma satisfatória e, assim, mediar a aprendizagem. Essa verificação pode servir como parâmetro na avaliação da aprendizagem do estudante. Nesse sentido, toca-se em um ponto crucial do sistema escolar: a avaliação da aprendizagem. “Avaliar é uma atividade intrínseca e indissociável a qualquer tipo de ação que vise provocar mudanças” (DARSIE; 1996,

p. 48) e, é propósito da escola provocar modificações nos sujeitos, promovendo a aprendizagem e o desenvolvimento.

Portanto, a *avaliação da aprendizagem*, proposta como uma constatação do que o estudante é capaz de reproduzir do que lhe foi transmitido, geralmente considerada como o limite intransponível pelo estudante, deve passar à *avaliação para a aprendizagem*, servindo ao propósito da aprendizagem do estudante, sua transformação, seu desenvolvimento.

CAPÍTULO 4

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS PRÁTICAS AVALIATIVAS DURANTE AS ATIVIDADES COM MODELAGEM

As duas atividades descritas e analisadas foram desenvolvidas por estudantes do 7º ano e conduzidas pela professora regente da turma, identificada neste trabalho como Maria Flor, e pela pesquisadora, na condição de professora auxiliar. No entanto, durante as atividades, os estudantes se direcionavam tanto à professora Maria Flor quanto à pesquisadora como professora²⁵.

As atividades não são descritas como um todo, isto é, são transcritos apenas os diálogos mais icônicos, denotados nesta tese por episódios, nos quais as professoras fazem algum tipo de avaliação. Outros motivos para que os diálogos ocorridos em sala de aula não estejam aqui descritos na íntegra é por estarem inaudíveis ou por não tratarem de temas que retratam ou interferem diretamente no que se deseja analisar. É importante salientar, também, que os episódios foram organizados de modo a elucidar as práticas avaliativas realizadas pelas professoras em cada uma das cinco etapas da Modelagem Matemática na Educação Matemática propostas por Burak (2010). Assim, os episódios não estão, necessariamente, em ordem cronológica.

A análise, realizada ao passo que se apresenta os episódios, se dá no sentido de interpretar as práticas avaliativas das professoras, visando propor uma concepção de avaliação para a aprendizagem, quando esta é mediada pela Modelagem Matemática na Educação Matemática. Isso vai ao encontro do proposto por Fernandes (2008, p. 367), que destaca

[...] a clara necessidade de a construção teórica [da avaliação escolar] se basear em investigações empíricas que nos permitem descrever, analisar e interpretar um amplo conjunto de relações, de fenômenos e de realidades associadas à avaliação formativa e à avaliação sumativa.

Nos episódios descritos a seguir, identificamos a pesquisadora e utilizamos como identificação para a professora Maria Flor apenas o termo professora e, para os estudantes, os pseudônimos escolhidos por cada um deles.

²⁵ A apresentação da pesquisadora como professora se deu em virtude de não alterar muito o ambiente e organização escolar nos quais os estudantes já estavam habituados.

4.1 Atividade 1: futebol

4.1.1 A escolha do tema e a pesquisa exploratória

A partir da ideia de que os conhecimentos humanos emergiram do esforço do homem para resolver problemas que se apresentavam em sua vida cotidiana é que John Dewey propõe que os educadores reincorporem os temas curriculares na experiência dos estudantes (WESTBROOK; TEIXEIRA, 2010). Essa proposta é embasada no fato de que o conjunto formal de conhecimentos ensinados na escola foram sistematizados após abstraídos das problemáticas nas quais foram originalmente desenvolvidos. John Dewey defende que o professor proponha aos estudantes “situações problemáticas que exijam conhecimentos teóricos e práticos da esfera científica, históricos e artísticos, para resolvê-las” (WESTBROOK; TEIXEIRA, 2010).

Frente ao exposto, a Modelagem Matemática na Educação Matemática, entendida como uma metodologia de ensino que parte de uma problemática (ou tema) com referência ao cotidiano do estudante, ganha força e espaço. No entanto, a atividade com modelagem não deve partir de um tema qualquer, escolhido com alusão ao conteúdo disciplinar que o professor pretende ensinar. Pelo contrário, ao se trabalhar com a Modelagem para fins educacionais, conforme propõe Burak (2010), o tema escolhido deve ser de interesse dos estudantes.

A ideia de interesse adquire importância para a educação, porque “o interesse representa a força que faz mover os objetos – quer percebidos, quer representados em imaginação em alguma experiência provida de um objetivo” (DEWEY, 1979, p.142). Reconhecer a função dinâmica do interesse é o que leva a considerar a individualidade dos alunos em relação às suas aptidões, necessidades e preferências, e a não presumir que todos os espíritos funcionam do mesmo modo (SASS; LIBA, 2011, p. 40).

As diferentes aptidões, necessidades e preferências dos estudantes evidencia a necessidade de envolvê-los na escolha do tema a ser estudado, para que, de fato, o tema escolhido seja do interesse deles. O episódio 1.1, descrito na sequência, ilustra a professora e a pesquisadora envolvendo os estudantes nessa escolha.

Episódio 1.01

Professora: Vocês podem começar a conversar, ver no grupo as ideias que vão ter do tema que vocês querem estudar agora.

Pesquisadora: É um tema qualquer, que seja do interesse de vocês. A ideia não é que vocês queiram estudar Geografia, ou estudar História. Não são as disciplinas que tem na escola...é um tema mais abrangente.

Professora: Um assunto.

Pesquisadora: O que eu quero saber da História? O que eu quero saber da Geografia? Tá? Então vocês escrevam, conversando aí no grupo, e anatem os temas que vocês achem interessante. Uns dois ou três está bom.

Professora: E vocês sabem que quando a gente tá em grupo não prevalece só a opinião da gente, né? A gente tem que ouvir [a opinião] dos outros, falar a da gente...

Envolver os estudantes deliberada e ativamente nos processos de ensino e de aprendizagem, que é o que ocorre quando o professor deixa-os escolher o tema de estudo, torna-os corresponsáveis nesses processos. Além de envolver os estudantes nos processos de ensino e de aprendizagem, no episódio 1.01 a professora faz menção ao que é trabalhar em grupo de forma colaborativa, estimulando-os a desenvolverem o diálogo, a argumentação, a decidir em grupo, que são funções que exigem a consciência e o controle deliberados, portanto, são Funções Psicológicas Superiores (FPS). Essas FPS, que podem ser desenvolvidas durante uma atividade com modelagem, auxiliarão esses estudantes na vida em sociedade. E isso vai ao encontro da ideia de que

Não podemos prever que matemática eles usarão daqui a alguns anos, mas temos a certeza de que deverão tomar decisões, ter autonomia e tornarem-se responsáveis por grandes transformações no âmbito da sociedade (BURAK, ARAGÃO, 2012, p. 87).

No entanto, não basta apenas propor aos estudantes que eles escolham o tema, uma vez que pode ocorrer de eles listarem diversos assuntos apenas para cumprir com a tarefa proposta pelo professor. Para que isso não ocorra, o professor deve percorrer os grupos para orientar e estimular uma reflexão sobre os temas, para que os próprios estudantes possam refletir se o tema, de fato, interessa a eles.

Embora o tema seja escolhido pelos estudantes, o professor tem, também, um papel importante nessa escolha, fornecendo subsídios para auxiliar os grupos na tomada de decisão (BURAK; ARAGÃO; 2012). Ao fazer essa intervenção, o professor deve tomar o cuidado para que ela não seja o fator decisivo na escolha do tema, mas sim um fator colaborativo, cuja finalidade é orientar os estudantes, ajudando-os a refletir sobre o tema e o que do tema irão buscar na investigação. Ou seja, a intervenção do professor é no sentido de orientar e otimizar as aprendizagens em

curso, sem a preocupação de classificar, certificar ou selecionar. A avaliação do professor, nesse caso, é feita com a intenção de criar uma representação das aprendizagens. Esse tipo de avaliação formativa Perrenoud (1998) chama de **observação formativa**. Tal avaliação ocorre no diálogo transcrito no episódio 1.02. A intervenção da professora se deu no sentido de clarificar o que as estudantes estavam pensando e orientá-las em como melhor apresentar o tema que elas tinham interesse.

Episódio 1.02

Rebeca: Economia.

Louize: Economia?

Rebeca: Energia.

Sophia: Economia dá.

Rebeca: Tem bastante coisa. Economia...hum...de salário, acho mais legal. Porque...

Sophia: Então coloca economia de dinheiro. Porque daí você coloca: guarda tanto, guarda tanto, guarda tanto.

Professora: Economia, seria?

Rebeca: É. Tipo... porque meu pai ganha tanto. Vamos supor que ele ganha 800. Ele pode guardar 300...gastar 400...

Professora: Seria os gastos da família? Economia familiar? Aquilo que você pode guardar. Pagar as suas contas e poder guardar determinado valor?

Rebeca: É. Economia familiar?

Sophia: É. Calma aí. É que tem bastante coisa.

Louize: Então anota aí.

Embora seja importante envolver os estudantes na escolha do tema, tal escolha nem sempre ocorre de maneira simples. Conforme apontado anteriormente, dada as diferentes aptidões, necessidades e preferências, é possível que cada estudante tenha um tema de interesse. Nesse sentido, Burak (1994) coloca que o professor pode deixar que cada grupo de estudantes trabalhe com um tema. Entretanto, quando o professor possui pouca experiência com a Modelagem, trabalhar simultaneamente com muitos temas pode tornar o atendimento do professor ineficiente e inviabilizar o aprofundamento do estudo e, portanto, o professor deve ter certa cautela a respeito do trabalho simultâneo com temas diferentes. Como esta atividade é uma das primeiras experiências²⁶ da professora Maria Flor, ela orientou os estudantes a escolherem um único tema para todos trabalharem, de modo que eles deveriam conversar entre si nos grupos, anotarem os possíveis temas de interesse e, na

²⁶ Conforme descrito anteriormente, a professora Maria Flor teve sua primeira experiência com a Modelagem Matemática no Programa de Desenvolvimento Educacional. A atividade Futebol (atividade 1) foi a segunda atividade desenvolvida pela professora.

sequência, realizar uma votação entre os temas sugeridos, conforme evidencia o episódio 1.03. Ainda nesse episódio é possível observar que as professoras rompem com o ensino tradicional uma vez que elas incentivam a participação dos estudantes e explicam que eles que decidirão como irão escolher o tema para estudo.

Episódio 1.03

Professora: Eu vou anotando no quadro as sugestões. Não quer dizer que aquilo que o grupo de vocês decidiu vai ser a escolha da turma, mas vamos colocar todos os temas escolhidos aqui para depois vocês fazerem a votação, certo?

Joaquim: Professora, a votação vai ser por grupo ou por aluno?

Professora: Já vemos...pera aí...vamos colocar todos os temas no quadro e já decidimos. [escreve todos os temas na lousa]

Professora: Pessoal, vamos decidir agora, todos juntos, como que nós vamos fazer para escolher um tema só. Vocês viram aqui que temos aqui 2, 4, 6, 8, 10... 12 temas. Nós não vamos dar conta de estudar esses 12 temas de uma vez só, então a gente vai ter que decidir por um. Aqueles [temas] que a nós já conseguimos juntar, a gente já foi juntando. Então temos que escolher agora uma forma de como proceder para escolher um só.

Pesquisadora: O que vocês acham? Os meninos aqui estão dizendo que cada grupo escolhe um, já que vão trabalhar em grupo mesmo, cada grupo teria direito a um voto. E se cada grupo votar num [tema]? Já deu o sinal né? Então vão pensando no recreio um jeito.

Na volta do recreio uma das estudantes fez sua proposta de como eles deveriam se organizar para decidir o tema de estudo, conforme segue.

Episódio 1.04

Professora: A Thaiane tem uma sugestão, fale para nós.

Thaiane: Cada grupo escolhe um tema e os que não forem escolhidos são apagados [da lousa]. A partir disso, cada um [cada estudante] escolhe individual o tema.

Professora: Alguém tem alguma outra ideia? Alguma sugestão? Aceitam essa?

Estudantes: Aceitamos!

O tema escolhido pelos estudantes foi dança e esportes e cada grupo ficou responsável por pesquisar e trazer informações sobre a dança ou esporte de sua escolha na aula seguinte. Embora, inicialmente, a professora tenha orientado os estudantes na escolha de um tema único, dada a variedade de danças e esportes, ela deixou livre aos estudantes a escolha mais específica, isto é, cada grupo pode pesquisar a dança ou o esporte de sua preferência.

No dia da apresentação, na aula seguinte, todos apresentaram os resultados de suas pesquisas. O ato de apresentarem as informações encontradas revela, implicitamente, que houve interesse, curiosidade e satisfação para realizar a tarefa proposta. As ações de busca e organização dos dados para apresentarem ao demais

revelam que os estudantes definiram formas próprias de busca, desenvolveram autonomia e fizeram escolhas sobre os tópicos do tema que pesquisariam e apresentariam. Tais ações, motivações, aprendizagens e desenvolvimento acontecem visto que a Modelagem na Educação Matemática se pauta em um processo de ensino e aprendizagem que atende aos interesses dos estudantes e, com isso, eles se esmeram no processo.

A sequência da atividade foi com referência ao tema futebol, uma vez que a apresentação do grupo que trouxe informações mais detalhadas sobre esse tema implicou na participação da turma com perguntas. É importante ressaltar que foi informado aos estudantes que, posteriormente, teriam outras atividades e escolheríamos outro tema.

4.1.2 O levantamento do problema

Escolhido o tema futebol, conforme consta nas anotações do diário de campo, os estudantes mostraram certa dificuldade em determinar um problema a ser investigado, limitaram-se a propor uma pesquisa com os estudantes da escola para saber para qual time eles torcem. Considerando que os estudantes já haviam feito pesquisa semelhante, mas abordando outro tema, a professora os orientou a fazerem a pesquisa em sala de aula e a pensarem em outro problema.

Assim, as professoras levantaram o seguinte problema: Como se determina a classificação dos times no campeonato brasileiro de futebol? Para responder esse problema as professoras pediram aos estudantes que anotassem os resultados das partidas dos jogos do brasileirão 2016 do final de semana e trouxessem para a aula na segunda-feira.

O grupo que tinha feito a pesquisa inicial sobre o futebol já tinha apresentado a informação de que para cada vitória o time ganha 3 pontos, para cada empate 1 ponto e, no caso de derrota, o time não soma pontos. Assim, a tarefa inicial dos estudantes era verificar os resultados da nona rodada e somar os pontos aos pontos que cada time já havia somado até a oitava rodada. Para fazer esse cálculo, as professoras forneceram uma tabela com o número de vitórias, de empates e de derrotas de cada time até a oitava rodada do brasileirão 2016.

Com o cálculo da pontuação de cada time, a professora questionou se é possível calcular a pontuação de cada time em qualquer rodada sabendo o número

de vitórias, empates e derrotas. Inicialmente os estudantes responderam que sim, que bastava ir somando 3 para cada vitória e 1 para cada empate, mas não generalizaram esse procedimento, ou seja, para eles, era necessário saber o número de vitórias e empates de antemão. Nesse momento a professora Maria Flor viu a oportunidade de trabalhar o conteúdo de representação de valores desconhecidos por incógnitas e expressões literais. Na intenção de levar os estudantes a construção desse conceito matemático, a professora perguntou, em forma de desafio, se é possível calcular a pontuação de qualquer time. Em termos matemáticos, a professora queria que os estudantes escrevessem uma expressão geral que permitisse calcular a pontuação de um time qualquer.

Após calcularem a pontuação dos vinte times, os estudantes resolveram organizá-los por ordem decrescente de pontuação, deparando-se com outro problema: Como ordenar os times que possuem a mesma pontuação?

Vale ressaltar que os problemas aqui evidenciados foram surgindo conforme o encaminhamento da atividade e o surgimento de informações e questionamentos, isto é, não foram pensados previamente a fim de se trabalhar algum conteúdo específico. É esperado que ao levantar diversas informações, tratar e especular essas informações e responder um problema, novos problemas acerca do tema surgirão. Isso retoma a ideia de que as etapas da Modelagem na Educação Matemática propostas por Burak (2010) não são estanques nem lineares, elas acontecem, muitas vezes, de forma imbricada umas nas outras.

As diferentes maneiras de como os estudantes resolveram esses problemas estão descritas e analisadas na próxima subseção.

4.1.3 A resolução do problema e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema

Durante a escrita na lousa dos resultados dos jogos a professora percebeu uma imprecisão na escrita de uma palavra e aproveitou a situação para esclarecer sobre a ortografia da palavra “Curitiba”, conforme descrito no episódio a seguir.

Episódio 1.05

Professora: ...eu acabei apagando, mas aqui tava escrito Curitiba e, o que vocês anotaram?

Joaquim: e Palmeiras.

Professora: Palmeiras. E aqui tem América e Coritiba. É Coritiba ou Curitiba?
Estudantes: Coritiba.
Professora: Curitiba é o quê? É uma cidade.
Rebeca: É a capital do Paraná.
Professora: Então são duas palavras de significados diferentes?
Estudantes: Sim.
Professora: A escrita é igual?
Estudantes: Não.
Rebeca: É parecida.
Pesquisadora: E time de futebol, a gente escreve com letra maiúscula ou letra minúscula?
Sophia: Maiúscula, porque é nome. É nome próprio.
Professora: Então qual que tem que arrumar? [com relação aos nomes escritos na lousa]
Seixas: Fluminense.
Thaiane: E Internacional.
Professora: E como a gente fala: Atletico ou Atlético?
Estudantes: Atlético!
Professora: Então tem acento. Qual acento que tem?
Geraldo: Agudo.
Professora? E no Grêmio? Tem acento?
Galaxy30: Tem acento também.

O episódio 1.05 revela a intradisciplinaridade (PAVIANI, 2008), que pode ocorrer em uma atividade com modelagem, isto é, a citação interna de uma disciplina, no caso Língua Portuguesa, em relação à outra, Matemática. No referido episódio, a professora aproveita a situação de os estudantes escreverem de forma incorreta algumas palavras para retomar conceitos a respeito da grafia de substantivos próprios e acentuação. Essa atitude da professora vai no sentido da avaliação conforme propõe Both (2012, p.32), de que “[...] cabe ao professor responsabilizar-se não pelo aluno como pessoa, mas pelo conhecimento que lhe torna acessível, bem como pela reação e pela mudança comportamental que provoca nele como ser social”. E a escrita é uma habilidade necessária para a efetiva participação da sociedade atual.

