

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA (UEPG)
PROGRAMA DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**

PATRICIA ABDANUR

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA METODOLOGIA ALTERNATIVA DE ENSINO

**PONTA GROSSA
2006**

PATRICIA ABDANUR

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA METODOLOGIA ALTERNATIVA DE ENSINO

Dissertação apresentada para obtenção do título de mestre na Universidade Estadual de Ponta Grossa, Área de Concentração em Educação, Linha de Pesquisa Ensino-Aprendizagem.

Orientador: Prof. Dr. Dionísio Burak

**PONTA GROSSA
2006**

Abdanur, Patricia
A135 Modelagem matemática : uma metodologia alternativa de ensino / Patrícia Abdanur. – 2006.
147 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Ponta Grossa – PR

Orientador: Prof. Dr. Dionísio Burak.

Bibliografia: f. 142-147

1- Matemática - Estudo e ensino. 2-Aprendizagem.
I.Título.

CDD:510.7

PATRICIA ABDANUR

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA METODOLOGIA ALTERNATIVA DE ENSINO

Dissertação de Mestrado apresentada para obtenção do título de mestre na
Universidade Estadual de Ponta Grossa, Área de Educação.

Ponta Grossa, 07 de dezembro de 2006.

Prof. Dr. Dionísio Burak - Orientador
Doutor em Educação
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

Profa. Dra. Célia Finck Brandt
Doutora em Educação
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

Profa. Dra. Joyce Jaqueline Caetano
Doutora em Educação
PUC/SP

Prof. Dr. Ivo José Both
Doutor em Educação
Universidade do Ninho - Portugal

Sempre, e nunca em excesso, aos meus pais, Jamil e Irene, pessoas cujos ensinamentos e companhia são indispensáveis.

Aos meus filhos, Fabinho e Paulo Henrique, pela paciência e compreensão em minhas ausências.

Aos irmãos Jamil Júnior, Marcelo e Carla, pela confiança e apoio.

Dedico.

AGRADECIMENTOS

A Deus por estar presente em todos os instantes e por ter proporcionado a realização deste sonho.

Ao Professor Orientador Dr. Dionísio Burak que, pela forma amiga, soube respeitar minhas limitações e por ter orientado relevantemente meu caminho.

Ao querido irmão Jamil Abdanur Júnior pela crítica e orientação que ajudou no crescimento deste trabalho.

À Professora Daniela D. Barbieri e alunos do Colégio Campo Real e do Colégio Estadual Professor Amarílio, ambos da cidade de Guarapuava, que me auxiliaram nas experiências realizadas neste trabalho.

À Professora Moema França pelos esclarecimentos recebidos na área de informática.

Aos Professores do Programa de Pós-Graduação, pelos ensinamentos e incentivo.

Aos colegas que, com humildade e amizade, orientaram-me durante os momentos de dificuldades no decorrer do Curso e a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desta dissertação.

Sobre tudo o que se deve guardar,
guarda o teu coração,
porque dele procedem as fontes da vida.

(Provérbios, 4: 23)

RESUMO

Este trabalho propõe-se a discutir e analisar aspectos da Modelagem Matemática no âmbito da Educação Básica e também o ensino e a aprendizagem da disciplina nesse contexto. Apresenta como objetivo central a análise da Modelagem Matemática enquanto uma prática educativa diferenciada para o ensino de Matemática e como questão norteadora da investigação busca identificar: quais os aspectos favorecidos pela Modelagem enquanto uma prática que parte do interesse do grupo ou do aluno? Por hipótese, o desinteresse pelo assunto a ser ensinado em Matemática provoca um aprendizado deficiente no aluno. O trabalho apresenta uma visão geral da Educação Matemática e suas perspectivas para o ensino na Educação Básica frente às Diretrizes Nacionais para o Ensino Fundamental e Médio. Faz uma abordagem da Modelagem desde a Pré-história até a Idade Contemporânea. Para a consecução do objetivo central e de outros objetivos eleitos para a investigação valeu-se das pesquisas exploratórias para proporcionar maior familiaridade com os temas tratados sobre a Educação Matemática e a Modelagem Matemática e para conhecer as características dos trabalhos iniciais com a Modelagem valeu-se de algumas características das pesquisas descritivas. Para tomar ciência dos trabalhos iniciais com a Modelagem utilizou-se do material produzido pelos participantes das primeiras experiências com a Modelagem nos cursos de especialização realizado em 1983/1984, que consta no acervo da Unicentro no Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática - LEPEM. Apresenta e analisa as experiências vividas com a Modelagem Matemática buscando identificar aspectos que a constituam como prática diferenciada. A parte prática do trabalho consta de experiências vivenciadas no âmbito de duas escolas, uma pública e outra particular, desenvolvida seguindo os passos propostos por Burak (1998/2004). Os resultados das experiências apontam para novas perspectivas do ensino de Matemática na Educação.

Palavras-Chave: Ensino e Aprendizagem, Modelagem Matemática, Educação Matemática, Interdisciplinaridade, Contextualização.

ABSTRACT

This term paper proposes to argue and to analyze aspects of the Mathematical Modeling in the scope of the Mathematical Education, the teaching and learning of the Mathematics in the Basic Education's context. It presents as its central objective the analysis of the Mathematical Modeling while a differentiated educative practice for the teaching and as an investigation's leading question it seeks to identify the favored aspects of the Modeling whereas a practice that comes from the group or student's interest? By hypothesis, the disinterest for the taught subject in Mathematics provokes a deficient learning in the student's. The paper presents a general view of Mathematical Education and its perspectives for the teaching in the Basic Education facing the National Guidelines for the Elementary and High School system. It approaches the Modeling since the Pre-history until the Contemporary Age. For the central objective's achievement and other elect objectives of this investigation, it was used the explorative researches to provide a greater familiarity with the subjects that treats the Mathematical Education and Modeling. Furthermore, to become aware about the initial works' characteristics of descriptive research. To get the knowledge about these initial works with the Modeling, it was used material produced by the first experiences' participators in the specialization courses which were carried through in 1983/1984. It consists in the quantity of Education Laboratory of Education and Mathematical Education research – "LEPEM". It presents and analyzes the lived experiences with Modeling (in a public and in a private school), trying to identify aspects that constitute it as a differentiated practice developing and following the steps considered by Burak (1998/2004). The results of the experiences point to new teaching perspectives of the Mathematical Education.

Word-Keys: Teaching and Learning, Modeling Mathematics, Mathematical Education, Interdisciplinary, Contextualization

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

GRÁFICO 1 – Produção de Bolachas 1º. semestre 2004 – Beijo Baiano.....	128
FIGURA 1 – Mostra de relógio confeccionado pelos alunos	101
QUADRO 1 – Tempo de utilização de energia elétrica por eletrodomésticos, em residência de aluno do Colégio Campo Real, na primeira semana de outubro de 2004	99
QUADRO 2 – Resultado da soma do tempo de utilização de aparelho doméstico em residência de aluno, em horas, durante uma semana.....	101
QUADRO 3 – Tempo total de utilização de energia elétrica por eletrodomésticos em residência de aluno do Colégio Campo Real, na primeira semana de outubro de 2004.....	105
QUADRO 4 – Valor em real, conforme KWh	106
QUADRO 5 – Produção de bolachas da Beijo Baiano, durante o primeiro semestre de 2004	127
QUADRO 6 – Produção de bolachas da Beijo Baiano, durante o primeiro semestre de 2004 (porcentagem)	129
QUADRO 7 – Classificação dos funcionários da Beijo Baiano, por sexo e estado civil, abril de 2006	131

LISTA DE SIGLAS

CEB	Câmara de Educação Básica
CIAEM	Comissão Inter-Americana de Educação Matemática
CNMEM	Conferência Nacional de Modelagem e Educação Matemática
CFLO	Companhia de Força e Luz do Oeste
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
ECE	Encargo de Capacidade Emergencial
EMATER	Empresa de Assistência Técnica e Extensão Rural
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
FACIBEL	Faculdade de Ciências Humanas de Francisco Beltrão
FAFIG	Fundação Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava
FGTS	Fundo de Garantia por Tempo de Serviço
ICMI	International Commission of Mathematics Instruction
ICMS	Imposto de Circulação de Mercadorias e Serviços
IMECC	Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação
INSS	Instituto Nacional do Seguro Social
KWh	Quilowatt hora
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MMM	Movimento da Matemática Moderna
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Alunos
Saeb	Sistema de Avaliação do Ensino Básico
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
Sebrae	Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas
SEED	Secretaria de Estado da Educação do Paraná
Senai	Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial
SMEV	Secretaria Municipal de Educação de Vitória
TIP	Taxa de Iluminação Pública
UEPG	Universidade Estadual de Ponta Grossa

UNESP	Universidade Estadual Paulista Julio Mesquita Filho
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
UNICENTRO	Universidade Estadual do Centro-Oeste
USFS	Universidade Estadual de Feira de Santana

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
CAPÍTULO I – A MATEMÁTICA, SEU ENSINO E AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM	15
1.1 A MATEMÁTICA NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	15
1.2 O ENSINO DE MATEMÁTICA NOS NÍVEIS FUNDAMENTAL E MÉDIO	28
1.3 AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA	31
1.3.1 Avaliação no processo de ensino e de aprendizagem	31
1.4 A MATEMÁTICA E O ENSINO: NOVAS PERSPECTIVAS	39
CAPÍTULO II – A MODELAGEM MATEMÁTICA: CONSIDERAÇÕES HISTÓRICAS	44
2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA: GÊNESE E DESENVOLVIMENTO	44
2.2 MODELAGEM NA PRÉ-HISTÓRIA E CIVILIZAÇÕES ANTIGAS	46
2.2.1 Civilização Egípcia	47
2.2.2 Civilização da Mesopotâmia	49
2.2.3 Civilização Grega	50
2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA NA CIVILIZAÇÃO MODERNA E NA CONTEMPORANEIDADE	52
2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA NO BRASIL	53
2.5 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	56
2.6 A AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM NA MODELAGEM MATEMÁTICA	58
CAPÍTULO III – MODELAGEM MATEMÁTICA E O ENSINO DE MATEMÁTICA	61
3.1 A MODELAGEM NOS CURSOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES: PRIMEIRAS INICIATIVAS	61
3.2 OS PRIMEIROS TRABALHOS DESENVOLVIDOS NA FAFIG/UNICENTRO	62
3.2.1 Projeto Horticultura	63
3.2.2 Projeto Marcenaria	67
3.2.3 Projeto Jogos Infantis	70
3.2.4 Projeto Tecnologia Popular em pequenas construções	72
3.2.5 Projeto Suinocultura	74
3.2.6 Projeto Cetra	77
3.3 PRIMEIRAS APLICAÇÕES DA MODELAGEM EM SITUAÇÕES DE SALA DE AULA	79
3.4 CONSIDERAÇÕES GERAIS RELATIVAS ÀS EXPERIÊNCIAS	86
CAPÍTULO IV – MODELAGEM MATEMÁTICA: DA TEORIA À PRÁTICA	92
4.1 A PRIMEIRA EXPERIÊNCIA	93
4.2 A SEGUNDA EXPERIÊNCIA	109
4.3 CONSIDERAÇÕES GERAIS RELATIVAS ÀS EXPERIÊNCIAS	133
CONSIDERAÇÕES FINAIS	137
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	141

INTRODUÇÃO

Este trabalho foi elaborado com o propósito central de analisar aspectos da Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática, do ensino e da aprendizagem no contexto da educação básica, como decorrência de se buscar elementos que a constituam como uma prática educativa diferenciada para o ensino de Matemática. A questão norteadora da investigação foi compreender: Quais os aspectos favorecidos pela Modelagem Matemática, enquanto uma prática que parte do interesse do aluno ou do grupo? Com este objetivo focal na investigação, busca-se analisar alguns aspectos que se dão a conhecer explicitamente no desenvolvimento da investigação, favorecidos por essa prática educativa. Como pressuposto da investigação pode-se atribuir o aprendizado pouco eficiente ao desinteresse do aluno pelo assunto a ser ensinado em Matemática.

Para consecução dos objetivos da investigação, decidiu-se por vários delineamentos de pesquisa de modo a produzir os resultados esperados em cada etapa do trabalho. Assim, optou-se pela pesquisa exploratória com o propósito de se obter maior familiaridade com vistas a considerar os mais variados aspectos relativos ao estudo em pauta. Como o estudo envolveu também a descrição de materiais produzidos pelos alunos participantes dos grupos e suas características recorreu-se à pesquisa descritiva, que conforme Gil (2002) é capaz de fornecer subsídios importantes para a análise pretendida. A pesquisa ainda valeu-se de pesquisa bibliográfica, documentos, trabalhos monográficos, artigos, livros na área em estudo.

A parte prática do trabalho com a Modelagem Matemática valeu-se das etapas propostas por Burak com base nos trabalhos de 1998 e 2004 e para a

sua fundamentação os de 1987 e 1992. O trabalho de acordo com os objetivos estabelecidos ficou estruturado da seguinte forma: no primeiro capítulo tratou sobre a Matemática no contexto da Educação Matemática, em que aborda o ensino de Matemática na Educação Básica. Analisa elementos de avaliação no âmbito da aprendizagem. Trata, ainda, da Matemática e do seu ensino na perspectiva da Lei 9394/96, de 20 de dezembro de 1996, que trata das Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

O segundo capítulo enfoca a Modelagem Matemática sob um ponto de vista mais histórico e abrange desde a pré-história e as civilizações antigas dentre elas: a Egípcia, a Mesopotâmica e a Grega até a Contemporaneidade, enfocando aspectos da Modelagem Matemática no Brasil.

O terceiro capítulo trata da Modelagem Matemática e o ensino de Matemática a partir dos primeiros trabalhos realizados no Brasil e, em particular, em 1983, na Faculdade Estadual de Filosofia Ciências e Letras de Guarapuava (FAFIG), hoje Universidade Estadual do Centro-Oeste –UNICENTRO. Descreve cada um dos seis projetos constituídos por três subprojetos cada um que abrangem os três níveis de ensino: Fundamental, Médio e Superior. Descreve ainda, três trabalhos monográficos desenvolvidos em situação real de sala de aula e faz uma análise nas duas situações que envolvem diversos aspectos: concepções de ensino e aprendizagem, currículo, dentre outros.

O quarto capítulo trata da Modelagem Matemática como uma alternativa para o ensino de Matemática e apresenta o desenvolvimento de duas experiências em escolas da Educação Básica que possibilitam a interação entre a teoria e a prática no trabalho com a Modelagem. As considerações finais (gerais) analisam as experiências sob a ótica da Educação Matemática, as concepções de

ensino e aprendizagem propostas pela Modelagem e busca explicitar os diversos aspectos que constituem a Modelagem Matemática como uma prática educativa diferenciada no ensino de Matemática. Convém informar e esclarecer que para elaboração do trabalho em si seguiu-se as normas do Manual de Normalização Bibliográfica para Trabalhos Científicos da UEPG – 2005.

CAPÍTULO I

A MATEMÁTICA, SEU ENSINO E AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

1.1 A MATEMÁTICA NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Muitos educadores matemáticos e pesquisadores costumam conceituar a Educação Matemática, como o estudo das relações de ensino e aprendizagem da Matemática. Assim, considera-se importante uma análise da literatura destinada aos profissionais da educação da área Matemática, tomando-a como ponto de partida para a reflexão e aprofundamento teórico-metodológico no campo da Educação Matemática.

Uma das primeiras referências encontradas neste sentido, foi a de Miguel (2006a, p. 10), que diz não conceber nem a Matemática, nem a Educação e nem a Educação Matemática, exclusivamente, como conjuntos de conhecimentos ou resultados, “como produtos sem produtores e sem atividade produtiva, ou então, como conjuntos de conhecimentos em si, desligados ou abstraídos das práticas sociais no interior das quais eles foram e vêm sendo produzidos”. Isto porque, segundo o mesmo autor, só se pode conceber tanto a Matemática e a Educação quanto a Educação Matemática como práticas sociais, ou seja, como atividades realizadas por “um conjunto de indivíduos que produzem conhecimentos, e não unicamente como o conjunto de conhecimentos produzidos por esses indivíduos em suas atividades”. (MIGUEL, 2006a, p. 11).

Isto significa dizer que, além de um conhecimento intencionalmente produzido e absolutamente necessário para uma prática social se constituir e sobreviver, os profissionais da Educação Matemática devem também produzir outros

conhecimentos que, embora não sejam percebidos como tão importantes e vitais quanto aquele intencionalmente produzido, mas que são também absolutamente necessários para que essas práticas se constituam e sobrevivam.

Petronzelli (2002, p. 28) também não considera a Educação Matemática apenas como uma “ciência”, pois que envolve não apenas a dimensão didático-metodológica, como também abarca outras áreas de caráter epistemológico, sociológico, psicológico e histórico-filosófico pertinentes à Educação e à Matemática, “... com vistas a contemplar a melhoria da qualidade do processo ensino-aprendizagem, em sala de aula, e o desenvolvimento da Educação Matemática como campo de investigação”.

Há três décadas, quando se falava a respeito dos processos que aconteciam nas aulas de Matemática, e relacionadas a elas, se utilizava, quase sempre, a expressão Ensino de Matemática, mas, por uma variedade de motivos que serão apresentados no decorrer deste capítulo, passou-se a preferir, cada vez mais, o termo Educação Matemática.

Mas, para que a Educação Matemática se mostrasse tal qual no momento se apresenta, isto é, para que se tornasse uma área autônoma, foi necessário percorrer um longo processo de mudança histórica e cujo resultado se deve às preocupações de matemáticos e professores de Matemática do Ensino Fundamental, Médio e Superior, que não mediram esforços para viabilizar os encaminhamentos didático-metodológicos da prática educativa, para a disciplina, e cujas preocupações voltavam-se, principalmente, para “o quê ensinar” e “como ensinar”.

De acordo com Petronzelli (2002), no início, a Educação Matemática ainda não existia como campo diferenciado de estudo ou de pesquisa, sendo que o

Ensino da Matemática tanto abarcava tarefas práticas de sala de aula como a produção de materiais didáticos. Isto porque, atrás de cada modo de ensinar, sempre se escondia uma particular concepção de aprendizagem, de ensino, de Matemática e de Educação.

A esse respeito, Fiorentini (1994, p. 4) comenta que a maneira de ensinar sofreu a influência dos “valores e das finalidades que o professor atribuía ao ensino da Matemática, da forma como concebia a relação professor-aluno e, além disso, da visão que tinha de mundo, de sociedade e de homem”. Portanto, é por meio dessa visão de ensino que os professores desenvolviam suas atividades, selecionavam e organizavam os conteúdos a serem trabalhados e escolhiam as técnicas de ensino e de avaliação.

Para Schubring (1999) a Matemática foi a primeira das disciplinas escolares a deflagrar um movimento internacional de reformulação curricular buscando um espaço adequado para o ensino da Matemática. Este movimento aconteceu a partir da Alemanha, no início do século XX, sob a liderança do matemático Felix Klein que, ao publicar o livro *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Avançado*, defendeu que as escolas, ao ensinar, se ativessem mais em bases psicológicas que sistemáticas.

D’Ambrósio (1999) confirma as colocações de Schubring e diz que tal iniciativa e a fundação da Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI), podem ser consideradas como as primeiras tentativas de institucionalização da Educação Matemática também no Brasil. Na época, a Educação Matemática brasileira era encarada como ensinar bem a Matemática (ter boa didática), que constava dos programas (conhecer bem o conteúdo) e verificar se o aluno aprendeu bem esse conteúdo (aplicar exames rigorosos).

Por isso, considera-se importante caracterizar a chamada Matemática Clássica, que predominou até o final da década de 50, assim como os principais pólos de ensino que deram início à Educação Matemática brasileira: o Movimento da Escola Nova, da Matemática Moderna e da Tendência Tecnicista.

A Matemática Clássica era caracterizada por um ensino expositivo centrado no professor, cabendo ao aluno apenas copiar, repetir, memorizar e devolver, nos momentos de avaliação, aquilo que tinha recebido anteriormente do professor. Essa valorização excessiva pelos valores formais mostra que os matemáticos apresentavam a Matemática com um caráter de “definitiva”, como se aí tivesse encontrado seu significado. Era, pois, uma concepção formalista de Matemática, visão esta adotada, ainda hoje, por professores, na sua prática pedagógica, no ensino dessa disciplina. (SEED, 2006b).

Na década de 50, e mesmo antes dessa época, os estudantes apresentavam uma grande defasagem entre as notas do aproveitamento em Matemática e em outras matérias. Segundo Kline (1976, p. 32), as pesquisas realizadas neste período constataram que as notas de Matemática eram muito mais baixas, “em decorrência da aversão dos alunos pela disciplina, que havia pouca retenção dos conteúdos ensinados e quase total incapacidade de efetuar as operações”.

Ainda durante esta etapa, a Matemática Clássica sofreu oposição do Movimento da Escola Nova (ou Pedagogia Ativa), tanto que o aluno passou a ser o centro da aprendizagem. Esta concepção de ensino tinha como base uma nova psicopedagogia, e encaminhava, teórica e metodologicamente, um ensino orientado segundo o grau de desenvolvimento mental do aluno.

Sobre o assunto, e relacionando-o com o ensino da Matemática, assim se expressa Petronzelli (2002, p. 31):

Esta concepção de ensino enfatizava a idéia da descoberta gerada individualmente e não a memorização; valorizava a criatividade e a correção da forma de pensar; a capacidade de tirar conclusões de uma experiência e a descrição dos fenômenos. Essa tendência, além de auxiliar na unificação da Matemática como disciplina, contribuiu com as diretrizes do ensino de Matemática na Reforma Francisco Campos¹.

Outros fatores históricos, a exemplo da entrada dos Estados Unidos na Segunda Guerra Mundial² quando os militares verificaram a deficiência dos recrutas em Matemática, e ainda, por ocasião do lançamento do *Sputnik* em outubro de 1957 pelos russos, que indicou um avanço da Matemática e das Ciências pelos soviéticos, fez com que grupos de matemáticos e professores de Matemática, empreendessem um novo movimento que se concentrou em reformular o currículo escolar, “partindo da premissa de que, se o componente curricular fosse melhorado, o ensino de Matemática poderia vir a ser coroado de êxito”. (PETRONZELLI, 2002, p. 32).

No final dos anos 1960 e seguintes, a Educação Matemática deu um salto significativo tendo marcado o início do movimento que viria a ser identificado como Movimento da Matemática Moderna (MMM).

O Brasil também aderiu ao movimento internacional de reforma do currículo escolar proposto pelo MMM, mas foi a partir da metade da década de 1980, que os pesquisadores passaram a “... interessar-se, por um lado, sobre como os professores manifestam seus conhecimentos e suas crenças no processo de ensino

¹ Em 1930, foi criado o Ministério da Educação e Saúde Pública e, em 1931, o governo provisório sanciona decretos organizando o ensino secundário e as universidades brasileiras ainda inexistentes. Estes Decretos ficaram conhecidos como “Reforma Francisco Campos”.

² Segundo Petronzelli (2002, p. 31), até a Segunda Guerra Mundial, a Educação Matemática consistia em ensinar bem um conteúdo tradicional.

e, por outro lado, sobre como os alunos aprendem e compreendem aspectos específicos da Matemática”. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.7).

As respostas a estes questionamentos eram buscadas, pelos professores de Matemática, na própria lógica, na estrutura da Matemática sistematizada produzida pelo MMM e nas técnicas didáticas, privilegiadamente, na forma do Estudo Dirigido. Na ocasião, esta técnica encontrou muitos adeptos, dentre eles, Malba Tahan, que assim se pronuncia:

[...] o estudo dirigido é aquele que se realiza através de técnicas científicas. Forma, nos alunos, hábito de trabalho mental, atitudes favoráveis ao ensino, dá métodos de reflexão e senso crítico; em suma, ensina aos alunos a aprender por si mesmo. O estudo dirigido pode ser definido como um plano ou técnica para guiar e estimular o aluno nos métodos de estudo e o pensamento reflexivo. (TAHAN, 1962, p.1).

Para os defensores da Matemática Moderna, o que diferenciava o ensino da Matemática Clássica da Matemática Moderna, é que esta tendência propõe que o ensino seja feito com o uso de técnicas, a exemplo do Estudo Dirigido, em que o professor ensinava o aluno a estudar, a trabalhar com método, segurança e eficiência, assim como ensinava a técnica da leitura silenciosa e do trabalho de pesquisa.

Já para os técnicos da Secretaria de Estado da Educação do Paraná (SEED, 2006b), não havia muita diferença entre a Matemática Clássica e a Matemática Moderna, pois enquanto aquela se caracterizava pela ênfase dada às idéias e formas da Matemática, a Matemática Moderna enfatizava o retorno ao formalismo matemático, ou seja, o uso preciso da linguagem Matemática, o rigor e os aspectos estruturais e lógicos da mesma. De um modo geral o ensino volta a

centrar-se no professor de forma autoritária, por meio de exposições e demonstrações, cabendo aos alunos a mera reprodução do que foi exposto pelo mesmo. Os alunos apresentavam dificuldades no desenvolvimento de um raciocínio lógico formal, no que se refere às possibilidades de organização dos dados e a utilização das diversas ferramentas Matemáticas disponíveis, para a resolução de uma situação-problema apresentada, assim como a falta de capacidade de analisar quantitativamente.

Foi por isso que vários educadores matemáticos, como Bell, Birkhoff, Courant, Coxeter, Kline, Pólya e Weil, reagiram fortemente contra a Matemática Moderna, pois consideravam que este movimento estabelecia um currículo comum e impunham uma Matemática de uma só visão, um conhecimento universal e caracterizado por divulgar verdades absolutas. Nesse contexto, percebendo que a Matemática Moderna não dava espaço para a valorização do conhecimento que o aluno trazia para a sala de aula, proveniente do seu convívio social, tais educadores matemáticos voltaram seus olhares para outro tipo de conhecimento, o cotidiano do aluno, para diferenciá-lo daquele estudado no contexto escolar. (PONTE, 2003).

Segundo SEED (2006b) o Golpe Militar de 1964, apesar das resistências, fez com que a escola acabasse assumindo uma função primordial na manutenção do regime militar, adaptando o aluno a essa sociedade, tornando-o útil ao sistema. Não se pode descartar que a Matemática Moderna, na época, continuou a influenciar os currículos de Matemática do Ensino Fundamental e Médio. Nesse contexto, em 1971, a tendência tecnicista foi implantada com a Lei n. 5.692/71 (BRASIL, 1971), dando ênfase às tecnologias do ensino, fundamentadas

psicologicamente no Behaviorismo,³ tornando-se a tendência pedagógica oficial e atendendo às exigências do sistema de produção capitalista. (SEED, 2006b, p. 3).

Nessa perspectiva, a aprendizagem seria basicamente uma mudança de comportamento, sendo mais importante depois do “ensinar”, pedir que o aluno executasse o que se ensinou, corrigindo-o imediatamente, seqüência esta, chamada por Skinner de “contingências do reforço”.

A Tendência Tecnicista enfatizava além das técnicas de ensino como instrução programada (estudo por meio de fichas ou módulos instrucionais), o emprego de tecnologias modernas audiovisuais (retro-projetor, filmes, slides) ou mesmo computadores, bem como de resoluções de exercícios ou de problemas-padrão. (SEED, 2006b). Ou seja, tirava o centro do processo de ensino-aprendizagem do professor e do aluno, focando-o nos objetivos instrucionais e nas técnicas de ensino.