A partir das anotações na lousa, os estudantes foram orientados a organizar as informações em uma tabela. No episódio 1.06, descrito a seguir, a professora realiza uma **avaliação formativa** no sentido proposto pela avaliação de quarta geração, ou seja, antes de tudo, possui uma finalidade pedagógica. Essa avaliação é dita formativa uma vez que ocorre durante o processo de formação do estudante, é incorporada no próprio ato de ensino e tem por objetivo contribuir para melhorar a aprendizagem em curso (HADJI, 1994).

Episódio 1.06

Pesquisadora: Esse aqui são os resultados da nona rodada do brasileiro, vou anotar aqui. Como eu posso escrever o nona em número ordinal?

Joaquim: O número com um ozinho.

Pesquisadora: Eu quero a nona rodada, então eu vou colocar o nove e uma bolinha? Mas rodada é masculino ou feminino?

Rebeca: É feminina. Ro-da-da [fala baixinho]. Coloca o a.

Professora: É importante, pessoal, ter esse título aqui? O que vocês acham?

Estudantes: [os estudantes fazem comentários em um tom muito baixo, inaudíveis].

Professora: Porque quando alguém pegar esse caderno de vocês vai saber do que se trata. Porque se tiver só a anotação [tabela], poderia ser de outra rodada. Por isso sempre é importante ter, quando temos uma tabela ou um gráfico, termos o título. Lembra que já comentamos?

Ao questionar “Lembra que já comentamos? ”, a professora está em busca de respostas que a informem sobre as condições em que está a decorrer a aprendizagem, no caso, a aprendizagem a respeito da construção de uma tabela e da importância de um título apropriado. Essa pergunta demonstra uma ação de avaliação no sentido de averiguar se os estudantes se apropriaram do conhecimento exigido para a construção de uma tabela ou se ainda possuem falhas na aprendizagem. Tal ação se alinha à concepção de **avaliação para a aprendizagem** (LOPES; SILVA, 2012).

A partir da tabela na qual constava o número de vitórias, empates e derrotas dos 20 times que disputaram o campeonato brasileiro de 2016, os estudantes calcularam a pontuação dos times paranaenses, Coritiba e Atlético Paranaense. Por ser um número pequeno de jogos (nove jogos), os estudantes calcularam a pontuação por meio do cálculo mental, conforme indica o diálogo do episódio 1.07.

Episódio 1.07

Pesquisadora: Eu vou passar nos grupos para saber qual foi o resultado que vocês calcularam aí, tá bom?

Pesquisadora: ...[inaudível]...Atlético 8.

Joaquim: Tem que colocar a conta no caderno?

Pesquisadora: Sim! Eu quero saber como vocês fizeram.

Joaquim: Eu fiz mentalmente.

Marcelo: Eu fiz de cabeça!

Francisco: Eu também!

O cálculo mental realizado pelos estudantes não permitiu a pesquisadora verificar os procedimentos utilizados. Como os procedimentos de cálculo podem necessitar de ajuste no caso de algum erro ou incoerência, a pesquisadora orientou

os estudantes a escreverem esses procedimentos. Para ajudá-los na escrita dos procedimentos de cálculo realizados, a pesquisadora pediu que os estudantes explicassem, oralmente, o que fizeram

Episódio 1.08

Pesquisadora: Se você fez mentalmente, então me explica.

Marcelo: Tipo...é...o Coritiba, ele ganhou duas vezes, e cada vitória equivale a 3 pontos.

Pesquisadora: Uhum.

Marcelo: E daí 3 mais 3 dá 6. E daí empatou mais duas, e cada empate da mais 1 ponto. Daí chega ao resultado de 8 pontos. E as derrotas não conta ponto nenhum. Daí continua com 8.

Pesquisadora: Entendi. Todo mundo fez assim?

Todo o grupo: Uhum. Sim.

Pesquisadora: E dá para escrever uma conta?

Marcelo: Dá...

Pesquisadora: Como você escreveria, em forma de conta?

Cleber: Mais.

Pesquisadora: Então escreve aí!

Geraldo: 3 mais 3...

Seixas: Como escreve em forma de conta?

Pesquisadora: O que você fez? 3 mais 3 e deu 6...então escreva isso.

Geraldo: 3 mais 3, 6. 6 mais 2, 8. 8 mais 0, 8. Pronto, ó. Ó a conta aí ó!

Marcelo: Agora do Atlético. Quantos ele ganhou?

Cleber: 13.

Geraldo: Venceu, 3, 3, 3, 3. 3, 6, 9, 12. 3, mais, mais, mais.

Seixas: 3, 6, 9, 12. Mais um, 13 pontos.

O erro, quando bem aquilatado pedagogicamente, pode se tornar o caminho seguro para o acerto (BOTH, 2012). Mas, para isso, é preciso diagnosticar o erro e, por isso, a pesquisadora indagou um dos grupos de estudantes sobre os procedimentos adotados por eles, descrito no episódio 1.08. A linguagem oral se remete ao estímulo auditivo, diferente da linguagem escrita, que se remete ao visual. Assim, explicar oralmente como procedeu o cálculo é uma ação metacognitiva, que exige diferentes funções psicológicas superiores quando compara a ação de escrever o cálculo. Essas duas ações são diferentes entre si e estimulam diferentes desenvolvimentos do estudante. Por exemplo, a explicação oral exige uma organização e articulação de normas da língua Portuguesa, enquanto a escrita do cálculo estimula a linguagem matemática. Ambas devem ser promovidas em sala de aula.

Realizado os cálculos para determinar a pontuação dos times paranaenses, os estudantes propuseram calcular a pontuação de todos os times e alguns deles

fizeram o cálculo na lousa. Enquanto os estudantes faziam os cálculos na lousa, os demais participavam com orientações na escrita matemática, o que levou a pesquisadora optar por fazer uma correção oral. Os estudantes foram informando os valores encontrados e verificavam se a resposta anotada no caderno era a mesma encontrada pelos demais. No caso de discordância, o cálculo era realizado coletivamente na lousa, conforme explícito no episódio 1.09.

Episódio 1.09

Pesquisadora: Eu vou ler o que os colegas acharam aqui e vocês conferem com a resposta com o que fizeram no caderno. Se alguém achou um valor diferente avisa que a gente confere a conta. Então vamos lá! América 8, Atlético Mineiro 10, Atlético Paranaense 13, Botafogo 8, Chapecoense 14...[estudantes falam algo inaudível]. Alguém achou alguma coisa diferente?

Joaquim: Botafogo é 8.

Pesquisadora: Continuando...Chapecoense 14, Corinthians 16, Coritiba 8, Cruzeiro 8, Figueirense 12, Flamengo 14, Fluminense 13...

Geraldo: Quê?

Marcelo: Hã?

Thaiane: Sim.

Sophia: Sim!

Rebeca: Sim, é 13!

Professora: O teu deu diferente Seixas? Quanto deu o teu?

Seixas: Deu 12.

Professora: 12? Então vamos ver. Quantas vitórias?

Rebeca: 3.

Professora: Três vitórias. Quantos pontos de cada vitória?

Larissa: 3.

Professora: Então quantos pontos da aqui, de vitórias?

Thaiane: 3 vezes 3, 9.

Rebeca: 9 pontos.

Joaquim: 9.

Professora: 9, com quantos pontos de empate?

Thaiane: Mais 4.

Professora: 9 mais 4...10, 11, 12, 13.

Rebeca: 13.

Professora: Seixas, confere?

Seixas: Uhum.

[segue a conferencia da pontuação calculada para os demais times]

Essa correção coletiva foi uma forma possibilitar aos estudantes perceberem o erro, qual informação foi esquecida ou anotada equivocadamente. Essa avaliação é interessante ao estudante, uma vez que permite a ele próprio monitorar sua aprendizagem, obtendo, assim, informações sobre a qualidade de sua aprendizagem e pensar adaptações e ajustes quando necessário. Esse tipo de avaliação, na qual o

estudante participa ativamente é denominada por Lopes e Silva (2012) de **avaliação como aprendizagem**.

A partir das contas escritas no caderno, a professora percebeu a possibilidade de trabalhar com expressões algébricas, utilizando o problema em questão para mostrar a necessidade de expressarmos valores desconhecidos por letras. A abordagem desse conteúdo se deu conforme descrito no episódio a seguir.

Episódio 1.10

Pesquisadora: Se eu quiser calcular a pontuação de um time, como eu faço a conta? Como eu calculo os pontos do Vitória?

Galaxy30: Só multiplicar.

Pesquisadora: Multiplicar o que?

Louize: 3 vezes 2...

Pesquisadora: Então vamos lá! Vou fazer 3 vezes 2 [escreve no quadro a conta]. O que é esse 3 aqui?

Geraldo: São os pontos por vitória.

Pesquisadora: Pontos por vitória. E o que é esse 2 aqui?

Francisco: É o número de vitórias.

Pesquisadora: É o número de vitórias. E como a gente representou o número de vitórias lá [aponta para a tabela]?

Sophia: Por v.

Pesquisadora: Então eu posso escrever só o v? Assim?

Estudantes: Sim.

Pesquisadora: Então para calcular o número de pontos do time Vitória eu vou pegar o número 3, que são os pontos por vitória, vezes o v. E depois?

[Estudantes ficam em silêncio um tempo]

Pesquisadora: Isso aqui da quanto? [apontando para a conta na lousa].

Estudantes: 6.

Pesquisadora: E 6 é a pontuação do Vitória?

Estudantes: Não!

Pesquisadora: O que mais tem que fazer?

Rebeca: Tem que somar os empates.

Joaquim: Tem que fazer 1 vezes 3.

Pesquisadora: 1 vezes 3? O que é o 1 aqui?

Joaquim: O 1 é o ponto por cada empate.

Pesquisadora: E o que que é o 3?

Geraldo: O número de empates.

Pesquisadora: E como a gente representou o empate na tabela?

Joaquim: Por e.

Pesquisadora: Tem que somar mais alguma coisa aqui?

Joaquim: Não.

Pesquisadora: E as derrotas?

Galaxy30: Derrotas foram 4.

Pesquisadora: Quantos pontos valem cada derrota?

Rebeca: Zero.

Pesquisadora: Zero né? Zero vezes quanto?

Galaxy30: 4.

Pesquisadora: Então o zero é os pontos por derrota. E o 4?

Joaquim: O número de derrotas.

Pesquisadora: E como a gente representou o número de derrotas?

Estudantes: D.

Pesquisadora: E o que é o P?

Joaquim: É os pontos do time.

[Foram escritas todas as legendas na lousa e os estudantes substituíram as incógnitas para verificar se a pontuação do time Vitória estava correta]

Pesquisadora: E se eu quiser calcular de outro time?

Alberto: Grêmio.

Pesquisadora: Pode ser o Grêmio. Como eu calculo os pontos do Grêmio? Quem diz para mim? Vamos fazer aqui na lousa.

Louize: 3 vezes 3...

Pesquisadora: 3 vezes 3 [escreve na lousa]...

Joaquim: É vezes 5.

Pesquisadora: Vezes 5?

Joaquim: É! Ele tem 5 vitórias.

Pesquisadora: Então 3 vezes 5. Todos concordam?

Estudantes: Sim.

Pesquisadora: O que mais?

Francisco: Mais 1 vezes 3.

Pesquisadora: Vamos fazer de outros times, para vermos a conta...[fazem os cálculos da pontuação de outros times].

Pesquisadora: Olhando as contas que a gente fez, vocês conseguem me dizer o que foi igual?

Rebeca: Multiplicamos por 3.

Galaxy30: E por 1.

Professora: Todo mundo concorda? O 3 e o 1 são fixos aqui?

Estudantes: Sim.

Sophia: O zero também é fixo.

Pesquisadora: A gente marcou o que manteve. E o que que mudou?

Rebeca: O 5, o 6...

Pesquisadora: O número de vitórias né? Ora é 5, ora é 6...

Professora: Por que Louize?

Louize: Porque cada time vence diferente [se referindo ao número de vitórias].

Professora: Mas o jeito de calcular mudou?

Louize: Não.

Professora: O que é o 5? Não é o número de vitórias? O que é o 6? Não é o número de vitórias? O que é o 2? Não é o número de vitórias? Então o que muda é o número de vitórias, que nós chamamos de v. Então podemos escrever assim: 3 vezes v?

Louize: Sim, mas a gente vai precisar saber que valor é.

Pesquisadora: Mas a tabela informa, não informa?

Louize: Sim.

Pesquisadora: O que mais eu preciso fazer para calcular a pontuação de um time?

Sophia: Escrever mais 1 vezes e. Que é empate. E zero vezes d, que é o número de derrotas.

[Pesquisadora escreve no quadro: $P = 3 \times v + 1 \times e + 0 \times d$]

Professora: Aqui nós temos o que chamamos, em matemática, de equação. O que esse P representa mesmo?

Estudantes: A pontuação do time.

Professora. Isso mesmo. Para qualquer time que colocarmos aqui, nós vamos poder calcular o número de pontos. Basta nós sabermos quantas vitórias tem, quantos empates e quantas derrotas. [Algumas explicações seguem]

A discussão entre professoras e estudantes sobre como escrever uma equação geral que permita calcular a pontuação de qualquer time descrita revela a ampliação da Zona de Desenvolvimento Proximal desses estudantes. Em outras palavras, a condução dada pelas professoras em forma de perguntas orientadoras permitiu aos estudantes, aos poucos, se apropriarem do conteúdo matemático equação literal e da utilidade de se usar letras para representar grandezas desconhecidas, de modo que ao final da aula os estudantes manifestaram falas que indicam a compreensão, ou seja, ocorreu, nos termos da teoria vygotskyana, a internalização, que é a reconstrução interna de uma operação externa.

Com relação à avaliação ocorrida nesse episódio, novamente destacamos o alinhamento com a **avaliação formativa**, seguindo a ideia de **avaliação para a aprendizagem**. Isso porque, conforme propõem Lopes e Silva (2012), nesse tipo de avaliação, ao mesmo tempo em que o professor busca constatar o que o estudante já internalizou e quais as dificuldades que ainda apresenta, ele também incentiva a participação ativa dos estudantes e estimula a autonomia e o pensamento crítico e reflexivo, que são Funções Psicológicas Superiores, uma vez que exigem consciência e controle deliberado.

Destacamos que embora o diálogo transcrito no episódio 1.10 traga, essencialmente, a ideia de desenvolver o conteúdo matemático no contexto do tema, as respostas obtidas são, simultaneamente, analisadas pelos estudantes de maneira crítica. Como exemplo, os estudantes comparam as respostas obtidas por meio da equação com as respostas calculadas anteriormente por meio do cálculo mental. Isso reforça a ideia amplamente difundida nos trabalhos de Dionísio Burak, de que as etapas da Modelagem Matemática na Educação Matemática por ele sugeridas não são estanques entre si e nem ocorrem de maneira linear.

Com a pontuação de todos os times calculados, uma das estudantes sugeriu a organização da classificação por ordem decrescente de pontuação. Disso, um novo problema surgiu: Qual o critério de desempate quando dois times ou mais possuem a

mesma pontuação? O desafio de estabelecer critérios para o desempate exigiu ações cognitivas, reflexões, discussões e tomada de decisões, fatores importantes na formação do estudante.

4.1.4 A análise crítica das soluções

Com relação ao primeiro problema, calcular a pontuação de cada time sabendo o número de vitórias, de empates e de derrotas, os estudantes não mostraram dúvidas, uma vez que conseguiam realizar o cálculo mental. Esse artifício do cálculo mental foi o que oportunizou a formalização do uso de incógnitas para representar valores desconhecidos inicialmente. Esse conteúdo matemático foi aceito pelos estudantes rapidamente, uma vez que compararam os resultados obtidos pela equação com os resultados dos cálculos mentais que haviam realizado. Com o confronto desses resultados os estudantes validaram a equação, isto é, aceitaram a equação como outra estratégia válida para calcular a pontuação dos times.

As discussões se tornaram mais acalorada quando se discutiu a respeito da ordenação de times que possuíam a mesma pontuação. Conforme descrito a seguir, um grupo optou por organizar a classificação conforme número de torcedores no grupo. No entanto, a professora questionou o grupo se esse critério parece ser justo, fazendo com que o grupo refletisse sobre o critério estipulado inicialmente e pensasse em outra alternativa.

Episódio 1.11

Professora: Vocês tinham que fazer a classificação dos times pela pontuação, certo?

Francisco: Certo.

Professora: Vocês escreveram qual critério vocês usaram? Foi seguir a pontuação do maior por menor, até aí eu entendi. Mas tem times que tem a mesma pontuação.

Galaxy30: Nós fizemos o Palmeiras, porque a maioria torce para o Palmeiras.

Professora: Mas isso é um critério justo? Será que em todos os lugares a maioria torce para o Palmeiras?

Galaxy30: não.

Professora: Então qual seria um critério justo que vocês decidiriam? Aqui todos torcem para o Sport, porque ele também tem a mesma pontuação! Então vocês vão ter que escolher um critério, o grupo de vocês.

Galaxy30: Por ordem de alfabeto, daí A, B...

Carlos: Então vai ser Internacional por primeiro e Palmeiras por segundo.

Nesse diálogo, a professora assume seu papel de orientadora para a aprendizagem ao questionar o grupo de estudantes sobre como estabelecer critérios

justos e corretos. Assim como o grupo que participou do diálogo apresentado, os demais grupos também optaram por seguir a ordem alfabética.

Após os estudantes revelarem o seu critério, as professoras questionaram se a ordem alfabética não seria um pouco injusta, uma vez que privilegia alguns times apenas pelo nome e não pelo futebol jogado. Os estudantes pareceram concordar, mas questionaram então qual seria uma forma justa. Assim, as professoras apresentaram os critérios estabelecidos nas normas do campeonato, informado aos estudantes que o primeiro critério de desempate é o número de vitórias e, em caso de permanecer o empate, o segundo critério é o saldo de gols, calculado subtraindo o número de gols sofridos do número de gols marcados. Esse segundo critério permitiu que os estudantes retomassem os procedimentos de cálculo no conjunto dos Números Inteiros. Com essas novas informações, os estudantes reorganizaram a classificação da décima rodada do campeonato Brasileiro 2016.

4.1.5 A avaliação durante e após a atividade com modelagem

Durante a primeira atividade com modelagem realizada pela turma, por diversas vezes as professoras realizaram uma avaliação sem a preocupação de selecionar, certificar ou classificar os estudantes. Essa prática avaliativa aconteceu, primordialmente, nas etapas 1, 2 e 3 da atividade com modelagem. Creditamos isso ao fato de que as três primeiras etapas da Modelagem na Educação Matemática, conforme indica o referencial teórico adotado, são as etapas nas quais os estudantes transparecem seus interesses, cabendo ao professor a tarefa de orientar os estudantes na busca de informações, questionar as escolhas, informar possibilidades.

No entanto, por ser essa a primeira atividade conduzida pela professora Maria Flor com esses estudantes, a professora se sentiu um tanto insegura, fazendo várias interferências no trabalho e organização dos estudantes. Uma dessas intervenções foi no sentido de reiterar a necessidade do cumprimento das tarefas por todos os membros do grupo para a continuidade da atividade, conforme descrito no episódio a seguir.

Episódio 1.12

Professora: Vocês sabem por que nós nos reunimos em grupo?

Thaiane: Para trabalharmos juntos.

Professora: E é que isso tá acontecendo? O que está acontecendo nos grupos? Vamos ver, podem falar.

Pablo: Um responde e os outros copiam.

Professora: O grupo tem que se fortalecer. Vocês estão sentados em grupo porque, se eu não sei, o colega do meu lado pode me ensinar. Se eu copiar, vou tá aprendendo?

Estudantes: Não!

Na quarta etapa da atividade, a avaliação formativa ocorrida se deu no sentido de regular a aprendizagem dos estudantes, isto é, com o objetivo de aprimorar aprendizagens que já estão em curso. Pensando na formação completa do estudante, a regulação da aprendizagem não é só em relação à aprendizagem matemática, mas sim focando, também, o desenvolvimento pessoal dos estudantes, em termos vygotskyanos, a formação de Funções Psicológicas Superiores.

É de praxe na escola onde a professora Maria Flor ministra suas aulas o professor atribuir uma nota à participação dos estudantes, sendo critérios: a entrega pontual de tarefas, a efetiva participação nas discussões e resoluções de exercícios em sala de aula. No entanto, não houve participação plena dos estudantes durante toda a atividade e a professora não sabia ao certo como valorar uma nota. Assim, a pesquisadora sugeriu à professora mostrar aos estudantes a importância da participação de todos para o bom desenvolvimento de uma atividade com modelagem por meio de uma autoavaliação. Para tanto, os próprios estudantes estabeleceram critérios que consideravam importantes para o bom trabalho em grupo. Disso, eles realizaram uma avaliação em grupo, em que todos os membros avaliaram o grupo como um todo e, na sequência, avaliaram-se individualmente frente ao grupo. Não foi pedido aos estudantes que atribuíssem uma nota, mas isso ocorreu, conforme revelam as figuras a seguir.

FIGURA 4.1 – Autoavaliação individual dos estudantes do grupo 2

Autoavaliação	
Nome:	
Trouxe trabalhos	Sim
Lez atividades	Sim
Justificativa da Nota	Eu mereço essa nota porque eu trouxe os trabalhos assim como lez com o grupo e fiz todas as atividades. Nota: 9,5

Autoavaliação	
Nome:	
Justificativa / explicação	Eu sou uma boa aluna as vezes faço lição sempre com o uniforme e me esforço todos os dias e copio as tarefas do quadro
Nota	8,5

Fonte: Material entregue pelos estudantes.

FIGURA 4.2 – Autoavaliação individual dos estudantes do grupo 4

Avaliação

Nome: _____

Justificativo/Explicação

Nota: 18,0

Eu não trouxe uma pesquisa e por um desentendimento entre o grupo por isso nós se ~~então~~ acertamos no final, eu comecei a entender o que é trabalhar em grupo

Nome: _____

Justificativa:

Eu ajudei em tudo, trouxe as pesquisas e os materiais necessários para a aula, mas hoje dia 29/06/16 eu e meu grupo esquecemos da pesquisa já foi limpiada e aí fomos até a biblioteca imprimir.

Nota: 9,5

Fonte: Material entregue pelos estudantes.

FIGURA 4.3 – Autoavaliação do grupo 2

Avaliação do grupo

nº grupo: grupo número 2

Justificativa/Explicação

Em nosso grupo só uma aluna traz as pesquisas mas todas sempre fazem as lições e sempre copiamos as atividades.

Nota: 3,5

Avaliação do grupo

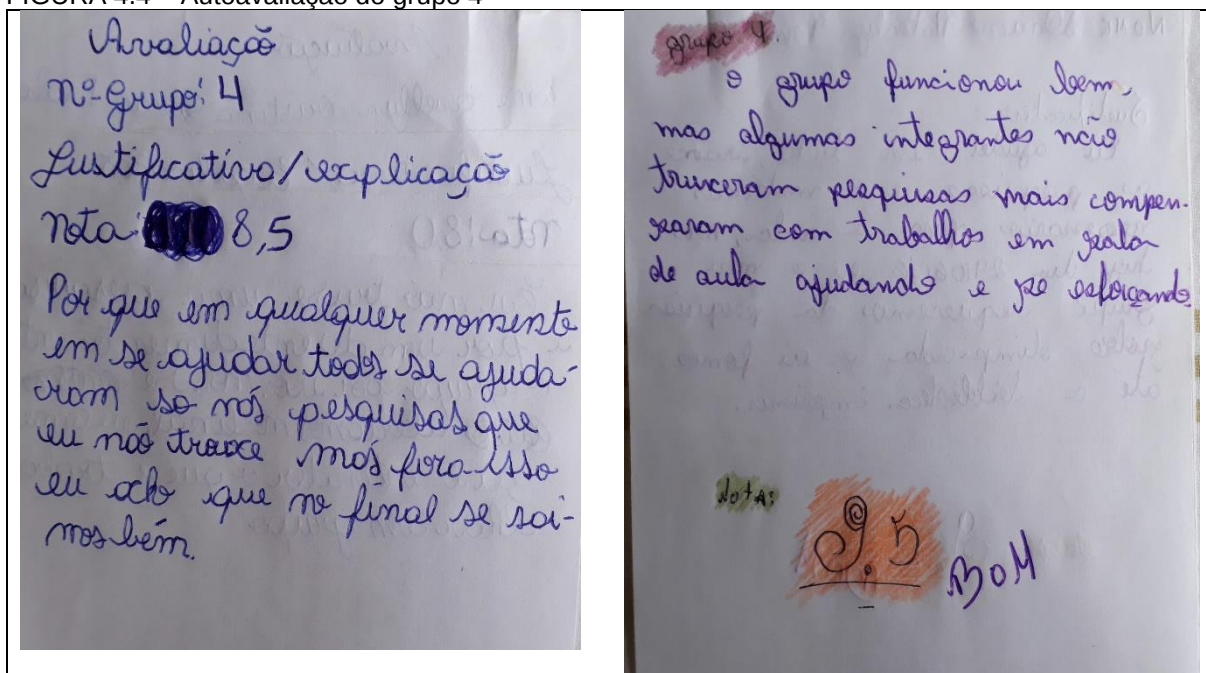
nº do grupo: 02

Justificativa: Foi um grupo muito mal. Eu acho que o grupo merece essa nota porque não colabora com si mesmo só um do grupo traz pesquisa e dois ficam conversando.

Nota: 3,5

Fonte: Material entregue pelos estudantes.

FIGURA 4.4 – Autoavaliação do grupo 4



Fonte: Material entregue pelos estudantes.

As duas notas dadas pelos estudantes (nota individual e nota do grupo) foram contabilizadas com as notas obtidas nos instrumentos para avaliação utilizados pela professora antes do começo da atividade e compuseram a nota final do segundo bimestre.

4.2 Atividade 2: Piquenique

4.2.1 A escolha do tema

Ao optar pela Modelagem Matemática na Educação Matemática, o professor revela predisposição em partilhar a responsabilidade do processo de ensino, uma vez que ao privilegiar o tema escolhido pelos estudantes, o professor parte dos interesses deles, que servem como base para o ensino e para a construção do conhecimento matemático. Desse modo, há também a partilha no processo de aprendizagem, neste caso, considerado intencional, uma vez que o professor deu voz e vez aos estudantes, tornando-os envolvidos na aprendizagem por meio de seus interesses.

No entanto, é necessário que os estudantes aceitem essa partilha e se mostrem dispostos a escolherem o tema. No episódio descrito a seguir, a pesquisadora convida os estudantes a essa partilha, que parecem aceitar o convite.

Esse convite foi feito os estudantes após estarem 5 aulas resolvendo exercícios do livro didático referente ao conteúdo de equações do primeiro grau.

Episódio 2.01

Pesquisadora: Quem prefere ficar fazendo os exercícios do livro levanta a mão? Quem quer escolher um outro tema para a gente estudar?

Estudantes: Eu...eu...eu

Geraldo: Jogo de computador

Pesquisadora: Então escolhemos um outro tema?

Estudantes: Sim...

Galaxy30: Comida!

Pesquisadora: Qual a sugestão que vocês têm?

Como vários estudantes começaram se manifestar ao mesmo tempo, os próprios estudantes propuseram organizar uma votação aberta, em que cada um falava o tema de seu interesse, podendo repetir algum tema que já tivesse sido dito. Essa proposta dos estudantes em realizar a votação se deu de forma espontânea. No entanto, acreditamos que isso ocorreu, pois, em momento anterior, na escolha do tema para a atividade 1, a confusão entre os estudantes para essa escolha foi mediada pela professora, que propôs uma votação. O sistema de votação e escolha por maioria já havia sido discutido pela professora anteriormente, de modo que a pesquisadora questionou os estudantes a respeito desse conceito, conforme revela o episódio 2.02.

Episódio 2.02

Pesquisadora: Então ficamos com comida? Nós estamos em 20, comida deu a maioria, ou não?

Estudantes: Sim... Não... Sim... Não...

Pesquisadora: Não deu a maioria?

Galaxy30: Deu sim!

Pesquisadora: Deu a maioria ou não deu?

Estudantes: Deu...

Pesquisadora: Como vocês sabem que deu a maioria?

Maria Eduarda: Porque deu a metade mais um.

Geraldo: Deu cinquenta por cento mais um.

Pesquisadora: Deu mais que a metade? Onze é mais que a metade de vinte?

Louize: É. A metade de vinte é dez, e onze é mais que dez.

O diálogo transcrito revela ao professor que os estudantes aceitaram a votação como uma estratégia válida para resolver o problema da escolha do tema, aceitando o tema votado pela maioria, mesmo que não fosse o tema de seu desejo. Além disso, o episódio também realça que os estudantes compreenderam o conceito

de maioria. Assim, os estudantes deixam em evidência a sua aprendizagem, o que conseguem realizar sozinhos, ou seja, os estudantes revelam, de certo modo, a sua zona de desenvolvimento real (ZDR).

Com o diálogo estabelecido, dizemos que a pesquisadora está realizando uma **avaliação formativa diagnóstica**, pois seus questionamentos estão direcionados em identificar se os estudantes já têm o conhecimento adquirido. Embora não seja foco na etapa 1 da Modelagem a abordagem dos conteúdos no contexto do tema, esse diálogo permitiu à professora e à pesquisadora verificarem a aprendizagem dos estudantes referente à utilização de uma estratégia para resolver o problema que se apresentou e ao conceito de maioria.

Na etapa 1 da Modelagem na Educação Matemática, *escolha do tema*, conforme aponta o referencial adotado, é o momento no qual os estudantes devem se manifestar a respeito dos seus interesses e curiosidades. Desse modo, pode-se destacar que o objetivo principal dessa fase é que os estudantes participem da escolha do tema a ser estudado. Ao participar dessa escolha o estudante é estimulado a argumentar sobre o tema que deseja estudar, apresentando ideias, fatos ou razões lógicas em defesa de sua opinião. O episódio a seguir mostra essa argumentação feita pelos estudantes.

Episódio 2.03

Pesquisadora: Comida é muito amplo. O que de comida podemos fazer?

Galaxy30: Nós temos um piquenique ainda para resolver.

Geraldo: É verdade!

Pesquisadora: Que piquenique?

Popp234: Do ano passado.

Professora: Ano passado estudamos sobre comida saudável...

Felipe: Íamos fazer um piquenique. Mas choveu.

Pesquisadora: Já que tem um piquenique aí pendente, a gente pode então utilizar o tema comida e organizar o piquenique. Dessa vez sai!

É desejável que a argumentação, uma das Funções Psicológicas Superiores (FPS) se desenvolva, isto é, o estudante deve apontar indícios de aprimoramento na sua argumentação.

De fato, a capacidade de argumentar de modo consistente é elemento fundamental tanto na ordenação do pensamento – quando procuramos convencer a nós mesmos e aos outros sobre a razoabilidade das conexões estabelecidas – quanto na construção da própria ideia de cidadania. (MACHADO, 2005, p. 89).

Isso pode ser observado no estudante Galaxy30, desde o início ele gostaria do tema comida, argumento pessoal, (episódio 2.01) e, no episódio 2.03 ele trouxe como argumento de que no ano anterior eles tinham organizado um piquenique, que não aconteceu, apresentando um argumento mais geral, que diz respeito a toda turma.

Após a argumentação de alguns estudantes, a turma aceitou fazer o piquenique, revelando que os estudantes aceitaram se envolverem, novamente, em uma atividade com modelagem. Assim, em vista do exposto, podemos afirmar que os estudantes estão deliberados, ativos e sistematicamente envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem. O que é necessário para se pôr em prática uma avaliação formativa, segundo Fernandes (2008).

No restante da aula, a atividade se desenrolou com a pesquisadora propondo que os estudantes se organizassem em grupos e escolhessem a receita que iriam fazer para o piquenique. Como tarefa para a aula seguinte, cada grupo deveria trazer a receita escolhida.

4.2.2 A pesquisa exploratória

Essa etapa foi realizada em 3 aulas. Na primeira aula, cada estudante trouxe uma receita. A professora, então, pediu que a turma se organizasse em grupos, selecionassem apenas uma receita e montassem uma tabela com as quantidades de ingredientes. Essa tarefa era necessária para a realização de uma pesquisa de preços, a ser realizada na aula seguinte, uma vez que os estudantes estavam preocupados em quanto iriam gastar. Assim, nessa primeira aula, os estudantes escolheram a receita do grupo e a socializaram na lousa para que todos os colegas também tivessem a receita.

Os estudantes tiveram cerca de 15 minutos para se organizarem. Um dos grupos escreveu a receita na lousa e a professora aproveitou o momento para discutir e retomar alguns conceitos matemáticos e da língua materna. No episódio descrito na sequência, a professora discute com os estudantes sobre a notação utilizada para grama:

Episódio 2.04

Professora: Outro ingrediente. Cem gramas de margarina. Tá correta ali a notação? Cem gramas? O que o Joaquim utilizou ali? O numeral, cem, em algarismos, e...ele usou uma letra ali depois do cem...

Thaiane: G. Ele usou o g, que é a abreviação de gramas.

Professora: É a abreviação de gramas? Mas não precisa por grs? Ou gs?

Joaquim: Não!

Francisco: Não.

Professora: E como que eu sei se eu tiver só um, um grama, eu vou anotar assim [escreve no quadro 1g], um grama. E cem, também fica a mesma coisa? [escreve no quadro 100g]. Só o g?

Thaiane: Sim. É igual horas. [a estudante se remete a discussão feita na atividade 2, em que foi abordado como se faz corretamente a abreviação de hora de acordo com o sistema internacional]

Professora: Mas aqui é apenas um. Aqui é uma quantidade maior. Seria a mesma coisa que o plural, né? Não precisa indicar o gs?

Estudantes: Não.

Professora: Eu já vi essas anotações. Já vi grs, gr, gs. Mas, o correto é o que?

Joaquim: G.

Professora: Apenas g. Muito bem! Então cem gramas de margarina, okey...Duas xícaras de açúcar. Duas xícaras de açúcar.

Alberto: Xícara tem acento agudo no i?

Professora: Xícara tem acento agudo.

Sophia: E açúcar também.

Professora: Ó o seguinte. A Maria Eduarda falou que a mãe dela abrevia xícaras. Como que ela coloca?

Maria Eduarda: Só o x.

Professora: Só o x. E será que a abreviação...abreviatura da palavra xícara é só o x?

Estudantes: Não!

Galaxy30: Podia ser qualquer coisa.

Professora: Então uma atividade para vocês fazerem. Nos dicionários, normalmente tem abreviaturas das palavras. Procurem se tem a abreviatura da palavra xícara. Né? Ela entende, pois foi um símbolo que ela utilizou. Mas será que isso é o padrão?

As questões levantadas pela professora com relação à notação correta para abreviação do grama podem ser caracterizadas como uma **avaliação formativa**, ela acontece no próprio ato do ensino. As perguntas são feitas pela professora na intenção de regular a notação, ou seja, no sentido de que os estudantes compreendam e utilizem a notação correta.

Esse episódio revela algumas funções anexas da avaliação formativa apontadas por Hadji (1994): a segurança, uma vez que os estudantes consolidam a confiança em si próprios, reafirmando a resposta correta e, a função reforçadora, momento em que a professora reforça, positivamente, as respostas dos estudantes.

Esse episódio revela também que os estudantes recorrem às experiências e aprendizados anteriores para darem respostas ao que a professora pergunta, como é

o caso da estudante Thaiane, que relembra o que foi discutido a respeito da notação de horas na segunda atividade com modelagem por eles desenvolvida.

O tema piquenique escolhido pelos estudantes e a condução dada pela professora nesse episódio permitiram a abordagem, mesmo que de forma tímida, de questões relativas à Língua Natural, lembrando a acentuação das palavras, o uso do dicionário para verificar a abreviatura de palavras e a diferenciação do vocábulo grama que, no contexto do tema, é um substantivo masculino, indicando unidade de medida de massa.