Considerando que o professor é o mediador entre o ensino e a aprendizagem, tais tendências pretendiam mudanças nas atitudes do professor. Petronzelli (2002, p. 57-61) aponta como a

“função docente é percebida pelas considerações psicológicas, sociológicas, antropológicas e epistemológicas:

- a) a consideração psicológica sugere que o professor desempenhe o papel de levar o aluno a reconstruir modelos matemáticos que ele compreenda em outras situações, representá-los de maneira a poder utilizar os mais poderosos sistemas simbólicos da Matemática, como instrumento de pensamento, utilizá-los em uma variedade de situações que lhe dêem significado;
- b) a consideração sociológica discute a representação social do professor e lhe abre perspectivas para uma nova definição a ser conquistada por novas maneiras de interagir com seus alunos;
- c) algumas mudanças são sugeridas na consideração antropológica e estas determinam que o professor deve estar consciente de “quem são seus alunos” e que eles podem ajudar os seus alunos a construírem os seus futuros;

³ Behaviorismo é a corrente psicológica defendida por Skinner, onde a aprendizagem é uma mudança de comportamento (desenvolvimento de habilidades ou mudanças de atitudes) que decorre como resposta a estímulos externos, controlados por meio de reforços. Seu princípio é que só é possível teorizar e agir sobre o que é cientificamente observável. Com isso, ficam descartados conceitos e categorias centrais para outras correntes teóricas, como consciência, vontade, inteligência, emoção e memória — os estados mentais ou subjetivos. (SKINNER, 1988).

d) a consideração epistemológica prevê que o professor não pode mais reproduzir os modelos educacionais que ele próprio vivenciou enquanto aluno; na verdade, parte-se do princípio de que o mundo, os objetivos e a concepção de ciência mudaram e por consequência, precisa também mudar o professor”.

Nesse contexto, novas tendências pedagógicas foram ganhando uma dimensão maior contrapondo-se ao tecnicismo até então imperante. Dentre elas, a Teoria Construtivista de Jean Piaget, proposta teórica que pretendeu fornecer subsídios para adotar determinadas ações pedagógicas em favor da aprendizagem.

Entende-se, assim, que o Construtivismo passou a ser uma teoria preciosa, proporcionando ao aluno a capacidade de observar, pesquisar, questionar e resolver novos dilemas que vão aparecendo na medida em que seu nível de conhecimento vai progredindo. O papel do professor se torna, então, mediar a relação entre o conhecimento proposto e o aluno, ajudando-o no seu caminho e dando o direcionamento necessário ao conhecimento.

Martino (1999), ao apoiar o Construtivismo, lembra que em vez de apontar "erros" e fornecer a resposta "correta", cabia ao professor questionar as respostas dadas pelo aluno, de maneira que ele percebesse as limitações da sua resposta. É, pois, fundamental permitir que o aluno desenvolva suas próprias teorias e hipóteses a respeito das situações-problema e garantir o raciocínio, que não se desenvolve com a repetição mecânica de conteúdos.

No mesmo período, surge outra concepção, a socioetnocultural, tendo como ícone o professor Ubiratan D'Ambrósio, idealizador do que viria a ser conhecido como Etnomatemática.

“Para essa tendência, o conhecimento matemático é considerado um saber prático, produzido histórico-culturalmente nas práticas sociais, tendo como ponto de partida os problemas da realidade, utilizando-se da Modelagem Matemática e da relação dialógica entre professor e aluno, na solução da problematização inicialmente proposta”. (SEED, 2006b, p. 3).

A década de 90 é marcada pelo aparecimento da tendência histórico-crítica que considera a Matemática como

[...] um saber vivo, dinâmico e que, historicamente, vem sendo construído, atendendo a estímulos externos (necessidades sociais) e internos (necessidades teóricas de ampliação dos conceitos). Esse processo de construção foi longo e tortuoso. É obra de várias culturas e de milhares de homens que, movidos pelas necessidades concretas, construíram coletivamente a Matemática que conhecemos hoje. (FIORENTINI 1994, p.31).

Assim, “a tendência histórico-crítica considera que o aluno aprendeu significativamente Matemática, quando atribui sentido e significado à mesma, podendo discutir, justificar e estabelecer relações sobre as idéias Matemáticas.” (SEED, 2006b, p. 4).

No mesmo período, surgem também as tendências interacionistas,⁴ a exemplo da teoria sociointeracionista de Vygotsky, e para a qual as interações sociais são centrais, estando então, a aprendizagem e o desenvolvimento inter-relacionados, ou seja, para o sociointeracionismo o conhecimento é construído “na e pela” interação social. (PLACCO, 2001).

Guimarães (2006), ao analisar o Construtivismo, mostra como este tem sido influenciado pelo referencial teórico de Vygotsky que, em primeira instância, incorpora a importância da participação do sujeito na apreensão do conhecimento, mas nega esta participação como resultado da interação proposta

⁴ O interacionismo é uma grande base para a integração de Piaget e Vygotsky, pois concordam que o desenvolvimento e a aprendizagem não são resultantes só dos estímulos externos (objetos), nem só da produção da razão (sujeito), mas fruto da interação dos dois, sujeito e objeto. No interacionismo cada um dos pólos – sujeito e objeto – entra com a sua parte: o sujeito entra com a “forma” de pensamento e o objeto, com o “conteúdo” da matéria. A síntese da ação dos dois é que produz, por construção, tanto a mente quanto o conhecimento. (MATUI, 1996).

por Piaget. Enquanto no referencial construtivista o conhecimento se dá a partir da ação do sujeito sobre a realidade (sendo o sujeito considerado ativo), para o sociointeracionismo, esse mesmo sujeito não é apenas ativo, mas interativo, porque constitui conhecimentos e se constitui a partir de relações intra e interpessoais. Ou seja, é na troca com outros sujeitos e consigo próprio que se vão internalizando conhecimentos, papéis e funções sociais, o que permite a constituição de conhecimentos e da própria consciência.

Vygotsky (1987, p. 71) também afirma:

[...] a experiência prática mostra que o ensino de conceitos é impossível. Um professor que tentar fazer isto ocorrerá num verbalismo vazio, uma repetição de palavras pela criança, semelhante a um papagaio, que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta um 'vácuo'.

No entanto, ainda que mantendo uma certa divergência no papel da linguagem e da mediação do "outro" na construção do conhecimento, tanto Piaget como Vygotsky reconhecem o papel ativo da criança na construção do conhecimento. Na realidade, pode-se afirmar que tanto um quanto o outro distinguem na Educação o que precisa ser construído pelos alunos: os conceitos. Isto leva à compreensão de que, também quando se trabalham conteúdos matemáticos, os próprios alunos é que devem construí-los, naturalmente, mediados pela ação pedagógica do professor.

A partir da segunda metade da década de 90, o governo brasileiro intensificou suas ações no sentido de ajustar as políticas educacionais ao processo de reforma do Estado Brasileiro, em face das exigências colocadas pela

reestruturação global da economia. Para tanto, desencadeou um conjunto de iniciativas que operariam mudanças em diferentes níveis e setores do campo educacional, que passam a configurar um verdadeiro processo de reforma das estruturas da política educacional no país. Dentre essas iniciativas, o governo federal, por meio do Ministério da Educação (Secretaria de Educação Fundamental e Secretaria de Educação Média e Tecnológica), propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para todas as séries do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997) e, posteriormente, em 1999, para o Ensino Médio. (BRASIL, 1999).

Os PCNs tiveram como matriz o referencial teórico do construtivismo e do sociointeracionismo, dando ênfase ao significado socialmente construído dos conteúdos escolares em diferentes momentos históricos. Também é reforçada a idéia da

“problematização do real, a elaboração de hipóteses e a experimentação, atividades que se interligam aos fatores afetivos, motivacionais e relacionais, como pretendido por Piaget. Buscou, também, no sociointeracionismo de Vygotsky, “a visão de que pensamento e linguagem imbricam-se com o desenvolvimento da criança e são construídos na sua história pessoal e coletiva”. (NEVES, 2006, p. 11).

Entende-se, portanto, que uma das grandes contribuições dos PCNs, embasadas no sociointeracionismo, foi a percepção de que a construção do processo ensino-aprendizagem é dinâmico, complexo e ocorre em situações concretas e tem múltiplas determinações, internas e externas à escola. Nesse sentido, o professor deve evitar um fazer pedagógico-mecânico, repetitivo, mas abranger o comprometimento da sala de aula com a escola, com a comunidade, com a sociedade e com a cultura, numa prática comprometida e transformadora.

Pode-se, portanto, afirmar que os PCNs propõem uma Educação Matemática mais crítica e próxima da realidade dos alunos, respeitando as

especificidades de cada contexto. Para os idealizadores dos PCNs, no ensino de Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações; outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. (BRASIL, 1997).

Assim, depois de consideradas as diferentes concepções pedagógicas, acredita-se que o processo do ensino e da aprendizagem não deva ocorrer apenas dentro de uma sala de aula, mas organizado segundo seus objetivos e atividades favorecedoras da construção-reconstrução do conhecimento e da busca de novas formas de aplicá-lo.

Nessa perspectiva é pertinente estabelecer uma comparação entre a Educação Matemática e o Ensino da Matemática: “enquanto nesta última o centro está nos conteúdos, na primeira o centro está no sujeito, em sua vida social”. Melhor dizendo, no Ensino da Matemática toma-se apenas o contexto da sala de aula e se preocupa apenas com aprendizagem como resultado do sucesso do ensino, enquanto a Educação Matemática entende que a aprendizagem só pode ser efetivada quando é colocada no contexto da sociedade, para o “sucesso social” dos alunos, entendido aqui como a capacidade para exercício de seus direitos democráticos, inclusive o direito ao trabalho. (SEED, 2006a, p. 11).

Assim, ao refletir a respeito das opiniões sobre Educação Matemática, se pode retomar as definições de Modelagem Matemática que propõe “uma metodologia de ensino e aprendizagem que parte de uma situação/tema e sobre ela desenvolve questões, que tentarão ser respondidas mediante o uso do ferramental matemático e da pesquisa sobre o tema”. (BIEMBENGUT e HEIN, 2003, p. 28).

Mas, a concepção que parece mais adequada é a proposta por Burak (1992, p. 62), quando diz que a

"Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões."

Desta forma, a Modelagem Matemática, inserida na Educação Matemática, formula, resolve e elabora expressões que valem não apenas para uma solução particular, mas que também servem, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias.

1.2 O ENSINO DA MATEMÁTICA NOS NÍVEIS FUNDAMENTAL E MÉDIO

O papel que a Matemática desempenha, tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio, é extremamente importante para o aluno, pois o conhecimento gerado nessa área do saber, assim como em outras áreas, é fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural. Nesse contexto, a finalidade da Matemática, nesses níveis de ensino, é contribuir para a formação da cidadania, proporcionando ao aluno condições de participar no processo de democratização do seu conhecimento, assim como no processo de democratização das relações de gênero, de trabalho e dos grupos sociais. (SMEV, 2006).

Isto significa dizer que o ensino deve dar condições ao aluno de perceber a interação da Matemática com outras áreas do conhecimento, entendê-la

como uma atividade social, proporcionando as condições necessárias para que ele possa desenvolver estudos de forma mais autônoma que lhe possibilitem maior capacidade de analisar, criticar e agir para modificar a realidade na qual está inserida. Ou seja, o aluno ser capaz de agir e interagir com os diferentes tipos de conhecimentos, a partir da troca entre professor/aluno e aluno/aluno, num processo contínuo de aprendizagem.

Em documento da Secretaria de Estado de Educação do Paraná SEED (2005, p. 33), a Educação Matemática “pode e deve estar ao alcance de todos os alunos, priorizando a análise e a reflexão, de modo a contribuir para que os alunos se posicionem criticamente em relação às informações e aos acontecimentos”. Nesse sentido, o professor ao elaborar e/ou selecionar os conteúdos e atividades deve priorizar aquelas que permitam estabelecer inter-relações entre os conhecimentos matemáticos, abordando a Educação Matemática com o uso de conceitos que contribuam para a compreensão crítica do cotidiano e, a partir destes, deve tratar de conceitos mais complexos sem esquecer, no entanto, a articulação entre os conteúdos matemáticos e as suas relações intrínsecas às outras disciplinas.

Já em 1990, no Currículo Básico para a Escola Pública do Estado do Paraná, assim constava:

(...) aprender Matemática é muito mais do que manejar fórmulas, saber fazer contas ou marcar X na resposta correta: é interpretar, criar significados, construir seus próprios instrumentos para resolver problemas, estar preparado para perceber estes mesmos problemas, desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de conceber, projetar e transcender o imediatamente sensível. (SEED, 1992, p. 66)

Naturalmente que o professor deve buscar diferentes metodologias para embasar o seu fazer pedagógico, mas deve fazer de modo coerente, aplicando aquelas metodologias que contribuam com sua ação pedagógica, ou seja, que permitam ao aluno desenvolverem conceitos fundamentais e conhecimentos que lhes proporcionem uma melhor compreensão da sua realidade e da realidade do outro.

Há um consenso que a maioria dos estudantes necessitam aprender mais e muitas vezes diferentes Matemáticas. Não somente os enfoques principais e os conteúdos matemáticos têm que mudar, mas também a metodologia de ensino. Esta deve incluir experimentação, investigação e comunicação de idéias Matemática assim como raciocínio matemático⁵. (COMISIÓN NACIONAL PARA PROFESORES EN MATEMÁTICAS, 1989, tradução nossa).

Nesse caso, cabe ao professor, em sua prática, fazer uso de recursos metodológicos que aproximem a teoria à prática, para que o aluno possa associar o conhecimento matemático aos diversos contextos sociais históricos e culturais. Um dos recursos utilizados pelo professor é o livro didático adotado na escola, que, apesar de ser um objeto cultural contraditório que gera intensas polêmicas e críticas de muitos setores, tem sido “considerado como um instrumento fundamental no processo de escolarização” (BITTENCOURT, 2006, p.1). Os livros didáticos surpreendem pela monotonia e repetitividade de exercícios que conduzem os alunos à atividades de reprodução dos pensamentos elaborados por outros, em vez de se ocuparem no processo de construção do seu próprio conhecimento. Mas para Romanatto (2006, p.1):

⁵ “Hay consenso que la mayoría de los estudiantes necesitan aprender más y muchas veces diferentes Matemáticas. No solamente los enfoques principales y los contenidos matemáticos tienen que cambiar, sino también la metodología de enseñanza. Esta debe incluir experimentación, investigación y comunicación de ideas Matemáticas así como razonamiento matemático” (COMISIÓN NACIONAL PARA PROFESORES EN MATEMÁTICAS, 1989).

O livro didático, como qualquer outro recurso, tem sua importância condicionada ao uso que o professor dele faça. Não só pelo seu emprego correto, mas sabendo explorá-lo em função dos objetivos a alcançar, sabendo enfatizar os seus pontos fortes e anular seus pontos fracos.

Assim, os professores podem vir a ser os promotores de uma modificação total no ensino, levando o aluno ao uso do raciocínio, abandonado pelos processos de automatização do pensamento, mas para que isto aconteça, precisam mudar o seu papel, criando situações, armando dispositivos, suscitando problemas e organizando contra-exemplos.

1.3 AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA

1.3.1 Avaliação no processo de ensino e de aprendizagem

“O ato de avaliar é exercido pelas pessoas em todos os momentos da vida diária. De uma forma mais ampla, a todo o momento se emitem juízos, opiniões que ajudam na tomada de decisões”. (SMEV, 2006, p. 12).

No contexto escolar quando se fala em “avaliação”, as primeiras idéias que surgem são: avaliação do aluno (realizada pelo professor), notas, aprovação e reprovação, sucesso e fracasso, prêmio e castigo. Isto é um equívoco, pois o aluno não é o que, sozinho, faz o sucesso e o fracasso escolar.

Naturalmente que o aluno é o principal sujeito do processo ensino-aprendizagem, mas não o único a ser avaliado: ele deve ser um dos elementos desse processo que participará da avaliação, de diversas formas e em diferentes momentos. Como diz Rodrigues (2006, p. 3), “Antes de se pensar em avaliar o

aluno, é necessário que a avaliação seja pensada de uma maneira mais global, envolvendo tudo e todos que participam do processo educacional que acontece na escola”. E complementa:

[...] o aluno precisa, sim, aprender e é um personagem muito importante, se não o mais importante, no contexto escolar. Mas há outros elementos a considerar. É pensando no aluno, nos seus direitos à educação e à cidadania que a escola deve se organizar e se estruturar. Essa organização resulta do trabalho de diversas pessoas, em diferentes níveis do sistema educacional. A forma como uma escola se acha organizada é expressão das idéias daqueles que dela participam e daqueles que elaboram as diretrizes para sua organização, seja em nível municipal, estadual, seja federal.

Se a organização da escola envolve tantas pessoas (direta ou indiretamente), o primeiro passo é rever as normas, as diretrizes e os parâmetros que norteiam a avaliação escolar e como pretendem assegurar um ensino de qualidade. É preciso, pois, refletir sobre as diretrizes para a avaliação da aprendizagem, emanadas da Lei de Diretrizes e Bases (LDB - Lei n. 9.394/96), dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e das normas complementares.

A LDB quando trata da avaliação na Educação Básica, em seu art. 24, inciso V, estabelece:

[...] V - a verificação do rendimento escolar observará os seguintes critérios: a) avaliação contínua e cumulativa do desempenho do aluno, com prevalência dos aspectos qualitativos sobre os quantitativos e dos resultados ao longo do período sobre os de eventuais provas finais; b) possibilidade de aceleração de estudos para alunos com atraso escolar; c) possibilidade de avanço nos cursos e nas séries mediante verificação do aprendizado; d) aproveitamento de estudos concluídos com êxito; e) obrigatoriedade de estudos de recuperação, de preferência paralelos ao período letivo, para os casos de baixo rendimento escolar, a serem disciplinados pelas instituições de ensino em seus regimentos [...] (BRASIL, 1996).

Diante desses princípios educativos, a LDB propõe que a prática pedagógica passe a considerar professor e aluno como “parceiros” no processo ensino-aprendizagem, apontando como necessária uma mudança de paradigma dos professores em relação à aprendizagem e à avaliação. Para tanto o professor deve optar por diferentes instrumentos de avaliação, pois este processo não pode ser fundamentado apenas em provas bimestrais, mas deve ocorrer ao longo do processo do ensino e da aprendizagem, de modo a propiciar ao educando múltiplas possibilidades de expressar e aprofundar a sua visão do conteúdo trabalhado.

No entanto, o modelo de avaliação mais comum nas escolas brasileiras apresenta procedimentos habituais, caracterizados por Perrenoud (1999, p.65):

1. Após ter ensinado uma parte do programa, o professor interroga alguns alunos oralmente ou faz uma prova escrita para toda a turma.
2. em função de seus desempenhos, os alunos recebem notas ou apreciações qualitativas, que são registradas e eventualmente levadas ao conhecimento dos pais.
3. ao final do bimestre, do semestre ou do ano, faz-se uma síntese das notas ou das apreciações acumuladas sob a forma de uma média, de um perfil, de um balanço qualquer.
4. combinado a apreciações sintéticas de mesma natureza para o conjunto das disciplinas ensinadas, esse balanço contribui para uma decisão no final do ano escolar, admissão ou transferência para determinada habilitação, acesso a determinado nível, obtenção ou não de um certificado, etc.

Estes procedimentos de avaliação levantam um obstáculo à inovação pedagógica, impedindo ou retardando mudanças. Perrenoud (1999, p.66) distingue mecanismos que explicam esta afirmação:

1. A avaliação freqüentemente absorve a melhor parte da energia dos alunos e dos professores e não sobra muito para inovar.
2. O sistema clássico de avaliação favorece uma relação utilitarista com o saber. Os alunos trabalham “pela nota”: todas as tentativas de implantação de novas pedagogias se chocam com esse minimalismo.
3. O sistema tradicional de avaliação participa de uma espécie de chantagem, de uma relação de força mais ou menos explícita, que coloca professores e alunos em campos opostos, impedindo sua cooperação.
4. A

necessidade de regularmente dar notas ou fazer apreciações qualitativas baseadas em uma avaliação padronizada favorece uma transposição didática conservadora. 5. O trabalho escolar tende a privilegiar atividades fechadas, estruturadas, desgastadas, que podem ser retomadas no quadro de uma avaliação clássica. 6. O sistema clássico de avaliação força os professores a preferir os conhecimentos isoláveis e cifráveis às competências de alto nível (raciocínio, comunicação), difíceis de delimitar em uma prova escrita ou em tarefas individuais.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), houve a preocupação de apresentar aos profissionais da educação, de todo o país, determinada concepção de avaliação, de ensino e aprendizagem e de escola.

Para o Ensino Fundamental, foram listados os “conteúdos mínimos de aprendizagens essenciais” quanto aos objetivos estabelecidos para cada ciclo e componente curricular, precisando as expectativas de aprendizagem e, por conseguinte, o que seria aferido mediante avaliação. (BRASIL, 1997). Para o Ensino Médio, as expectativas de resultados a serem aferidos pela avaliação foram expressas em termos de “competências e habilidades”. (BRASIL, 1999)

Em decorrência, a Câmara de Educação Básica (CEB) estabeleceu as Diretrizes Curriculares Nacionais, que instituiu e implementou o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) um instrumento na busca pela equidade, para o sistema escolar brasileiro, o que possibilita a melhoria de condições para o trabalho de educar com êxito, nos sistemas escolarizados. Coube, então, aos Conselhos e Secretarias de Educação a formulação e o aperfeiçoamento de orientações para a melhoria da qualidade do ensino, inclusive com a preposição de diretrizes para a avaliação do ensino-aprendizagem.

No estado do Paraná a Secretaria de Estado da Educação (SEED) editou, as Diretrizes Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental, propondo que a avaliação se estenda em “todos os momentos do processo do

ensino e da aprendizagem e que seja coerente com a proposta pedagógica da escola e com a metodologia utilizada pelo professor”. (SEED, 2006a, p. 31).

Tratada deste modo, a avaliação deve servir como um dos componentes que orientam a prática do professor e possibilita ao educando tomar consciência do seu próprio processo de aprendizagem. Considerando que o desenvolvimento das ações pedagógicas deve acontecer ao longo do ano letivo, pode-se dizer que a avaliação, como parte integrante do Planejamento do Processo de Ensino e de Aprendizagem, apresenta três funções: diagnóstica, formativa e somativa.

Rodrigues (2006, p. 3-4) analisa essas funções da avaliação e recomenda que se deve usá-las de acordo com as necessidades:

A função diagnóstica tem por finalidade realizar uma sondagem de conhecimentos e experiências já disponíveis no aluno, bem como a existência de pré-requisitos necessários à aquisição de um novo saber. Permite ainda identificar progressos e dificuldades de alunos e professores diante do objetivo proposto. A função formativa tem por finalidade proporcionar o *feedback* (retroalimentação) para o professor e para o aluno, durante o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem, propiciando aos envolvidos a correção de falhas, esclarecimentos de dúvidas e estímulo a continuação do trabalho para alcance do objetivo. [...] proporciona informações sobre o desenvolvimento do trabalho, adequação de métodos e materiais, comunicação com o aluno e adequabilidade da linguagem (estratégias). A função somativa tem o propósito de oferecer subsídios para o registro das informações relativas ao desempenho do aluno, visando proporcionar uma medida que poderá ser expressa em uma nota ou conceito sobre o desempenho do aluno, entendendo que a mesma acontecerá ao final de cada unidade de ensino ou ao final de cada bimestre ou ainda no final do ano letivo, por ocasião do Conselho de Classe, visto que esta avaliação é que proporcionará um diálogo mais objetivo entre os professores.

Isto significa dizer que a avaliação somativa deve contemplar tudo aquilo que foi visualizado na função diagnóstica e formativa. Portanto, é preciso ressaltar que provas, testes, trabalhos e pesquisas são instrumentos utilizados na

avaliação para colher informações e estabelecer medidas, mas que não podem ser identificados como processo de avaliação.

Portanto, é necessário que o professor adote uma metodologia compatível com os pressupostos do que é ensinado, além disso, quando avalia, deve levar em conta quais conteúdos o aluno domina; como ele se apropria desses conteúdos; se ele domina a linguagem própria desse conteúdo; se e como ele aplica esses conteúdos; é capaz de relacioná-los com o seu cotidiano ou com outros saberes.

Ressalte-se que os procedimentos metodológicos, tanto quanto os instrumentos avaliativos, necessitam ser elaborados em consonância com os conteúdos/conceitos, considerando os avanços, desconstruções e reconstruções, limites e desafios do educando. Tais procedimentos apresentam para o professor o que necessita ser retomado, entendendo que ambos – professor e educando – são participantes e sujeitos do próprio processo avaliativo.

De acordo com Vygotsky (1987), o professor é o mediador da aprendizagem do aluno, facilitando-lhe o domínio e a apropriação dos diferentes instrumentos culturais. Isto é, o professor é aquele que ajuda o aluno na resolução de problemas que estão fora do seu alcance, desenvolvendo estratégias para que, pouco a pouco, possa resolvê-los de modo independente, favorecendo a tomada de consciência do aluno e a percepção de que ele tem o poder de mudanças e transformação.

Para a SEED (2006a) em decorrência do contínuo desenvolvimento da comunidade da Educação Matemática e da pesquisa por ela realizada, existe uma variedade de abordagens que podem ser utilizadas nas aulas de Matemática,

como por exemplo, modelagem, resolução de problemas, jogos, produção de textos, uso de tecnologias diversas e investigações.

Nesse sentido é necessário desenvolver idéias e experiências que possibilitem situações de avaliação para mapear o percurso de aprendizagem dos alunos, prevendo questões para identificar que conteúdos/conceitos já foram apropriados.

Com isso, o professor pode diagnosticar em que medida os novos conceitos/conteúdos foram incorporados e o que precisa ser retomado. Trata-se de uma tarefa que não pode ser realizada por um professor isoladamente, mas requer um trabalho persistente, desenvolvido em cooperação por equipes de professores, tanto no nível da escola como num nível mais amplo. (SEED, 1992, p. 77).

Na especificidade da Educação Matemática, a SEED (2006a, p. 33), pontua como relevantes os seguintes aspectos que devem ser observados pelos professores:

- a) na presença de “erros” dos alunos é importante fazer uma análise cuidadosa para compreender a origem dessas elaborações; nesse sentido, o professor deve buscar compreender os caminhos trilhados pelos alunos para explorar as possibilidades advindas desses “erros”, dado que, muitas vezes, resultam de uma visão parcial que o educando possui do conteúdo;
- b) a avaliação não pode ser fundamentada apenas em provas bimestrais, mas ocorrer ao longo do processo do ensino e da aprendizagem, de modo a propiciar ao educando múltiplas possibilidades de expressar e aprofundar a sua visão do conteúdo trabalhado;
- c) a avaliação deve ser um processo de reelaboração do encaminhamento das aulas, resignificando-as de modo que diante do diagnóstico possa ser (re)encaminhado o conteúdo a ser apreendido.

Rodrigues (2006, p. 6), também apresenta um modelo de avaliação, por ele chamado de “democrático e participativo”, mas que ainda é pouco presente nas escolas brasileiras, ou seja,

“uma avaliação que atenda aos seguintes princípios:

- a) valorização dos aspectos qualitativos da avaliação;
- b) preocupação com a avaliação de todo o processo, e não apenas avaliação do produto;
- c) participação de todos os sujeitos envolvidos no processo educativo;
- d) maior desenvolvimento e aprendizagem dos alunos, focalizando mais o sucesso escolar do que a reprovação;
- e) preocupação com a avaliação de todos os que participam do processo educativo escolar e não apenas com a avaliação do aluno.”

Estas idéias, entretanto, não são fáceis de concretizar. A escola vem reproduzindo um modelo de avaliação calcada nos testes escritos usuais, seja pela experiência pessoal escolar dos professores, seja pela dificuldade em usar outro tipo de instrumento.

Nesse sentido, pode-se dizer que as avaliações em Matemática ainda hoje têm por prática a reprodução de um modelo de ensino, que prioriza a memorização orientada para um tipo de condicionamento em que o conhecimento se apresenta pronto e acabado, não sendo levada em consideração a construção de conhecimento, seguindo “os procedimentos habituais de avaliação”. (PERRENOUD, 1999, p.21).