Na aula seguinte, que eram duas aulas consecutivas, os estudantes foram organizados em três grupos e conduzidos, pelas professoras e por uma estagiária, a três mercados próximos da escola e cada estudante verificou os preços dos ingredientes necessários para sua receita. Ao retornarem, os estudantes se juntaram em seus grupos de origem e compararam os preços anotados para verificarem em qual mercado era mais barato cada ingrediente, organizando os dados em seus cadernos. Essas aulas, especificamente, não tiveram o áudio gravado, pois os estudantes do Ensino Médio, do turno da manhã, haviam confeccionado cartazes contra a reforma do Ensino Médio proposta pelo Governo Federal e, em forma de protesto, tiveram suas aulas na rua. Em apoio a esses estudantes, os estudantes do 7º ano pediram que a nossa aula também encerrasse no pátio frontal da escola, em frente aos cartazes.

FIGURA 4.5 - Fotos dos estudantes no dia da “aula na rua”



Fonte: Autora.

Assim, recorrendo ao diário de campo da pesquisadora, na terceira aula referente à etapa 2 da modelagem, a pesquisa exploratória, ao compararem os preços, os estudantes se deparam com a diferença no preço de determinado produto equivalente a um centavo. No grupo, os estudantes colocaram que “dava na mesma, pois nunca é dado um centavo de troco”. A partir dessa fala, foi conversado com os estudantes sobre a importância do dinheiro em moeda e de exigir o troco correto. Nesse momento, os estudantes colocaram suas opiniões, afirmando que no caso de comprarem dez unidades desse produto o troco já seria dez centavos e que com dez centavos já é possível comprar alguma coisa, como bala, por exemplo. Além disso, outro grupo colocou que quem compra em grande quantidade “apenas um centavo” faz diferença. Outro grupo levantou as seguintes questões: O dono do mercado quer nos enganar e embolsar um centavo em cada compra em que ele não dá o troco correto? Por que ele não coloca o preço redondo? Dessas perguntas os estudantes levantaram várias hipóteses e, por fim, concluíram que nem sempre o vendedor sai ganhando, pois tem preços como R\$2,57, quando se compra o pão por quilo, em que o consumidor não dá os dois centavos.

Por fim, o grupo que tinha proposto o problema da diferença de um centavo, optou pelo menor preço, pois eles precisavam de cinco unidades do produto e entenderam que iriam economizar 5 centavos na compra.

No fim dessa aula, com a finalidade de verificar se os estudantes tinham realizado a tarefa corretamente, a professora pediu que os grupos entregassem as tabelas de preços, identificando os produtos com o menor preço.

Esse material recolhido serviu para a professora como um instrumento de **avaliação da aprendizagem**, ou seja, a professora verificou se os estudantes conseguiram organizar os dados e souberam identificar o menor preço, o que, em termos matemáticos, remete à construção de uma tabela de dupla entrada, que facilita a visualização e a comparação de números racionais na forma decimal, respectivamente. Embora a avaliação tenha sido da aprendizagem, mais especificamente da aprendizagem matemática, a professora buscou saber dos estudantes porque organizaram os dados de forma diferente e mostrou como fazer esse tipo de tabela. Com relação à comparação dos preços, nenhum grupo apresentou dificuldades, de modo que se pode dizer que esse conhecimento já se encontra consolidado, ou muito próximo disso.

4.2.3 O levantamento do problema

Na etapa 3 da Modelagem, os estudantes são confrontados com situações problemáticas que precisam ser interpretadas, transformadas e matematizadas. A preocupação inicial dos estudantes, revelada já na etapa 1, era com o valor que iriam gastar para fazer a receita. Assim, na aula seguinte após a realização da pesquisa de preços, a professora retomou o problema para os estudantes, conforme descrito no episódio a seguir:

Episódio 2.05

Professora: Aqui, nessa folha, nem vou falar de quem que é, mas tá que é quatro e setenta uma dúzia de ovos. Quanto que tem uma dúzia?

Estudantes: Doze.

Professora: Eu vou, na minha receita, precisar de 3 ovos, eu vou gastar quatro e setenta?

Estudantes: Não.

Professora: Então o que vocês vão fazer agora é ver o preço que vocês vão gastar, o valor que vocês vão gastar para fazer a receita de vocês.

Nesse episódio, a avaliação da professora tem a função principal de **orientar** os estudantes na tarefa, designada por Hadji (1994) de **avaliação diagnóstica**. A partir dessa orientação, o professor pode se situar frente as possíveis dificuldades dos estudantes em compreender o problema e como resolvê-lo, visando diferentes mediações que levem os estudantes a traçar estratégias satisfatórias para resolução do problema, o que leva a quarta etapa da Modelagem, a resolução do problema e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema.

4.2.4 A resolução do problema e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema

Dando sequência à atividade com modelagem, os estudantes passaram a resolver o problema do custo para fazer a receita. No episódio descrito na sequência é possível ao professor constatar que os estudantes têm a compreensão do conteúdo de proporcionalidade.

Episódio 2.06

Pesquisadora: Vocês concordam com o que o Francisco falou? Se aumentar a quantidade de ovos aumenta o preço, é isso? Então doze ovos custam quatro e setenta, e vinte e quatro ovos?

Francisco: Vai dá...

Marcelo: Nove e quarenta.

Francisco: Professora, vai dar nove e quarenta.

Pesquisadora: Que conta que vocês fizeram?

Francisco: De mais.

Pesquisadora: Mais o que?

Galaxy30: Quatro e setenta mais quatro e setenta.

Embora os estudantes tenham apresentado dificuldade em expressar verbalmente o cálculo mental que fizeram, após a mediação da pesquisadora, eles se explicaram melhor, externando de forma satisfatória o raciocínio realizado. Assim, podemos afirmar que visando regular a aprendizagem, a pesquisadora realizou uma **avaliação formativa**, que ocorre durante o processo de formação. O mesmo acontece no episódio seguinte:

Episódio 2.07

Pesquisadora: Mas a Thaiane disse que, na verdade, a gente não precisa de vinte e quatro ovos, a gente precisa de três. Então não vai aumentar o número de ovos, não vai subir o número, vai diminuir.

Professora: Então se precisa três, o que vai acontecer?

Alberto: Diminui.

Professora: Eu vou lembrar vocês duma coisa que já estudamos, mas vocês não estão muito lembrados. Atenção! Doze ovos, quatro e setenta. Vinte quatro ovos, nove e quarenta. Vocês fizeram a soma. Vinte e quatro é o dobro de doze, não é?

Joaquim: É.

Professora: E nove e quarenta é o dobro de quatro e setenta. E três ovos, vai custar quanto? Vou colocar um x ali, que eu não conheço [escreve no quadro a regra de três].

Thaiane: Tem que dividir por quatro. Tem que dividir o quatro e setenta por quatro.

Pesquisadora: A Thaiane disse algo aqui.

Thaiane: Tem que dividir o quatro e setenta por quatro para saber o preço dos três ovos.

Professora: Por que você pensou isso?

Thaiane: Por causa que... o doze é...cada parte é três... três vezes quatro dá doze.

Uma das características intrínsecas à Modelagem Matemática na Educação Matemática é a ativa participação dos estudantes. No episódio descrito acima, a estudante Thaiane revela compreender o conceito de razão entre grandezas e propõe uma estratégia de resolução. No caso dessa estudante, essa aprendizagem está consolidada, ou muito próxima disso. No entanto, os demais estudantes não se manifestaram a respeito dessa estratégia. Isso não permite afirmar que os demais estudantes não têm esse conhecimento, apenas revela a necessidade da mediação do professor, direcionando o ensino e/ou propondo outras perguntas que instiguem a reflexão.

Nos termos da teoria de Vygotsky (2001), podemos afirmar que ao explicar seu raciocínio, a estudante Thaiane tem o conceito espontâneo acerca do procedimento de cálculo denominado regra de três. Afirmamos isso, pois a estudante utiliza-se da linguagem natural para externar o seu pensamento e não da linguagem matemática apropriada. Além disso, a explicação está relacionada a uma situação concreta, realizada a partir do seu contato com a situação, o que Vygotsky (2001) configura como conceito espontâneo. Para o conceito espontâneo se tornar conceito científico é necessário um confronto entre eles, isto é, a situação vivenciada gera concretude ao cálculo da regra de três, enquanto a teoria explica, de forma abstrata, por que a regra de três resolve o problema.

No episódio a seguir, a professora retoma o conceito de razão e aproveita a oportunidade para introduzir o conceito de regra de três:

Episódio 2.08

Professora: Olha a ideia da Thaiane. O que nós estávamos vendo esses dias atrás, da razão lembram? Nós podemos montar essa razão ó: doze está para três, lembram da razão? Assim como, ó, o doze está para três, assim como, sinal de igual, quatro e setenta está para x [escreve a razão na lousa]. O que a Thaiane pensou: se a gente dividir doze por quatro, dá três, certo?

Pesquisadora: Eu tenho quatro grupos de três ovos.

Professora: Isso. Os três ovos cabem quatro vezes no doze. Então, eu poderia, também, dividir o quatro e setenta por quatro para ter o valor de x. Outra forma que eu posso fazer, o que que vai ser?

Estudantes: [ficam em silêncio]

Professora: Lembram o que fizemos na aula passada? Ó, doze ovos e três ovos, né? [escreve na lousa uma informação abaixo da outra]. Tá aumentando ou diminuindo a quantidade?

Joaquim: Diminuindo.

Professora: Diminuindo, então eu coloco lá [desenha uma flecha para baixo após a resposta dos estudantes e, ao lado da informação doze ovos, acrescenta o valor quatro e setenta]. E o valor de três ovos, vai aumentar ou diminuir?

Joaquim: Diminuir.

Professora: Do quatro e setenta? Também vai diminuir [desenha uma seta para baixo]. Quando as duas setas estão para o mesmo lado dizemos que são grandezas...

Joaquim e Thaiane: diretamente proporcionais.

Professora: diretamente proporcionais, que era a dúvida que vocês tinham. E nesse caso, quando eu tenho as grandezas diretamente proporcionais, eu vou ter uma regra de três simples, que eu posso fazer a multiplicação em cruz, como nós chamamos [resolve a regra de três na lousa].

Embora na proposta de Vygotsky (2006) o bom ensino é o que se adianta ao desenvolvimento do estudante, a autoavaliação e a autorregulação por parte dos

estudantes, também faz parte do processo avaliativo. Essa **avaliação como aprendizagem** é uma forma de o estudante constatar e monitorar sua própria aprendizagem, sendo necessário, é claro, o *feedback* do professor, para que, caso necessário, o estudante possa ajustar sua aprendizagem. A avaliação como aprendizagem transparece no episódio 2.09, no qual o estudante busca validar o seu conhecimento. Isto é, ao questionar o professor o estudante quer verificar se aprendeu o que foi anteriormente discutido, no caso, se a incógnita de um problema precisa necessariamente ser representada pela letra x . Essa interpretação fazemos a partir da entonação da pergunta do estudante, que beirou a afirmação. Além disso, a pergunta traz, implicitamente, a premissa de que pode ser utilizada outra letra.

Episódio 2.09

Geraldo: Professora, pode ser outra letra em vez do x , né?!

Professora: Pode! Pode ser y , ou v . Como aqui estamos falando de ovos, poderia ser o , ou p , que é o preço do ovo.

A **avaliação da aprendizagem** é realizada com a intenção de verificar o desempenho dos estudantes em relação aos objetivos de aprendizagem. Assim, a professora faz esse tipo de avaliação para verificar se os estudantes compreenderam o porquê do uso da incógnita x e o que ela representa no problema em estudo. Nem sempre a avaliação da aprendizagem precisa ser realizada por meio de instrumentos de avaliação. O episódio a seguir revela que esse tipo de avaliação pode acontecer oralmente e, que a partir de um diálogo entre professor e estudantes, é possível que os estudantes externalizem a aprendizagem que o professor quer avaliar.

Episódio 2.10

Professora: O que é o x , então?

Maria Eduarda: É o preço dos três ovos.

Pesquisadora: É o preço de três ovos.

No episódio 2.11, a professora e a pesquisadora mostram aos estudantes que existem diferentes modos de organizar as informações e resolver o problema do preço de três ovos. Isso revela um respeito à individualidade dos estudantes, que aprendem de formas e em tempos diferenciados.

Episódio 2.11

Pesquisadora: E se eu quiser saber o preço de um ovo?

Joaquim: É só dividir por doze.

Pesquisadora: O que é só dividir por doze?

Joaquim: O valor de quatro e setenta. O valor dos doze ovos.

Professora: Então não daria para primeiro dividir o quatro e setenta por doze e daí multiplicar por três?

Joaquim: Seria mais fácil.

Professora: Seria mais fácil Joaquim? E não é isso que estaríamos fazendo aqui? [mostra a regra de três resolvida no quadro].

Pesquisadora: Então existe vários jeitos de montar a mesma conta. Estão vendo aqui? Então cada um faz o que acha mais fácil.

Após o conteúdo matemático “regra de três” ser formalizado, a professora propôs aos estudantes que realizassem os cálculos de quanto custaria a compra de cada ingrediente necessário para a receita. Desse modo, a professora pôde, por diversas vezes, verificar as dificuldades na aprendizagem dos estudantes em relação a esse conteúdo e intervir, buscando otimizar a aprendizagem. Isto é, a professora realizou a **avaliação para a aprendizagem**, conduzindo os estudantes, continuamente, na aprendizagem do conteúdo matemático abordado, fazendo com que permanecessem confiantes e persistentes na própria aprendizagem que, nesse momento da atividade, dizia respeito aos conteúdos matemáticos.

4.2.5 A análise crítica da solução

Para verificar o custo da receita, cada grupo aumentou a quantidade dos ingredientes para que a receita tivesse o rendimento para as 24 pessoas participantes do piquenique. A professora e a pesquisadora foram ajudando os grupos individualmente, direcionando a aprendizagem dos estudantes que ainda apresentavam dificuldades em realizar os cálculos proporcionais.

No episódio descrito na sequência, os estudantes precisavam fazer três receitas e para determinar o custo, eles multiplicaram os valores de cada ingrediente por três. Desse modo, a mediação da pesquisadora foi crucial para a análise da resposta que o grupo chegou e a sua reformulação.

Episódio 2.12

Pesquisadora: Você vai fazer três tortas, é isso?

Geraldo: Essa aqui é a original [ele mostra a receita e o valor individual de cada ingrediente]. Tipo assim, é isso aqui que a gente vai precisar [mostra o preço de cada ingrediente triplicado].

Pesquisadora: Então aqui você fez o que? [mostrando os preços triplicados]

Geraldo: Aqui é o preço normal, e aqui eu multipliquei o preço por três.

Pesquisadora: Mas, vai usar três caixas de maisena na receita?

Geraldo: Não...

Pesquisadora: Quanto que usa? Uma colher. Você vai comprar três caixas?

Geraldo: Não...
Pesquisadora: Precisava triplicar o preço da maisena?
Geraldo: Tipo...
Pesquisadora: A maisena é quinhentos gramas, né? E você vai precisar de uma colher? Uma colher tem mais ou menos vinte gramas...Então se você vai usar três colheres, você vai usar quantas gramas?
Geraldo: Sessenta então. Então,...vai sobrar de uma caixa.

Outros grupos não tiveram dificuldades em realizar os cálculos e tomaram a iniciativa de dividir o valor por todos os integrantes do grupo, conforme segue no episódio.

Episódio 2.13

Rebeca: Professora, a gente somou tudo do mais barato dos mercados, dai deu...
Thaiane: vinte e sete e trinta e oito. Dai a gente dividiu...
Rebeca: Vai dar nove e...
Pesquisadora: Mas isso é da receita final já?
Rebeca: Sim.
Sophia: E vai dar nove reais e quinze centavos para cada uma.

4.2.6 A avaliação durante e após a atividade com modelagem

De acordo com Fernandes (2008), as tarefas propostas aos estudantes devem, simultaneamente, servir para o ensino, para a aprendizagem e para a avaliação.

Assim, para resolver o problema do custo da receita, a professora pôde retomar alguns conhecimentos matemáticos que já haviam sido abordados por ela, o que permitiu uma **avaliação da aprendizagem** na busca de verificar o que os estudantes tinham compreendido e eram capazes de fazerem sozinhos. A atividade também possibilitou momentos de autoavaliação, ou **avaliação como aprendizagem**, nos quais os estudantes puderam verificar e validar suas aprendizagens de forma autônoma. A partir dos diálogos estabelecidos entre professoras e estudantes, também é possível destacar a **avaliação para a aprendizagem**, uma vez que as professoras fizeram mediações com vistas a regular e reorientar as aprendizagens dos estudantes. Na etapa 4 da modelagem, todas as atividades realizadas pelos estudantes foram entregues no final da aula, permitindo que a professora as corrigisse e devolvesse na aula seguinte para que os estudantes observassem e corrigissem seus erros. Desse modo, destacamos que a atividade do piquenique como foi conduzida ensejou a realização de diferentes tipos de avaliação.

A escola por ser uma instituição certificativa exige que o professor atribua notas aos estudantes por meio de instrumentos formais de avaliação, isto é, o professor deve se utilizar de documentos oficiais que permitam verificar a aprendizagem dos estudantes. Sendo assim, a professora Maria Flor aplicou um teste com a finalidade certificativa, ou seja, a professora realizou uma **avaliação somativa**.

Mesmo as instituições escolares exigindo a realização de avaliações somativas por meio de instrumentos como o teste, esses mesmos instrumentos podem ser úteis à realização de uma avaliação para a aprendizagem, com características formativas. Depende do objetivo com o qual o professor aplica o teste, que aprendizagem ele quer verificar, a reprodução ou a compreensão do conteúdo.

Nesse sentido, Luckesi (2011) coloca dois tipos de aprendizagem: a aprendizagem reflexa e a aprendizagem ativa e inteligível. A primeira remete a fixação de súmulas, ao conhecimento memorizado, a reprodução. Por vezes, o estudante é capaz de apresentar a resposta correta a dada questão, no entanto, não compreende os elementos que a compõem. Essa aprendizagem mecânica em pouco ajuda no desenvolvimento do estudante, uma vez que ele não saberia utilizar esse conteúdo em outra situação. Nesse caso, o conteúdo não se tornou conhecimento. A segunda, a aprendizagem ativa e inteligível, é construída a partir da assimilação ativa dos conteúdos, ou seja, os estudantes, a partir da experiência vivida, transformam o conteúdo em conhecimento, sendo capaz de utilizá-los em outras situações do modo flexível, transferível, multilateral (LUCKESI, 2011).

Assim, o professor, a partir das respostas dadas pelos estudantes em um instrumento de avaliação somativa pode avaliar se os estudantes transformaram o conteúdo em conhecimento, revelando a aprendizagem ativa e inteligível. Isto é, o professor deve proporcionar uma avaliação somativa que o permita avaliar se a experiência vivida pelo estudante durante o desenvolvimento da atividade com modelagem foi assimilada, de modo que o estudante, em outra situação, no caso do teste, possa manipular e utilizar de forma flexível o que foi aprendido.

Com a intenção de aproximar o teste requerido pela instituição escolar à dinâmica na qual os estudantes estiveram envolvidos durante o desenvolvimento da atividade do piquenique, a professora Maria Flor optou por realizar um teste cujas questões estavam relacionadas ao tema estudado (FIGURA 4.6).

FIGURA 4.6 - Teste aplicado pela professora Maria Flor

Numa empresa será oferecido um lanche durante uma reunião com aproximadamente 60 pessoas. Pensando em oferecer dois pedaços de bolo de fubá para cada pessoa, conforme receita a seguir:

Bolo de Fubá

Ingredientes:
 3 ovos inteiros
 2 xícaras (chá) de açúcar
 2 xícaras (chá) de fubá
 3 colheres (sopa) de farinha de trigo
 1/2 copo (americano) de óleo
 1 copo de leite
 1 colher (sopa) de fermento em pó

Rendimento: 30 pedaços

Calcule:

a) Quantos pedaços de bolo serão necessários? *180 pedaços* ✓

b) A receita deve ser aumentada quantas vezes?
4 vezes ✓

c) Qual a quantidade de cada ingrediente que será usada?

<i>Ovos</i>	<i>1 dúzia</i>
<i>açúcar</i>	<i>8 xícaras</i>
<i>fubá</i>	<i>8 xícaras</i>
<i>Trigo</i>	<i>12 colheres</i>
<i>Óleo</i>	<i>2 copos</i>
<i>leite</i>	<i>4 copos</i>
<i>fermento</i>	<i>4 colheres</i>

d) Determine o custo para fazer esse bolo na quantidade necessária. Os preços dos ingredientes são dados na tabela abaixo:

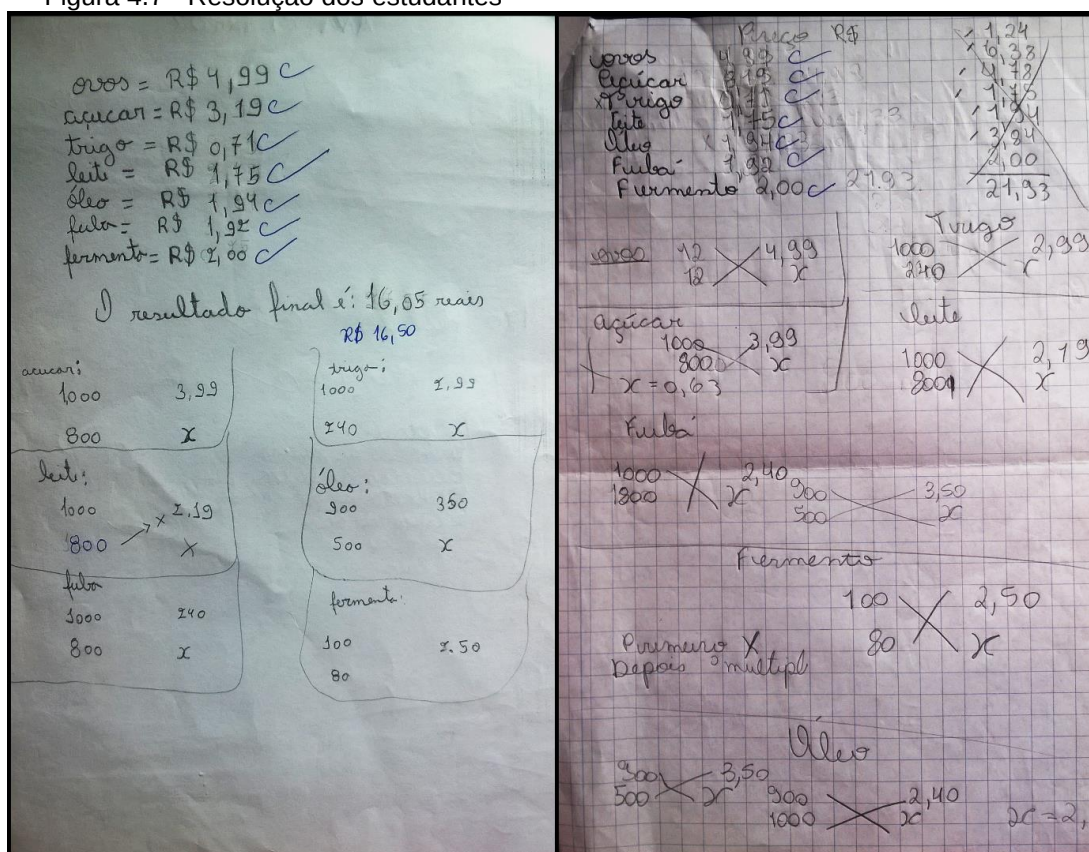
Ingrediente	quantidade	preço (R\$)
Ovos	DÚZIA (12)	4,99
açúcar	Kg	3,99
Trigo	Kg	2,99
Leite	L	2,19
Óleo	900 ml	3,50
Fubá	Kg	2,40
Fermento	100 g	2,50

Fonte: Material dos estudantes.

O teste foi realizado individualmente, mas os estudantes podiam consultar suas anotações pessoais. Embora uma atividade com modelagem matemática ocorra em grupo, uma avaliação individual permite ao professor verificar o que o estudante é capaz de realizar sozinho, o que, em termos da teoria vygotskyana, representa a zona de desenvolvimento real (ZDR).

Entendemos que ao optar por um teste contextualizado a professora minimizou a distância entre a forma de avaliar a aprendizagem matemática do modo como ela ocorreu. Acreditamos que isso implicou diretamente nos resultados satisfatórios que os estudantes obtiveram no teste. É possível que ao utilizar no teste o mesmo tema trabalhado em sala de aula tenha diminuído a aflição que os estudantes sentem no momento em que resolvem um teste avaliativo, o que permitiu que todos respondessem corretamente as questões propostas pela professora e fossem aprovados, em termos numéricos. Com relação à qualidade da aprendizagem matemática, muitos estudantes revelaram, por meio dos cálculos apresentados, que compreenderam os conteúdos matemáticos abordados durante a atividade do piquenique, conforme mostram algumas das resoluções feitas pelos estudantes e apresentadas na figura 4.7.

Figura 4.7 - Resolução dos estudantes



Fonte: Material dos estudantes

CAPÍTULO 5

AVALIAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM EM MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: DISCUTINDO ELEMENTOS PARA UMA TEORIZAÇÃO

A finalidade deste capítulo é discutir elementos que emergem da prática com a Modelagem que **podem contribuir** com o início de uma teorização sobre a avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Para tanto, debruçamo-nos sobre os episódios analisados na seção anterior no esforço de identificar, sistematizar e compreender que concepções de avaliação emergem da prática com Modelagem na Educação Matemática e quais relações se estabelecem entre o ensino, a aprendizagem e a avaliação (para a aprendizagem). Assim, para ilustrarmos nossas análises, trazemos trechos dos episódios apresentados no capítulo 4, os quais denotamos por excertos dos episódios.

A partir das análises e dos diferentes constructos teóricos damos início a uma teorização sobre a avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação Matemática, justificando teoricamente a necessidade de tal teorização, trazendo elementos que possam sustentar essa teorização e, por fim, algumas reflexões e implicações a respeito da teorização iniciada.

5.1 Integração: as concepções de avaliação que emergem das práticas com Modelagem Matemática na Educação Matemática

Conforme o objetivo do professor, uma estratégia para a realização da avaliação deve ser traçada. Hadji (1994) aponta três diferentes estratégias que se diferenciam no objetivo e quando ocorrem. Na avaliação diagnóstica o professor visa reconhecer o que o estudante já sabe a fim de escolher a sequência de formação e isso ocorre antes da formação. A avaliação formativa tem como característica principal ser integrada ao ensino, ou seja, durante a formação e visa contribuir com a aprendizagem em curso. Já a avaliação somativa é realizada ao final do processo de formação, na intenção de fazer um balanço final.

Das análises, temos que a avaliação diagnóstica é evidenciada no episódio 2.02, no qual a pesquisadora faz questionamentos na intenção de reconhecer se os estudantes já compreendem o conceito matemático de maioria. No episódio 2.05, a fala da professora está no intuito de verificar se os estudantes compreenderam o problema proposto e estabelecer a sequência de formação para esse momento. A seguir trazemos excertos desses episódios a fim de ilustrar tais análises.

Excerto do episódio 2.02

Pesquisadora: Deu a maioria ou não deu?

Estudantes: Deu...

Pesquisadora: Como vocês sabem que deu a maioria?

Maria Eduarda: Porque deu a metade mais um.

Geraldo: Deu cinquenta por cento mais um.

Excerto do episódio 2.05

Professora: Eu vou, na minha receita, precisar de 3 ovos, eu vou gastar quatro e setenta?

Estudantes: Não.

Professora: Então o que vocês vão fazer agora é ver o preço que vocês vão gastar, o valor que vocês vão gastar para fazer a receita de vocês.

Com a avaliação diagnóstica, a professora pôde se situar frente às dificuldades e lacunas de aprendizagem dos estudantes. Com o diagnóstico, ela orientou os estudantes em como dar sequência à atividade em curso, como no caso do episódio 2.05, no qual a professora verificou que os estudantes não haviam compreendido o problema e, por consequência, não estabeleceram uma forma de resolvê-lo. A avaliação diagnóstica também serve para o professor verificar que determinada aprendizagem já foi internalizada, como no caso do episódio 2.02, em que os estudantes explicam como **compreendem o significado do** conceito de maioria.

A avaliação formativa foi a mais presente nos episódios. Lopes e Silva (2012) colocam que uma avaliação formativa implica em o professor partilhar as metas de aprendizagem com os estudantes e ajudá-los a compreender essas metas, fornecendo *feedbacks* construtivos para que eles as atinjam. O número elevado de episódios que retratam uma prática de avaliação formativa se justifica tendo em vista que esse tipo de avaliação é concebido

[...] como um processo ativo e intencional que envolve professores e alunos na recolha sistemática de dados sobre a aprendizagem. Inclui todas as atividades em que professores e alunos obtêm informações como decorre a aprendizagem e os utilizam para modificar o ensino e a aprendizagem, com o objetivo expresso de melhorar o desempenho dos alunos (LOPES; SILVA, 2012, p. 13).

A avaliação para a aprendizagem e a avaliação como aprendizagem são dois componentes fundamentais da avaliação formativa, segundo Lopes e Silva (2012).

Na avaliação para a aprendizagem, simultaneamente, o professor busca constatar o que o estudante já internalizou, incentiva a participação ativa dos estudantes, como no excerto do episódio 2.12 e, estimula a autonomia e o pensamento crítico, como no excerto do episódio 1.12.

Excerto do episódio 2.12

Pesquisadora: Então aqui você fez o quê?

Geraldo: Aqui é o preço normal, e aqui eu multipliquei o preço por três.

Pesquisadora: Quanto que usa? Uma colher. Você vai comprar três caixas?

Geraldo: Não...

Pesquisadora: Precisava triplicar o preço da maisena?

Pesquisadora: A maisena é quinhentos gramas, né? E você vai precisar de uma colher? Uma colher tem mais ou menos vinte gramas.... Então se você vai usar três colheres, você vai usar quantas gramas?

Geraldo: Sessenta então. Então,... vai sobrar de uma caixa.

Excerto do episódio 1.12

Professora: Vocês sabem por que nós nos reunimos em grupo?

Thaiane: Para trabalharmos juntos.

Professora: E é que isso está acontecendo? O que está acontecendo nos grupos? Vamos ver, podem falar.

Pablo: Um responde e os outros copiam.

Professora: O grupo tem que se fortalecer. Vocês estão sentados em grupo porque, se eu não sei, o colega do meu lado pode me ensinar. Se eu copiar, vou está aprendendo?

Estudantes: Não!

A avaliação como aprendizagem enfatiza o papel do estudante no processo de aprendizagem, que deve se tornar corresponsável tanto com relação à aprendizagem como em relação à avaliação. Essa avaliação é observada no episódio 2.09, no qual o estudante monitora a própria aprendizagem, verificando-a junto à professora, e no episódio 1.09, que ilustra a correção e conferência oral das respostas calculadas pelos estudantes.

Excerto do episódio 2.09

Geraldo: Professora, pode ser outra letra em vez do x, né?!

Professora: Pode! Pode ser y, ou v. Como aqui estamos falando de ovos, poderia ser o, ou p, que é o preço do ovo.

Excerto do episódio 1.09

Professora: O teu deu diferente Seixas? Quanto deu o teu?

Seixas: Deu 12.

Professora: 12? Então vamos ver. Quantas vitórias?

Rebeca: 3.

Professora: Três vitórias. Quantos pontos de cada vitória?

Larissa: 3.

Professora: Então quantos pontos da aqui, de vitórias?

Thaiane: 3 vezes 3, 9.

Rebeca: 9 pontos.

Joaquim: 9.

Professora: 9, com quantos pontos de empate?

Thaiane: Mais 4.

Professora: 9 mais 4...10, 11, 12, 13.

Rebeca: 13.

Professora: Seixas, confere?

Seixas: Uhum.

Quando o estudante constrói **seu pensamento por meio de um processo**, ele é capaz de detectar o erro, se houver, mesmo que contando com a intervenção da professora. Para tanto, é importante possibilitar que os estudantes coloquem suas estratégias e procedimentos. No caso do cálculo mental, o professor precisa verificar se os estudantes dominam esse tipo de procedimento. Além disso, os estudantes precisam ser capazes de montar o algoritmo, isto é, traduzir o cálculo mental para linguagem matemática e, muitas vezes, precisam de orientações para eventuais lacunas de aprendizagem. Essas orientações podem ser realizadas em formas de questionamento, conforme explicitado nos excertos a seguir.

Excerto do episódio 1.08

Pesquisadora: Como você escreveria, em forma de conta?

Cleber: Mais.

Pesquisadora: Então escreve aí!

Geraldo: 3 mais 3...

Seixas: Como escreve em forma de conta?

Pesquisadora: O que você fez? 3 mais 3 e deu 6...então escreva isso.

Excerto do episódio 1.10

Pesquisadora: Se eu quiser calcular a pontuação de um time, como eu faço a conta? Como eu calculo os pontos do Vitória?

Galaxy30: Só multiplicar.

Pesquisadora: Multiplicar o quê?

Louize: 3 vezes 2...

Pesquisadora: Então vamos lá! Vou fazer 3 vezes 2 [escreve no quadro a conta]. O que é esse 3 aqui?

Geraldo: São os pontos por vitória.

Pesquisadora: Pontos por vitória. E o que é esse 2 aqui?

Francisco: É o número de vitórias.

Uma particularidade da avaliação formativa apontada por Perrenoud (1998) é a observação formativa. Essa observação é realizada pelo professor durante o

processo de formação e visa orientar a aprendizagem em curso sem a pretensão de julgamento. Essa observação formativa é ilustrada no episódio 1.02 e no episódio 1.06, conforme seguem os excertos.

Excerto do episódio 1.02

Sophia: Então coloca economia de dinheiro. Porque daí você coloca: guarda tanto, guarda tanto, guarda tanto.

Professora: Economia, seria?

Rebeca: É. Tipo... porque meu pai ganha tanto. Vamos supor que ele ganha 800. Ele pode guardar 300...gastar 400...

Professora: Seria os gastos da família? Economia familiar? Aquilo que você pode guardar. Pagar as suas contas e poder guardar determinado valor?

Rebeca: É. Economia familiar?

Sophia: É.

Excerto do episódio 1.06

Professora: É importante, pessoal, ter esse título aqui? O que vocês acham?

Estudantes: [os estudantes fazem comentários em um tom muito baixo, inaudíveis].

Professora: Porque quando alguém pegar esse caderno de vocês vai saber do que se trata. Porque se tiver só a anotação [tabela], poderia ser de outra rodada. Por isso sempre é importante ter, quando temos uma tabela ou um gráfico, termos o título. Lembra que já comentamos?

A avaliação somativa é associada à avaliação da aprendizagem. É estática, verificativa, quantitativa. Uma avaliação verificativa é realizada com o intuito apenas de verificar se os estudantes compreendem sobre o uso de uma variável, está ilustrada no episódio 2.10.

Excerto do episódio 2.10

Professora: O que é o x, então?

Maria Eduarda: É o preço dos três ovos.

Pesquisadora: É o preço de três ovos.

A prova proposta pela professora ao final da atividade do piquenique e a autoavaliação elaborada pelos estudantes na atividade do futebol ilustram avaliações estáticas e quantitativas, uma vez que ocorreram ao final das atividades, sem visar mudanças no percurso e, a elas foi atribuído valores, notas.

Em conversas durante a experiência em sala de aula, a professora Maria Flor revelou a necessidade de realizar uma prova, uma vez que ela precisava de um instrumento formal para atribuir uma nota aos estudantes. O teor dessas conversas revela a insegurança da professora em utilizar a avaliação formativa, que ocorreu por diversas vezes durante as atividades com modelagem como fonte para fazer um juízo de valor a respeito da aprendizagem dos estudantes, mesmo com a intervenção da pesquisadora, que forneceu material de leitura para que a professora Maria Flor compreendesse o processo como fonte de dados para uma avaliação somativa. No

entanto, a argumentação de Maria Flor era no sentido de que a escola exigia um documento formal produzido pelos estudantes e de que apenas a observação formal não seria suficiente para atribuir uma nota a cada um deles.