Um dos maiores propósitos da avaliação é ajudar aos professores a entender melhor o que sabem os alunos e a tomar decisões significativas sobre atividades de ensino e aprendizagem. Segundo Zacharias (1998, p.1) “deve-se usar uma diversidade de métodos de avaliação para melhor avaliar os alunos individualmente, incluindo provas escritas, orais e demonstrações, as quais devem todas concordar com o currículo”. Desta forma, todos os aspectos do conhecimento matemático e suas relações devem ser valorizados e utilizados para ajudar o professor a planejar atividades de ensino e aprendizagem.

Zacharias (1998, p.1) afirma que, na prática do ensino da Matemática e em sua avaliação, é necessário que:

[...] aumente: - as discussões sobre Matemática – justificar o pensamento – escrever sobre Matemática – solução de problemas como enfoque de ensino – integração de conteúdos – ser um facilitador de aprendizagem – avaliar a aprendizagem como parte integral do ensino – desenvolver sentido numérico e de operações – fazer uso de técnicas múltiplas de avaliação que incluam provas escritas, orais e demonstrações.

Diminua: - memorização mecânica de regras e fórmulas – respostas únicas e métodos únicos para encontrar respostas – prática da escrita repetitiva – ensinar a calcular fora de contexto – enfatizar a memorização – avaliar unicamente para classificar – ser a fonte única do conhecimento – cálculos complexos e tediosos com lápis e papel – avaliar contando simplesmente as respostas corretas de provas ou exames realizados com o único propósito de aprovar ou reprovar.

Analisando estas constatações entende-se que a avaliação no ensino de Matemática deve contemplar os diferentes momentos do processo de ensino e aprendizagem, e ser coerente com a proposta pedagógica da escola e com a metodologia utilizada pelo professor, assim como deve servir como instrumento que orienta a prática do mesmo e possibilita ao aluno rever sua forma de estudar. “É importante a sistematização e a explicitação dos objetivos de ensino no trabalho pedagógico com a Matemática numa mudança de prática docente e, em particular, do processo avaliativo numa perspectiva qualitativa”. (GITIRANA, 2002, p.3).

1.4 A MATEMÁTICA E O ENSINO: NOVAS PERSPECTIVAS

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) decorrentes da Lei 9394/96 e das Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs) constituem referências para os Ensinos Fundamental e Médio de todo o país e têm como objetivo garantir a todas as crianças e jovens brasileiros, mesmo em locais com condições socioeconômicas desfavoráveis, o direito de usufruir do conjunto de conhecimentos reconhecidos como necessários para o exercício da cidadania. Não possuem caráter

de obrigatoriedade e, portanto, pressupõe-se que serão adaptados às peculiaridades locais. (PCNs, 1997).

Passado quase dez anos de sua implantação, espera-se que a comunidade escolar já esteja ciente de que os PCNs não são uma coleção de regras que pretendem ditar o que os professores devem ou não fazer, mas sim, uma referência para a transformação de objetivos, conteúdos e didática do ensino.

Um dos méritos dos PCNs foi o fato de ter trazido à tona a discussão sobre o currículo, porque rompeu com a concepção inercial vigente até então, associada à idéia da lista fechada de tópicos e objetivos e por ter contribuído para perturbar a relação passiva de professores, coordenadores e pedagogos com o currículo.

Em Matemática, os PCNs colocam a avaliação como um dos focos da discussão sobre o currículo, recuperando temas importantes que faziam parte do ensino antes do advento da Matemática Moderna, como o cálculo mental e a estimativa, trazendo para o centro da discussão curricular temáticas e abordagens não tradicionais como a Etnomatemática, na perspectiva de Matemática para todos. Também manteve a orientação em torno de abordagens e recursos metodológicos como resolução de problemas, exploração e uso de jogos e materiais manipuláveis, história da Matemática e interdisciplinaridade.

Segundo os PCNs (1997) a aprendizagem ocorre pela problematização da realidade, utilizando-se da Modelagem Matemática e da relação dialógica entre professor e aluno, onde buscam juntos, pesquisar, identificar e solucionar problemas. Sob esta perspectiva, considera-se que o aluno aprendeu significativamente Matemática, quando atribui sentido e significado à mesma, podendo discutir, justificar e estabelecer relações sobre as idéias matemáticas.

Por meio da Modelagem Matemática, há uma troca de conhecimentos entre professor e aluno, de modo que cada um traz consigo algo da sua cultura que contribui no processo de ensino e aprendizagem.

Na Modelagem Matemática e de acordo com os PCNs, o currículo não é algo pré-estabelecido e comum, sendo que cada região deve adaptá-lo de acordo com os costumes e necessidades do contexto em que está inserido. Como diz D'Ambrósio (2003), ao pensar no currículo como uma estratégia da ação pedagógica, deve-se considerar solidariamente os objetivos, os conteúdos e os métodos como coordenadas de um ponto no espaço.

Destaquem-se ainda os PCNs para o Ensino Médio, que objetivaram auxiliar os educadores na reflexão sobre a prática diária em sala de aula e servir de apoio ao planejamento de aulas e ao desenvolvimento do currículo da escola.

A interdisciplinaridade, para os PCNs do Ensino Médio, é a mobilidade dos conhecimentos das mais diversas disciplinas, uma interação entre saberes, independente de separação por matérias. Por exemplo, em uma aula de química pode-se utilizar os conhecimentos da biologia, da física, da Matemática e assim sucessivamente, fazendo interfaces com qualquer disciplina. (PCNEM, 1999).

Nessa visão, pretende-se que o aluno do Ensino Médio perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de idéias permitindo modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações.

A Matemática no Ensino Médio não possui apenas o caráter formativo ou instrumental, devendo ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. Os PCNs pretendem que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas.

A essas concepções da Matemática no Ensino Médio, une-se a idéia de que, no Ensino Fundamental, os alunos devem ter se aproximado de vários campos do conhecimento matemático e, agora estão em condições de utilizá-los e ampliá-los e desenvolver de modo mais amplo capacidades tão importantes quanto as de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade.

A própria avaliação deve ser também tratada como estratégia de ensino, de promoção do aprendizado da Matemática, assumindo um caráter eminentemente formativo, favorecendo o progresso pessoal e da autonomia do aluno, integrada ao processo de ensino-aprendizagem, para permitir ao aluno consciência de seu próprio caminhar em relação ao conhecimento e permitir ao professor controlar e melhorar sua prática pedagógica. (PCNEM, 1999).

Isto significa dizer que a avaliação se modifica quando se assume uma outra postura quanto aos procedimentos pedagógicos e resposta dos alunos frente ao que é ensinado em sala de aula. Mas, além do desempenho dos alunos, a avaliação também deve abranger o próprio processo de ensino.

É importante lembrar que no desenrolar do processo são necessárias adaptações em relação aos procedimentos de avaliação. Não se trata de fixar uma

única forma de avaliar, mas verificar quando o aluno atua espontaneamente, na mediação e possui o espírito de cooperação, assiduidade, responsabilidade na execução das atividades propostas, sejam estas individuais ou coletivas. (PCNEM, 1999). Dar sentido a avaliação, torna-se imprescindível.

Este tipo de avaliação pode ser percebida quando da utilização da Modelagem Matemática enquanto Metodologia de Ensino alternativo.

Este capítulo tratou sobre a Matemática no contexto da Educação Matemática em que aborda o ensino de Matemática na Educação Básica, analisou elementos da avaliação sob os aspectos da aprendizagem.

Abordou ainda, a Matemática e o ensino na perspectiva da lei 9394/96 que trata das Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

CAPÍTULO II

A MODELAGEM MATEMÁTICA: CONSIDERAÇÕES HISTÓRICAS

2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA: GÊNESE E DESENVOLVIMENTO

As primeiras manifestações matemáticas surgiram da necessidade do homem primitivo, de quantificar, contar e realizar trocas. De fato, ao longo do processo de desenvolvimento histórico, esse conhecimento foi sendo desenvolvido a partir das necessidades de sobrevivência, fazendo com que os homens, gradativamente, elaborassem códigos de representações, sejam de quantidades ou dos objetos por eles manipulados.

Para Ohse (2005), desde que o homem começou a observar os fenômenos naturais e verificar que os mesmos seguiam princípios constantes, ele constatou que estes fenômenos podiam ser expressas por meio de "fórmulas". Este princípio levou a utilização da Matemática como uma ferramenta para auxiliar estas observações. Este é o princípio da Matemática como um modelo, ou seja, como modelar matematicamente o mundo em que se vive e suas leis naturais.

Na opinião de Rosa e Orey (2004, p. 1),

“se o sistema matemático é utilizado constantemente por um determinado grupo cultural, como um sistema baseado numa prática cotidiana, capaz de resolver situações-problema reais, este sistema de resolução pode ser descrito como Modelagem”.

Souza e Pereira (2005, p. 4), partindo dessas considerações, definem Modelagem Matemática como “a arte de expressar por intermédio de linguagem Matemática situações-problema de nosso meio”, afirmando que esta

metodologia tem estado presente desde os tempos mais primitivos, ou seja, a Modelagem é tão antiga quanto a própria Matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos.

“Hoje, a Modelagem constitui um ramo próprio da Matemática que tenta traduzir situações reais para uma linguagem Matemática, para que, por meio dela, se possa melhor compreender, prever e simular ou, ainda, mudar determinadas vias de acontecimentos, com estratégias de ação, nas mais variadas áreas de conhecimento” (SOUZA, 2005, p.2).

Genericamente, pode-se dizer que Matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a Modelagem é um meio de fazê-los interagir. Daí, as colocações de Biembengut e Hein (2003, p.13,⁶ apud SOUZA; PEREIRA, 2005), de que a Modelagem Matemática é uma arte, pois formula, resolve e elabora expressões que valem não apenas para uma solução particular, mas que também servem, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias.

Mas, para conhecer, entender e explicar como determinadas pessoas ou grupos sociais utilizaram ou utilizam a Modelagem Matemática, é preciso rever a História da Matemática. Esta revisão é bastante significativa, já que, como bem o disseram Biembengut e Hein (2003 ⁷ apud ROSA e OREY, 2005, p. 4), oferece uma oportunidade de “penetrar no pensamento de uma cultura e obter uma melhor compreensão de seus valores, sua base material e social, dentre outras vantagens”.

Portanto, a localização de situações Matemáticas, no tempo e no espaço, permite compreender como eram expressos os interesses e como as manifestações relacionadas à modelagem Matemática vêm ocorrendo, desde os

⁶ BIEMBENGUT, M.S; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.

⁷ Ibid., p. 137.

povos primitivos, passando pelos egípcios, gregos, babilônios e outros povos da antiguidade, até a contemporaneidade.

2.2 MODELAGEM NA PRÉ-HISTÓRIA E CIVILIZAÇÕES ANTIGAS

O homem primitivo, ao sentir a necessidade de utilizar símbolos que servissem para registrar, representar e comunicar as quantidades que percebia em seu meio ambiente passou a usar parte de sua racionalidade e começou a elaborar alguns artifícios que possibilitaram resolver seus problemas de contagem. Assim, por meio dos recursos oferecidos pela natureza, ou seja, por meio de símbolos e relações que pudessem ser socialmente compartilhados foram, aos poucos, criando seus modelos matemáticos, ao mesmo tempo em que forçavam o desenvolvimento da modelagem Matemática. (CHAVES, 2005).

Para exemplificar as situações-problema percebidas pelo homem primitivo, Gundiack (1992) destaca suas necessidades, em determinar a quantidade dos membros de sua tribo, de carneiros de seu rebanho, dos animais que precisava caçar para sustentar a si próprio e sua família, por quantos dias a comida seria suficiente, dentre outras situações.

E mesmo que o período pré-histórico tenha sido marcado por um baixíssimo nível intelectual, científico e matemático, não se pode negar que na busca de soluções para os problemas enfrentados no cotidiano, o processo utilizado na época, serviu para abrir caminhos não só para a criação das grandes civilizações, mas também para tudo aquilo que cerca as construções Matemáticas. (OHSE, 2005).

Como se vê, o conhecimento matemático construído e a sua utilização não foram feitos somente por matemáticos e cientistas, mas também, por maneiras diferentes, por todos os grupos sociais, que, ao longo da história, desenvolveram e utilizaram as habilidades necessárias para contar, localizar, medir, representar e explicar, de acordo com as suas necessidades e interesses.

O estudo das civilizações antigas está compreendido entre 4.000 a 30 a.C. e envolve os povos egípcios, babilônicos e gregos. Por meio da História, observa-se que a Matemática dessa civilização estava sempre ligada à Astronomia, tanto que os astros eram estudados com objetivos práticos, como medir a passagem do tempo (fazer calendários) para prever a melhor época para o plantio e a colheita, ou com objetivos mais relacionados à astrologia, como fazer previsões do futuro, já que acreditavam que os deuses do céu tinham o poder da colheita, da chuva e mesmo da vida.

Foram as necessidades relacionadas à irrigação, à agricultura e à navegação que concederam à Astronomia o primeiro lugar nas ciências, o que determinou o rumo da Matemática.

2.2.1 Civilização Egípcia

Segundo Ohse (2005)

A civilização egípcia desenvolveu-se ao longo de uma extensa faixa de terra fértil que margeava o rio Nilo, tendo este se prestado para que grupos humanos aí se estabelecessem. Todos os períodos históricos egípcios tiveram, basicamente, o mesmo aspecto sócio-político e econômico, bem como matemático e científico. Somente com a invasão pelos romanos, no século I a.C., é que ocorreu um rompimento com sua cultura milenar.

Tudo o que hoje se sabe a Matemática dos antigos egípcios se baseia em dois grandes papiros: o Papiro Ahmes e o Papiro de Moscou. Uma vez que estes papiros são compostos por problemas e das suas resoluções, alguns dos quais elementares, supõe-se que eles tinham intenções puramente pedagógicas e que eram basicamente destinados ao ensino dos funcionários do estado, dos escribas. Não se sabe se os egípcios tinham, ou não conhecimentos matemáticos mais avançados, no entanto, os monumentos por eles construídos levam a pensar que na realidade os arquitetos eram possuidores de conhecimentos não revelados nos papiros. Outros papiros, da mesma época, são o papiro de Berlim, que contém dois problemas que envolvem equações do 2º grau e o Papiro de Kahun. (HISTÓRIA da Matemática no Egito, 2005).

É nesse sentido que Ohse (2005), considera que a Matemática egípcia era essencialmente prática, voltada para a resolução de problemas do cotidiano, oferecendo soluções para alguns dos problemas que se apresentavam, como também propunha problemas teóricos que só poderiam ser resolvidos dentro da própria Matemática.

Como exemplo, o autor cita as soluções apontadas, por meio de cálculos astronômicos, para resolver as situações de enchentes do Rio Nilo e, baseando-se nesses cálculos, construíram um calendário com 12 meses de 30 dias. “Também desenvolveram outros ramos da Matemática e, por meio deles, construíram obras hidráulicas, reservatórios de água e canais de irrigação no rio, drenagem dos pântanos e regiões alagadas”. (OHSE, 2005).

Desse modo, pode-se afirmar que a Matemática egípcia foi um dos pilares da Matemática grega, a qual foi a base da Matemática moderna. Isto em geometria, trigonometria ou mesmo na Astronomia. Não se pode negar, pois, que os

primeiros exercícios de modelagem Matemática foram feitos pelos povos egípcios e babilônicos.

2.2.2 Civilizações da Mesopotâmia

A Babilônia era uma das cidades da Mesopotâmia, região a sul da Ásia, e situava-se no Oriente Médio, no atual Iraque e Síria e terras circundantes, principalmente. Por estar situada nessa região geográfica, a região estava mais sujeita às invasões e conquistas de vários povos, ao contrário do que ocorreu no Egito. A civilização mesopotâmica (também chamada babilônica) se desenvolveu no mesmo período que a egípcia. (OHSE, 2005).

Os Mesopotâmicos foram os primeiros a cultivar a Astronomia e parece justo reconhecê-los como fundadores dessa ciência, apesar de terem sido também os criadores da Astrologia. Realmente, a princípio, observavam os astros por motivos místicos, porém, com o tempo, deixaram as suas pretensões místicas para se limitarem a observar pela simples observação. Assim fazendo, passaram de astrólogos a astrônomos. “A partir da análise dos fenômenos celestes, surgiram as primeiras aplicações de métodos matemáticos, que expressavam as variações observadas nos movimentos da Lua e dos planetas”. (A ASTRONOMIA através dos tempos, 2005).

A Matemática mesopotâmica foi desenvolvida pelos sacerdotes, que detinham o saber nessa civilização e a introdução desta ciência, Astronomia. Foi o avanço fundamental na história da ciência. Adotavam o tipo de escrita em tábuas de argila, onde faziam registros de Matemática e de economia. Pode-se,

então dizer, que os mesopotâmicos faziam uso da modelagem Matemática, considerando-se que essas tábuas continham listas de problemas que revelavam o dia-a-dia da população: tijolos necessários para construir paredes, canais, diques e escavações, irrigação de campos, quantidade de cereal produzido num terreno, portas e canas encostadas a uma parede, peso original de uma pedra, empréstimos, trabalho de diversos tipos metalúrgico, produção de tecidos e cordas, carregamento de material, dentre outros. (HISTÓRIA da Matemática na Babilônia, 2005).

Essa descrição mostra que a Matemática babilônica tinha um nível elevado e, por estar a Mesopotâmia situada no centro do mundo conhecido da época, propiciou grandes invasões e contatos com outros povos, daí, seu relevante papel para o desenvolvimento da Matemática de outros povos, como por exemplo, do povo grego.

2.2.3 Civilização Grega

A Matemática grega sofreu as influências dos problemas de administração e da Astronomia desenvolvidas no Oriente e o contato entre as duas Matemáticas (grega e oriental) foi extremamente importante e produtivo, principalmente no período de 350 a 200 a.C. Teve como principal estimulador Tales de Mileto, considerado o “pai da Matemática moderna”. (OHSE, 2005).

A base da revolução Matemática exercida pela civilização grega partiu de uma idéia muito simples: enquanto os egípcios e os babilônicos perguntavam “como”, os gregos passaram a indagar o “por quê”. Assim, a Matemática que até aquele

momento era essencialmente prática, passou a ter seu desenvolvimento voltado para conceituação, teoremas e axiomas. (OHSE, 2005, p. 9).

Entre os povos antigos, especialmente os gregos, a Matemática sempre esteve voltada às necessidades relacionadas com a irrigação, agricultura e com a navegação que concederam à astronomia o primeiro lugar nas ciências, determinando o rumo da Matemática. No caso, os gregos, elaboravam estudos sobre os modelos matemáticos já existentes, generalizando-os, sistematizando-os, ao mesmo tempo em que, por consequência, acabaram por descobrir e construir novos modelos. Assim, a Matemática que até este momento era essencialmente prática, passou a ter seu desenvolvimento voltado para conceituação, teoremas e axiomas. Durante o período grego, vários filósofos e matemáticos deram sua contribuição ao desenvolvimento da Matemática, tendo aí surgido os cientistas, que dedicavam sua vida à procura do conhecimento, como por exemplo, Tales de Mileto, Pitágoras, Platão, Eudoxo, Euclides, Arquimedes e Eratóstenes. (OHSE, 2005).

O trabalho mais famoso de Euclides é a coleção “Os Elementos”, que contém aplicações da álgebra à geometria, baseados numa dedução estritamente lógica de teoremas, postulados, definições e axiomas. Até os dias de hoje, este é o livro mais impresso em Matemática. Diz Ohse (2005, p. 12) que “sem a axiomatização desenvolvida pelos gregos, não haveria o desenvolvimento da Matemática abstrata e dos conceitos, postulados, definições e axiomas tão necessários à nossa Matemática”.

2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA NA CIVILIZAÇÃO MODERNA E NA CONTEMPORANEIDADE

Segundo Eves (2002), foi no século XVII que a História da Matemática teve maior importância, quando se abriram novos e vastos campos para as pesquisas Matemáticas. Na época, surgiram grandes cientistas e pensadores, que impulsionaram a matemática, dentre os quais, o astrônomo polonês Nicolau Copérnico, que buscou compreender o comportamento dos astros e tudo que lhes era relativo e que elaborou vários modelos matemáticos, muitos deles congregados no que hoje se chama Trigonometria.

Outro importante astrônomo que contribuiu notavelmente para a Matemática, no início do século XVII, foi o italiano Galileu Galilei, o primeiro a usar fórmulas matemáticas para descrever fenômenos naturais. Daí, considera-se Galileu Galilei, o “pai da Modelagem Matemática”, método empregado com sucesso na ciência moderna. (SAMPAIO, 2004). Também para René Descartes, a Matemática era a grande modeladora da ciência, pois, entre todas as áreas do conhecimento só a Matemática era certa e tudo deveria ser nela baseado. (EVES, 2002).

Burak (1992) e Chaves (2005) destacam Isaac Newton como um importante modelador matemático, pois foi dando uma abordagem Matemática para as observações feitas sobre os fenômenos da natureza que ele desenvolveu a Física e contribuiu com importantes ferramentas de cálculo para a Matemática.

O progresso da Matemática culminou com o surgimento do Cálculo Diferencial e Integral, no fim do século XVI e início do século XVII, com Isaac Newton e Leibnitz, quando se possibilitou a correlação de dois conceitos muito importantes: tempo e espaço. Com tal cálculo é possível otimizar modelos

matemáticos ou, em outras palavras, torná-los mais representativos em relação ao objeto de estudo: a Modelagem Matemática. (CHAVES, 2005).

Até o século XIX, a Matemática Aplicada estava ligada à Física e à Engenharia. Depois, se estendeu a outros campos, tais como, a Psicologia, a Geografia Geral e Humana e a Economia, para citar apenas algumas ciências. Nas últimas décadas, inicia-se um fluxo maior e um interesse explícito em Modelagem Matemática, em todas as ciências, principalmente, nas ciências voltadas à Educação. Nesse sentido, muitos países passaram a desenvolver experiências sobre o ensino das aplicações Matemáticas, com o processo da construção de modelos nos cursos de formação de professores.

A expansão do ensino da Matemática causou inquietações e preocupações com a qualidade da aprendizagem de matemática abrindo espaço para a Educação Matemática,

Burak (1992) comenta que a partir dos movimentos voltados para a Educação Matemática, houve um interesse maior para a modelagem Matemática, tanto, que algumas universidades e centros politécnicos, a exemplo da Faculdade de Matemática do Instituto de Tecnologia Educacional da Universidade Aberta, da Inglaterra, começaram a promover cursos envolvendo a Modelagem Matemática.

2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA NO BRASIL

No Brasil, embora as discussões sobre Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática tenham iniciado na década de 70 até os anos 80, as universidades brasileiras ainda não tinham a preocupação em proporcionar aos acadêmicos dos cursos de licenciatura, o estágio em indústrias ou na

agricultura, o que lhes permitiria ter uma visão mais profunda das aplicações Matemáticas, nesses setores, dando-lhes a idéia do desenvolvimento do processo de modelagem, que resultaria na construção de modelos. Para Burak (1987, p. 24), “a falta de tal experiência gera a insegurança e se constitui em forte obstáculo à adoção do estudo com modelos matemáticos, no ensino elementar”.

A partir da década de 1980, alguns professores da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), fortaleceram e consolidaram as discussões sobre modelagem, cuja difusão se efetuou, em particular, pelo professor Dr. Rodney Carlos Bassanezi e seus orientandos. A Modelagem Matemática foi trabalhada a partir das experiências conduzidas por um grupo de professores de Biomatemática que, ao abordarem a Matemática a partir de temas sócio-culturais das pessoas, trabalhavam com modelos matemáticos. Barbosa (2000) recorda que, a princípio, os estudos envolviam modelos de crescimento cancerígenos.

Já em ambiente escolar formal, segundo Silveira e Ribas (2005), a idéia da modelagem foi materializada, pela primeira vez, pelo professor Dr. Rodney Carlos Bassanezi, quando do início dos cursos de especialização para professores, em 1983, na Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO), em Guarapuava, região Centro-Oeste do Estado do Paraná. Revendo os arquivos da UNICENTRO, constatou-se que esse curso de especialização foi realizado no período de 12 de janeiro de 1983 a 27 de janeiro de 1984, quando foram ministradas nove disciplinas, sendo quatro voltadas para a Modelagem Matemática (Etnomatemática, Módulos e Modelos Matemáticos).

Esta iniciativa foi a alavanca e não tardou muito para que as experiências com Modelagem Matemática inspirassem outras iniciativas, desta modalidade, em cursos regulares. O Paraná aderiu integralmente a esta proposta,

tendo vários pólos distribuídos pelo Estado, com vistas à capacitação de professores, nesta perspectiva.

Mas, somente em janeiro de 1988 é que os Educadores Matemáticos Brasileiros organizam-se em uma associação própria, durante o Encontro Nacional de Educação Matemática, realizado em Maringá (PR), denominando-o de Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Com o objetivo de aprimorar a formação dos Educadores Matemáticos, a SBEM promove, a cada três anos, o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e as regionais promovem, a cada dois anos, o Encontro Regional de Educação Matemática. (PETRONZELLI, 2002).

Posteriormente, a Modelagem Matemática foi introduzida nos programas de Mestrado em Ensino de Matemática, na UNESP/Campus de Rio Claro, quando angariou adeptos, pois “a grande preocupação sentida consistia em encontrar formas alternativas para o ensino de Matemática que trabalhassem ou que tivessem a preocupação de partir de situações vivenciadas pelo aluno do ensino de 1º e 2º graus, atualmente ensino Fundamental e Médio”. (SILVEIRA; RIBAS, 2004).

Em novembro de 1999, foi realizada a 1ª Conferência Nacional de Modelagem e Educação Matemática (CNMEM), em Rio Claro, Estado de São Paulo. A II CNMEM foi realizada pela Universidade São Francisco/Campus de Itatiba (SP), em outubro de 2001, com participação bastante representativa das regiões do país.

Em outubro de 2003, mostrando a consolidação da 2ª Conferência no calendário da Educação Matemática no Brasil, ocorre a III CNMEM, com o tema “Modelagem na Perspectiva da Educação Matemática”, organizada pela Universidade Metodista de Piracicaba/Campus de Taquaral. Aqui também se observa um crescimento do evento em relação à edição anterior. A IV CNMEM

aconteceu em novembro de 2005, na Universidade Estadual de Feira de Santana, Estado da Bahia.

Além das Conferências que acontecem a cada dois anos, têm sido realizados encontros, seminários e palestras sobre a modelagem Matemática, em todo o país, assim como elaboradas pesquisas científicas (dissertações e teses), abordando a Modelagem Matemática. (UEFS, 2005).

É importante lembrar que todas as descobertas Matemáticas realizadas pelos povos pré-históricos, egípcios e babilônicos serviram como subsídio para a Matemática desenvolvida pelos gregos. E todo desenvolvimento tecnológico obtido na contemporaneidade, tem como ponto de partida a Matemática Grega. Foi esta que permitiu o desenvolvimento da Matemática contemporânea, enfocada na perspectiva da Modelagem Matemática.

2.5 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

A Modelagem Matemática tem o objetivo de interpretar e compreender os mais diversos fenômenos do nosso cotidiano e se trabalhada de maneira criativa e motivadora, pode proporcionar diversos benefícios, como facilitação da aprendizagem, desenvolvimento do raciocínio, desenvolvimento do aluno como cidadão crítico, compreensão do papel sócio-cultural da Matemática tornando-a mais importante e agradável.

Os trabalhos precursores sobre a Modelagem Matemática aplicada na Educação Básica são de Burak (1987), Biembengut (1990), Alexandrina (1992) e

mais recentemente, dentre outros, os trabalhos de Caldeira (1998) e Barbosa (2001) como disseminadores da Modelagem.