Acreditamos que tal percepção da professora vai ao encontro da ideia de que “[...] as avaliações formativas têm problemas vários de validade e de fiabilidade porque são desenvolvidas em contextos muito específicos, faltando-lhes, por isso, consistência para que possam servir propósitos sumativos” e, por sua vez, “as avaliações sumativas não preenchem os exigentes requisitos das avaliações formativas” (FERNANDES, 2008, p. 360). Essa forma de compreender as avaliações formativas e somativas como dicotômicas revela que a professora entende essas avaliações com finalidades e funções diferentes e que se baseiam em epistemologias diferentes. As diversas gerações de avaliação que se constituíram ao longo do tempo buscam trazer subsídios ao professor, para a sua prática, que compreende o ensino com vistas à aprendizagem e mais os preceitos institucionais dos órgãos da Educação. Das análises, encontramos intersecções entre as práticas realizadas e os contributos da avaliação construtivista, ou de quarta geração, uma vez que as teorias que compõem essa geração destacam a avaliação como um processo interativo, de negociação, em que todos os envolvidos, professores e estudantes, são ouvidos, como, por exemplo, nos excertos apresentados na sequência.

Excerto do episódio 1.04

Professora: A Thaiane tem uma sugestão, fale para nós.

Thaiane: Cada grupo escolhe um tema e os que não forem escolhidos são apagados [da lousa]. A partir disso, cada um [cada estudante] escolhe individual o tema.

Professora: Alguém tem alguma outra ideia? Alguma sugestão? Aceitam essa?

Estudantes: Aceitamos!

Excerto do episódio 2.11

Pesquisadora: E se eu quiser saber o preço de um ovo?

Joaquim: É só dividir por doze.

Pesquisadora: O que é só dividir por doze?

Joaquim: O valor de quatro e setenta. O valor dos doze ovos.

Professora: Então não daria para primeiro dividir o quatro e setenta por doze e daí multiplicar por três?

Joaquim: Seria mais fácil.

Excerto do episódio 1.11

Professora: Vocês escreveram qual critério vocês usaram? Foi seguir a pontuação do maior por menor, até aí eu entendi. Mas tem times que tem a mesma pontuação.

Galaxy30: Nós fizemos o Palmeiras, porque a maioria torce para o Palmeiras.

Professora: Mas isso é um critério justo? Será que em todos os lugares a maioria torce para o Palmeiras?

Galaxy30: não.

Professora: Então qual seria um critério justo que vocês decidiriam? Aqui todos torcem para o Sport, porque ele também tem a mesma pontuação! Então vocês vão ter que escolher um critério, o grupo de vocês.

Galaxy30: Por ordem de alfabeto, daí A, B...

Carlos: Então vai ser Internacional por primeiro e Palmeiras por segundo.

Excerto do episódio 2.08

Professora: Lembram o que fizemos na aula passada? Ó, doze ovos e três ovos, né? [escreve na lousa uma informação abaixo da outra]. Está aumentando ou diminuindo a quantidade?

Joaquim: Diminuindo.

Professora: Diminuindo, então eu coloco lá [desenha uma flecha para baixo após a resposta dos estudantes e, ao lado da informação doze ovos, acrescenta o valor quatro e setenta]. E o valor de três ovos, vai aumentar ou diminuir?

Joaquim: Diminuir.

Professora: Do quatro e setenta? Também vai diminuir [desenha uma seta para baixo]. Quando as duas setas estão para o mesmo lado dizemos que são grandezas...

Joaquim e Thaiane: diretamente proporcionais.

Todavia, a necessidade de a professora aplicar uma prova individual para verificar o que os estudantes haviam aprendido, a (Figura 4.2) revela que a prática avaliativa da professora ainda se pauta em características da avaliação de primeira geração (mensuração), na qual os estudantes devem ser capazes de reproduzir as técnicas aprendidas e sua aprendizagem é classificada com base em uma norma.

Na educação, em geral, a prática avaliativa somente tem credibilidade se a avaliação for expressa por uma quantidade numérica. Isso reproduz o que Morin (2014) denomina ‘quantofrenia’, termo criado pelo sociólogo americano P. Sorokin (1889-1968) para designar ironicamente a excessiva tendência para introduzir a quantidade e a medição nas ciências do espírito (estatística, psicometria, sociometria, etc.).

Assim, ao analisarmos as práticas com modelagem da professora e da pesquisadora, verificamos a integração de elementos que caracterizam as diferentes concepções de avaliação discutidas no capítulo 2 deste texto. Trazemos como exemplos ilustrativos de uma avaliação diagnóstica excertos dos episódios 2.02 e 2.05. Os excertos dos episódios 1.12 e 2.12 ilustram uma prática avaliativa assentada na avaliação para a aprendizagem, enquanto os excertos dos episódios 1.09 e 2.09 ilustram uma prática de avaliação como aprendizagem. Perrenoud (1998) aponta que

uma particularidade da avaliação formativa é a observação formativa, que pode ser verificada nos excertos dos episódios 1.02 e 1.06. A concepção de avaliação somativa também se fez presente na prática das professoras, sendo observada no diálogo do excerto do episódio 2.10 e na prova aplicada ao final da atividade com o objetivo de verificar se os estudantes eram capazes de utilizar os conceitos matemáticos trabalhados durante a atividade com modelagem em uma situação similar.

No entanto, ao se trabalhar com a Modelagem Matemática na Educação, entendemos que outras relações entre o ensino, a aprendizagem e a avaliação se estabelecem. Essas outras relações são destacadas na próxima seção, na intenção de justificar, a partir da prática com a Modelagem, que essas relações são inerentes à Modelagem e, desse modo, é necessária a discussão, mesmo que inicial, na busca de elementos que possam fundamentar uma teorização para a avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação Matemática.

5.2 Fundamentação teórica: por que teorizar uma concepção de avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação Matemática?

Mudanças sociais como, por exemplo, a crescente modernização tecnológica e a modificação do mundo do trabalho são refletidas na educação. Tais mudanças são consideradas nos documentos oficiais brasileiros que regem a educação no país. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN),

[...] o papel fundamental da educação no desenvolvimento das pessoas e das sociedades amplia-se ainda mais no despertar do novo milênio e aponta para a necessidade de se construir uma escola voltada para a formação de cidadãos. Vivemos numa era marcada pela competição e pela excelência, onde progressos científicos e avanços tecnológicos definem exigências novas para os jovens que ingressarão no mundo do trabalho (BRASIL, 1998, p. 5).

Somam-se a essas, outras mudanças, especificamente no que concerne ao âmbito escolar, como o aumento e heterogeneidade da população estudantil que engloba crianças, jovens e adultos, de diferentes classes sociais, com diferenças culturais, étnicas e religiosas, com dificuldades de aprendizagem, entre outras heterogeneidades. Disso temos que um dos maiores desafios enfrentados pelos sistemas educacionais é o de promover uma educação a todos, que lhes permitam a plena integração à sociedade em que vivem.

Acontece que essas mudanças sociais não são refletidas na forma de ensino, no que se entende por aprendizagem, nem na prática avaliativa dos professores, que ainda seguem, com raras exceções, o modelo de educação bancária (FREIRE, 1979), no qual o ensino é baseado na transmissão de informações, a aprendizagem está relacionada à capacidade de reprodução correta de uma informação ou procedimento e, a avaliação privilegia os procedimentos rotineiros e a reprodução das informações previamente transmitidas.

Essa forma de conceber e realizar o ensino, a aprendizagem e a avaliação situam-se na contramão dos avanços apresentados pelo desenvolvimento das teorias da aprendizagem inspiradas no cognitivismo, construtivismo e sociointeracionismo, que, por sua vez, contrapõem-se à ideia behaviorista arraigada na educação bancária.

A aprendizagem com influências behavioristas traz a ideia do estímulo-resposta, da necessidade de treinar cada procedimento separadamente. Disso decorre que a aprendizagem complexa é o somatório de aprendizagens mais simples. Logo, o ensino é feito a partir da decomposição do todo em tantas partes quanto forem possíveis e, a avaliação, em conformidade, busca verificar se houve a aprendizagem (ou a reprodução correta) de cada uma dessas partes separadamente.

Para Morin (2006, p. 42), isso constitui o princípio da redução do conhecimento, que leva a reduzir o complexo ao simples.

Assim, aplica às complexidades vivas e humanas a lógica mecânica e determinista da máquina artificial. Pode também cegar e conduzir a excluir tudo aquilo que não seja quantificável e mensurável, eliminando dessa forma o elemento humano do humano, isto é, paixões emoções, dores e alegrias. Da mesma forma quando obedece estritamente ao postulado determinista, o princípio de redução oculta o imprevisto, o novo e a invenção.

Nessa perspectiva, os grandes problemas humanos desaparecem em benefício dos problemas técnicos particulares. Isso, trazido para o âmbito escolar, segundo Morin (2006, p. 43), mostra que “a incapacidade de organizar o saber disperso e compartimentado, conduz à atrofia da disposição mental natural de contextualizar e globalizar” e, dessa forma, emerge a dificuldade de reconhecer e considerar outros conhecimentos e aprendizagens escolares como importantes.

Essa visão de aprendizagem parcelada, compartimentada, mecanicista disjuntiva e reducionista rompe o complexo do mundo em fragmentos disjuntos, fraciona os problemas, separa o que está unido e torna unidimensional o multidimensional.

Entretanto, as teorias da aprendizagem que começaram a se desenvolver por volta de 1980 apontam resultados que os processos de aprendizagem não são lineares, padronizados, tão pouco a soma de partes mais simples. Pelo contrário, se desenvolve em múltiplas direções e em ritmos diferentes, é complexo.

Para Morin (2006), a educação deve promover a “inteligência geral”, apta a referir-se ao complexo, ao contexto, de modo multidimensional e dentro da concepção global. “A complexidade é a união entre e unidade e a multiplicidade” (MORIN, 2006, p. 38). Nesse entendimento, a aprendizagem que se faz pertinente é para enfrentar a complexidade.

Os estudantes devem ser preparados para

[...] lidar com situações complexas, de resolver problemas em contextos diversificados nacionais e internacionais, de trabalhar em grupos cada vez mais multiculturais, de se comunicar facilmente em sua língua e, pelo menos, em uma língua estrangeira, de saber utilizar as novas tecnologias da comunicação, de selecionar informações, de ser tolerantes para com as diferenças, de ser cidadãos críticos e participativos na vida democrática das sociedades. Enfim, a lista poderia prosseguir por mais algumas páginas... (FERNANDES, 2009, p. 36).

Assim, faz-se necessário uma educação que supere a visão disciplinar do conhecimento, que aconteça por meio de metodologias de ensino que busquem uma mudança na forma de encarar e trabalhar o estudante, a sua aprendizagem e os conteúdos do conhecimento. Essa mudança é um dos pressupostos da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Por exemplo, dar liberdade aos estudantes para escolherem temas de seus interesses pessoais para dar início a discussões, conforme os excertos a seguir, evidencia o diálogo entre o professor e o estudante e coloca o estudante como corresponsável no processo de ensino e aprendizagem.

Excerto do episódio 1.03

Professora: Eu vou anotando no quadro as sugestões. Não quer dizer que aquilo que o grupo de vocês decidiu vai ser a escolha da turma, mas vamos colocar todos os temas escolhidos aqui para depois vocês fazerem a votação, certo?

Joaquim: Professora, a votação vai ser por grupo ou por aluno?

Excerto do episódio 2.01

Pesquisadora: Quem prefere ficar fazendo os exercícios do livro levanta a mão? Quem quer escolher um outro tema para a gente estudar?

Estudantes: Eu...eu...eu

Geraldo: Jogo de computador

Pesquisadora: Então escolhemos um outro tema?

Estudantes: Sim...

Para além, os estudantes escolherem seu tema de interesse possibilita a eles desenvolverem a autonomia e a iniciativa, uma vez que os problemas são a eles

correlatos, como é o caso do excerto do episódio 2.13, no qual os estudantes, por iniciativa própria, decidem como se organizarão financeiramente para fazer a receita escolhida.

Excerto do episódio 2.13

Rebeca: Professora, a gente somou tudo do mais barato dos mercados, daí deu...

Thaiane: vinte e sete e trinta e oito. Daí a gente dividiu...

Rebeca: Vai dar nove e...

Pesquisadora: Mas isso é da receita final já?

Rebeca: Sim.

Sophia: E vai dar nove reais e quinze centavos para cada uma.

A educação deve favorecer a aptidão natural da mente em formular e resolver problemas e, de forma correlata, estimular a aprendizagem e o desenvolvimento pessoal. Esse estímulo requer o livre exercício da curiosidade, a faculdade mais expandida e mais viva durante a infância e a adolescência que, com frequência, a escola, pela mera instrução, extingue. Portanto, é necessário instigar a curiosidade dos estudantes. A Modelagem Matemática na Educação Matemática, por partir de temas que são do interesse dos estudantes, conforme discutido anteriormente, instiga a curiosidade e, também, pode promover a aprendizagem complexa e permitir o desenvolvimento de aspectos cognitivos e metacognitivos, como apresentado a seguir.

Excerto do episódio 1.08

Pesquisadora: Como você escreveria, em forma de conta?

Cleber: Mais.

Pesquisadora: Então escreve aí!

Geraldo: 3 mais 3...

Seixas: Como escreve em forma de conta?

Pesquisadora: O que você fez? 3 mais 3 e deu 6...então escreva isso.

Geraldo: 3 mais 3, 6. 6 mais 2, 8. 8 mais 0, 8. Pronto, ó. Ó a conta aí ó!

Excerto do episódio 2.07

Professora: E nove e quarenta é o dobro de quatro e setenta. E três ovos, vai custar quanto? Vou colocar um x ali, que eu não conheço [escreve no quadro a regra de três].

Thaiane: Tem que dividir por quatro. Tem que dividir o quatro e setenta por quatro.

Pesquisadora: A Thaiane disse algo aqui.

Thaiane: Tem que dividir o quatro e setenta por quatro para saber o preço dos três ovos.

Professora: Por que você pensou isso?

Thaiane: Por causa que... o doze é...cada parte é três... três vezes quatro dá doze.

O ensino da Matemática mediado pela Modelagem, por se alinhar à epistemologia do pensamento complexo e ao paradigma emergente, além de se fundar numa base teórica psicológica, sociológica e antropológica, apresenta potencial para desenvolver uma prática educativa que integra o ensino, a aprendizagem e a avaliação para a aprendizagem.

Como decorrência, faz-se necessário (re)pensar o processo e as práticas avaliativas a fim de que elas se alinhem com os preceitos da Modelagem na Educação Matemática, que pressupõe um ensino dinâmico, complexo e sistêmico e privilegia a aprendizagem integrada, complexa, multidimensional.

Desse modo, na sequência do texto damos início aos primeiros passos na direção de uma teorização de avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática discutindo alguns elementos que emergiram das práticas analisadas considerados característicos à Modelagem Matemática na Educação Matemática.

5.3 Teorização: elementos que contribuem para avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação Matemática

Conforme discutido no capítulo 3, a Modelagem Matemática na Educação Matemática está ancorada em pressupostos construtivista, cognitivista e sociointeracionista e, o ensino por meio de atividades com modelagem possibilita desde a aprendizagem de conteúdos escolares até o desenvolvimento de Funções Psicológicas Superiores, como a autonomia, a criticidade, a reflexão, etc.

Dado que as atividades com modelagem têm esse caráter de formação ampla, a prática avaliativa deve caminhar nessa direção. Portanto, propomos uma concepção de **avaliação sistêmico-crítica**.

Embora a proposição de uma nomenclatura possa se tornar apenas mais uma ao lado de expressões como avaliação autêntica, avaliação contextualizadora, avaliação formadora, entre outras que se referem a uma avaliação mais voltada à ideia formativa inspiradas no construtivismo, cognitivismo e sociointeracionismo, e que compõem a quarta geração de avaliação discutida por Guba e Lincoln (2011), trazemos ênfases particulares inerentes a essa conceitualização, resultante dos referenciais teóricos adotados e das práticas avaliativas analisadas.

Começamos por clarificar o que entendemos por **avaliação sistêmico-crítica**. A palavra avaliação, de origem no vocábulo *valere*, é entendida no sentido como apresenta Both (2012, p. 37): “avaliar de forma dinâmica e construtiva; tomada de decisão após a obtenção de dados essencialmente significativos”. Já a palavra sistêmico traz a ideia de todo, refere-se ao conjunto completo, no qual o todo não é redutível à soma das partes. Disso decorre a defesa de uma prática avaliativa na qual tanto professor como estudante observem a atividade com modelagem de forma

sistêmica, dinâmica e construtiva, na busca de dados essencialmente significativos que permitam a tomada de decisão a respeito da aprendizagem e do desenvolvimento em curso. Assim, uma avaliação sistêmica deve permitir identificar e conhecer o curso da aprendizagem e do desenvolvimento e, simultaneamente, proporcionar indicações de caminhos. Desse modo, uma avaliação sistêmica é um processo deliberado e sistemático de busca por informações que permitam identificar o que os estudantes já sabem e o que ainda está em processo de maturação, com a finalidade de regular e melhorar o ensino e a aprendizagem.

Essa proposta de avaliação sistêmica está amparada em uma epistemologia crítico-dialógica. Na epistemologia crítica, a educação é entendida como uma atividade social, historicamente localizada, intrinsecamente política e problemática (DINIZ-PREIREIRA, 2014). Nos referenciais freireanos, a educação é um processo no qual o sujeito busca transformar a realidade que o cerca para se tornar um ser melhor, capaz de tomar decisões e assumir responsabilidade política e social por meio de um movimento dialógico de reflexão, ação, reflexão. Dada a pluralidade de suas relações, o ser humano é capaz de pensar e agir sobre a realidade que a ele se apresenta de forma a modificá-la, suas ações são naturalmente críticas e reflexivas (FREIRE, 1967). Associando as ideias de Freire (1967, 1979, 1987) à proposta de Modelagem Matemática na Educação Matemática de Burak (1992, 2010), temos que a ideia crítica por detrás da Modelagem engloba, também, a dialógica. Ensinar por meio da Modelagem Matemática pressupõe diálogos e debates, ações importantes à educação na visão de Freire (1967). Ao participar do processo de ensino e aprendizagem com perguntas, ideias, discussões e posicionamentos, o estudante se constrói um ser capaz de refletir e compreender sua realidade e, quando possível, transformá-la.

As etapas para o encaminhamento de uma atividade com modelagem podem auxiliar os estudantes no desenvolvimento das habilidades de conjecturar (excerto do episódio 1.10), refletir (excerto do episódio 1.11), criar estratégias (excerto do episódio 1.08), pensar (excerto do episódio 2.06), raciocinar (excerto do episódio 2.07), entre outras, que não costumam ser estimuladas quando o professor adota uma metodologia de ensino em que o estudante é passivo e reprodutor, ou seja, quando a prática educativa do professor está pautada na concepção de educação bancária.

Excerto do episódio 1.10

Pesquisadora: Olhando as contas que a gente fez, vocês conseguem me dizer o que foi igual?

Rebeca: Multiplicamos por 3.

Galaxy30: E por 1.

Professora: Todo mundo concorda? O 3 e o 1 são fixos aqui?

Estudantes: Sim.

Sophia: O zero também é fixo.

Pesquisadora: A gente marcou o que manteve. E o que que mudou?

Rebeca: O 5, o 6...

Pesquisadora: O número de vitórias né? Ora é 5, ora é 6...

Professora: Por que Louize?

Louize: Porque cada time vence diferente [se referindo ao número de vitórias].

Professora: Mas o jeito de calcular mudou?

Louize: Não.

Excerto do episódio 1.11

Galaxy30: Nós fizemos o Palmeiras, porque a maioria torce para o Palmeiras.

Professora: Mas isso é um critério justo? Será que em todos os lugares a maioria torce para o Palmeiras?

Galaxy30: não.

Professora: Então qual seria um critério justo que vocês decidiriam? Aqui todos torcem para o Sport, porque ele também tem a mesma pontuação! Então vocês vão ter que escolher um critério, o grupo de vocês.

Galaxy30: Por ordem de alfabeto, daí A, B...

Episódio 1.08

Pesquisadora: O que você fez? 3 mais 3 e deu 6...então escreva isso.

Geraldo: 3 mais 3, 6. 6 mais 2, 8. 8 mais 0, 8. Pronto, ó. Ó a conta ai ó!

Marcelo: Agora do Atlético. Quantos ele ganhou?

Cleber: 13.

Geraldo: Venceu, 3, 3, 3, 3. 3, 6, 9, 12. 3, mais, mais, mais.

Seixas: 3, 6, 9, 12. Mais um, 13 pontos.

Excerto do episódio 2.07

Thaiane: Tem que dividir o quatro e setenta por quatro para saber o preço dos três ovos.

Professora: Por que você pensou isso?

Thaiane: Por causa que... o doze é...cada parte é três... três vezes quatro dá doze.

Excerto do episódio 2.06

Pesquisadora: Que conta que vocês fizeram?

Francisco: De mais.

Pesquisadora: Mais o quê?

Galaxy30: Quatro e setenta mais quatro e setenta.

Nestas condições temos que a **avaliação sistêmico-crítica**, proposta que se baseia em uma visão acerca da natureza das interações sociais que se estabelecem em sala de aula entre professor e estudantes e entre os estudantes, difere da visão dita tradicional ou, conforme nomeada por Freire (1979), educação bancária.

A educação bancária prevê o envolvimento de dois entes, o professor, detentor do conhecimento e o estudante, “objeto” no qual o professor deverá depositar seus conhecimentos. A educação bancária, infelizmente ainda é praticada com certa

frequência nas escolas, sobretudo nas aulas de Matemática, estabelece uma relação vertical, de cima para baixo, do professor sobre o estudante, implicando em uma relação definida por Freire (1967) de antidiálogo, que é uma relação de desamor, desafeto, arrogante, acrítico. O antidiálogo não comunica, faz comunicados.

Em vez disso, Freire (1967) propõe uma educação pautada no diálogo, uma relação horizontal, de professor para estudante e vice-versa. Esse diálogo permite a instalação de uma “simpatia” entre os envolvidos, “Nasce de uma matriz crítica e gera criticidade (Jaspers). Nutre-se do amor, da humildade, da esperança, da fé, da confiança. Por isso, só o diálogo comunica. [...]” (FREIRE; 1967, p. 107). Existindo esse diálogo é que surge o estudante problematizador, que pensa e discute seu meio social, traz para a sala de aula suas angústias e alegrias advindas do contexto extraescolar. Por consequência, é fundamental o professor dialogar com o estudante e assumir o papel de mediador e orientador da aprendizagem. E esse diálogo mediador e orientador acontece na Modelagem, tal como pode ser observado, por exemplo, nos excertos a seguir.

Excerto do episódio 1.05

Pesquisadora: E time de futebol, a gente escreve com letra maiúscula ou letra minúscula?

Sophia: Maiúscula, porque é nome. É nome próprio.

Professora: Então qual que tem que arrumar? [com relação aos nomes escritos na lousa]

Seixas: Fluminense.

Thaiane: E Internacional.

Excerto do episódio 2.04

Thaiane: G. Ele usou o g, que é a abreviação de gramas.

Professora: É a abreviação de gramas? Mas não precisa por grs? Ou gs?

Joaquim: Não!

Francisco: Não.

Professora: E como que eu sei se eu tiver só um, um grama, eu vou anotar assim [escreve no quadro 1g], um grama. E cem, também fica a mesma coisa? [escreve no quadro 100g]. Só o g?

Thaiane: Sim. É igual horas.

Ao adotarmos a concepção de Modelagem Matemática na Educação Matemática na qual a atividade com modelagem parte de um tema escolhido pelos próprios estudantes, ou seja, parte de uma situação contextualizada, possibilitamos a busca por soluções sobre esta situação por meio do diálogo entre os estudantes e entre professor e estudante (diálogo horizontal) e existe discussão, uma análise crítica das soluções encontradas. Essa concepção de Modelagem pode ser alinhada às ideias de Paulo Freire. Para Freire (1967), o debate criticizador e motivador permite ao estudante apreender a necessidade de aprender, de modo que ele próprio prepare-se para esse aprendizado. Tal ideia é facilmente levada ao campo da Matemática, de

modo que a Modelagem Matemática pode ser esse agente impulsionador para que o estudante tome consciência da importância de aprender tais conceitos e se prepare para isso.

Nesse sentido, Paulo Freire defende que a educação deva acontecer a partir de problematizações do contexto do educando por meio do diálogo, permitindo assim uma síntese entre o conhecimento mais sistematizado do professor e o conhecimento menos sistematizado do estudante.

De acordo com os pressupostos freireanos, ensinar e aprender são momentos do processo maior de conhecer e, por isso envolvem ações de busca, de acerto e de erro, de equívoco, de curiosidade, de satisfação, de prazer (FREIRE, 2001). Ou seja, o estudante é o protagonista dos processos de ensino e aprendizagem. E a Modelagem Matemática na Educação Matemática promove esse protagonismo, uma vez que as ações dos estudantes vão desde a escolha do tema, passa pelo levantamento dos problemas a serem investigados e pela escolha dos procedimentos que consideram mais adequados na resolução do problema, culminando na interpretação e análise das respostas e situações.

No caso da atividade 2, com o tema piquenique, os estudantes começaram por escolher o tema comida (excerto do episódio 2.02). É comum que os temas de interesse dos estudantes não sejam temas matemáticos propriamente ditos. Ainda assim, conforme propõe Burak (2010), é o interesse pelo tema, por compreender questões relacionadas ao tema que motiva e apoia a compreensão de métodos e conteúdos matemáticos. Corroborando com essa ideia, apoiados em Dewey (1978), Hermínio e Borba (2010, p. 117) colocam que “[...] quando estamos interessados em algo, então nos sentimos fascinados, empenhados, completamente absorvidos por esta coisa, que tem algum mérito para nós”. O interesse é pessoal, pois cada pessoa valora um objeto (ou tema) conforme aspectos objetivos e subjetivos relacionados a sua experiência, sua vivência.

Excerto do episódio 2.02

Pesquisadora: Então ficamos com comida? Nós estamos em 20, comida deu a maioria, ou não?

Estudantes: Sim... Não... Sim... Não...

Pesquisadora: Não deu a maioria?

Galaxy30: Deu sim!

Pesquisadora: Deu a maioria ou não deu?

Estudantes: Deu...

Dar liberdade aos estudantes de escolherem temas de seus interesses para dar início a discussões evidencia o diálogo entre o professor e o estudante e permite que ele traga para a sala de aula suas inquietações e/ou motivações advindas do contexto extraescolar, conforme propõe Freire (1967).

Por vezes o tema escolhido pelos estudantes é muito abrangente e, por isso, o professor tem um papel importante nessa etapa da Modelagem. O professor deve assumir seu papel de orientador e auxiliar os estudantes na delimitação do tema. Essa orientação pode ser realizada de diversas formas, inclusive em forma de pergunta, conforme explícito no excerto do episódio 2.03. Segundo Freire (1967), os estudantes devem se inserir e discutir acerca das problemáticas que os rodeia. No caso do estudante Galaxy30, ainda era necessário acontecer o piquenique que havia sido programado no ano anterior.

Excerto do episódio 2.03

Pesquisadora: Comida é muito amplo. O que de comida podemos fazer?

Galaxy30: Nós temos um piquenique ainda para resolver.

Geraldo: É verdade!

Pesquisadora: Que piquenique?

Popp234: Do ano passado.

Professora: Ano passado estudamos sobre comida saudável...

Felipe: Íamos fazer um piquenique. Mas choveu.

A definição do problema a ser investigado também não constitui tarefa fácil, uma vez que os estudantes não estão habituados a esse tipo de tarefa. Considerando essa dificuldade, o professor pode mediar essa tarefa propondo aos estudantes articularem os dados e informações coletadas nas etapas anteriores da atividade. No caso da atividade 1, inicialmente o problema foi elaborado pela professora, já que os estudantes escolheram o tema futebol e não sabiam o que exatamente queriam pesquisar sobre esse tema. O problema elaborado pela professora foi: Como se calcula a pontuação de cada time no campeonato brasileiro de futebol? No entanto, conforme a atividade foi avançando, esse problema foi se desdobrando em outros, elaborados pelos estudantes. Por exemplo, durante o desenvolvimento da atividade os estudantes decidiram por organizar a classificação dos times conforme a pontuação, mas se depararam com outro problema: Como classificar os times com a mesma pontuação?

Excerto do episódio 1.11

Professora: Vocês tinham que fazer a classificação dos times pela pontuação, certo?

Francisco: Certo.

Professora: Vocês escreveram qual critério vocês usaram? Foi seguir a pontuação do maior por menor, até aí eu entendi. Mas tem times que tem a mesma pontuação.

Galaxy30: Nós fizemos o Palmeiras, porque a maioria torce para o Palmeiras.

Professora: Mas isso é um critério justo? Será que em todos os lugares a maioria torce para o Palmeiras?

Galaxy30: nãã.

Professora: Então qual seria um critério justo que vocês decidiriam? Aqui todos torcem para o Sport? Porque ele também tem a mesma pontuação [que outro time]. Então vocês vão ter que escolher um critério, o grupo de vocês.

Galaxy30: Por ordem de alfabeto, daí A, B...

Carlos: Então vai ser Internacional por primeiro e Palmeiras por segundo.

Trabalhar com situações-problema, como é o caso da Modelagem na Educação Matemática, possibilita, na sua resolução, que os estudantes criem estratégias e procedimentos de forma livre e autônoma, conforme a primeira forma de resolução apresentado no excerto do episódio 1.11 (a maioria do grupo torce para o Palmeiras). No entanto, cabe ao professor, no papel de mediador, explorar o senso crítico dos estudantes, fazendo-os refletir sobre as estratégias e procedimentos adotados. No caso supracitado, os estudantes mudaram de opinião, adotando uma nova forma de organizar a classificação dos times. O diálogo que gerou a mudança de opinião dos estudantes esclarece a necessidade de captar a realidade de forma crítica. Segundo Freire (1967, p. 105),

[...] toda compreensão de algo corresponde, cedo ou tarde, uma ação. Captado um desafio, compreendido, admitidas as hipóteses de resposta, o homem age. A natureza da ação corresponde à natureza da compreensão. Se a compreensão é crítica ou preponderantemente crítica, a ação também o será. Se é mágica a compreensão, mágica será a ação.

Assim, entendemos que a Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino que dispõe aos estudantes meios com os quais eles possam ser capazes de superar a captação mágica da realidade e possam compreendê-la de forma predominantemente crítica e, assim, agir de forma crítica.

O excerto do episódio 1.11, além de ilustrar o protagonismo dos estudantes, o diálogo entre professor e estudantes, o papel do professor de mediador na busca de uma compreensão mais crítica da realidade, ilustra também a indissociação das etapas da Modelagem. Isto é, nesse mesmo excerto podemos verificar a definição de

um problema, o uso das informações pesquisadas, a resolução do problema no contexto do tema e a análise crítica da solução. Mais ainda, o excerto ilustra que a solução encontrada inicialmente não era adequada, sendo necessária a criação de uma nova estratégia de resolução, a qual, aparentemente, foi aceita pelo grupo como mais adequada.

A partir do apresentado, defendemos uma **avaliação sistêmico-crítica**, que busque avaliar o estudante como um todo, na e com a atividade com modelagem, uma vez que entendemos que as atividades com modelagem são, simultaneamente, atividades que envolvem o ensino, a aprendizagem e a avaliação para a aprendizagem.

No sentido de realizar uma **avaliação sistêmico-crítica**, o professor precisa, conforme propõe Morin (2006):

- Compreender que o conhecimento das partes depende do conhecimento do todo e que o conhecimento do todo depende do conhecimento das partes;
- Reconhecer e examinar os fenômenos como multidimensionais, em vez de isolar, de maneira mutiladora, cada uma de suas dimensões;
- Reconhecer e tratar as realidades que são, concomitantemente, solidárias e conflituosas;
- Respeitar a diferença enquanto reconhece a unicidade.

Assim, a **avaliação sistêmico-crítica** está pautada nos pressupostos de uma avaliação formativa. Lopes e Silva (2012) colocam que uma avaliação formativa implica no professor partilhar as metas de aprendizagem com os estudantes e ajudá-los a compreender essas metas, fornecendo *feedbacks* construtivos para que eles as atinjam. A finalidade de avaliar os estudantes durante uma atividade com modelagem é no sentido de dar suporte para que eles possam aprender e se desenvolver durante o curso da atividade.

A partir das considerações apresentadas, entendemos que não temos suporte suficiente para elaborarmos uma teoria de avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação, uma vez que a pesquisa realizada possibilitou a análise de uma experiência pontual, com um número limitado de atividades, desenvolvidas em apenas uma turma e com um único professor colaborador. No entanto, a investigação nos possibilitou abordar os primeiros elementos que entendemos necessários para dar início a uma teorização de avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática. Esses elementos dizem respeito ao envolvimento e a participação dos estudantes no desenvolvimento de atividades com

modelagem, a atender ao interesse do grupo ou dos grupos, promover uma prática dialógica na perspectiva de Paulo Freire, a apresentar características interdisciplinares ao partir de temas.

A discussão apresentada nessa seção busca elucidar como esses elementos se configuram e se relacionam em uma atividade com modelagem matemática e nos permitiram organizar algumas dimensões da avaliação sistêmico-crítica, conforme síntese a seguir.

QUADRO 5.1 – Elementos da avaliação sistêmico-crítica.

Paradigma	Dialógico-crítico
Metodologia	Dialógica
Ocorrência	Integrada ao ensino e à aprendizagem
Responsabilidade pela aprendizagem	Compartilhada
Função do professor	Orientador e mediador
Função do estudante	Protagonista
Função da avaliação	Formação ampla (conhecimentos escolares e Funções Psicológicas Superiores)
Objetivo da avaliação	Avaliação para a aprendizagem

Fonte: A autora.

5.4 Reflexão: algumas considerações complementares acerca da teorização

Mudanças significativas e consistentes nas práticas avaliativas perpassam por uma teorização com fundamentações epistemológicas, ontológicas e metodológicas que tragam clareza sobre quais práticas avaliativas desenvolver (FERNANDES, 2006). Com relação à prática avaliativa em Modelagem Matemática na Educação Matemática não é diferente. Para o professor mudar e/ou melhorar a prática avaliativa quando adota a Modelagem como metodologia de ensino é preciso um quadro teórico claro e sólido para que ele possa se apoiar com certa segurança.

Os vários estudos relativos à avaliação deram origem a diferentes concepções, abordadas no capítulo 2. Sobre essas concepções, ainda que consideradas sob o ponto de vista de novos paradigmas, será que realmente consideram esses paradigmas em sua totalidade? Como esses paradigmas consideram a aprendizagem? Será que o resultado de fracasso que se imputa ao estudante é realmente dele? O que se mascara nos resultados da avaliação? Quanto desse aparente fracasso do estudante é devido ao modo que se ensina? E, mais particularmente, ao modo de se ensinar a Matemática?

Ao longo das últimas décadas, a Educação Matemática tem apontado diversas tendências metodológicas para o ensino da Matemática com potencial para tornar o processo de ensino e aprendizagem capaz de ressaltar aquilo que a educação desse século XXI ainda está a dever, uma educação que promova a plena integração de todos à sociedade.

Com vistas a essa plena integração social, discutimos elementos que buscam fundamentar uma teorização de avaliação para a aprendizagem que se pauta no conhecimento multidimensional, na qual as aprendizagens constituem-se pelo caráter complexo do ser humano que é, ao mesmo tempo, biológico, psíquico, social, cultural, racional e afetivo e, da sociedade que comporta as dimensões histórica, econômica, sociológica, entre outras.

No entanto, no sistema educacional brasileiro ainda vigora o pensamento partidário de uma cabeça bem cheia, uma acumulação estéril de informações. Para Morin (2014, p. 21), “uma cabeça bem cheia é uma cabeça onde o saber é acumulado, empilhado e, não dispõe de um princípio de seleção e organização que lhe dê sentido”. Somente uma reforma do pensamento é capaz de proporcionar uma mudança no processo de ensino, de aprendizagem e de avaliação. Ou seja, para se efetivar uma **avaliação sistêmico-crítica** é preciso questionar e enfrentar o sistema educacional, que nos impõe a segregação em disciplinas isoladas e a classificação dos estudantes.