Burak (1998) propôs as seguintes etapas para o encaminhamento do trabalho em sala de aula:

- a) Escolha do tema;
- b) Pesquisa exploratória;
- c) Levantamento do(s) problema(s);
- d) Resolução do(s) problema(s) e o trabalho com a matemática no contexto do tema;
- e) Análise crítica da(s) solução(ões).

O processo da Modelagem tem início com a escolha do tema de acordo com o interesse ou afinidade dos alunos, podendo o professor utilizar estratégias que facilitem aos alunos a escolha de um assunto motivador e abrangente.

O papel que o professor desempenhará é de fundamental importância para o sucesso da experiência. Ele deve dar liberdade aos alunos, atuando como mediador em relação ao ensino-aprendizagem, levando o aluno a pensar e refletir sobre os problemas envolvidos no tema escolhido.

Definido o tema e os grupos, pode-se iniciar a fase exploratória, onde serão coletadas informações através de entrevistas, visitas e pesquisas bibliográficas. Esta etapa é muito rica, pois o grupo se insere no contexto conforme o tema. Os dados a serem colhidos referem-se aos aspectos quantitativos e qualitativos do assunto escolhido, fornecendo elementos necessários para a formulação dos problemas, a princípio em linguagem corrente e posteriormente a tradução para a linguagem matemática, estabelecendo relações entre as variáveis

do problema. O contato com outras realidades é um aspecto positivo na formação de um aluno mais dinâmico e crítico.

Após conhecer os aspectos envolvidos na pesquisa exploratória passa-se para a construção dos problemas, os quais apresentam características distintas dos problemas apresentados pela maioria dos livros textos, pois são elaborados a partir dos dados coletados na pesquisa de campo, favorecendo a compreensão de uma determinada situação.

Essa fase favorece a formulação e a construção do pensar matemático. A busca e organização dos dados, beneficia, ainda, o trabalho com os conteúdos matemáticos, que são ensinados à medida em que os problemas exigem, podendo acontecer em momentos distintos dos observados no ensino usual. Neste momento o professor terá a oportunidade de mostrar a relação entre os conteúdos matemáticos e a realidade diária dos alunos, dando significado à aprendizagem, aguçando o seu interesse e proporcionando-lhe o despertar de sua criatividade para a resolução de problemas.

A última etapa da Modelagem destina-se a discutir e analisar a solução encontrada para observar a sua coerência e consistência, desenvolvendo no aluno o senso crítico e argumentação lógica.

2.6 A AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM NA MODELAGEM MATEMÁTICA

A avaliação é o momento na qual o professor estuda e interpreta os dados da aprendizagem e de seu trabalho, tendo como finalidade acompanhar e

aperfeiçoar o processo de aprendizagem dos alunos, diagnosticando seus resultados e atribuindo-lhe valor.

Como reorientação, a avaliação deve ser contínua, permitindo ao aluno acompanhar o seu progresso e ao professor reorientar suas atividades e oferecer assistência quando necessário.

Também é o momento em que o aluno se conscientiza de seu desempenho escolar pela análise e interpretação de resultados que ele deve fazer acerca de si mesmo. O aluno também é responsável pelo seu processo de aprendizagem, do acompanhamento de seus progressos e fracassos.

Para a LDB a verificação do rendimento escolar deve priorizar a avaliação contínua e cumulativa do desempenho do aluno, optar por diferentes instrumentos de avaliação e não apenas fundamentar-se em provas bimestrais. É mais importante que saber o que o aluno aprendeu em Matemática é saber como o que ele aprendeu, produziu nele mais competência para se inserir na realidade vivida.

Com relação a avaliação de aprendizagem na Modelagem Matemática, Biembengut (1999) considera dois aspectos importantes que devem ser levados em conta: avaliação como fator de redirecionamento do trabalho do professor e avaliação para verificar o grau de aprendizado do aluno, podendo analisá-lo através da qualidade dos questionamentos levantados, da pesquisa elaborada pelo aluno, da adequação da solução, provas escritas e exercícios do tipo convencional que meçam o grau de aprendizagem do conteúdo específico e ainda pela observação quanto o grau do interesse e participação.

Barbosa (2006) sugere uma avaliação através de relatórios, analisando o grau de desenvolvimento do aluno e seu processo de evolução, ou

seja, o que ele realmente aprendeu através da Modelagem Matemática, tirando do professor aquele compromisso com provas e modelos prontos para algo mais aberto a discussões.

As alunos podem estar sendo avaliados de maneira contínua durante o transcorrer de suas atividades, levando em consideração a participação, criatividade, capacidade de generalização, iniciativa, interpretação, compreensão e conclusão das atividades propostas. Pode ainda ser complementada com uma auto-avaliação e/ou uma avaliação do grupo, deixando assim, a avaliação de ser um problema e um terror para os alunos, para se tornar um auxílio no momento de se repensar um ou outro modo de trabalhar com determinados conteúdos. “Nesta prática educativa a avaliação deverá ter sempre o caráter de reorientação do método”. (BURAK, 1992, p.315).

Este capítulo tratou da Modelagem Matemática sob um ponto de vista mais histórico e abrangeu desde a pré-história e as civilizações antigas até a Contemporaneidade, enfocando aspectos da Modelagem Matemática no Brasil, no ensino de Matemática na Educação Básica e na avaliação da aprendizagem.

No próximo capítulo será apresentada a descrição dos trabalhos de Modelagem Matemática do Curso de Especialização (*lato sensu*) em Ensino da Matemática, promovido pela Fundação Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava (FAFIG), pela Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO) e pela Faculdade de Ciências Humanas de Francisco Beltrão (FACIBEL), nas décadas de 1980 e 1990.

CAPÍTULO III

MODELAGEM MATEMÁTICA E O ENSINO DE MATEMÁTICA

3.1 A MODELAGEM NOS CURSOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES: PRIMEIRAS INICIATIVAS

Este capítulo apresenta uma retrospectiva histórica do trabalho com a Modelagem na Faculdade Estadual de Filosofia Ciências e Letras de Guarapuava – FAFIG, hoje Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, em 1982, no âmbito da Pós-graduação *lato-sensu*. Descreve as primeiras iniciativas de trabalho com a Modelagem nos cursos para professores. São seis projetos com seus respectivos sub-projetos atendendo aos três níveis de ensino. Em seguida, foram descritos três trabalhos envolvendo a Modelagem, frutos de experiências reais em sala de aula, já no início da década de 1990.

Após a descrição buscou-se levantar e analisar aspectos relativos à metodologia utilizada, os tipos de problemas envolvidos, as concepções de ensino e de aprendizagem presentes nos trabalhos desse dois períodos, bem como a visão de currículo e outros aspectos que pudessem levantar enfoques diferenciados de encaminhamentos no trabalho com a Modelagem.

A descrição dos trabalhos, nos dois momentos, bem como seus encaminhamentos e a aplicação da Modelagem na situação de sala de aula, estarão fornecendo os dados para responder ao problema da investigação.

3.2 OS PRIMEIROS TRABALHOS DESENVOLVIDOS NA FAFIG/UNICENTRO

No ano de 1983, por iniciativa de um grupo de professores do Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação - IMECC da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP – Campinas – São Paulo, coordenados pelo Professor Doutor Rodney C. Bassanezi, teve início uma experiência pioneira no âmbito da Educação, no ensino de Matemática, no Brasil com a aplicação da Modelagem Matemática em Cursos de especialização para professores dos três níveis de ensino: 1º Grau, 2º Grau (hoje ensino fundamental e médio, respectivamente) e ensino superior.

Um desses cursos foi desenvolvido na Fundação Faculdade Estadual de Filosofia Ciências e Letras de Guarapuava – FAFIG, hoje Universidade Estadual do Centro Oeste, UNICENTRO no período de janeiro de 1983 a janeiro de 1984. A estrutura curricular do curso estava constituída por nove disciplinas, sendo quatro específicas de Modelagem Matemática: Etnomatemática e o Ensino, Módulo de Aprendizagem I, Módulo de Aprendizagem II e Modelos Matemáticos I e II. Além dessas disciplinas, os pós-graduandos também cursaram Metodologia Científica Aplicada e participaram de duas palestras sobre Estudos de Problemas Brasileiros I e II.

O grupo estava constituído por 36 participantes, professores dos três níveis de ensino.

A turma foi dividida em pequenos grupos que desenvolveram os projetos propositivos, envolvendo temas, nos quais havia possibilidades de aplicação da Modelagem Matemática para os vários níveis de ensino.

Os projetos apresentados pelos pós-graduandos versavam sobre os seguintes temas: Horticultura, Marcenaria, Jogos Infantis, Tecnologia Popular em Pequenas Construções, Suinocultura e Cetra.

Como complemento dos projetos os alunos deveriam ainda, apresentar relatórios das atividades desenvolvidas, bem como uma auto-avaliação.

Cada projeto era constituído por 4 subprojetos. Esses subprojetos envolviam o trabalho com a Modelagem Matemática nos níveis de ensino já mencionados.

Cabe ressaltar que todos os subprojetos de número 1 eram parte integrante da disciplina de Etnomatemática e o Ensino. Já os de número 2 integravam a disciplina Módulos de Aprendizagem I. Os subprojetos de número 3 foram desenvolvidos na disciplina de Módulos de Aprendizagem II. Os subprojetos de número 4 foram objetos da disciplina de Modelos Matemáticos I e II. Em relação aos subprojetos de número 4 encontram-se nos arquivos da UNICENTRO apenas o material referente ao projeto Horticultura, os demais não foram encontrados.

3.2.1 Projeto Horticultura

Este projeto envolveu 5 (cinco) professores

Subprojeto 1

Este subprojeto tratou das hortaliças. Definido o tema o grupo buscou coletar dados sobre o assunto. Dentre as várias possibilidades para a coleta

de dados o grupo escolheu uma propriedade às margens do Rio Jordão, distante 7km do município de Guarapuava.

Com a definição do local, o grupo passou à elaboração de instrumentos que seriam aplicados junto ao proprietário da referida propriedade. Os instrumentos aplicados com o propósito de coletar, entre outros, dados sobre a propriedade, tipos de hortaliças, formas de plantio, época, comercialização e custos de forma a poder se fazer um estudo mais aprofundado do tema.

Complementando esta etapa, o grupo realizou ainda, a coleta de dados em alguns estabelecimentos comerciais, atacado e varejo, de cinco produtos plantados na horta da propriedade visitada: repolho, tomate, pepino, pimentão e alface.

Com os dados da coleta, foi elaborada uma tabela na qual constavam os dados relativos aos tipos de hortaliças cultivadas na propriedade, a época de plantio, forma de semeadura, manejo, transporte e comercialização. Na seqüência o grupo analisou e discutiu os dados coletados na pesquisa.

Na perspectiva de um trabalho mais elaborado e após discutir com o professor-orientador o grupo fez a opção pelo estudo e aprofundamento das pesquisas de uma única hortaliça – o tomate. Tal opção deveu-se ao entendimento que de esta escolha oportunizaria subsídios suficientes para a aplicação da Matemática. Na seqüência o grupo elaborou quadros para as informações coletadas, desenhos e fotos. Este subprojeto caracterizou uma das etapas do projeto, a pesquisa de campo propriamente dita. Esta parte constituía a disciplina de Etnomatemática e o Ensino.

Subprojeto 2

Este subprojeto elaborado pelo grupo, destinado aos alunos de 11 a 13 anos, teve como objetivo a aplicação da Matemática em situações concretas no Ensino de 1º Grau, atual Ensino Fundamental e constituiu a disciplina de Módulo de Aprendizagem I. O propósito era que os componentes do grupo, propusessem uma situação que seria desenvolvida posteriormente em sala de aula com alunos dessa faixa etária.

Como forma inicial de encaminhamento do trabalho, seria chamada a atenção dos alunos para a importância do cultivo da terra na região e que esta se constituía na atividade mais intensa dos habitantes das áreas rurais. A seguir seria estimulado o diálogo com os alunos a respeito dos diversos cultivos da terra até surgir o cultivo do tomate que seria o assunto da pesquisa.

A seguir, os alunos deveriam elaborar uma tabela com os dados obtidos na coleta, a exemplo do que ocorreu com o grupo, exceto pelo fato de que esta seria preenchida pelos alunos do 1º Grau, após a observação de várias hortas. Tal situação estaria favorecendo a escolha do tomate como objeto de estudo, já que havia sido proposta, anteriormente, uma pesquisa sobre esta hortaliça. Esta situação facilitaria a aplicação do trabalho por parte dos pós-graduandos, caso aplicassem o Projeto.

O projeto propõe ao grupo participante a formulação de situações-problema para serem resolvidas, como forma de fixação dos conteúdos e dos conceitos. Os conteúdos aplicados poderiam versar sobre medidas de superfície, perímetro, números naturais, números relativos e decimais, exploração do termômetro (exploração das unidades de medida de temperatura), proporções, operações básicas como adição, subtração, multiplicação e divisão, regras de três, frações, porcentagem, equações do primeiro grau e estudo das figuras geométricas.

Foram propostos pelo grupo de pós-graduandos os seguintes problemas:

1 “O horticultor fez um empréstimo de Cr\$ 60.000,00 para custeio da horta, a taxa de 60% ao ano, por um período de 6 meses. Qual o valor a ser devolvido?”

2 “Qual a área do canteiro de sementeira? Área da sala de aula? Área da carteira? Área do vitrô? Qual a área total do canteiro? Que parte do canteiro total é o canteiro da sementeira? Cada uma das partes chama-se Se fosse $\frac{2}{3}$ do canteiro total, a área seria Se fosse $\frac{1}{4}$ do canteiro total, a área seria

Subprojeto 3

Esta etapa do trabalho visava o aprofundamento de conteúdos matemáticos a partir de situações concretas em nível de Ensino Médio, diferentemente da etapa anterior, destinada a alunos do ensino fundamental. Os conteúdos que poderiam ser explorados eram, prioritariamente, os estudos da trigonometria no triângulo retângulo e no círculo trigonométrico. Esta etapa constituía a disciplina de Módulo de Aprendizagem II.

Foram propostos os seguintes problemas:

1 “O horticultor precisa construir uma ponte sobre o rio Jordão para transportar seu produto para os centros de consumo. Como deve fazê-la? O que é necessário para construí-la?”

2 “Uma escada apoiada na extremidade do suporte da caixa d’água construída ao lado da horta, escada esta que dista da base do suporte 4,5m formando um ângulo de 40° com o solo. A que altura está colocada a caixa e qual o comprimento da escada?”

Subprojeto 4

Os pós-graduandos, nesta fase do projeto, propunham extrair conteúdos da pesquisa de campo sobre horticultura a ser trabalhado em nível superior. Os conteúdos matemáticos que poderiam ser aplicados nesta etapa e que constituía a disciplina de Modelos Matemáticos I e II foram de otimização, aplicando derivadas, representações gráficas e integrais.

Foram propostos os seguintes problemas:

1 “Em uma área de 2.464m^2 plantou-se 4.480 pés de tomates, cada pé produz em média 5,8kg, o equivalente a mais ou menos 75 tomates. Em cada 100 pés de tomate que se coloca à mais, a produção diminui 1 tomate por pé. Quantos pés de tomate devemos ter para que a produção seja máxima?”

2 “Sabemos que a altura de uma caixa de tomate (sem tampa), é de 36 cm e seu volume é de 46.800 cm^3 . Quais serão as medidas das outras arestas para que tenhamos o mínimo de material gasto?”

3.2.2 Projeto Marcenaria

Este projeto envolveu 7 (sete) professores.

Subprojeto 1

Os pós-graduandos visitaram uma fábrica de móveis, em Guarapuava, denominada “Móveis Trianon Ltda”, que empregava vinte e duas pessoas e um empreiteiro. Coletaram informações como aquisição de matéria-prima, produção de madeira serrada, secagem do material, industrialização da matéria-prima, montagem de porta almofadada. Tiraram fotos e anexaram os projetos de esquadrias, executadas pelo marceneiro. Também se preocuparam em entrevistar o

proprietário bem como, em conversar com os marceneiros para familiarizar-se com o vocabulário usado por eles.

Subprojeto 2

Este subprojeto visava a aplicação da Matemática em situações concretas no Ensino Fundamental, com alunos na faixa etária de 12 a 14 anos. A escolha do tema foi motivada, segundo consta no projeto, pelo fato de que em todas as cidades há marcenarias de grande ou pequeno porte e por ser um trabalho artesanal em extinção, após o surgimento das grandes indústrias que produzem em série e a um custo significativamente menor.

Deste modo, o trabalho tinha como objetivos: “valorizar o que a comunidade oferece para o desenvolvimento psico-social-cultural do educando; evidenciar o espírito crítico, a capacidade de observação e análise e a perseverança no trabalho e descobrir as figuras geométricas, os princípios básicos da geometria e sentenças Matemáticas, objetivamente por meio de observação, comparação, construção e deduções lógicas”.

Em princípio, o professor conversaria com seus alunos sobre os móveis da sala de aula, lançando perguntas e comentando sobre o envolvimento matemático na fabricação de móveis, assim como proporia uma visita a uma marcenaria.

Depois de levantadas as informações com o marceneiro, os alunos participantes da pesquisa confeccionariam portas em miniatura, utilizando o material que achassem mais adequados e com dimensões por eles idealizadas. Nesse sentido, as discussões em sala de aula poderiam abarcar conceitos importantes tais

como: sólidos geométricos, figuras planas, medidas de comprimento, de área, razões e proporções, monômios e polinômios e cabendo, portanto, ao professor escolher os tópicos que considerasse mais convenientes e os momentos mais adequados para desenvolvê-los.

Foram propostos os seguintes problemas:

1 “Desenhar no caderno uma das maiores superfícies da miniatura da porta. Dividir a superfície da porta em quadrados de um centímetro. Fazendo com que o aluno conte quantos quadrados existem na superfície da porta.”

2 “Desenhar no caderno uma das superfícies maiores da miniatura da porta. Traçar uma das diagonais. Verificar que a superfície foi dividida em duas partes iguais. Verificar a relação que existe entre a área do retângulo e a área do triângulo retângulo. Construir vários triângulos retângulos e calcular a área de cada uma das figuras.”

Subprojeto 3

Este subprojeto foi destinado a alunos de 15 a 17 anos, cursando o Ensino Médio, objetivando uma mudança no ensino, no sentido de suprir as necessidades do meio em que a escola está inserida e, ao mesmo tempo, dar condições para que haja um acompanhamento deste avanço, despertando o aluno para a realidade que o cerca. Os conteúdos que poderiam ser explorados, segundo o grupo, eram: progressão linear, funções, gráficos, sistemas de equações e de inequações.

Foram propostos os seguintes problemas:

1 “De acordo com a pesquisa, o número de portas em série é mais ou menos o quádruplo do de almofada, sem propaganda. Pergunta-se, quantas portas em série e portas de almofadas devem ser fabricadas para obtenção do lucro máximo?”

2 “De acordo com a pesquisa que fizeram a respeito da cola usada na marcenaria, montar uma desigualdade. Representar no plano cartesiano a desigualdade obtida.”

3.2.3 Projeto Jogos Infantis

Este projeto envolveu 5 (cinco) professores.

O Projeto “Jogos Infantis” está subdividido em três subprojetos:

Subprojeto 1

A pesquisa de campo para a realização deste trabalho ocorreu na Vila SANBRA, periferia da cidade de Guarapuava, Estado do Paraná. Os tipos de jogos encontrados naquela comunidade foram: pé-na-bola, cruzada, casinha, caçador, polícia e ladrão, bete-ombro, futebol, bambolê, bolinhas de gude, mãe-de-cola, salvação, tiroteio, amarelinha, queima e caracol. Desse modo, o projeto apresentava as características e as regras de cada um dos jogos mencionados.

Subprojeto 2

Este subprojeto propunha uma melhoria no ensino matemático para alunos do Ensino Fundamental, explorando as brincadeiras infantis, que as próprias crianças conhecem e brincam, acreditando que estas estariam mais próximas da realidade e assim poderiam sentir-se mais motivadas, percebendo a Matemática como solução em sua vida e não como problema.

A proposição é que, em sala de aula, fossem coletados, junto aos alunos, todo conhecimento possível de brincadeiras infantis, como: regras, onde brincam, quem brinca, dentre outras situações.

Os pós-graduandos tiveram a preocupação de alertar que não se deve interferir nos dados coletados. Embasados na coleta de informações, introduziriam os conteúdos matemáticos desejados, construindo modelos. Os conteúdos definidos eram os seguintes: cálculo de área, frações, proporções, números decimais e trigonometria.

Foram propostos os seguintes problemas:

1 “Uma criança ao disputar amarelinha conseguiu fazer 6 quadrinhos de 10. Como você pode escrever em forma de fração e posteriormente em forma decimal?”

2 “Para jogar betes utilizou-se a cancha de futebol de salão, que mede 40 metros de comprimento e 22 metros de largura. Calcule quantos m^2 possui essa cancha.”

Subprojeto 3

Este subprojeto propunha atividades para alunos do Ensino Médio, objetivando despertar no aluno o senso de observação da Matemática aplicada por ele próprio no seu dia-a-dia. Os conteúdos matemáticos para a aplicação do projeto poderiam ser: medidas de capacidade, circunferência e Teorema de Pitágoras.

Foram propostos os seguintes problemas:

1 “Num jogo de bolinha de gude, o vencedor retirou as duas bolinhas restantes e fez o lançamento sobre um ângulo de 45° . Qual deve ser a distância entre as bolinhas A e B para tal situação, sabendo-se que o garoto se encontra a 60 cm da segunda bolinha?”

2 “No problema anterior se o ângulo for de 30° , qual será as distâncias entre o garoto e a bolinha A? Qual a distância entre as bolinha?”

3.2.4 Projeto Tecnologia Popular em Pequenas Construções

Este projeto envolveu 6 (seis) professores.

Foi subdividido em três subprojetos, a seguir descritos.

Subprojeto 1

Este apresentou uma breve análise dos procedimentos utilizados em pequenas construções, por mestres-de-obras. As informações foram obtidas em pequenas obras em construção, através de entrevistas com mestres de obras e pedreiros, observando suas atividades e solicitando informações sobre métodos e

técnicas empregadas, fotografando detalhes da obra, fazendo croquis e anotações das explicações recebidas.

Subprojeto 2

O subprojeto 2 tinha por objetivo, a exemplo dos anteriores, facilitar o ensino da Matemática, relacionando a prática com a teoria, a fim de obter um relacionamento entre o enfoque intuitivo ocupacional e a apresentação formal da disciplina. Foi destinado a alunos de 8^{as} séries do Ensino Fundamental.

Dentre os objetivos específicos, destacam-se: as aplicações básicas de geometria no campo da construção, o uso da geometria como inter-relação natural com o processo construtivo e a interação informal da álgebra com o meio em que os alunos vivem. Para tanto, foram propostos alguns problemas envolvendo construções de casas com representações gráficas, uso de porcentagem, cálculos de área e semelhança de triângulos.

Além destes, apresentaram-se:

1 “Em visita a uma pequena construção e não tendo em mãos um projeto estrutural da mesma, estava sendo construído baldrame. O pedreiro agiu da seguinte maneira: corta e dobra os ferros para a constituição da armadura das vigas. Sendo conhecido a altura do estribo, determina-se o comprimento da dobra em 450 do referido ferro, para que o mesmo possa ser colocado dentro da armadura da viga. Multiplicou a altura do estribo pelo número 14, e obtém o comprimento do ferro, o qual terá inclinação de 45° a) esquematize um baldrame (confecção); justifique o

porque do produto da altura do estribo pelo número 14; qual significado do número 14?”

2 “Nas obras visitadas observou-se que as aberturas, mais propriamente as janelas, têm tamanhos, de acordo com as áreas dos pisos. a) representação gráfica do observado na obra (comparação); b) como são feitos os cálculos que determinam a área das paredes e pisos? c) como são determinados os tamanhos das janelas em relação as áreas dos pisos?”

Subprojeto 3

Tomando-se como base a determinação dos valores quantitativos na montagem do orçamento de uma pequena obra, identificaram os diversos procedimentos matemáticos relacionando-os com os programas aplicados no ensino médio nos campos da geometria espacial e trigonometria. O projeto destinava-se a alunos de 1^{as} e 2^{as} séries do Ensino Médio, com proposições de problemas envolvendo prismas, frações e cálculos de volume.

Foi proposto o seguinte problema:

1 “Fazer um orçamento quantitativo para construção da casa tipo 3 - 47 B⁸.”

3.1.5 Projeto Suinocultura

Este projeto envolveu 7 (sete) professores.

O Projeto “Suinocultura” foi desmembrado em três subprojetos, conforme relatado a seguir:

Subprojeto 1

Para o desenvolvimento deste subprojeto foi necessária a aplicação de uma pesquisa de campo, realizada numa chácara no município de Guarapuava – BR 277, a 10km do centro da cidade. Foram descritas as características de uma pocilga, da criação de porcos e do dia-a-dia de um suinocultor. O tema Suinocultura, a exemplo do que ocorreu no Projeto “Horticultura”, foi escolhido em função das características locais, ou seja pelo fato de Guarapuava ser predominantemente agropecuária e por ser, segundo justificativas apresentadas pelos pós-graduandos, a carne de porco muito apreciada pela população e ainda o suíno um animal doméstico de fácil aquisição e venda.

Subprojeto 2

Este subprojeto foi destinado a alunos de 11 a 13 anos de idade, do Ensino Fundamental. O professor poderia iniciar suas atividades com um diálogo, induzindo o aluno a chegar ao animal desejado para a pesquisa (porco). Em seguida seria sugerido uma visita a uma pocilga a fim de observar todo o processo de criação do suíno e uma entrevista com o proprietário. Posteriormente, uma visita aos açougues da cidade, construindo tabelas com os dados fornecidos e que seriam utilizados na formulação de problemas e na realização de cálculos em que se poderia aplicar medidas de superfície, operações básicas, regras de três e porcentagem.

⁸ Casa de 47 m² com 3 dormitórios e padrão de acabamento B.

Foram propostos os seguintes problemas:

- 1 “Desenhar a planta da pocilga pesquisada.”
- 2 “Partindo desse desenho, responda: a) qual o comprimento total da pocilga? b) qual a largura? c) quais as medidas do primeiro compartimento? d) do segundo, terceiro...? e) quais as medidas da maternidade? f) qual a soma das medidas da pocilga?”

Subprojeto 3

Este subprojeto destinava a alunos do Ensino Médio, na faixa etária média de 15 anos. Foi sugerido, inicialmente, uma pesquisa de campo, envolvendo o tema. Posteriormente, propõe-se o encaminhamento de convite a um suinocultor para desenvolver uma palestra à classe, assim como uma mesa redonda com alunos e suinocultores. Com os dados coletados iniciaram as possíveis aplicações Matemáticas utilizando regra de três, funções, equações, inequações, gráficos, derivadas, cálculos de área e relações trigonométricas.

Foram propostos os seguintes problemas:

- 1 “Um suinocultor dispõe de 3.450kg de milho moído e 1.180kg de concentrado. Sabendo-se que para a alimentação de um suíno de 75 dias são necessários 25 kg de milho moído e 10kg de concentrado e que para a alimentação de um suíno de 180 dias são necessários 400kg de milho moído e 135kg de concentrado. Seu lucro é de 3.000,00 com o suíno de 75 dias e 6.000,00 com o suíno de 180 dias. Quantos suínos de 75 dias e de 180 dias deve o suinocultor criar com seu estoque para que tenha lucro máximo?”

2 “Qual a forma mais econômica de se construir as divisões internas de uma pocilga, para que com um mínimo de material possa abrigar o máximo de suínos?”

3.2.6 Projeto Cetra

Estavam envolvidos neste projeto 6 (seis) professores.