Nossos sistemas de ideias constituído pelas teorias, ideologias e doutrinas, segundo Morin (2006), não estão apenas sujeitos ao erro, mas também protegem os erros e ilusões neles inscritos. É a lógica de qualquer sistema de ideias resistir à informação que não lhe convém ou que não pode assimilar. Mesmo as teorias científicas sendo as únicas a aceitar a possibilidade de serem refutadas, tendem a manifestar esta resistência. Entre essas teorias incluímos as que tratam da avaliação que, embora se abram à refutação, tendem sempre a manifestar certa resistência ou, como expressa Morin (2006), são tão oclusas sobre si mesmas e convictas de suas verdades que se mostram inatacáveis a qualquer julgamento que possa denunciar ou apontar seus erros.

Igualmente, entendemos que a teorização que nos propomos a iniciar está sujeita a falhas, revisões e, por consequência, refinamento. No entanto, como bem salienta Fernandes (2006, p. 36), “Não podemos, como é obvio, esperar pela chegada mais ou menos triunfal e salvadora de uma teoria ‘acabada’ para avaliar melhor”. Nesse sentido, entendemos que uma teorização de avaliação para a aprendizagem

em Modelagem Matemática na Educação Matemática é necessária, a discussão apresentada nesta tese constitui um marco inicial acerca da avaliação para a aprendizagem quando se adota a Modelagem Matemática na Educação Matemática como metodologia de ensino.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Admitimos que o ensino da Matemática tem sido discutido ao longo dos anos em congressos, encontros específicos e eventos da área, entretanto com poucos avanços no tocante a avaliação. Com relação à Matemática, essa avaliação em âmbito escolar precisa se revestir de maior atenção. Isso porque a forma de avaliar em Matemática tem mostrado, pelos seus resultados, que a aprendizagem da Matemática não se concretiza. No entanto, podemos nos perguntar: Que tipo de avaliação se realiza no âmbito das escolas? O que ela pretende avaliar realmente? Com qual objetivo se faz a avaliação, sob o ponto de vista do professor e do sistema de educação? Essas avaliações favorecem o quê? Qual o significado que o professor dá para a avaliação realizada em sala de aula? E o estudante?

Nas últimas décadas o campo da Educação Matemática tem avançado e apontado diferentes metodologias de ensino que se diferenciam da prática de uma educação bancária por modificarem essa tradicional forma de ensino e a relação que se estabelece em sala de aula entre professor e estudantes. Dentre essas metodologias, temos nos dedicado a estudar e pesquisar a respeito da Modelagem Matemática. No entanto, pouco se tem pesquisado sobre a avaliação em Modelagem na Educação Matemática. Ao início do desenvolvimento da pesquisa descrita neste relatório foram encontrados apenas 5 trabalhos, em nível nacional e internacional, que tratam de parâmetros e orientações para uma prática avaliativa em Modelagem (VELEDA; BURAK, 2016).

Nossa preocupação com a prática avaliativa em Modelagem é motivada por acreditarmos que essa metodologia, quando comparada a educação bancária, exige dos estudantes e do professor outras formas de pensamento, de raciocínio, de apresentar e discutir as situações, envolve várias áreas do conhecimento, trata de questões que exigem um novo modo de conceber e abordar os conhecimentos. Essa alteração no processo de ensino implicada pela adoção da Modelagem provoca mudanças no processo de aprendizagem, já que o estudante é convidado deliberadamente a participar desse processo. Nesse sentido, a prática avaliativa não pode permanecer classificatória e seletiva, uma vez que envolve muito além dos conteúdos escolares, possibilita a formação e desenvolvimento pessoal de cada estudante.

Neste trabalho apresentamos uma teorização acerca da avaliação para aprendizagem quando a Modelagem Matemática na Educação Matemática é adotada como metodologia de ensino. Tal teorização, assim como outras teorias educacionais, foi construída a partir de uma pesquisa empírica, de análises e integrações conceituais que interpretamos. Ampliar o número de investigações empíricas, aliado a teorização apresentada, pode trazer compressões no que diz respeito as relações entre as aprendizagens dos estudantes e as atividades com modelagem realizadas e como os professores organizam e integram a tríade ensino, aprendizagem e avaliação em Modelagem na Educação Matemática.

Desenvolver uma teorização de avaliação para a aprendizagem em Modelagem na Educação Matemática que traga pontos de apoio às práticas do professor atravessa um conjunto de contributos de outras áreas que extrapolam as diferentes áreas que compõem a Educação Matemática apresentadas nas figuras 3.1 e 3.2. Somam-se àquelas os contributos teóricos do construtivismo, do cognitivismo, do sociointeracionismo, da dialógica, da aprendizagem, da avaliação. Essa teia diversificada e complexa de contributos, todos supostamente relevantes, é uma das razões pelas quais Fernandes (2008) explica a escassez de produções teóricas no domínio da avaliação, uma vez que o pesquisador pode, após um extenso e árduo trabalho, constatar que outros contributos teóricos, igualmente relevantes, não foram considerados.

Assim, temos a consciência que a teorização aqui proposta é apenas o início das discussões necessárias para avançarmos no que diz respeito a avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Entendemos que para o professor se sentir seguro e confiante em sua prática avaliativa é necessário ter clareza sobre a teoria adotada. Assim, sugerimos que os professores que ensinam Matemática pela Modelagem na Educação Matemática participem de debates e reflitam em conjunto acerca de questões que não foram tratadas neste texto, mas que estão diretamente relacionadas com a prática avaliativa, como, por exemplo:

- Quais critérios de avaliação para a aprendizagem em Modelagem o professor pode adotar?
- Quais estratégias, técnicas ou instrumentos para avaliação podem ser utilizados? Quais as vantagens e desvantagens de cada um deles?
- Como avaliar o envolvimento dos estudantes?

- Após a conclusão de uma atividade com modelagem devemos sempre realizar uma avaliação somativa?

Essas questões mostram a fragilidade da temática em foco. A teorização de um conceito de avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação Matemática é apenas um dos alicerces que sustenta o ensino por meio da Modelagem. A ampliação dessa discussão pode resultar na ampliação do número de professores que adotam a Modelagem em suas aulas, pois sentem a necessidade de um suporte teórico alicerçado acerca da avaliação um empecilho para adotar a Modelagem como metodologia de ensino.

REFERÊNCIAS

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. Ed. 5. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- AFONSO, A. J. **Avaliação educacional**: regulação e emancipação: para uma sociologia das políticas avaliativas contemporâneas. São Paulo: Cortez, 2000.
- ALMEIDA, L. M. W. de, SILVA, K. P. da, VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2013.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim, v. 27, n. 98, p. 65-74, 2003.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem de Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.
- BIANCHI, E. M. P. G.; IKEDA, A. A. Usos e aplicações da grounded theory em administração. **GESTÃO. Org-Revista Eletrônica de Gestão Organizacional**, v. 6, n. 2, 2010. p. 231-248.
- BLUM, W.; FERRI, R. B., Mathematical Modelling: can it be taught and learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 45-58, 2009.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. 12 ed. Porto: Porto, 2010.
- BOLDT, A.; KACZMAREK, D.; BURAK, D.; BASSANI, I. Modelagem Matemática e possíveis aproximações com a teoria de Vygotsky. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba, **Anais...** Curitiba: SBEM, 2013.
- BOTH, I. J. **Avaliação planejada, aprendizagem consentida**: é ensinando que se avalia, é avaliando que se ensina. Curitiba: Intersaberes, 2012.
- BRASIL. Lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm>. Acesso em: 04 mar. 2017.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. Resolução nº 4 de 13 de julho de 2010. Define Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb004_10.pdf>. Acesso em: 04 mar. 2017.
- BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília: MEC/SEB/DICEI, 2013.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo ensino-aprendizagem**. 1992. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional). Universidade de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. **Zetetiké**. v.2, n. 2, p. 10-27, 1994.

_____. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula.

Modelagem na Educação Matemática, v.1, n.1, 2010.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Encaminhamentos didático-pedagógicos no contexto de uma atividade de modelagem Matemática para a Educação Básica. *In: Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas*.

Coord(s). ALMEIDA, L. M. W. de; ARAÚJO, J. L. de; BISOGNIN, E. Londrina: Eduel, 2011. p. 45-64.

BURAK, D.; ARAGÃO, R. M. R. de. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Curitiba: CRV, 2012.

BURIASCO, R. L. C. de. SOARES, M. T. C. Avaliação de sistemas escolares: da classificação dos alunos à perspectiva de análise de sua produção matemática. *In: Avaliação em matemática: Histórias e perspectivas atuais*. VALENTE, W. R. (org.). Campinas: Papirus, 2008. p. 101-142.

DEPRESBITERIS, L.; TAVARES, M. R. **Diversificar é preciso...**: instrumentos e técnicas de avaliação da aprendizagem. São Paulo: Senac, 2009.

DESLAURIERS, J. P.; KÉRISIT, M. O delineamento de pesquisa qualitativa. *In: A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos*. Trad. Ana Cristina Nasser. Petrópolis: Vozes, 2008. p. 127-153.

DINIZ-PEREIRA, J. E. da racionalidade técnica à racionalidade crítica: formação docente e transformação social. **Perspectivas em diálogo**: Revista de educação e sociedade. Naviraí, v.01, n.01, p. 34-42, jan-jun.2014.

FERNANDES, E. M.; MAIA, A. Grounded theory. *In: Métodos e técnicas de avaliação: contributos para a prática e investigação psicológicas*. FERNANDES, E. M.; ALMEIDA L. S Braga: Universidade do Minho. Centro de Estudos em Educação e Psicologia, 2001. p. 49-76.

FERNANDES, D. **Avaliação das aprendizagens**: uma agenda, muitos desafios. Portugal: Texto, 2004.

_____. Avaliação das aprendizagens: reflectir, agir e transformar. *In: Livro do 3º Congresso Internacional Sobre Avaliação na Educação*. Curitiba: Futuro Eventos, 2005.

_____. Para uma teoria da avaliação formativa. **Revista Portuguesa de Educação**. Portugal, vol. 2, n. 19, p. 21-50, 2006.

_____. Para uma teoria da avaliação das aprendizagens. **Estudos em avaliação educacional**. São Paulo: Fundação Carlos Chagas, n. 41, pp. 347-72, set./dez. 2008.

_____. **Avaliar para aprender: fundamentos, práticas e políticas.** São Paulo: UNESP, 2009.

FIGUEIREDO, D. F. **Uma proposta de avaliação de aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática na sala de aula.** 2013. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

FRANCO, M. L. P. B. Pressupostos epistemológicos da avaliação educacional. **Caderno de pesquisa.** São Paulo, n. 74, p. 63-7, ago. 1990.

FREIRE, P. **Educação como prática da liberdade.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1967.

_____. **Educação e Mudança.** 12 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1979.

_____. **Pedagogia do oprimido.** 17 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

GESSINGER, R. M.; GRILLO, M. C.; FREITAS, A. L. S. de. Critérios de avaliação a serviço da aprendizagem. *In: Por que falar ainda em avaliação?* GRILLO, M. C.; GRASSINGER, R. M. (Orgs.). Porto Alegre: EDIPUCRS, 2010. p. 35-44.

GRILLO, M. C.; LIMA, V. M. do R. Questões sobre avaliação da aprendizagem: a voz dos professores *In: Por que falar ainda em avaliação?* GRILLO, M. C.; GRASSINGER, R. M. (Orgs.). Porto Alegre: EDIPUCRS, 2010. p. 23-34.

GUBA, E. LINCOLN, Y. **Avaliação de quarta geração.** Campinas: Unicamp, 2011.

HADJI, C. **A avaliação, regras do jogo: das intenções aos instrumentos.** Porto: Portugal, 1994.

_____. **Avaliação desmistificada.** Porto Alegre: Artmed, 2001.

HENNING, H.; KEUNE, M. Levels of modelling competencies. *In: Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study.* Blum, W.; Galbraith, P. L; Hans-Wolfgang, H; Niss, M. (editores) 2007 pp. 225-232

HIGGINSON, W. On the foundations of Mathematics Education. **For the learning of Mathematic.** Quebec, v.1, n. 2, p. 3-7, 1980.

HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico Houaiss da língua portuguesa.** Versão 1.0. Objetiva, 2001.

HOUSTON, K. Assessing the “phases” of mathematical modelling. *In: Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study.* Blum, W.; Galbraith, P. L; Hans-Wolfgang, H; Niss, M. (editores) 2007. pp. 249-256.

JACCOUD, M.; MAYER, R. A observação direta e a pesquisa qualitativa. *In: A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos.* Trad. Ana Cristina Nasser. Petrópolis: Vozes, 2008. p. 254-294.

JESEN, T. H. Assessing Mathematical Modelling Competency. *In: Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics* (ICTMA 12), HAINES. C.; GALBRAITH, P.; BLUM, W.; KHAN, S. (orgs.). Chichester: Horwood Publishing.

KACZMAREK, D. **Modelagem no ensino da Matemática**: um viés na ação e interação do processo de ensino e aprendizagem. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2014.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of internacional perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 38, n. 3, 2006. pp. 302-310.

KILPATRICK, J. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. **Zetetiké**, Campinas, v.4, n.5, p. 99-120, 1996.

LAPERRIÈRE, A. A teorização enraizada (grounded theory): procedimento analítico e comparação com outras abordagens similares. *In: A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos*. Trad. Ana Cristina Nasser. Petrópolis: Vozes, 2008. p. 353-385.

LEONG, R. K. E. Assessment of Mathematical Modeling. **Journal of Mathematics Education at teachers college**. New York: Columbia University, 2012.

LOPES, J.; SILVA, H. S. **50 técnicas de avaliação formativa**. Portugal: Lidel, 2012.

LIMA, V. M. do R.; GRILLO, M. C.; HARRES, J. B. S. Diferentes formas de expressão da aprendizagem. *In: Por que falar ainda em avaliação?* GRILLO, M. C.; GRASSINGER, R. M. (Orgs.). Porto Alegre: EDIPUCRS, 2010. p. 86-94.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar**: estudos e proposições. São Paulo: Cortez, 2011.

_____. **Sobre notas escolares**: distorções e possibilidades. São Paulo: Cortez, 2014.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas, São Paulo: E. P. U., 2012.

MEYER, J. F. da C. de A.; CALDEIRA, A. D., MALHEIROS, A. P. dos S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MENDES, M. T.; TREVISAN, A. L.; BURIASCO, R. L. C. Possibilidades de intervenção num contexto de ensino e avaliação em matemática. *In: EM TEIA* Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 3, n. 1, 2012.

MORIN, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. Brasília: Unesco, 2006.

_____. **A cabeça bem feita**: repensar a reforma, reformar o pensamento. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2014.

MOREIRA, M. A. **Comportamentalismo, Construtivismo e Humanismo**: subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências. 2ed. Porto Alegre: IF-UFRGS, 2016.

MOURA, A. R. L de.; PALMA, R. C. D. A Avaliação em Matemática: lembranças da trajetória escolar de alunos de pedagogia. *In: Avaliação e Educação Matemática*. BURIASCO, R. L. C. (Org.). Recife: SBEM, 2008. p. 11-28.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. 8 ed. Campinas, SP: Papirus, 2007.

OLIVEIRA, M. K. de. **Vygotsky aprendizado e desenvolvimento**: um processo sócio-histórico. 4 ed. São Paulo: Scipione, 2001.

PAVANELLO, R. M.; NOGUEIRA, C. M. I. Avaliação em Matemática: algumas considerações. */Estudos em Avaliação Educacional*, v. 17, n. 33, jan./abr. 2006. p. 29-42.

PAVIANI, J. **Interdisciplinaridade**: conceitos e distinções. 2 ed. Caxias do Sul: Educs, 2008.

PERRENOUD, P. **Avaliação**: da excelência à regularização das aprendizagens - entre duas lógicas. Porto Alegre: Artmed, 1998.

RIUS, E. B. Educación Matemática: Reflexión sobre su naturaleza y su metodología. **Educación Matemática**. México: Iberoamérica, v.1, n. 2, p. 28-42, 1989.

RODRIGUES, P. As três “lógicas” da avaliação de dispositivos educativos. *In: Para uma fundamentação da avaliação em educação*. ESTRELA, A.; RODRIGUES, P. (orgs.). Lisboa: Colibri, 1994.

SAMESHIMA, D. C. T. Compreendendo a Avaliação da Aprendizagem Matemática. *In: Avaliação e Educação Matemática*. BURIASCO, R. L. C. (Org.). Recife: SBEM, 2008. p. 109-119.

SANT'ANA, I. M. **Por que avaliar? Como avaliar?**: critérios e instrumentos. Petrópolis: Vozes, 2010.

SASS, O.; LIBA, F. R. T. Interesse e a educação: conceito de junção entre a psicologia e a pedagogia. **Imagens da Educação**, v. 1, n. 2, 2011, p. 35-45

SILVA, M. M. da; SILVA, V. S. da; ROSA, C. C. da. Modelagem Matemática e teoria vygotskiana: possíveis aproximações. *In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO*, 2, 2015, Campina Grande, **Anais...**Campina Grande: CONEDU, 2015.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T.; BURIASCO, R. L. C. O Conceito de Regulação no Contexto da Avaliação Escolar. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.7, n.1, p.235-250, 2014.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Ensino de

Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

VELEDA, G. G.; BURAK, D. Modelagem Matemática e o desafio da avaliação: revisitando as propostas nacionais e internacionais. *In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 7, 2016, Londrina, **Anais...** Londrina: EPMEM, 2016.

VERTUAN, R. E. **Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de modelagem Matemática**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VERTUAN, R. E.; BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L; M. W. de. O papel da mediação e da intencionalidade em atividades de modelagem matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 7, n. 3, 2013, p. 63-80.

VIANNA, H. M. Estudos em avaliação educacional. **Estudos em avaliação educacional**. São Paulo: Fundação Carlos Chagas, n.17, p.73-135, jan./jun. 1998.

_____. **Fundamentos de um Programa de Avaliação Educacional**. Brasília: Liber Livro, 2005.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. Edição eletrônica: Ed Ridendo Castigat Mores. 2001. Disponível em: <<http://www.ebooksbrasil.org/adobeebook/vigo.pdf>>. Acesso em: 19 ago. 2015.

_____. **A formação social da mente**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

_____. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. *In: Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem*. VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. 11. ed. São Paulo: Ícone, 2010.

WESTBROOK, R. B.; TEIXEIRA, A. **John Dewey**. Recife: Massangana, 2010.