Este projeto foi subdividido em três subprojetos, a seguir relatados.

Subprojeto 1

Na percepção dos pós-graduandos, autores deste subprojeto, o magnetismo inexplicável que as “armas” causam nas crianças seria extremamente interessante para atrair os alunos a esse tema. Desta forma, escolheram a “cetra” como assunto a ser trabalhado, imaginando que por meio de um simples “brinquedo” pudessem ensinar muitas coisas relacionadas com a Matemática e com outras áreas do conhecimento. Deslocaram-se para a zona rural do município de Guarapuava e escolheram ao acaso, uma chácara, para a execução da pesquisa de campo. Conheceram um garoto que lhes emprestou um estilingue e concedeu entrevista explicando como se constrói uma cetra.

Subprojeto 2

Este subprojeto foi destinado a alunos do Ensino Fundamental, na faixa etária entre 12 a 15 anos de idade. Os pós-graduandos apresentaram sugestões para identificação dos problemas e algumas de suas aplicações, utilizando operações com frações, ângulos, comprimento de circunferência, área de figuras planas triângulos, relações e funções.

Foram propostos os seguintes problemas:

1 "Uma pedra é lançada ao ar. Supondo que a sua altura "h" em metros e "t" segundos após o lançamento seja: $h = -5t^2 + 10t$. Qual é a altura máxima atingida por esta pedra? Em que instante ela a atinge? Em que ponto ela toca o solo?"

2 "Determinar a trajetória de um pedra lançada de um ponto 0 com velocidade inicial v_0 e um ângulo σ ".

Subprojeto 3

Podendo ser aplicado a jovens de 15 a 18 anos, cursando o Ensino Médio, este subprojeto procurou mostrar uma maneira simples de abordar conteúdos matemáticos e físicos, sobre o modelo apresentado, dando maior ênfase à área da Física, por existirem poucos modelos voltados a esse campo. Ofereceram sugestões para a formulação dos problemas e aplicações Matemáticas como trajetória, velocidade, distância percorrida, mecânica, funções, estudo do círculo, triângulos e representações gráficas dos assuntos estudados.

Foram propostos os seguintes problemas:

1 "Toma-se uma forquilha qualquer, faz-se o esboço da forquilha e em cada uma das extremidades coloca-se um ponto fechando a seguir com o

formato de um triângulo. Determina-se, com o compasso, as metades das distâncias entre os pontos, traçando-se perpendiculares, prolongando-as até que se encontrem no centro do triângulo. Tomando-se o centro com um compasso, com abertura igual à distância entre o centro e um dos três pontos, traça-se uma circunferência. Dado três pontos quaisquer no plano, determine a circunferência que contém estes pontos.”

2 “Dado três pontos quaisquer no plano, determine a circunferência que contém estes pontos.”

3.3 PRIMEIRAS APLICAÇÕES DA MODELAGEM EM SITUAÇÕES DE SALA DE AULA

Foram descritos e analisados três trabalhos monográficos sobre Modelagem Matemática apresentados em cursos de Pós-Graduação ministrados na FAFIG, UNICENTRO E FACIBEL e sob a orientação do Prof. Dr. Dionísio Burak: Modelagem Matemática: Uma Metodologia Alternativa para o Ensino de Matemática na 4^a. Série do 1^o. Grau (FAFIG/1990), Modelagem Matemática: Uma Estratégia para Ensinar Matemática a partir da Realidade (UNICENTRO/1993) e Modelagem Matemática: Uma Experiência Alternativa para o Ensino da Matemática nas 7^a séries do 1^o grau (FACIBEL/1997).

Modelagem Matemática: Uma Metodologia Alternativa para o Ensino de Matemática na 4^a Série do 1^o Grau.

Este trabalho foi desenvolvido com uma turma de 38 alunos na faixa etária entre 9 e 15 anos, da 4ª Série do 1º Grau do Colégio Estadual Dr. Cândido de Abreu – Ensino de 1º e 2º Graus, Município de Cândido de Abreu, Estado do Paraná.

O objetivo deste trabalho era propor, por meio da Modelagem Matemática, uma alternativa para o ensino de Matemática na 4ª série do 1º Grau.

A autora alega que na década de 60 o Ensino de Matemática, no Brasil, tinha como objetivo fixar técnicas de cálculo, nomenclaturas e modelos de resolução dos chamados “problemas-padrão”, sem preocupação com o que o aluno compreendesse os conceitos básicos. Os programas eram extensos e não levavam em consideração a faixa etária a que se destinavam, devido ao pouco conhecimento das teorias de aprendizagem que os responsáveis pela elaboração dos currículos deveriam ter.

Na década de 1980, os profissionais da educação sentiram a necessidade de mudanças e inovações no ensino da Matemática, uma vez que este ensino há muito não correspondia às expectativas, às necessidades e à realidade vivenciadas pelos alunos. Diante disso, tornaram-se necessários métodos de Ensino que oportunizassem a participação do aluno no processo ensino-aprendizagem. Uma das propostas de inovação foi a Modelagem Matemática, método que procura dar ao aluno mais liberdade para raciocinar, estimar e dar vazão ao pensamento criativo. Uma prática de Ensino onde não há seqüência rígida de conteúdos e cada tópico do programa estudado é tratado com a profundidade de acordo e com o nível de cada série.

Depois de concluído o Curso de Pós-graduação a autora iniciou a etapa que considerava mais difícil com seus alunos da 4ª série, utilizar o método Modelagem. A escolha do tema partiu de uma aluna, que sugeriu proceder como na novela “A Gata Comeu”, ou seja, pintar a escola. A classe ficou motivada com a idéia e iniciaram com as sugestões de como proceder com a proposta. Conversando com a direção optaram por pintar apenas a sala de aula onde estudavam.

Para arrecadar verbas para a pintura, realizaram uma rifa de uma ovelha, doada pelo pai de um aluno. Na seqüência do trabalho surgiram as primeiras dúvidas: quanto comprar; quanto gastariam; quantos números de rifas seriam necessários vender; o preço de cada número; quantos números cada aluno deveria vender; que cor de tinta usar; quais as medidas da sala de aula.

Com este diálogo, a autora foi vendo os conteúdos previstos para a 4ª série e o que poderia explorar com o trabalho de Modelagem. Estes foram: sistemas de medidas; área de figuras planas; porcentagem, emissão de recibo (assunto visto na disciplina de Português); operações fundamentais. No decorrer do trabalho, a autora percebeu alguns pontos que poderiam ser melhor desenvolvidos, mas por inexperiência do método só percebeu no final do trabalho.

Com a sala pintada, resolveram com o que restou do dinheiro realizar uma festinha para inauguração da sala. Este trabalho realizou a todos com o resultado e com a maneira diferente de estudarem Matemática.

A autora relata que o trabalho foi gratificante, apesar das dificuldades e insegurança pelas quais passou e do número de vezes que sentiu-se sufocada estando prestes a fraquejar. Porém, concluiu serem nas horas de dificuldades que surgem oportunidades diversas de reflexão/ação e conseqüentemente de busca e soluções variadas. Salienta a importância de se usar a Modelagem Matemática para o Ensino, seja em nível de 1º, 2º grau ou mesmo em

nível Superior e de como as várias oportunidades de ensino surgem de forma natural, espontânea e conseguem monopolizar a atenção do educando sem que isto se torne monótono e “maçante”.

Modelagem Matemática: Uma Estratégia Para Ensinar Matemática a Partir da Realidade.

Este trabalho foi desenvolvido no Colégio Estadual Dom Carlos – Ensino de 1º e 2º Graus, no município de Palmas, Paraná, com alunos da 6ª série, do período vespertino, no 1º semestre de 1993. Iniciadas as aulas e após um período de entrosamento com alunos, a autora explicou para os alunos os objetivos a serem desenvolvidos em um trabalho conjunto, totalmente diferente do costumeiro: a Modelagem Matemática.

O desafio foi aceito e a vibração verificada incentiva a necessidade de implantação de novas técnicas que renovem o interesse pela aprendizagem. O trabalho começou com um levantamento sobre os assuntos de maior interesse dos alunos, recaiando essa escolha sobre o tema Fumo. Os alunos foram orientados a conhecer um pouco da história do fumo, o que resultou em uma pesquisa bibliográfica e, depois, entrevistas com um certo número de pessoas do município de Palmas para conhecer a predominância do fumante ou não fumante, para verificar a quantidade média de cigarros consumidos por pessoa/dia, a preferência de marca, a faixa etária, o sexo, a religião, os gastos com o vício de fumar e a economia se guardado esse dinheiro em poupança.

Terminadas as entrevistas, procederam em sala de aula o levantamento e a estratificação dos dados. Os resultados não foram satisfatórios, segundo a autora, havendo a necessidade de saber mais, despertando o interesse pela porcentagem, números representativos, regra de três, números decimais, criando e desenvolvendo situações-problema e resolvendo-as a partir dos dados reais obtidos nas pesquisas. Para finalizar os alunos elaboraram um relatório individual sobre o trabalho desenvolvido.

A autora descreve que desde o início do trabalho foi constante a preocupação em se fazer com que o resultado final pudesse ser positivo na difícil tarefa de ser professor de Matemática. Alega que a maneira como vinha sendo ensinada a Matemática na escola, de forma desvinculada da realidade do aluno, tornava-se uma tortura para ele e com resultados pouco proveitosos.

A Modelagem Matemática apresenta-se como uma alternativa para superar a forma usual de ensinar Matemática, trabalhando-se por meio de questionamentos e reflexões, sem a preocupação de seguir conteúdos, mas usando-os à medida que surgisse o interesse, ou seja, que os conteúdos fossem trabalhados de uma maneira prazerosa e interessante.

O objetivo desse trabalho foi resgatar o gosto e o interesse do aluno pela Matemática, por meio de uma política que o levasse à busca da relação existente e estabelecida entre o mundo real e o mundo matemático. A opção pelo tema “fumo” deveu-se por ser um problema real na vida do adolescente, além de se apresentar como um grave problema social. Funcionou como elemento motivador, levando-os a adquirir conhecimentos científicos e matemáticos sobre o tema, por meio dos dados coletados nas entrevistas, assim como dos problemas levantados e resolvidos pelos próprios alunos.

A autora do projeto considerou o resultado gratificante, rendoso e positivo porque fundamentou os conhecimentos adquiridos no curso de pós-graduação, de que se deve despertar o interesse dos alunos para a Matemática, com o levantamento de problemas a partir de seus interesses, ao invés de simplesmente “jogar” fórmulas seguindo um programa pré-estabelecido.

O trabalho de Modelagem Matemática propiciou interação entre o ensino e a aprendizagem, entre professor e aluno, transformando este último, de agente passivo para agente ativo, dentro da sala de aula. Mostrou, ainda, que é possível revolucionar o ensino com uma técnica inovadora diante do desinteresse pelo estudar.

Modelagem Matemática: Uma Experiência Alternativa Para o Ensino da Matemática nas 7^a Séries do 1^o Grau.

Trata-se de uma experiência alternativa para o ensino da Matemática nas 7^{as} séries do 1^o Grau, tendo em vista a grande dificuldade apresentada pelos alunos em desenvolver as atividades Matemáticas, tais como, cálculo de área, produtos notáveis, grandezas proporcionais e outras.

O estudo experimental foi desenvolvido no Colégio Estadual de Renascença – Francisco Beltrão, Ensino de 1^o e 2^o Graus, com 30 alunos, da 7^a série, período matutino do curso regular, numa faixa etária de 12 a 15 anos.

Dialogando, os alunos listaram alguns assuntos de interesse e que poderiam ser estudados no decorrer das aulas para o desenvolvimento do projeto. A maioria optou pelo estudo do “Jardim da Matemática” por considerarem importante o

embelezamento do Colégio, tornando o ambiente mais bonito e aconchegante, onde todos conseguiriam inspirar mais vida por meio da beleza das flores.

Depois da escolha do tema, os alunos foram reconhecer o espaço onde poderiam construir o jardim. Com levantamento de algumas questões foi possível a previsão de todas as ações que os alunos poderiam desenvolver, tornando possível, também, a construção do jardim, como por exemplo: tamanho do terreno; espaço entre canteiros; formato dos canteiros; materiais necessários; preparo da terra; tipo de solo e de flores. Os alunos buscaram informações técnicas com os professores de Ciências e um técnico da EMATER.

A partir do reconhecimento do local e em grupos de três ou quatro alunos, iniciaram a formulação dos problemas. Os assuntos explorados foram: sistema métrico decimal; cálculo de área e perímetro; equação do 1º grau; produtos notáveis; custos; planta do jardim; escala; razão; proporção; figuras geométricas planas; porcentagem; ângulos; posições relativas de retas e Teorema de Pitágoras.

Ao concluir esta fase, partiram para a demarcação das medidas, formando os canteiros, revendo e analisando mais uma vez os estudos anteriores, servindo como revisão de estudos. Com a participação ativa dos pais, construíram os contornos dos jardins e com a orientação do professor de Ciências e de técnico da EMATER, foram orientados quanto às misturas de produtos, correção de solo, escolha de flores e plantio, integrando o trabalho com as áreas de Química, Física, Biologia e Matemática.

O objetivo principal deste projeto consistia em possibilitar aos educandos um nível maior de compreensão e assimilação dos conteúdos matemáticos usando o método alternativo. O estudo dos conteúdos foi desenvolvido de forma que todos participassem ativamente em todas as etapas e a compreensão

e assimilação acontecessem, sem que houvesse necessidade de grande esforço mental.

Avaliando comparativamente os alunos que trabalharam com o método da Modelagem com as demais turmas da mesma série, não participantes do projeto, percebeu-se que a expectativa com a aprendizagem foi maior entre os primeiros. Os alunos que assistiam suas aulas pelo método tradicional, onde é grande a insistência na obediência, imitação e repetição, o que conduz a uma negligência das capacidades criativas individuais em detrimento de competências que são puramente mecânicas e repetitivas, estavam constantemente reclamando, tinham dificuldades de assimilação e se distraíam com facilidade, enquanto que os alunos participantes do Método da Modelagem agiam com interesse e criatividade.

Segundo a autora, houve momentos em que esteve apreensiva com o assunto que seria trabalhado, mas no decorrer das atividades os conteúdos iam surgindo e eram trabalhados naturalmente, percebendo que não havia necessidade e nem preocupação em ter uma seqüência de temas pré-estabelecidos, pois com esta nova metodologia de ensino, tem-se a oportunidade de integrar os conteúdos e atender ao planejamento.

3.4 CONSIDERAÇÕES GERAIS RELATIVAS ÀS EXPERIÊNCIAS

Foram analisados seis projetos elaborados nos anos de 1983/1985 e três projetos elaborados e executados em 1990/1993.

O trabalho com a Modelagem Matemática na década de 80 visou a capacitação do professor, seu preparo para o trabalho nos três níveis de ensino: 1º.

e 2º. graus e superior. Buscava-se a visão usual do ensino de Matemática. Pela insipiência de estudo sobre Modelagem que estava em fase inicial, percebe-se, ainda, a visão linear de currículo.

Em relação com ao trabalho com os conteúdos matemáticos constata-se o tratamento pontual em função dos problemas levantados, nos subprojetos destinados ao ensino do 1º. e 2º. graus, hoje fundamental e médio.

Com aprofundamentos, adequações e vivências dos professores com a Modelagem Matemática, verifica-se nos trabalhos desenvolvidos no início da década de 90 uma melhor compreensão na aplicação.

Os seis primeiros projetos, continuavam apresentando características dos métodos tradicionais, principalmente, em relação ao currículo escolar.

Segundo Sperd (1976, p. 45), o currículo proposto pelos métodos tradicionais era “uma lista de matérias a estudar, sob orientação do professor [...] era essencialmente um conjunto de conhecimentos a memorizar [...] o ambiente escolar pouco importava aos planejadores do currículo”.

Nessa perspectiva, qualquer pessoa, mesmo aqueles que não participavam do contexto escolar, elaboravam o currículo, pois bastava selecionar os conteúdos relevantes e estabelecer determinada ordem para serem trabalhados. Nesse caso, os profissionais da educação que atuavam diretamente com o aluno, não participavam da elaboração, mas apenas executavam o proposto no currículo escolar.

Na proposta atual de currículo, não é possível desconsiderar o cotidiano do aluno, pois esta é a realidade que sustenta as demais ações

curriculares, ou seja, o currículo deve estar aberto para uma vivência de situações inovadoras e com significado para o aluno.

Neste sentido, Santomé (1998, p. 29) considera que a finalidade de uma proposta curricular “... não encerra em si mesma; sua validade é dada pela medida em que puder servir ou não aos propósitos que se exigem da educação institucionalizada em sociedade democrática”.

Ainda em relação aos conteúdos, observa-se que os projetos elaborados na década de 80, atendiam a uma idéia de linearidade e hierarquização. Aqueles elaborados na década de 90, não atendiam a esta linearidade, mas a proposta do currículo não linear, assim como sugere D’Ambrósio (2003, p. 83): “O currículo de Matemática deve ser considerado como algo capaz de vencer a linearidade e a idéia que existe no conhecimento matemático, uma hierarquia de conceitos, onde um deve vir sempre precedido do outro [...]”.

Os projetos analisados reportam à discussão com os professores de Matemática, pois é entre eles que a resistência ao currículo se torna maior, visto que a maioria ainda não concebe o conhecimento matemático de outra forma, senão a linear, que é extremamente fragmentada e, por vezes, desconexa e sem sentido. A idéia de disciplinarização está tão enraizada, tanto que os profissionais da educação não conseguem (ou não querem) admitir outra disposição curricular, que não a linear. Nem mesmo a preposição dos PCNs, em 1997, conseguiu mudar o método adotado por muitos professores de Matemática.

Mas, alguns profissionais da educação, adeptos do modelo não linear de ensino, consideram que as diretrizes apresentadas pelos PCNs são essencialmente linear e que os conteúdos se mostram hierarquizados. No entanto, quando se estuda tais diretrizes,” há que se considerar que os conteúdos propostos

estão articulados com o cotidiano do aluno, assim como com outras áreas do conhecimento.” (BRASIL, 1997, p. 53).

No caso, os pré-requisitos, tão presentes no conhecimento matemático escolar, são considerados, apenas, como uma eventual possibilidade, já que alguns conteúdos não podem ser trabalhados, sem que os conteúdos básicos já tenham sido estudados pelos alunos.

Voltando aos três últimos projetos analisados (1990), observa-se que foram trabalhados com o modelo curricular não linear, pois não deixaram de considerar que os alunos são diferentes, que vêm de espaços diferentes e que seus tempos de aprendizagem são diferentes, já que não é possível considerar que o ensino da Matemática seja estático e imutável, nem tampouco linear.

Percebe-se, ainda, que estes projetos atenderam a todos os procedimentos didáticos para a aplicação do método de Modelagem Matemática, ou seja, o tema foi escolhido dentro do cotidiano sócio-familiar do aluno; elaborou-se uma pesquisa exploratória sobre o assunto; colheram-se dados, levantaram-se problemas, apresentaram-se a resolução desses problemas, finalizando com uma análise crítica dos resultados.

Ressalte-se, porém, que todos os projetos analisados preocuparam-se no sentido de que o ensino da Matemática tivesse significado aos alunos, com aplicação dentro e fora da sala de aula. Isto pode ser verificado quando da contextualização dos conteúdos com o intuito de que estes fossem trabalhados de forma mais acessíveis aos alunos.

Nos projetos da década de 80, percebeu-se uma dificuldade na superação de conceitos já enraizados, principalmente, entre os professores de Matemática. Pela análise destes projetos, também se observou que não atenderam a interdisciplinaridade, ou seja, não levaram em consideração o que, para Machado

(1995), consiste em dialogar com as outras áreas de conhecimento, para que o processo de ensino e aprendizagem pudesse alcançar os objetivos propostos.

Nestes projetos, a forma de organização era predominantemente linear, com uma indicação pré-requisitos e com uma seriação excessivamente rígida. É nesse sentido que se recordam as colocações de Machado (1995, p. 100), de que “hoje se deve conceber a necessidade urgente de substituir as cadeias lineares, não apenas nas relações interdisciplinares, mas, especialmente, no interior das disciplinas”. Neste caso, no interior da disciplina Matemática.

De acordo com Pires (2000, p. 70), cabe à organização escolar propor um currículo que propicie, de fato, o ensino da Matemática, de forma interdisciplinar, pois “... a interdisciplinaridade não vai diminuir a importância da Matemática”. Portanto, ao se trabalhar conteúdos matemáticos utilizando o processo de Modelagem, há que se ater ao currículo não linear.

Nas primeiras experiências a Modelagem Matemática aproximava-se, portanto, muito ao que se via e se vê ainda hoje no “ensino tradicional”, no qual o problema subordina-se ao conteúdo e não o inverso. Hordernamente, a aplicação da Modelagem Matemática como metodologia de ensino leva o aluno à formalização e resolução de problemas. As soluções vão surgindo gradativamente usando suas próprias motivações e estratégias, com a mediação do professor, favorecendo o desenvolvimento e a construção do pensar matemático.

Atualmente, a educação Matemática exige uma nova postura dos profissionais da educação frente aos conhecimentos e práticas pedagógicas, no ensino da Matemática. É preciso que esse ensino seja visto de maneira multidisciplinar, contextualizado e interdisciplinar. Ou seja, é preciso uma nova prática em que o conhecimento matemático seja, como afirma Pires (2000, p. 137),

“... um instrumento de compreensão do mundo, que vença a linearidade e a estaticidade do conhecimento”.

A Modelagem Matemática possibilita um ganho na aprendizagem quando trabalhada com temas de interesse e significado para o aluno, no qual o conteúdo não é dissociado da realidade. A adoção desta metodologia de ensino é um meio que propicia ao aluno atingir melhor desempenho, tornando-o um dos principais agentes de mudanças.

CAPÍTULO IV

MODELAGEM MATEMÁTICA: DA TEORIA À PRÁTICA

Neste capítulo serão descritos duas experiências realizadas utilizando o Método da Modelagem Matemática, bem como algumas possibilidades de trabalho com unidades de conteúdo e uma breve análise acerca das descrições.

A Modelagem Matemática é uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática que pode ser utilizada em qualquer nível de ensino. A partir de conceitos gerais, procura-se mostrar a importância da Matemática para o conhecimento e compreensão da realidade onde se vive. Uma forma de avaliar se a Modelagem Matemática é eficiente como metodologia alternativa no ensino e na aprendizagem, é utilizar esta prática pedagógica em sala de aula.

Na utilização da Modelagem Matemática no ensino, investigou-se seu uso com alunos das 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental do Colégio Campo Real e da 3ª série do Ensino Médio do Colégio Estadual Professor Amarílio, ambos da cidade de Guarapuava, região Centro-Oeste do Estado do Paraná. As atividades apresentadas neste estudo relatam duas experiências desenvolvidas pela pesquisadora.

4.1 A PRIMEIRA EXPERIÊNCIA

A experiência foi realizada e desenvolvida sob forma de projeto no Colégio Campo Real-Objetivo, com alunos das 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental, no período de outubro a novembro de 2004. Ao solicitar permissão

para o desenvolvimento do projeto à Direção e Coordenação do Colégio, foram apresentados os objetivos do trabalho. De início houve alguma resistência da Direção do Colégio pelo desenvolvimento de um método novo, diferente do utilizado naquele ambiente escolar (escola particular), mas aceitou sua execução, uma vez atendida a sugestão da Coordenação Pedagógica, de que fosse desenvolvido fora do horário normal de aula, ou seja, em contraturno. A Coordenação justificou sua posição dizendo que existe uma “pressão” dos pais em seguir a apostila, por eles adquirida.

Esta preocupação já perpassa mais de duas décadas, tanto que Burak (1992) já questionava a preocupação de alguns professores e coordenadores de área, quando se fala em aplicar algum método alternativo. E explicita:

A grande preocupação para alguns professores e coordenadores de área, quando se trata de Modelagem, é com relação ao programa estabelecido para a série. Dentro da concepção atual da Matemática, a preocupação com o programa a ser cumprido é muito grande. O grande desafio experimentado ao se propor a Modelagem, como um método alternativo para o ensino da Matemática, nos cursos regulares de 1º e 2º graus, é encontrar uma ou mais formas alternativas no sentido de compatibilizar os conteúdos previstos para determinada série e o conteúdo possível, trabalhando com a Modelagem Matemática. (BURAK, 1992, p. 296).

A Modelagem Matemática busca traduzir situações reais para uma linguagem Matemática, para que, por meio desta, se possa melhor compreender, prever e simular ou, ainda, mudar determinadas vias de acontecimentos, com estratégias de ação, nas mais variadas áreas de conhecimento. O objetivo da Modelagem Matemática consiste, segundo Bassanezi (2002, p. 16) “ na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Mas, apesar de todos os argumentos favoráveis ao uso da Modelagem Matemática, muitos profissionais da Educação Matemática colocam obstáculos, principalmente quando aplicada em cursos regulares.

Bassanezi (2002, p. 37) explica: “Os cursos regulares possuem uma programação que deve ser desenvolvida completamente. A modelagem pode ser um processo muito demorado, não dando tempo para cumprir o programa todo [...]”.

É nesse sentido que se concordou com a direção do referido Colégio, que o projeto fosse desenvolvido em contraturno, com um evento semanal de 2 horas, durante os meses de outubro e novembro de 2004.

Essa falta de tempo para cumprir o programa, por parte do professor do curso regular, somada à inexperiência da professora/pesquisadora e, principalmente, por considerar que ainda não estava apta convenientemente para trabalhar com Modelagem Matemática, levou ao desenvolvimento de um projeto menos extenso.

Sobre o assunto, Biembengut (1999, p. 44) assim comenta:

Em cursos regulares [...] o método da modelagem deve sofrer algumas alterações, levando em consideração o grau de escolaridade dos alunos, o tempo disponível que terão para trabalho extra-classe, o programa a ser cumprido e o estágio em que o professor se encontra, seja em relação ao conhecimento da modelagem, seja no apoio por parte da comunidade escolar para implantar mudanças.

Depois de aceitas as condições e com a devida autorização para o desenvolvimento da Modelagem Matemática, apresentou-se aos alunos das 7ª e 8ª séries, os objetivos e a maneira como o projeto estaria sendo desenvolvido; mostrou-se a importância do processo de aprendizagem, procurando motivar os alunos para que, voluntariamente, decidissem por um desenvolvimento ativo do

aprendizado, tornando-se co-responsáveis pelo ensino-aprendizagem. Aceitaram participar do projeto 16 alunos, notadamente, aqueles que gostam de Matemática e que desejam “aprender mais”, até porque não teriam outra motivação ou benefícios senão o próprio aprendizado. A partir de então, iniciaram-se as atividades.

Embora a escolha do tema deva ser sugerida pelo aluno, cabe ao professor usar estratégias que facilitem a escolha de um tema abrangente, motivador e sobre o qual, de certa maneira, seja possível a obtenção de dados e informações. Considerando que existe um conteúdo programático a ser seguido, cabe ao professor fazê-lo fluir a partir do tema. Para que isso ocorra, o professor pode elaborar a primeira questão ou propor aos alunos que dêem sugestões do que se possa estudar ou propor que eles mesmos levantem questões. Desta forma, o professor poderá levantar a situação mais adequada para desenvolver o conteúdo programático. (BIEMBENGUT, 1997).

Depois de terem sido repassados algumas orientações, foi proposto aos alunos que pensassem em situações-problema do dia-a-dia e que gostariam de pesquisar e resolver por meio da Matemática, seguindo as considerações de Biembengut (1997), quando diz que é importante que os alunos se envolvam no processo e se sintam motivados pelos temas e problemas que serão levantados.

Entre os temas sugeridos pelos alunos, surgiram muitas idéias. Fazendo alguns questionamentos e levando-os a refletir sobre cada um dos assuntos, chegou-se à conclusão de que o tema “Energia Elétrica”, no atual contexto, era o que se poderia melhor explorar, naquele momento, tanto pela “onda” de se economizar energia elétrica, feita pela mídia e por estarem estudando este conteúdo na disciplina de Física. No caso, tratava-se de tema legítimo para os alunos, que tangenciavam seus interesses, pois o assunto além de estar relacionado

como conteúdo a ser ministrado, também tinha implicações diretas no seu contexto de vida.

Sabe-se que nem sempre é simples a escolha de um tema que vá ao encontro ao interesse de todos os alunos, mas conforme diz Biembengut (1999, p. 38), a atuação do professor, nesse momento, “deve estar primordialmente voltada para a utilização de estratégias que facilitem aos alunos a escolha de um assunto abrangente, motivados e sobre o qual seja fácil obter dados ou informações”.

Levando em consideração a importância cada vez maior da Educação Matemática não é suficiente que o aluno aprenda Matemática e saiba utilizá-la para resolver os problemas cotidianos. É preciso que ele seja capaz de interpretar e agir numa situação social e política, estruturada pela Matemática. O que se espera neste sentido, é que a interação entre a vida real e a Matemática proporcione a reflexão, levando a uma conscientização do lugar e do papel desta na sociedade.

Barbosa (2003, p. 68), também considera que “... as situações fictícias não devem ser exploradas no âmbito da Modelagem, mas sim, situações cujas circunstâncias sustentam-se no mundo social e não criadas por alguém, ou seja, as atividades Matemáticas devem ter referência na realidade”.

Uma vez escolhido o tema, o próximo passo foi propor aos alunos que buscassem informações relacionadas ao assunto. A coleta de dados qualitativos foi efetuada por meio de pesquisa bibliográfica e da integração com a disciplina de Física. Isto porque, ao escolher um tema não se tem a noção exata do tipo de situações Matemáticas que podem surgir, assim, se considera como caminho mais seguro fazer a relação entre as disciplinas e se basear em uma situação real.

Biembengut (1999) sugere que depois de escolhido o tema, numa segunda fase, haja interação com o assunto, reconhecimento da situação problema e familiarização com o assunto a ser estudado.

Assim, para que a situação a ser estudada fosse delineada e para torná-la mais clara foi realizada pesquisa sobre o assunto escolhido, por meio de livros, sob a orientação do professor das disciplinas de Física e de Língua Portuguesa, e dados obtidos junto aos especialistas da área. Machado (1995, p. 162), considera importante o diálogo com as outras áreas de conhecimento, para que “o processo de ensino e aprendizagem possa alcançar os objetivos propostos”.

O professor de Língua Portuguesa participou do projeto, nesta primeira fase, desenvolvendo atividade de produção de texto, sobre a crise do “apagão”, mostrada à exaustão nos noticiários de televisão, rádios e em reportagens de jornais e revistas, situação esta que há cerca de três anos obrigou a população brasileira a racionar energia elétrica. Também prepararam um formulário para anotar o resultado da investigação sobre o consumo de energia elétrica nas residências dos alunos participantes do projeto. O professor de Física participou de todo o desenvolvimento do trabalho, repassando informações em relação aos ensinamentos de novos conceitos sobre energia elétrica e mais precisamente sobre seu consumo.

Almeida e Dias (2004, p. 23) também consideram importante a relação entre escola e sociedade, devendo, pois, ser estimulada, uma vez que “o problema investigado pelo aluno tem nela sua origem”. Assim, depois de todos estarem embasados e familiarizados com o assunto energia elétrica concluiu-se que a situação-problema proposta não era igual àquelas que os alunos estavam habituados a resolver e, nesse sentido, a resposta exigiu investigação, junto a

especialistas da área, funcionários da Companhia de Força e Luz do Oeste (CFLO), empresa que distribui energia elétrica para o município de Guarapuava.

Em seguida, também como recomendam Biembengut e Hein (2003), foram feitos questionamentos sobre assuntos que poderiam ser estudados e que os alunos desconheciam e qual a questão a ser por primeiro resolvida. Foi feita a sistematização dos conceitos que seriam usados na resolução da situação-problema e que fazia parte do conteúdo do curso em questão.

Quando o professor solicita a participação do aluno na escolha dos conteúdos a serem trabalhados é bastante significativa, pois na medida em que diminui a quantidade de tarefas que cabem ao professor aumenta a do aluno, transferindo para este mais responsabilidade pela resolução do problema e por consequência, pela sua própria aprendizagem, sem, entretanto, eximir o professor da condução do processo. (BIEMBENGUT, 1999).

E, como diz Chaves (2005, p. 5), assumindo tal postura, cada vez mais predominante de mediador entre o conhecimento e o aprendiz, o professor “deixa de ser o que detêm e transmite o conhecimento para ser aquele que, por meio de tarefas, oportuniza a aquisição do conhecimento. Ser, portanto, aquele que ensina a aprender”.

Considerando-se que a situação-problema era calcular o gasto com energia enérgica em suas residências, os alunos coletaram dados quantitativos e informações que pudessem auxiliar a apresentação de hipóteses. Assim, durante uma semana, preencheram o formulário idealizado nas aulas de Língua Portuguesa, registrando o tempo em que os aparelhos elétricos escolhidos ficavam ligados em seu ambiente familiar⁹ cuja amostra aparece no Quadro 6.

⁹ Em suas ausências os pais ou os empregados anotavam o tempo gasto.

DIAS	TEMPO DE UTILIZAÇÃO EM HORAS E MINUTOS						
APARELHOS	2^a FEIRA	3^a FEIRA	4^a FEIRA	5^a FEIRA	6^a FEIRA	SÁBADO	DOMINGO
TV	8h 25	5h	6h	7h 32	5h 25m	9h	7h 4m
Ferro	2h	30m	24m	5m	-	-	-
Geladeira *	12h	12h	12h	12h	12h	12h	12h
Computador	1h	4h	2h	8h	9h	2h	2h
Secador	2h	30m	25m	-	-	10m	-
Chuveiro	2h	2h	4h	6h	2h	2h	2h

QUADRO 1 – Tempo de utilização de energia elétrica por eletrodomésticos, em residência de aluno do Colégio Campo Real, na primeira semana de outubro de 2004

Fonte: Dados retirados da pesquisa realizada pela aluna Thaís Diegues.

NOTA: (*) Os alunos utilizaram como base de cálculo 12 horas de tempo em que a geladeira fica, efetivamente, ligada, conforme informação prestada por fabricantes e confirmada pela CFLO.

O próximo passo foi uma visita à CFLO, com a intenção de trabalhar a fase de compreensão da situação estudada. Por meio de entrevistas com funcionários da empresa, os alunos aprenderam a fórmula de cálculo de consumo, onde se exige conhecimentos a respeito de potência (W), que foi conseguida por meio de tabela fornecida pelos pesquisados e sob a orientação do professor de Física. Os alunos receberam dos funcionários da CFLO, tabelas de gastos de energia e panfletos com sugestões para economia doméstica. Também foram agraciados com brindes, dentre outros, régua, bonés e imãs de geladeira.

A fórmula para cálculo do consumo, utilizada pela CFLO é a seguinte:

$KWh = w \times h \times d$, onde:

Kwh – consumo

W – Potência

H – horas por dia

D – dias no mês

A descoberta da potência que cada aparelho possui ficou a cargo dos alunos, que utilizaram a anotação no aparelho de suas residências ou por tabela fornecida pela CFLO ou, ainda, pela *Internet*.

O tempo gasto que cada aparelho ficou ligado foi obtido por meio de pesquisa realizada pelos alunos, partindo-se daí, para o preenchimento de tabela de consumo. Com esses dados os alunos foram orientados quanto à soma do tempo que cada aparelho ficou ligado, durante a semana, em suas residências.

Para realizar tais adições, construíram um relógio (Figura 1), com um único ponteiro e doze algarismos, compreendidos entre 1 e 12. Assim, num primeiro momento, os alunos “exploraram” o relógio, manuseando seu ponteiro. Foi discutido que o andar do ponteiro de um número para outro, significa que está se representando “5 minutos” da hora, o que já era conhecido por eles. Passou-se, então, para o manuseio do relógio conforme a tabela dos alunos. Depois de terem compreendido a situação-problema, em todos os seus aspectos, tanto os gerais como os mais específicos, não priorizando a procura imediata de algoritmos, métodos e regras para solucioná-los, mas fomentando a busca de informações, o desenvolvimento de habilidades de pesquisa, o pensar e refletir sobre o momento, o fazer conexão entre os dados da situação-problema e a forma com que se possa ser matematizada, trabalhando, pois, o momento de abstração e de elaboração de um plano de ação para resolvê-la.



FIGURA 1 – MOSTRA DE RELÓGIO CONFECCIONADO PELOS ALUNOS

Fonte: Relógio confeccionado pelos alunos

Os alunos somaram, então, o tempo em horas em que os aparelhos listados no trabalho ficaram ligados durante uma semana (Quadro 7). Os alunos não encontraram dificuldade para realizar as adições, pois usaram o algoritmo da adição para resolvê-las.

HORAS UTILIZADAS POR DIA DA SEMANA	APARELHOS DOMÉSTICOS		
	GELADEIRA	COMPUTADOR	CHUVEIRO
2ª feira	12	1	2
3ª feira	12	4	2
4ª feira	12	2	4
5ª feira	12	8	6
6ª feira	12	9	2
Sábado	12	2	2
Domingo	12	2	2
TOTAL DO TEMPO	84	28	20

QUADRO 2 – Resultado da soma do tempo de utilização de aparelho doméstico em residência de aluno, em horas, durante uma semana

FONTE: Dados retirados da pesquisa realizada pela aluna Thaís Diegues.

Para a geladeira, na pesquisa de todos os alunos aparecia o tempo de 12 horas, em todos os dias da semana.¹⁰

¹⁰ Cf a CFLO as geladeiras são programadas para funcionarem 12 horas diárias.

Os alunos efetuaram assim: 12h (diárias) X 7 (dias) = 84 horas (semanais) de tempo utilizado. Aqui foi lembrado o conceito da multiplicação concebido como soma de parcelas iguais:

$$\underbrace{12 + \dots + 12}_{7 \text{ vezes}} = 12 \times 7 = 84$$

Em relação ao aparelho de TV, a soma calculada ¹¹ pode assim ser expressa:

$$(8h \ 25) + (5h) + (6h) + (7h \ 32) + (5h \ 20) + (9h) + (7h \ 41) = 47h \ 118$$

Manuseando o relógio, os alunos observaram que quando o ponteiro percorre todo o relógio, ele obteve 60 minutos, o que representa 1 hora. Portanto, a cada 60 minutos, obtinha-se 1 hora. Apresentam-se os cálculos:

$$(118\text{min} - 60\text{min}) = 58 \text{ min} \quad = \quad 118 \text{ min} = 1h \ 58 \text{ min} = 48h \ 58 \text{ min}$$

Alguns alunos usaram o conceito de regra de três simples:

$$\begin{array}{rcl} 1h & 60 \text{ min} \\ \times & 118 \text{ min} \\ \hline x & = & 118/60 \\ x & \cong & 1,966h \end{array}$$

$$1,966 - 1 \cong 0,966h = 0,966h \times 60\text{min} \cong 58\text{min} \cong 48h \ 58\text{min}$$

Para o ferro elétrico:

¹¹ Observe-se que cada aluno fez os cálculos referentes à pesquisa individual. Não cabe aqui relatar cada uma das situações, mas apenas representá-las, a título de exemplo.

$$(2h) + (0h\ 30min) + (0h\ 24min) + (0h\ 5min) = 2h\ 59min$$

Para o secador:

$$(21min) + (30min) + (25min) + (10min) = 86min$$

Ou

$$\begin{array}{r} 1h \\ x \end{array} \quad \begin{array}{r} 60min \\ 86min \end{array}$$

$$x = 86 / 60$$

$$x \cong 1,433$$

$$1,433 - 1 \cong 0,4333h = 0,4333 \times 60min \cong 26min$$

Como a exigência dada pela fórmula era de obter em horas o tempo em que cada aparelho elétrico ficou ligado, procedeu-se, juntamente com os alunos, os cálculos a seguir.

Para os aparelhos: geladeira, computador e secador, não houve dificuldades, porque os números estavam representados em horas.

Para os demais aparelhos obteve-se 2h59min, como consumo semanal. Em decorrência surgiu dentre alguns alunos o seguinte questionamento: o que representam 59 minutos da hora?

Esses 59 min representam:

$$\frac{59}{60} \cong 0,9833min$$

Então,

$$2h\ 59min = 2h + 0,9833 \cong 2,9833h$$

Para o secador obteve-se 1h 26min, como soma semanal. Então, os 26 minutos representam quanto da hora? Como seria a simplificação desta fração?

Veja-se:

$$\frac{26\text{min} (: 2)}{60\text{min} (: 2)} = \frac{13}{30} \cong 0,4333$$

$$\text{Então, } 1\text{h } 26\text{min} = 1\text{h} + 0,4333 \cong 1,4333\text{h}$$

Observe-se o cálculo para a TV, cujo resultado foi de 48h 58min. O que representa 58 minutos da hora? Vejam-se os cálculos:

$$\frac{58\text{min} (: 2)}{60\text{min} (: 2)} = \frac{29}{30} \cong 0,96667\text{h}$$

Então,

$$48\text{h } 58\text{min} = 48\text{h} + 0,96667\text{h} \cong 48,96667\text{h}$$

Além de trabalhar conceitos de simplificação de frações, foi relembrada divisão de números inteiros, resultando em números decimais e soma de números decimais.

A intenção de propiciar aos alunos a busca de organização dos dados, também foram orientados quanto à necessidade de acrescentar uma coluna no Quadro 6, para colocar os novos dados. Os alunos tiveram total liberdade de ação, para experienciar o novo, tomar atitudes intuitivas e criativas.

O Quadro 8 mostra como ficou o resultado do tempo total da utilização de energia elétrica.

DIAS APARELHO	2ª FEIRA	3ª FEIRA	4ª FEIRA	5ª FEIRA	6ª FEIRA	SÁB.	DOM	TEMPO TOTAL (h)
TV	8h25min	5h	6h	7h 32	5h25min	9h	7h4min	48,97
Ferro	2h	30min	24min	5min	-	-	-	2,98
Geladeira *	12h	12h	12h	12h	12h	12h	12h	84,0
Computador	1h	4h	2h	8h	9h	2h	2h	25,0
Secador	2h	30min	25min	-	-	10min	-	1,43
Chuveiro	2h	2h	4h	6h	2h	2h	2h	20,0

QUADRO 3 – Tempo total de utilização de energia elétrica por eletrodomésticos, em residência de aluno do Colégio Campo Real, na primeira semana de outubro de 2004

FONTE: Dados retirados da pesquisa realizada pela aluna Thaís Diegues.

A etapa seguinte consistiu na resolução da situação, ou seja, calcular o consumo em KWh de cada aparelho elétrico e, posteriormente, calcular o consumo em reais.

Para tanto, e de acordo com a fórmula, multiplica-se a quantidade de “W” do aparelho pelo número de horas em que ele fica ligado e, por 4, para obter o total de consumo em 1 mês, considerando que os alunos pesquisaram durante uma semana; depois, divide-se tudo por 1000, já que o consumo é calculado em “KWh” e a potência é dada em “W”, tem-se que: 1 KWh = 1000W.

O resultado assim se apresentou:

$$\text{TV/29"} (\text{consumo em KWh}) = \frac{110\text{W} \times 48,97\text{h} \times 4}{1000} = \frac{21.546,80}{1.000} = 21,55$$

$$\text{Ferro (consumo em KWh)} = \frac{1.000\text{W} \times 2,98\text{h} \times 4}{1.000} = \frac{11.920}{1.000} = 11,92$$

$$\text{Geladeira: (consumo em KWh)} = \frac{90\text{W} \times 84\text{h} \times 4}{1.000} = \frac{30.000,24}{1.000} = 30,24$$

$$\text{Computador (consumo em KWh)} = \frac{180\text{W} \times 28 \times 4}{1.000} = \frac{20.160}{1.000} = 20,16$$

$$\text{Secador (consumo em KWh)} = \frac{1.400\text{W} \times 1,43\text{h} \times 4}{1000} = \frac{8.008}{1.000} = 8,01$$

$$\text{Chuveiro (consumo em KWh)} = \frac{3.500\text{W} \times 20\text{h} \times 4}{1000} = \frac{280.000}{1.000} = 280$$

Assim, somando-se todos os resultados, tem-se 371,88 KWh de consumo.

Para o cálculo do consumo em KWh de todos os aparelhos pesquisados, relembrou-se a multiplicação de números decimais e a divisão por potência de 10, ou seja: 1 KWh = 1.000W = 10³W.

A soma de todos os aparelhos no mês foi de 371,88 KWh.

Tendo-se, então, a quantidade de KWh gasto no mês, foi necessário saber o valor em reais do KWh, para calcular o consumo em reais, durante um mês.

Os valores do KWh foram fornecidos pela CFLO,¹² quando da visita à empresa, no início deste projeto (Quadro 9).

KWh	Valor (1000KWh) (R\$)
0 a 30	85,25
31 a 100	146,11
101 a 160	219,17
Acima de 162	243,54

QUADRO 4 – Valor em real, conforme KWh

FONTE: Tabela elaborada pela Companhia Força e Luz do Oeste (CFLO)

¹² A CFLO também forneceu o valor da Taxa de Iluminação Pública (TIP) de 351 a 500 KWh = R\$ 10,75 e a alíquota de 27% referente ao Imposto de Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS), prevista na Lei n. 13410/2001.

O cálculo do consumo, em reais, durante o mês foi assim efetuado, multiplicando o consumo (KWh) pela tarifa (R\$), obtendo-se: 371,88 KWh X R\$ 0,24354 = R\$ 90,57.

Além desses cálculos fez-se necessário obter o valor do ICMS (27%), por meio da fórmula fornecida pela CFLO:

$$\text{ICMS} = \frac{\text{Valor energia} \times \text{alíquota}}{100 - \text{alíquota}}$$

$$\text{ICMS} = \frac{90,57 \times 27}{100 - 27} = \frac{2445,39}{73} = \text{R\$ } 33,50$$

O Encargo de Capacidade Emergencial (ECE), o chamado “Seguro Apagão”, é estabelecido pela seguinte fórmula:

$$\text{ECE} = 371,88\text{KWh} \times \text{R\$ } 0,0085 = \text{R\$ } 3,16$$

Agora, para se obter o valor total a ser pago à CFLO, basta adicionar o valor, em reais, referente ao consumo de energia durante o mês, com o cálculo do ICMS, a TIP e o ECE. Tomando-se os dados levantados nos exemplos acima, tem-se o valor total da fatura da energia elétrica:

$$\text{R\$ } 90,57 + \text{R\$ } 33,50 + \text{R\$ } 10,75 + \text{R\$ } 3,16 = \text{R\$ } 137,98$$

▼	▼	▼	▼	▼
Consumo	ICMS	TIP	ECE	Total da Fatura

Terminada a resolução da situação-problema colocada, foi trabalhada a fase de verificação, que consiste em decisão, aceitação (ou não) do modelo

inicialmente formulado que, neste caso, foi verificar o valor em reais obtido, com o valor em reais constante na fatura da conta de energia, fornecida pela CFLO.¹³

Houve compatibilidade na análise realizada, sendo que se não tivesse ocorrido, seria feita uma reformulação da situação-problema real, colocada em linguagem Matemática, ou seja, seria estabelecida uma nova relação entre as variáveis utilizadas.

Entende-se que a avaliação é parte integrante da ação didática do docente, necessária, indispensável e realizada simultaneamente ao processo de ensino.

Nesta experiência, os alunos foram avaliados constantemente, sendo observado o seu interesse, a criatividade na formulação e resolução das situações-problema, o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos e a capacidade de generalização. Ainda foi complementada com um relatório das atividades desenvolvidas e uma auto-avaliação.

Isto vem ao encontro do que Burak (1992, p. 315) ensina, que a avaliação, visando o caráter de reorientação, favorece a criatividade do processo que caracteriza a Modelagem Matemática. Afirmo o educador, “se a avaliação mostra baixa adequação das respostas dos alunos, pode direcionar o processo na perspectiva da busca do objetivo proposto, por outro caminho ainda não trilhado”.

¹³ Este valor é aproximado, pois não foram utilizados todos os aparelhos elétricos usados, sendo que os cálculos realizados foram baseados pela média do uso dos aparelhos.

4.2 A SEGUNDA EXPERIÊNCIA

Este projeto foi desenvolvido no Colégio Estadual Professor Amarílio – Ensino Fundamental e Médio, com 15 alunos da 3ª série do Ensino Médio, turno noturno, na faixa etária de 15 a 19 anos. O projeto desenvolveu-se durante todo segundo bimestre do período letivo do ano de 2006, com encontros às terças-feiras, com duas horas-aulas cada evento.

Ao solicitar permissão para o desenvolvimento do projeto à Direção, à Supervisão Pedagógica e à professora de Matemática do Colégio em pauta, explicitou-se os objetivos da Modelagem Matemática e, portanto, das atividades que estavam sendo propostas, naquele momento. De imediato os profissionais da educação aceitaram, vendo uma oportunidade de proporcionar aos alunos uma nova metodologia de ensino, e um caminho para despertar o interesse e a valorização pela Matemática, com possibilidades para desenvolver o senso crítico, a criatividade e torná-los co-responsáveis pelo seu aprendizado.

Almeida e Dias (2004, p. 20) ensinam que “o desenvolvimento de ações que visam uma prática escolar em que a Matemática seja associada de forma mais efetiva à realidade dos alunos, tem sido uma alternativa de mudança”.

No dia 18 de abril de 2006, foi iniciado o projeto com os alunos, oportunidade em que foram expostos os objetivos da Modelagem Matemática. Seu desenvolvimento e as atividades que seriam desenvolvidas durante o bimestre, sempre acompanhados pela professora de Matemática da turma.

Depois da exposição e esclarecidas as dúvidas dos alunos em relação ao projeto, foi sugerido que pensassem e escolhessem um tema para nominar e serem trabalhados de acordo com seus interesses ou afinidades. Para

Almeida e Dias (2004, p. 25), a Modelagem Matemática é uma alternativa para os alunos de “identificar e estudar situações-problema de sua realidade, despertando maior interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos da Matemática”.

Assim, reunidos em equipes de 4 e 5 alunos, discutiram e apontaram várias idéias, como: voleibol, lutas, comércio, dança, construção e fabricação de bolachas. Os alunos expuseram os motivos da sugestão e, depois de refletirem, deveriam trabalhar um único tema. Escolheram o tema “Fabricação de Bolachas”, tendo como justificativa o fato de que um dos alunos era funcionário da fábrica de bolachas.

Cury (2003) considera que a busca de temas que podem ser modelados é um dos momentos mais interessantes de um projeto de Modelagem Matemática, pois nessa escolha os alunos desvelam suas preocupações, educacionais, sociais e pessoais, ou seja, são temas ligados a situações reais vivenciadas por eles ou por suas comunidades, o que ficou caracterizado neste trabalho com a escolha de um tema relacionado á experiência de vida de um dos envolvidos.

Depois da escolha do tema surgiram diversos questionamentos sobre a origem da produção de bolachas, de como se fabricam, os ingredientes, o acondicionamento, as embalagens e outras curiosidades. Foi então sugerido, por esta pesquisadora, que os alunos fizessem uma pesquisa bibliográfica sobre fabricação de bolachas para recolher todas as informações possíveis e discuti-las no próximo encontro.

Os alunos pensaram, também, em entrevistar um fabricante de bolachas, para obter informações sobre sua confecção e, com auxílio do professor de Língua Portuguesa elaboraram um questionário para ser aplicado ao proprietário da fábrica em questão. A empresa escolhida para a investigação, de propriedade do Sr. Douglas Luis Limberger, a “Beijo Baiano”, localizada no Bairro Santa Cruz, cidade de Guarapuava, há 12 anos fabrica bolachas de mel, macarrão e bolos sob encomenda. A produção média diária é de 650 Kg de bolachas, sendo que nos meses de junho, julho e agosto, a produção e o consumo aumentam.

As embalagens de 500g são adquiridas na cidade de Jaraguá do Sul, as de 250g em Curitiba e as etiquetas para as embalagens de 250g aqui mesmo em Guarapuava. As embalagens de 500g não são etiquetadas, em razão da forma de acondicionamento.

Segundo o proprietário da empresa, esta tem uma margem de lucro que varia entre 8% e 10%, sendo que os produtos são comercializados em 13 municípios do Paraná, Santa Catarina e São Paulo.

Durante a semana, alguns alunos foram até a fábrica para entrevistar o proprietário que, de início se mostrou apreensivo, mas depois de exposto o objetivo do questionário, foi prestativo e forneceu todas as informações solicitadas. Na ocasião, distribuiu aos alunos, pacotes de bolachas de 500g e 250g e algumas embalagens de papelão de dimensões distintas.

Com os dados coletados em mãos, os alunos questionaram: O peso de cada bolacha? Quais as medidas das embalagens? Quantas bolachas são produzidas por dia? Qual o gasto e o lucro do fabricante de bolachas? Com estas e

outras questões similares, os alunos estavam diante de problemas formulados por eles próprios.

Neste momento ocorreu o que Mendonça (1993, p. 30) chama de problematização. Segundo a autora “é o caminho em direção ao problema, é a problemática que leva à formulação do problema”. No caso, trata-se de problemas legítimos para os alunos, relacionados aos seus interesses, pois é um assunto com implicações diretas no seu contexto de vida.

Para resolver as situações-problema, dividiu-se a classe em grupos, conforme já mencionado, para facilitar o atendimento às possíveis dúvidas levantadas pelos grupos. “O professor não pode prescrever para o aluno que etapa deverá cumprir, mas permitir que ele próprio esboce seu caminho”. Barbosa (2003, p. 65). Desse modo, elaboraram e resolveram as situações-problema, apresentadas no decorrer deste capítulo.

A complexidade dos problemas levantados pelos alunos evoluíram gradativamente. Inicialmente, foram propostas questões que buscam resultados imediatos de aplicação elementar de Matemática.

Primeiramente, levantaram a seguinte questão: Qual o peso de 1 bolacha de mel, coberta com chocolate e embalada em pacotes de 500g e 250g?

Para chegar ao solicitado, os alunos resolveram as seguintes questões Matemáticas:

250g tem 12 bolachas	$250 : 12 = 20,83\text{g}$ cada bolacha
----------------------	---

500g tem 24 bolachas	$500 : 24 = 20,83\text{g}$ cada bolacha
----------------------	---

Pensou-se, em seguida, sobre as medidas das embalagens utilizadas, questionando-se: Qual a medida das embalagens? Qual a área das embalagens?

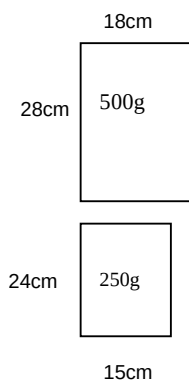
$$250g: 24cm \text{ por } 15cm \quad A = 24 \times 15 = 360cm^2$$

$$500g: 28cm \text{ por } 18cm \quad A = 28 \times 18 = 504cm^2$$

A próxima questão levantada foi: qual a quantidade de plástico usado para confeccionar as embalagens? Considerando que as embalagens são retangulares e duplas, os alunos multiplicaram o valor das áreas pelo número 2, conforme apresentação:

$$2 \times 360 = 720cm^2$$

$$2 \times 504 = 1.008cm^2$$



Os alunos observaram que não existe a mesma proporcionalidade que encontraram com o peso da bolacha.

Pensou-se, em seguida: Qual a capacidade do pacote de 500g?

Os alunos multiplicaram as três dimensões da embalagem:

$$V = 4 \times 28 \times 18 = 2.016cm^3$$

Em seguida, indagaram: qual a capacidade das caixas de papelão utilizadas para armazenamento e transporte das bolachas?

A questão foi assim resolvida:

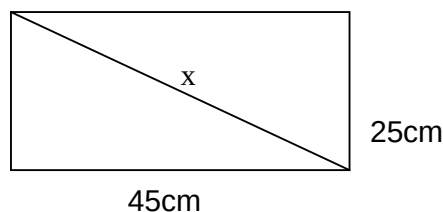
Caixa pequena: $V = 44 \times 24 \times 15 = 15.849\text{cm}^3$

Caixa grande: $V = 28 \times 45 \times 25 = 31.500\text{cm}^3$

A pesquisadora questionou como ficaria a diagonal da face lateral das caixas se medidas com régua e com aplicação do Teorema de Pitágoras. Os alunos realizaram os cálculos e observaram que houve uma pequena diferença entre a medida com a régua e pela encontrada por cálculo. Concluíram que tal diferença é devido à imprecisão dos instrumentos de medida, no caso, a régua. Veja-se o resultado dos cálculos encontrados pelos alunos:

Caixa pequena - medida por régua: 28cm; pelo Teorema de Pitágoras: $x^2 = 24^2 + 15^2 = 28,3\text{cm}$

Caixa grande - medida por régua 52 cm; pelo Teorema de Pitágoras: $x^2 = 45^2 + 25^2 = 51,4\text{cm}$



Passou-se, em seguida, para a razão entre os volumes das caixas:

$$\frac{15.840 :^2}{31.500 :^2} = \frac{7.920 :^2}{15.750 :^2} = \frac{3.960 :^5}{7.875 :^5} = \frac{792 :^3}{1.575 :^3} = \frac{264 :^3}{525 :^3} = \frac{88}{175} = 0,5029$$

Nesse ponto, foi lembrada a simplificação de frações e o conceito de fração irredutível.

Os alunos pretenderam averiguar qual o valor das embalagens, quantas embalagens são produzidas por dia e qual a produção diária de bolachas.

A primeira questão proposta foi: Qual o valor da embalagem plástica para 1 pacote de bolacha? Veja-se o resultado dos cálculos, para embalagens de 250g e de 500g:

a) 250g

1.000 etiquetas = R\$ 55,00

1.000 embalagens = R\$ 35,00

Total R\$ 90,00

O custo de cada embalagem/pacote $C_1 = \frac{90,00}{1.000} = R\$0,09$

b) 500g

1.000 embalagens = R\$ 48,00

O custo de cada embalagem/pacote $C_2 = \frac{48,00}{1.000} = R\$0,048$

Considerando que a produção diária da fábrica, conforme dados fornecidos pelo proprietário, é de 650 Kg de bolachas, questionou-se: quantas unidades são produzidas por dia? Quantos pacotes de 500g poderão ser confeccionados?

Os alunos chegaram aos seguintes resultados:

500g	24 bolachas
650.000g	x

x = 31.200 bolachas

1 pct	24 un.
x	31.200 un.

x = 1.300 pacotes

Então, se podem ser confeccionados 1.300 pacotes, por dia, quantas caixas podem ser arrumadas com a produção diária, sendo que em cada caixa são armazenadas 20 pacotes de 500g?

$$\begin{array}{rcl} 1 \text{ cx} & 20 \text{ pct} & \\ \times & 1.300 \text{ pct} & \\ \hline x & = & 65 \text{ caixas} \end{array}$$

Houve curiosidade dos alunos em saber qual era a produção mensal da fábrica, já que ela funciona apenas 20 dias no mês. Segundo os cálculos e considerando que podem ser produzidas 31.200 bolachas diárias, em 20 dias, tem-se:

$$20 \times 31.200 = 624.000 \text{ bolachas por mês}$$

$$624.000 \text{ bolachas} : 24 = 26.000 \text{ pacotes de bolachas}$$

$$26.000 \text{ pacotes} : 20 = 1.300 \text{ caixas de bolachas por mês}$$

A partir desses dados, surgiu outra curiosidade: porque o preço do pacote de 250g não é a metade do preço do pacote de 500g, já que o número de bolachas neste pacote representa a metade do de 500g? Por meio dos custos das embalagens, calculadas anteriormente, os alunos perceberam que se gasta mais com os pacotes de 250g de bolachas.

Então, se a caixa pequena de papelão comporta 16 pacotes de 250g e, a grande, 20 pacotes de 500g, qual o peso de cada caixa com as bolachas armazenadas?

Os alunos foram lembrados que os cálculos devem ser feitos em gramas e quilogramas, assim ficando:

$$\text{Caixa Pequena} = 16 \times 250\text{g} = 4.000\text{g} = 4\text{Kg}$$

$$\text{Caixa Grande} = 20 \times 500\text{g} = 10.000\text{g} = 10\text{Kg}$$

Alguns alunos dividiram os pesos em grama por 1.000 para encontrarem o correspondente em quilograma. Outros utilizaram a regra de três:

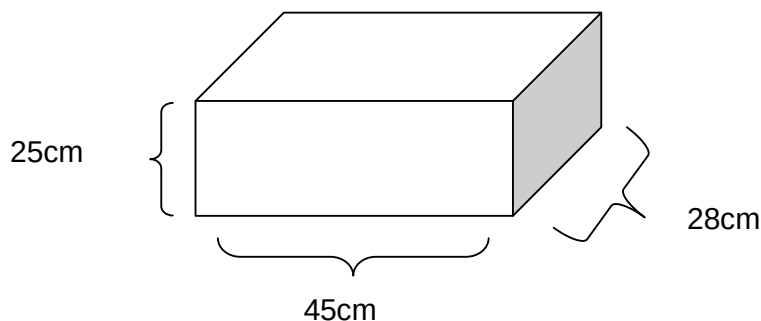
$$\begin{array}{rcl} 1 \text{ Kg} & 1.000\text{g} & \\ \times & 4.000\text{g} & \\ \hline x & = & 4\text{Kg} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 1 \text{ Kg} & 1.000\text{g} & \\ \times & 10.000\text{g} & \\ \hline x & = & 10\text{Kg} \end{array}$$

Também se pensou: quantos metros quadrados de papelão são necessários para construir 1.000 caixas, para armazenar as bolachas de 500g?

Para encontrar a resposta da situação-problema, percebeu-se a necessidade de calcular a área de cada face, multiplicar o resultado por 2 e somá-las.

De posse de uma caixa, com as medidas abaixo, passaram a resolver a questão:



Desenvolvendo as operações, obtiveram o seguinte resultado:

$$\text{Área lateral } Al_1 = 28\text{cm} \times 25\text{cm} = Al_1 = 700\text{cm}^2 \times 2 = 1.400\text{cm}^2$$

$$\text{Área lateral } Al_2 = 45\text{cm} \times 25\text{cm} = Al_2 = 1.125\text{cm}^2 \times 2 = 2.250\text{cm}^2$$

$$\text{Área das bases} = Ab = 45 \times 28$$

$$Ab = 1.260\text{cm}^2 \times 2 = 2.520\text{cm}^2$$

Como a tampa e o fundo da caixa possuíam mais um reforço, foi necessário calcular a área desses, baseando-se nas seguintes medidas: 28cm de largura por 15cm de comprimento, e chegaram ao seguinte resultado:

$$A = 28\text{cm} \times 15\text{cm}$$

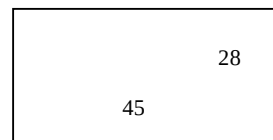
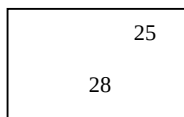
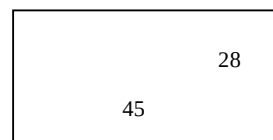
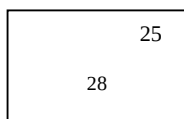
$$A = 420\text{cm}^2 \times 2 \text{ (da tampa)} \times 2 \text{ (do fundo)} = 1.680\text{cm}^2$$

$$\text{Área total: } At = 1.400 + 2.250 + 2.520 + 1.680 = 7.850\text{cm}^2$$

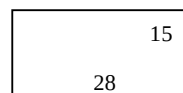
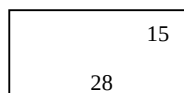
E, para transformar em metros quadrados, utilizaram regra de três:

$$\begin{array}{rcl} 1\text{m}^2 & 10.000\text{cm}^2 \\ \times & 7.850\text{cm}^2 \\ \hline \times & = & 0,785\text{m}^2 \end{array}$$

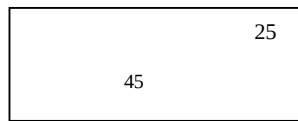
$$0,785 \text{ m}^2 \text{ para 1 caixa} = 0,785\text{m}^2 \times 1.000 = 785\text{m}^2$$



Reforço da caixa

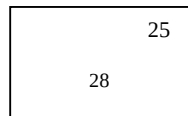


Área lateral de um paralelepípedo:



$$(45\text{cm} \times 25\text{cm}) = (45 \times 25) \text{ cm.cm} = 1.125\text{cm}^2$$

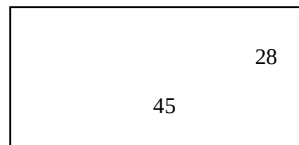
$$2 (1.125\text{cm}^2) = 2250\text{cm}^2$$



$$(25\text{cm} \times 28\text{cm}) = (25 \times 28) \text{ cm.cm} = 700\text{cm}^2$$

$$2 (700\text{cm}^2) = 1.400\text{cm}^2$$

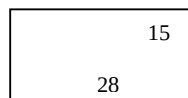
Área da base:



$$(45\text{cm} \times 28\text{cm}) = (45 \times 28) \text{ cm.cm} = 1.260 \text{ cm}^2$$

$$2 (1260 \text{ cm}^2) = 2.520 \text{ cm}^2$$

Área dos reforços da caixa:



$$(28\text{cm} \times 15\text{cm}) = (28 \times 15) \text{ cm.cm} = 420\text{cm}^2$$

$$4 (420\text{cm}^2) = 1.680\text{cm}^2$$

Área total do paralelepípedo:

Área lateral + área base

$$2.250 + 1.400 + 2.520 = 6.170\text{cm}^2$$

Neste caso necessita somar a área total do paralelepípedo a área dos reforços.

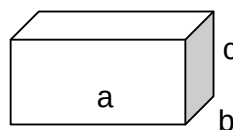
$$6.170 + 1.680 \quad \text{Área total da caixa} = 7.850\text{m}^2$$

Para um paralelepípedo genérico de dimensões a, b, e c

$$1St = ab + bc + ac + ab + bc + ac$$

$$St = 2ab + 2bc + 2ac$$

$$St = 2 (ab + bc + ac)$$



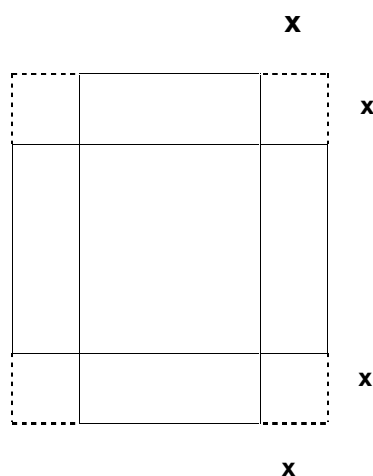
Caso as medidas de a, b e c forem iguais:

$$St = 2 (aa + aa + aa)$$

$$St = 2 (3a^2) = 6a^2$$

Outra questão levantada diz respeito ao volume máximo de uma caixa. Com uma folha de papelão de 100 cm x 100 cm, quer se construir uma caixa que tenha o volume máximo. Quanto se deve tirar de cada lado para construir essa caixa?

Os alunos colocaram os dados numa folha, para melhor situarem-se, conforme mostra a seguir.



Elaboraram os cálculos para encontrar o volume da caixa que seria confeccionada, observando-se a quantidade de centímetros que teriam de ser retiradas de seus quatro cantos (x):

	FOLHA (CM)	QUANTIDADE RETIRADA (X) EM CM	VOLUME (CM ³)
1	100 x 100	10	80 x 80 x 10 = 64.000
2	100 x 100	12	76 x 76 x 12 = 69.312
3	100 x 100	15	70 x 70 x 15 = 73.500
4	100 x 100	16	68 x 68 x 16 = 73.984
5	100 x 100	17	66 x 66 x 17 = 74.052
6	100 x 100	18	64 x 64 x 18 = 73.728
7	100 x 100	20	60 x 60 x 20 = 72.000
8	100 x 100	22	56 x 56 x 22 = 68.992
9	100 x 100	24	52 x 52 x 24 = 64.896

Depois dos cálculos foi observado que seria preciso retirar 17cm de cada canto do papelão, já que a tabela indicava que o volume máximo da caixa seria de 74.052cm³, ou seja, a caixa deveria ser confeccionada com as seguintes dimensões: 66cm de largura, por 66 cm de comprimento e 17cm de altura.

Mas surge um outro questionamento: haveria um caminho mais rápido para encontrar o volume da caixa? Então explicou-se que poderia ser feita a generalização, transformando numa função e resolvida por derivadas. Considerando que este assunto não fazia parte do conteúdo de Matemática para o Ensino Médio, naquele momento, mas optou-se por demonstrar aos alunos como seriam esses cálculos, apenas a título de curiosidade, como segue:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = (100 - 2x)(100 - 2x)x$$

$$V = (10.000 - 400x + 4x^2)x$$

$$V = 10.000x - 400x^2 + 4x^3$$

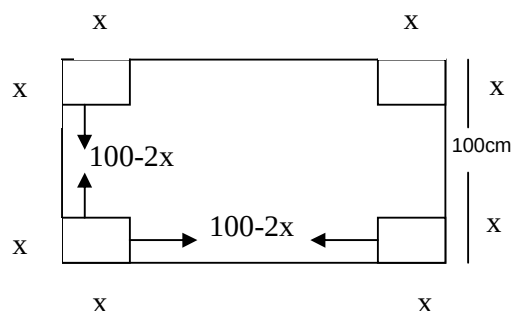
$$V = 4x^3 - 400x^2 + 10.000x$$

$$V' = 12x^2 - 800x + 10.000$$

$$12x^2 - 800x + 10.000 = 0$$

$$3x^2 - 200x + 2.500 = 0$$

$$x' = 50$$



$$x'' = 17 \text{ (aproximadamente)}$$

$$V''(x) = 24x - 800$$

$$V''(50) = 24 \cdot 50 - 800 = 1.200 - 800 = 400 > 0 \text{ (vol. mínimo)}$$

$$V''(17) = 24 \cdot 17 - 800 = 408 - 800 = -392 < 0 \text{ (vol. Máximo)}$$

Portanto o valor que produz volume máximo é 17cm

Depois de vistos peso e valor de bolachas e medidas de caixas, lembrou-se dos funcionários da fábrica, e aí, os alunos ficaram curiosos em saber como eram calculados seus salários. Para melhor explicar as questões trabalhistas, foram convidados o Contador Carlos Alberto da Silva e o professor Marcelo Abdanur, do Instituto Politécnico do Paraná (IPP) de Guarapuava, da área de Recursos Humanos para conversarem com os alunos e tirarem suas dúvidas sobre folha de pagamento, encargos sociais, tributação, porcentagem de comissão de vendas e outros assuntos relativos.

Depois da palestra e sempre mantendo contato com o professor convidado, foi possível resolver as situações problemas a seguir relacionadas.

Na entrevista o proprietário da fábrica havia informado que a empresa emprega 5 vendedores, com um salário fixo de R\$ 120,00 semanais e 7% sobre as vendas efetuadas no mês, e 15 auxiliares de produção ganhando, aproximadamente, R\$ 400,00 mensais.

Os alunos passaram, então, a resolver as questões levantadas, iniciando por: Sendo que a fábrica possui 5 vendedores e 15 auxiliares de produção, qual o valor mensal da folha de pagamento, considerando apenas o salário fixo?

$$\text{R\$ } 480,00 \times 5 = \text{R\$ } 2.400,00$$

$$R\$ 400,00 \times 15 = R\$ 6.000,00$$

Agora, incluindo a porcentagem de 7% no salário de um vendedor, supondo-se que o mesmo tenha concretizado vendas num total de R\$ 189.000,00, qual seria seu salário, no mês? Sabendo-se que o salário total é igual à soma do salário fixo mais a comissão, apresentaram os seguintes cálculos:

$$R\$ 189.000,00 \times 0,07 = R\$ 13.230,00$$

$$S = R\$ 480,00 + R\$ 13.230,00 = R\$ 13.710,00$$

Verificou-se a aplicação de funções, neste caso de função salário. Salário mensal = salário fixo + comissão de vendas mensal: $S(x) = 480 + 0,07x$, onde x é a quantidade em reais vendidas no mês.

Sabendo-se que este vendedor realizou a venda de R\$ 189.000,00, sendo que cada caixa acondiciona 20 pacotes de 500g de bolachas, quantas caixas de bolacha e quantos pacotes de bolachas foram vendidos? Observe-se que 1 caixa comporta 20 pacotes de bolachas, que cada pacote custa R\$ 2,70 e que cada caixa custa R\$ 54,00.

$$\frac{R\$ 189.000,00}{54} = 3.500 \text{ caixas}$$

$$3.500 \text{ caixas} \times 20 \text{ pacotes} = 70.000 \text{ pacotes}$$

Portanto, o vendedor comercializou 3.500 caixas contendo 70.000 pacotes de bolachas.

Considere-se que o fabricante tenha vendido 1.000 Kg de bolachas. Se as bolachas foram vendidas em pacotes de 500g, ao preço de R\$ 2,70 cada pacote, qual seria sua receita? E se ele vender em pacotes de 250g, ao preço de R\$ 1,60 cada um, qual seria sua receita? Qual das hipóteses será mais lucrativa?

$$1.000 \text{ Kg} = 1.000.000\text{g} : 500\text{g} = 2.000 \text{ pacotes de } 500\text{g}$$

$$2.000 \text{ pacotes} \times \text{R\$ } 2,70 = \text{R\$ } 5.400,00 \text{ (Receita)}$$

$$1.000 \text{ Kg} = 1.000.000\text{g} : 250\text{g} = 4.000 \text{ pacotes de } 250\text{g}$$

$$4.000 \text{ pacotes} \times \text{R\$ } 1,60 = \text{R\$ } 6.400,00 \text{ (Receita)}$$

Os alunos consideraram mais vantajosa a venda de pacotes de 250g, pois teria uma receita de R\$ 1.000,00 a mais, com a mesma quantidade de bolachas vendidas.

Supondo-se agora que a “Beijo Baiano” tenha fabricado no ano de 2004, a quantidade de 312.000 pacotes de 500g de bolachas de mel, quantos pacotes produzirá em 2008, se o aumento anual de produção for de 20%?

O fato do aumento anual da produção ser de 20% significa que a produção da indústria, em um ano, é de 1,20 vezes sua produção, em relação ao ano anterior.

Os alunos elaboraram os cálculos, sabendo que a produção de bolachas, em 2004, foi de 312.000 pacotes.

Então,

$$2005 \quad (\text{produção de } 2004) \times 1,20 = 312.000 \times 1,20 = 374.400$$

$$2006 \quad (\text{produção de } 2005) \times 1,20 = 374.000 \times 1,20 = 449.280$$

$$2007 \quad (\text{produção de } 2006) \times 1,20 = 449.280 \times 1,20 = 539.136$$

$$2008 \quad (\text{produção de } 2007) \times 1,20 = 539.136 \times 1,20 = 646.963,20$$

Ou,

$$312.000 \times 1,20^4 = 646.963,20$$

Então, no ano de 2008, a fábrica de bolachas produzirá 646.963 pacotes de bolachas de 500g, se for considerado o aumento médio anual de produção, em 20%.

Outra forma de se calcular a produção no ano de 2008 é construir um modelo matemático para a situação:

Considerando: $P_0 = 2004$; $P_1 = 2005$; $P_2 = 2006$; $P_3 = 2007$; $P_4 = 2008$

$$P_0 = P_0$$

$$P_1 = P_0 + iP_0$$

$$P_2 = P_1 + iP_1 \text{ (desmembrando em função de } P_0 \text{)}$$

$$P_2 = (P_0 + iP_0) + (P_0 + iP_0)$$

$$P_2 = (P_0 + iP_0) + (1 + i)$$

$$P_2 = P_0(1 + i)(1 + i)$$

$$P_2 = P_0(1 + i)^2$$

$$P_3 = P_2 + iP_2$$

$$P_3 = P_0(1 + i)^2 + i[P_0(1 + i)^2]$$

$$P_3 = P_0(1 + i)^2(1 + i)$$

$$P_3 = P_0(1 + i)^3$$

para n qualquer

$$P_n = P_0(1 + i)^n \text{ (modelo matemático)}$$

Fazendo exemplo numérico referente ao exercício

Para $n = 4$

$$P_4 = P_0(1 + i)^4$$

$$P_4 = 312.000(1 + 20/100)^4$$

$$P_4 = 312.000(1,20)^4$$

$$P_4 = 646.963,20$$

Todo o processo de Modelagem é revisado e criticado. Nesta etapa a Modelagem Matemática passa por um tratamento mais refinado, com a interpretação crítica da solução e sua validação na realidade considerada.

“A validação é importante na medida em que o modelo tem caráter preditivo ou de decisão.” (BURAK, 1992, p.181)

Se o modelo não atender as necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na etapa da formulação do problema e resolução, mudando-se ou ajustando as variáveis ou hipóteses.

Supondo, agora, que o custo fixo da fábrica é de R\$ 4.500,00, determinem-se as funções custo total, a receita e o lucro, sabendo que o custo do pacote de bolacha é de R\$ 2,40 e o preço de venda é de R\$ 2,70. Novamente utiliza-se os conceitos de funções.

$$\text{Custo total} = \text{custo Fixo} + \text{custo variável}$$

$$\text{Custo total} = 4.500,00 + 2,40x$$

$$C(x) = 4.500 + 2,40x$$

$$\text{Receita} = \text{preço} \times \text{quantidade}$$

$$\text{Receita} = 2,70x$$

$$R(x) = 2,70x$$

$$\text{Lucro} = \text{Receita} - \text{Custo}$$

$$\text{Lucro} = 2,70x - (4.500 + 2,40x)$$

$$\text{Lucro} = 2,70x - 4.500 - 2,40x$$

$$\text{Lucro} = 0,30x - 4.500$$

$$L(x) = 0,30x - 4.500$$

Assim, se forem produzidos 26.000 pacotes de bolachas, qual será o custo?

$$C(26.000) = 4.500 + 2,40 \times 26.000 = \text{R\$ } 66.900,00$$

Qual será a receita?

$$R(26.000) = 2,70 \times 26.000 = \text{R\$ } 70.200,00$$

De quanto será o lucro?

$$L(26.000) = 0,30 \times 26.000 - 4.500 = \text{R\$ } 3.300,00$$

Sabendo-se que o lucro da indústria é dado pela função $L(x) = 0,30x - 4.500$, onde “x” representa a quantidade de pacotes de bolachas vendidas, qual a quantidade mínima de produtos que devem ser vendidos para que haja lucro? $0,30x - 4.500 > 0$

$$0,30x > 4.500$$

$$x > 15.000$$

Portanto, para que haja lucro devem ser vendidos 15.001 pacotes de bolachas de 500g.

Em seguida solicitou-se aos alunos que utilizassem os dados da produção da fábrica “Beijo Baiano”, durante o primeiro semestre de 2004 (Quadro 10), para a construção de um gráfico ilustrativo.

MESES	QUANTIDADE (KG)
Janeiro	10.000
Fevereiro	12.500
Março	10.000
Abril	15.000
Maiο	18.000
Junho	20.000
Julho	25.000
TOTAL	110.000

QUADRO 5 – Produção de bolachas da Beijo Baiano – primeiro semestre/04

FONTE: entrevista concedida pelo proprietário da Beijo Baiano em abril de 2006

Os alunos então construíram o seguinte gráfico ilustrativo:

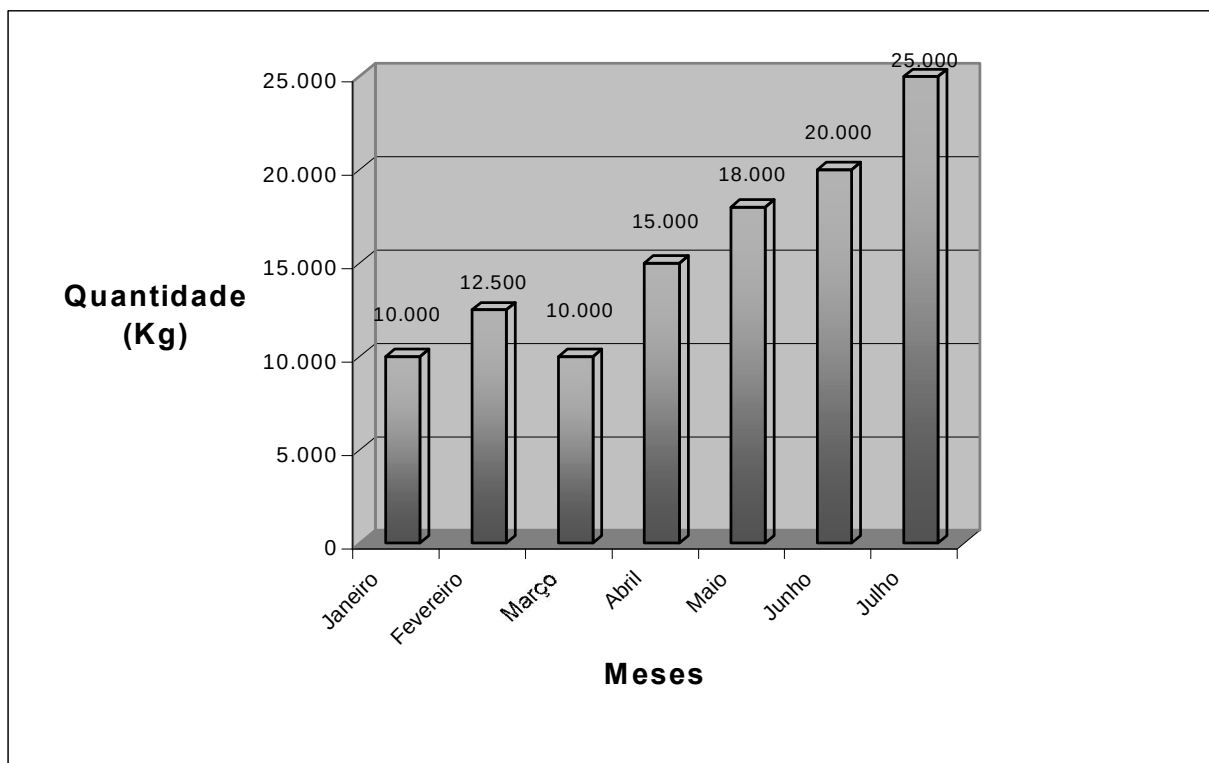


GRÁFICO 1 – Produção de Bolachas 1º. Semestre 2004 – Beijo Baiano

FONTE: entrevista concedida pelo proprietário da Beijo Baiano em abril de 2006

Para saber qual o comportamento da produção da fábrica de bolachas, de um mês para o outro e para completarem o quadro anterior com uma coluna de taxas percentuais, os alunos elaboraram os seguintes cálculos, utilizando regra de três:

Para calcular as taxas percentuais:

$$110.500 \quad 100\%$$

$$10.000 \quad x$$

$$x = 9,05\%$$

e analogamente as outras.

Para calcular o desenvolvimento de produção de um mês para o outro:

10.000 100%

2.500 x

x = 25%

e assim sucessivamente para os outros meses.

Tem-se, assim, que o comportamento da produção de 2004, de janeiro para o mês de fevereiro foi de 25%; de fevereiro para março de 20% de redução, de março para abril de 50%; de abril para maio 20%; de maio para junho 11,11% e de junho a julho de 25%.

Depois, completaram o quadro:

MESES	QUANTIDADE (KG)	%
Janeiro	10.000	9,05
Fevereiro	12.500	11,31
Março	10.000	9,05
Abril	15.000	13,58
Maio	18.000	16,29
Junho	20.000	18,10
Julho	25.000	22,62
TOTAL	110.000	100,00

QUADRO 6 - Produção de bolachas da Beijo Baiano, durante o primeiro semestre de 2004 (porcentagem)

FONTE: taxa calculada pelos alunos do Colégio Estadual Professor Amarílio – Ensino Fundamental e Médio, em abril de 2006.

Em relação aos salários dos vendedores da empresa, de acordo com informações do proprietário, nos meses de julho a dezembro de 2004, estes foram, respectivamente, R\$ 9.500,00, R\$ 10.430,00, R\$ 11.630,00, R\$ 12.400,00, R\$ 14.000,00 e R\$ 13.220,00. Questiona-se qual o valor médio dos salários dos vendedores.

Os alunos efetuaram os seguintes cálculos, utilizando o conceito de “média aritmética”:

$$M = (9.500 + 10.430 + 11.630 + 12.400 + 14.000 + 13.220) : 6$$

$$M = \frac{71.180}{6} = \text{R\$ } 11.863,35$$

Conclui-se, assim, que o salário médio mensal pago aos vendedores foi de R\$ 11.863,35.

Utilizando as informações dos palestrantes Carlos e Marcelo, foi possível calcular os encargos sociais da empresa com Tributação Normal na Receita Federal. São recolhidos por parte da empresa 28, 80%, onde:

20% refere-se ao Instituto Nacional do Seguro Social (INSS) ¹⁴

3% refere-se ao seguro de acidente de trabalho ¹⁵

5,80% refere-se à contribuições a terceiros, como Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas (Sebrae), Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial (Senai), dentre outros, de acordo com o tipo de empresa, isto é, se de pequeno, médio ou grande porte. E ainda: 8,5% do Fundo de Garantia por tempo de Serviço (FGTS), sendo 0,5% de contribuição social, totalizando 37,30%.

Portanto, para calcular 37,30% dos R\$ 400,00 (salário de um funcionário), foi utilizada uma regra de três:

¹⁴ O INSS descontado (pago pelo empregado e não pelo empregador) é determinado conforme tabela progressiva do Instituto.

¹⁵ A percentagem do seguro pode variar de 1% a 3%, conforme o risco das tarefas executadas pelo funcionário.

$$\begin{array}{rcl} 400 & & 100 \\ x & & 37,30 \end{array}$$

$$100x = 14.920$$

$$x = 149,20$$

Constatou-se, assim, que o empregador gasta em encargos, com esse funcionário, o valor de R\$ 149,20.

De acordo com a entrevista concedida aos alunos, pelo proprietário da empresa Beijo Baiano, pode-se classificar os 20 funcionários da empresa por sexo e estado civil. (Quadro 12).

ESTADO CIVIL	HOMEM	MULHER
Casado	04	03
Solteiro	02	05
Separado	02	01
Divorciado	01	02
TOTAL	09	11

QUADRO 7 – Classificação dos funcionários da Beijo Baiano, por sexo e estado civil, abril de 2006

Fonte: Dados coletados da entrevista com o Sr. Douglas Luis Limberger, em abril de 2006.

Com base nestes dados foi possível ainda trabalhar com os alunos cálculos probabilísticos, conforme pode ser observado a seguir.

Se for considerado que em uma reunião entre funcionários e gestores da firma seja feito o sorteio de um prêmio, qual seria a probabilidade de:

- a) ser um homem: $p = 9/20$
- b) ser mulher: $p = 11/20$
- c) ser pessoa casada: $p = 7/20$
- d) ser pessoa solteira: $p = 7/20$
- e) ser pessoa separada: $p = 3/20$
- f) ser pessoa divorciada: $p = 3/30$

g) ser homem casado: $p = 4/20$

Barbosa (2003) comenta que a discussão pode levantar questões que não são necessariamente conteúdos de Matemática, para o momento, mas que se referem ao significado da exploração Matemática realizada pelos alunos.

Assim, depois de terem utilizado diversos dados fornecidos pelo proprietário da fábrica de bolachas e terem resolvido as situações-problema elaboradas, os alunos sugeriram ir ao supermercado e verificar os preços das bolachas.

Ana, Paula e Luis desejando comprar bolachas de 250g e de 500g, fizeram as seguintes escolhas:

Nº PACOTES NOME	250 g	500g
Ana	04	02
Paula	03	04
Luis	02	03

A cotação de preços dos pacotes de bolachas foi feita em dois supermercados, tendo apresentado os seguintes preços:

PESO	MERCADO A (R\$)	MERCADO B (R\$)
250g	3,00	3,50
500g	5,00	5,60

Os alunos fizeram as compras no Supermercado A. Quanto teriam gasto se comprassem no Supermercado B?

Com os dados fornecidos nas duas tabelas, os alunos montaram matrizes e realizaram multiplicação entre elas:

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3,5 \\ 5 & 5,6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (12 + 10) & (14 + 11,20) \\ (9 + 20) & (10,5 + 22,40) \\ (6 + 15) & (7 + 16,80) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 & 25,20 \\ 29 & 32,90 \\ 21 & 23,80 \end{bmatrix}$$

A matriz resultante fornece os valores gastos nos mercados A e B (colunas) pelos alunos Ana, Paula e Luis (linhas)

Nesta ocasião foi feito um estudo de matrizes, conceitos, propriedades, tipos e operações.

A realização deste trabalho permitiu concluir que ao realizar a Modelagem Matemática em sala de aula, os alunos tiveram a oportunidade de atribuir significados aos aspectos matemáticos, isto porque, como dizem Almeida e Dias (2004, p. 37) se faz a “identificação das variáveis do problema em estudo e estabelece relações entre elas, transferindo aspectos da realidade para a linguagem Matemática”.

4.3 CONSIDERAÇÕES GERAIS RELATIVAS ÀS EXPERIÊNCIAS

Feito as descrições das experiências e apontados algumas possibilidades de encaminhamentos de trabalhos com a Modelagem será apresentada uma breve análise acerca das experiências desenvolvidas.

Em ambos os projetos, inicialmente os alunos mantinham uma atitude passiva, como, via de regra, ocorre no ensino 'tradicional'. Somente com o desenvolvimento das aulas é que puderam entender melhor a proposta com o uso do Método da Modelagem e, a partir daí, houve uma participação mais ativa.

Nestas experiências, diferentemente dos projetos inicialmente desenvolvidos na pós-graduação da Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava, os alunos é que escolheram o tema a ser trabalhado, sem que o docente os induzisse ao tema.

É de grande importância que o tema seja escolhido pelos alunos, pois desta forma, se sentirão co-responsáveis pelo processo de aprendizagem, tornando sua participação mais efetiva. "A escolha do tema pelos alunos fará com que se sintam participantes do processo". (BIEMBENGUT, 1999, p. 45)

Como uma das etapas do projeto, os alunos das duas escolas buscaram dados no campo, ou seja, na Companhia de Energia Elétrica e na Fábrica de Bolachas, aplicando questionário e entrevista com os responsáveis pelas entidades pesquisadas. No desenvolvimento do trabalho da fábrica de bolachas, houve a interação com profissionais da área trabalhista, onde proferiram uma palestra no Colégio, o que propiciou uma melhor visualização da importância da Matemática estudada, como a valorização e conhecimento do trabalho de outro profissional. A partir dos dados levantados, foi possível trabalhar vários conteúdos previstos no programa da disciplina, e outros que não estavam previstos, sem que os alunos perdessem o interesse pela matéria.

Os alunos, como participantes ativos no processo, formularam, discutiram, resolveram e analisaram os problemas, contribuindo para a formação da

autonomia, do desenvolvimento da criatividade e a um amadurecimento construído na ação individual e grupal.

No projeto relacionado à energia as situações-problema envolveram a realidade cotidiana dos alunos de um modo geral, servindo como elemento motivador para o aprendizado, não só dos conteúdos da disciplina de Matemática, mas como de outras disciplinas, possibilitando a interdisciplinaridade. No projeto desenvolvido na Fábrica de Bolachas, ocorreu o mesmo, exceto pelo fato do tema estar relacionado ao cotidiano de um dos alunos da turma que trabalhava na referida fábrica e que acabou interessando a todos os demais participantes.

Com o uso da Modelagem, os alunos lembraram conteúdos matemáticos já aprendidos, como também foi possível assimilar outros novos, refletiram sobre as diferentes maneiras de encontrar respostas às questões levantadas e utilizaram técnicas complementares como construção de tabelas, organização e interpretação de gráficos. Diferentemente do que ocorre no ensino ‘tradicional’, nestas experiências não foi observado o currículo linear, com uma sequência rígida dos conteúdos, pois estes são determinados pelos problemas ou interesse de cada grupo, apresentando-se como um desafio ao professor.

As Diretrizes Curriculares Nacionais enfatizam o desenvolvimento do currículo superando a visão disciplinar, apontando caminhos que desafiam e rompem com a forma usual de ensino de Matemática. A Modelagem Matemática favorece o enfoque interdisciplinar utilizando os conhecimentos de várias disciplinas para resolver uma situação-problema.

Em ambos os projetos as manifestações dos alunos foram positivas: “aprendi mais e melhor com a modelagem”; “as aulas foram bem interessantes, pois saíram daquela rotina”; “quando compramos esse produto nem pensamos que isso

envolve muito a Matemática”; “achei um jeito bem inteligente de deixar a Matemática mais interessante”; “eu prefiro Modelagem Matemática, fica mais interessante e legal, até a aprendizagem é melhor”; “todos trabalhamos com mais entusiasmo, com vontade e até aprendemos com mais facilidade” (informação verbal)¹⁶.

Apenas dois alunos manifestaram gostar de estudar Matemática pela forma tradicional, alegam estarem habituados a serem coordenados pelo professor e resolver problemas que já estão prontos na apostila.

Em cada etapa do trabalho e atividade desenvolvida os alunos foram avaliados, observando-se o interesse, a participação e a qualidade das sugestões e discussões apresentadas, bem como realizadas auto-avaliações. Desta forma os alunos sentiram-se livres para expor suas potencialidades sem medo de errar. Os alunos que participaram da segunda experiência realizaram, ainda, uma avaliação formal.

Durante todo o trabalho o papel do professor foi de orientar, encaminhar, incentivar, ou seja, ser o mediador, criando condições para a aprendizagem. O contato mais próximo com os alunos, no trabalho em grupo, possibilita um vínculo mais estreito entre professor x aluno e aluno x aluno, transformando a sala de aula em ambiente harmonioso e agradável.

¹⁶ Afirmções de alunos durante a experiência.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho se propôs a discutir os vários aspectos da Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática bem como, do ensino e a aprendizagem. Tinha como principal questão norteadora identificar os aspectos favorecidos pela Modelagem enquanto uma prática educativa diferenciada para o ensino de Matemática.

O referencial teórico apresentou vários aspectos da Matemática no contexto da Educação Matemática, valendo-se de vários teóricos como Miguel, Petronzelli, Schumbring e D'Ambrósio dentre outros, buscou mostrar a trajetória dos Movimentos da Matemática Moderna, do Movimento da Educação Matemática e as perspectivas para o ensino de Matemática a partir das Diretrizes ditadas pela Lei 9394/96 que trata da Educação Nacional. A trajetória da Modelagem Matemática, desde a pré-história, os primeiros passos na Educação Brasileira, na concepção de autores como Bassanezi, Burak, Biembengut dentre outros e as experiências desenvolvidas no âmbito de duas escolas: uma particular e outra estadual, foram importantes e significativas para a consecução dos objetivos e a identificação dos vários aspectos favorecidos pela Modelagem Matemática.

O trabalho com a Modelagem, enquanto uma metodologia para o ensino de Matemática evidenciou vários aspectos no seu desenvolvimento, dentre eles pôde-se destacar: o interesse dos alunos, a construção e o desenvolvimento de conceitos e dos conteúdos matemáticos, a contextualização das situações e a integração com outras áreas do conhecimento, a socialização favorecida pelo trabalho em grupo e a ruptura com o currículo linear.

O interesse dos alunos pôde-se constatar pela forma de agir, sempre dispostos a colaborar, a contribuir e pelo envolvimento em todas as etapas do trabalho, mesmo não havendo a atribuição de nota ou qualquer outro incentivo como na primeira experiência relatada.

O desenvolvimento dos conteúdos matemático envolveu vários conceitos e conteúdos matemáticos de séries anteriores, inclusive do Ensino Fundamental na segunda experiência desenvolvida pelos alunos do Ensino Médio.

Ainda em relação aos conceitos e conteúdos matemáticos foram trabalhados os modelos matemáticos já estabelecidos, mas também ocorreu a construção de modelos matemáticos durante o desenvolvimento do trabalho com os alunos do Ensino Médio, embora simples se constituíram em ações significativas para o pensar matemático. A ampliação do conceito de modelo matemático também se pôde constatar quando se deviam tomar decisões com bases em uma tabela. Dessa forma, o conceito como uma representação transcende a visão exclusiva de modelo matemático.

Algumas diferentes estratégias abordadas no desenvolvimento dos conteúdos matemáticos, quando da resolução de situações-problema, evidenciaram que quando o aluno se sente com mais liberdade para conjecturar e estabelecer suas estratégias aflora a criatividade e a segurança.

Outro aspecto identificado foi que as ações desenvolvidas pelos alunos têm um contexto como base para as situações-problema e o uso dos conteúdos matemáticos. Nessa perspectiva, esses conteúdos ganham significados uma vez que mantém estreita relação com a situação estudada, são importantes para a resolução daquela situação. A Modelagem favorece a contextualização quando parte de um tema de interesse dos alunos ou dos grupos de alunos

envolvidos. Nas experiências os temas trabalhados surgiram de situações discutidas pelos grupos envolvidos nas duas experiências: Energia Elétrica e Fábrica de Bolachas.

A interdisciplinaridade, característica fundamental da Modelagem, foi acontecendo na medida em que os alunos iam pesquisando e aprofundando o tema, através de atividades variadas, que se abriam para várias questões relacionadas a outras áreas disciplinares. Essa metodologia favorece o enfoque interdisciplinar, revigorando a integração e a articulação dos conhecimentos de outras áreas para resolver um problema ou entender um determinado fenômeno, superando assim, o tratamento estanque e compartimentado.

Nesse trabalho ao desenvolver o tema Energia Elétrica, constatou-se o envolvimento da área da Física com suas unidades de medidas de consumo, a área de Hidrografia, a área Matemática, Financeira, da Administração dentre outras. No segundo trabalho além da Matemática, a área Comercial, Administração, Ciências Contábeis entre outras. A Modelagem Matemática favorece a inserção de outras áreas na medida em que são levantados os problemas diversos, consequência da coleta de dados.

A socialização das ações, dos conteúdos e da resolução dos problemas propostos favorecem a participação, as trocas de idéias e a iniciativa. O trabalho em pequenos grupos desenvolve o espírito de equipe, o respeito entre cada membro do grupo e as interações entre o grupo e os demais grupos, favorece as discussões, análise crítica e a reflexão. Promovem no âmbito da sala de aula um ambiente com discussões, trocas de idéias e reflexões que favorecem a aprendizagem. Esses aspectos geralmente estão ausentes no ambiente de sala de aula quando se ensina na forma usual.

Outro ponto identificado foi à forma de se trabalhar o currículo. O ensino da Matemática realizado por meio da Modelagem, não é preso ao planejamento curricular, não tem seqüência rígida, pois atende a proposta do currículo não linear. O conteúdo a ser trabalhado é determinado pelos problemas levantados em decorrência da pesquisa de campo. No ensino usual ocorre o contrário, o conteúdo estabelecido no programa é que determina o tipo de problema a ser trabalhado, onde é comum o uso do livro didático, e que muitas vezes é seguido pelo professor sem adaptações ou introdução de outras técnicas ou estratégias de abordagem. Os livros textos apresentam as fórmulas logo em seguida da definição, os exemplos são colocados como se fossem modelos a serem seguidos para a solução dos exercícios que são repetitivos. Quanto a este aspecto observa-se que passividade dos alunos favorece a memorização sem compreensão das fórmulas.

Dessa forma, a Modelagem Matemática enquanto uma metodologia alternativa de ensino de Matemática mostrou vários aspectos decorrentes de sua aplicação que a constituem como uma prática diferenciada. A possibilidade da Modelagem, na perspectiva de Burak, como uma metodologia para o ensino de Matemática parece favorecer o ensino de Matemática nos vários níveis de ensino.

Assim, a Modelagem Matemática num primeiro momento possibilita o interesse por partir de temas da escolha do grupo ou dos grupos, promovendo à valorização da Matemática contextualizada e, num segundo instante, à vontade de conhecê-la, de explorá-la, de redescobri-la e, principalmente, de sentir gosto pelo aprender matemático.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A ASTRONOMIA através dos tempos. Disponível em: < <http://www.vestibular1.com.br> >. Acesso em: 20 out. 2005.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; DIAS, Michele Regiane. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolena**, a. 17, n. 22, p. 19-35, 2004.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim (RS), EdIFAPES, v. 27, n. 98, p. 65-75, jun. 2003.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática e implicações no ensino e aprendizagem**. Blumenau: Ed da Furb, 1999.

_____. **Qualidade no ensino de matemática na engenharia**: uma proposta metodológica e curricular. Tese de Doutorado, Florianópolis, 1997.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BITTENCOURT, Circe M. F. **História, produção e memória do livro didático**. 2006. Disponível em: < www.scielo.br/scielo.php >.

BRASIL. Lei n. 5.692, de 11 de agosto de 1971. Fixa Diretrizes e Bases para o ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências. (Revogada pela Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996).

_____. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**, 23 dez. 1996.

_____. Ministério de Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio (PCNEM). Brasília: MEC/SEMT, 1999.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem Campinas: UNICAMP/Faculdade de Educação. 1992.

_____. **Modelagem matemática:** uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série, 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista Julio Mesquita A. Filho, Campus de Rio Claro, São Paulo, 1987.

_____. Uma experiência com a Modelagem Matemática. **Revista Pró-Mat Paraná**, Curitiba, n. 1, dez. 1998.

_____. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. **Modelando matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de funções na 1ª série do ensino médio.** 2005. Dissertação (Mestrado em Educação: Ciências e Matemática), Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Estadual do Pará, Belém, 2005.

CURY, Helena Noronha. Modelagem matemática e problemas em ciências: uma experiência em um curso de mestrado. **Revista Perspectiva**, v. 27, n. 98, p. 75-86, 2003.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática:** da teoria à prática. 10 ed. Campinas: Papirus, 2003.

_____. Etnomatemática. **Educação Matemática em Revista**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), a. 6, n. 7, jul. 1999, p. 5-10.

DISCUSSÕES sobre Modelagem Matemática e o Ensino-aprendizagem. Disponível em: www.somatematica.com.br/artigos/a8/p.4.php. Nov.2004.

EDUCACIÓN MATEMÁTICA. **Comisión nacional para profesores en matemáticas.** v.1, n.3, pg.58, dez.1989.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** 2. ed. São Paulo: UNICAMP, 2002.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática:** o caso da produção científica em cursos de pós-graduação. 1994. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Estadual de Campinas, 1994.

_____.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Ed 1. Campinas, SP: 2006, autores associados.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GITIRANA, Verônica. **Práticas avaliativas em língua portuguesa e matemática**. Texto 2 – Avaliação em matemática. 2002. Disponível em: <www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2002/aas>. Acesso em 06 jul. 2006

GUIMARÃES, Ana Archangelo. **O professor construtivista: desafios de um sujeito que aprende**. Disponível em: <<http://www.unicamp.br/iel/memoria/construtivista.html>>. Acesso em 15 maio 2006.

GUNDLACH, Bernard H. **História dos números e numerais: tópicos de história da matemática**. São Paulo: Atual, 1992.

HISTÓRIA da matemática na Babilônia. Disponível em: <<http://www.malhatlantica.pt>>. Acesso em: 18 out. 2005.

HISTÓRIA da matemática no Egito. Disponível em: <<http://www.malhatlantica.pt>>. Acesso em: 18 out. 2005.

KLINE, M. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo: Ibrasa, 1976, p. 32 a 41.

MACHADO, Nilson José. **Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente**. São Paulo: Cortez, 1995.

MARTINO, Luis Mauro. Métodos e teorias pedagógicas. **Revista Educação**, n. 221 set. 1999.

MATUI, Jiron. **Construtivismo: teoria construtivista sócio-histórica aplicada ao ensino**. São Paulo: Moderna, 1996.

MENDONÇA, Ana Valeska. **Universidade e formação de professores: uma perspectiva integradora**. A “Universidade de Educação” de Anísio Teixeira. Rio de Janeiro, Departamento de Educação, PUCRJ, 1993, Tese de Doutorado.

MIGUEL, Antonio. Disciplinarização da educação matemática. In: MIGUEL, Antonio et al. **A educação matemática: uma área de conhecimento em consolidação**. São Paulo: UNICAMP/UNESP/PUC. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/26/outrostextos/tegt19.rtf>>. Acesso em 12 maio 2006a.

MIGUEL, José Carlos. **O ensino de matemática na perspectiva da formação de conceitos: implicações teórico-metodológicas**. Disponível em <<http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2003/O%20ensino%20de%20matematica.pdf>>. Acesso em 16 maio 2006b.

NEVES, Vilma Fernandes. Aprender, ensinar segundo os fundamentos pedagógicos dos parâmetros curriculares nacionais: uma proposta aplicável? Disponível em: <<http://www.utp.br/mestradoeducacao/peddc.html>>. Acesso em 15 maio 2006.

OHSE, Marcos Leandro. **História da matemática**. Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br>>. Acesso em 24 out. 2005.

OREY, Daniel C.; ROSA, Millton. **Minicurso etnomatemática como ação pedagógica**. II Congresso Brasileiro de Etnomatemática, Natal (RN), 4 -7 abr. 2004. Disponível em: <<http://www.csus.edu/indiv/o/oreyd/ethnomath/oreyrosa.cbem2.htm>>. Acesso em 10 jan. 2006.

PELISSARI, Bernadete. **Modelagem matemática**: uma estratégia para ensinar matemática a partir da realidade. Monografia de Conclusão de Curso de Pós-Graduação (*latu sensu*), UNICENTRO, Guarapuava, 1993.

PERRENOUD, Philippe. **Avaliação**: da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas. Porto Alegre: Artmed, 1999.

PETRONZELLI, Vera Lúcia Lucio. **Educação matemática e a aquisição de conhecimentos simbólicos**: alguns caminhos a serem trilhados. Dissertação. Universidade Tuiuti do Paraná, 2002. Disponível em: <www.utp.br>. Acesso em 28 out. 2005.

PIRES, Célia Maria Carolino. **Currículos de matemática**: da organização linear à idéia de rede. São Paulo: FTD, 2000.

PLACCO, Vera Maria N. S. Correntes psicológicas subjacentes à didática do ensino: em foco o professor do ensino superior. CASTANHO, Sérgio; CASTANHO, Maria Eugênia (org.). **Temas e textos em metodologia do ensino superior**. 5. ed. Campinas: Papirus, 2001. p. 47-56.

PONTE, João Pedro da. **O ensino da Matemática em Portugal: Uma prioridade educativa?** In **O ensino da Matemática: Situação e perspectivas** (pp. 21-56). Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. 2003. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte>>.

RODRIGUES, Cleire Maria do Amaral. **Avaliação da aprendizagem e avaliação institucional**. Disponível em: <<http://www.fundacaojoseeliasajra.org.br>>. Acesso em 18 maio 2006.

ROMANATTO, Mauro Carlos. **O livro didático**: alcances e limites. Disponível em <http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr19-Mauro.doc>. Acesso em: 05 jul. 2006

ROSA, Milton; OREY, Daniel C. **Vinho e queijo**: etnomatemática e modelagem. Disponível em: <<http://www.csus.edu>>. Acesso em 10 jan. 2005.

SAMPAIO, João C. V. **Funções e alguma história**. DM-UFSCar. Disponível em: < <http://www2.dm.ufscar.br/~sampaio/funcoesgalileu.PDF> >. Acesso em: 31/01/2004.

SANTOMÉ, Jurjo Torres. **Globalização e interdisciplinaridade: o currículo integrado**. Trad. Claudia Schilling. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1998.

SANTOS, Inês Grasiela Dalmolin dos. **Modelagem matemática: uma experiência alternativa para o ensino da matemática nas 7ª séries do 1º grau**. Monografia de Conclusão de Curso de Pós-Graduação (*latu sensu*), FACIBEL, Francisco Beltrão, 1997.

SANTOS, Maria Elena Prado dos. **O ensino de matemática nas séries iniciais**. Monografia de Conclusão de Curso de Pós-Graduação (*latu sensu*), FAFIG, Guarapuava, 1990.

SCHUBRING, G. **O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha: um estudo de caso na transição e conceitos**. Zetetiké, v.7, n. 11, pg-29,50, 1999.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DO PARANÁ (SEED). Departamento de Ensino Fundamental. **Diretrizes curriculares de matemática para o ensino fundamental: matemática**. Disponível em: < <http://www.seed.pr.gov.br/portals/porta/diretrizes> >. Acesso em 15 mar. 2006a.

_____. _____. **Roteiro de estudo do texto preliminar das diretrizes curriculares de matemática**. Curitiba: SEED, 2005.

_____. Departamento de Ensino Médio. **Orientações curriculares de matemática**. Disponível em: < <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br> >. Acesso em 21 mar. 2006b.

_____. Superintendência de Educação. Departamento de Ensino de Primeiro Grau. **Currículo básico para a escola pública do estado do Paraná**. 2. ed. Curitiba, 1992.

_____. _____. _____. **Alfabetização & conteúdos de ensino**. Curitiba, 1992. (Cadernos do Ensino Fundamental, 3).

_____. _____. Departamento de Ensino de Primeiro Grau. **Currículo básico para a escola pública do estado do Paraná**. 2. ed. Curitiba, 1992.

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO (SMEV). Vitória (ES). **Matemática**. Disponível em: Disponível em: < <http://www.vitoria.es.gov.br> >. Acesso em 5 abr. 2006.

SILVEIRA, Jean Carlos; RIBAS, João Luiz Domingues. **Discussões sobre modelagem matemática e o ensino-aprendizagem**. ENCONTRO PARANAENSE

DE MODELAGEM NO ENSINO DA MATEMÁTICA, 2004, 1., Londrina. Disponível em: < <http://www.somatematica.com.br/artigos/a8/> >. Acesso em: 23 out. 2005.

SKINNER, F.B. **Sobre o Behaviorismo**. Trad. Maria da P. Villalobos. São Paulo: Cultrix, 1988.

SOUZA, Analucia C. P. DE. PEREIRA, Mariângela. Tendências em educação matemática em um curso de extensão universitária. In: **Relatório**, 19 mar. a 07 maio 2005. Olímpia (SP): Faculdade Ernesto Riscali (FAER). Disponível em: <http://200.231.172.253/cnmac/storal2/analucia_souza_SE5.pdf>. Acesso em 15 out. 2005.

SPERD, Dalila C. **Problemas gerais do currículo**. Porto Alegre: Globo; Brasília: INL, 1976.

TAHAN, M. **Didática da matemática**. São Paulo: Saraiva, 1962.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA (USFS). **Histórico das conferências nacionais de modelagem e educação matemática**. Disponível em: < <http://www.uefs.br/cnmem/histo.html> >. Acesso em: 26 out. 2005.

VYGOTSKY, L S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

ZACHARIAS, Vera Lúcia C. Disponível em: < www.centrorefeducacional.com.br/ensimate.htm >. 1998. Acesso em: 06 jul. 2006.